



[DOCUMENT TITLE]

[Document subtitle]

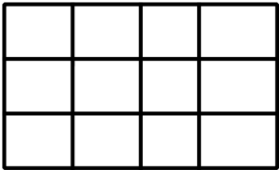


بهار ۹۹

گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه دو کرج

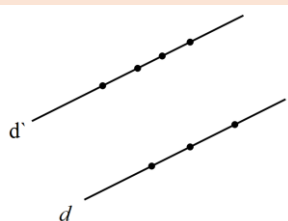
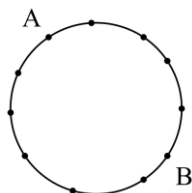
۱	فردی می خواهد برای سفرش برنامه ریزی کند، او می تواند برای این سفر هواپیما یا قطار را انتخاب کند. در صورت سفر با هواپیما می تواند یکی از سه گردش رایگان را انتخاب کند و استفاده کند و در صورت سفر با قطار، می تواند شام را مهمان هتل باشد یا از تور خرید هتل استفاده کند، تعداد انتخاب های فرد را بنویسید.
۲	سعید می خواهد برای تبلت خود رمزی انتخاب کند او می خواهد از بین حروف انگلیسی یا فارسی ۲ حرف متمایز را انتخاب کند یکی برای ابتدای رمز و یکی برای انتهای رمز و قصد دارد بین این ۲ حرف یک عدد سه رقمی زوج قرار دهد (بدون تکرار ارقام) او چند انتخاب دارد؟
۳	می خواهیم راس های مربع مقابل را با دو رنگ آبی و زرد رنگ کنیم (الف) این کار به چند طریق امکان پذیر است؟ (ب) به چند طریق این رنگ آمیزی را انجام داد بطوری که راس های مجاور هم رنگ نباشد؟
۴	می خواهیم سه راس مثلثی را با رنگ های آبی، قرمز، زرد، رنگ آمیزی کنیم. (الف) به چند طریق این کار امکان پذیر است؟ (ب) به چند طریق این کار را انجام داد به شرطی که رئوس مجاور هم رنگ نباشد؟ (ج) همین سوال را برای چهار ضلعی تکرار کنید.
۵	یک کارخانه، گوشی موبایلی در ۶ مدل، ۴ رنگ، ۳ ظرفیت حافظه جانبی و دوربین هایی با کیفیت ۱۳ و ۸ مگاپیکسل تولید می کند. (الف) چند نوع مختلف از این گوشی تولید می شود؟ (ب) اگر یکی از رنگ های گوشی سفید باشد، چند مدل گوشی سفید تولید می شود؟ (پ) چند مدل گوشی سفید با دوربین ۱۳، تولید می شود؟
۶	در نقشه های روبرو به چند طریق می توان از A به B رفت؟
	
۷	با ارقام ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ چند عدد دورقمی می توان ساخت؟ (الف) با تکرار ارقام (ب) بدون تکرار ارقام
۸	هر یک از عبارت های زیر پس از ساده شدن چند جمله خواهد داشت؟ $(a+b)(c+d+e)$ $(a+2b)(x-y)^3$

۹	به چند طریق می توان زوج مرتب (a, b) را تشکیل داد به طوری که a یک عدد فرد یک رقمی و b یک عدد اول یک رقمی باشد؟
۱۰	رمزی از ۵ حرف یا رقم تشکیل شده است که هر کدام می توانند از حروف فارسی یا ارقام ۱ تا ۹ باشند. اگر رمز ساخته شده هیچ دو حرف یا دو رقم کنار هم قرار نداشته باشند، برای این رمز چند حالت وجود دارد؟
۱۱	با ارقام ۰ و ۱ و ۴ و ۵ و ۹ (الف) چند عدد چهار رقمی می توان ساخت؟ (ب) چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟ (پ) چند عدد چهار رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟ (ت) چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟ (ث) چند عدد سه رقمی می توان ساخت که بر ۵ بخش پذیر باشد؟
۱۲	(الف) چند عدد چهار رقمی زوج و بزرگتر مساوی ۵۰۰۰ فاقد رقم های ۷ و ۸ وجود دارد؟ (ب) چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت که رقم اول آن ۲ و رقم آخر آن ۴ باشد و هیچ یک از رقم های آن تکراری نباشد؟
۱۳	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ بدون تکرار ارقام: (الف) چند عدد زوج چهار رقمی می توان ساخت؟ (ب) چند عدد سه رقمی فرد می توان ساخت؟
۱۴	چند عدد ۵ رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که با رقم ۷ شروع و به رقم ۹ ختم شود؟
۱۵	چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که فاقد رقم ۵ باشد؟
۱۶	در یک آزمون، ۵ سوال ۴ گزینه ای و ۴ سوال دو گزینه ای و ۲ سوال تشریحی وجود دارد. هر شرکت کننده باید ۵ سوال ۴ گزینه ای را پاسخ دهد. اما از بین سوالات دو گزینه ای و سوالات تشریحی کفایت یک دسته از آن ها را جواب دهد. (الف) برای هر فرد شرکت کننده چند راه برای پاسخگویی وجود دارد؟ (ب) به چند حالت ممکن است به همه سوالات پاسخ داده باشد؟ (پ) اگر بتواند سوالات را بدون جواب بگذارد چند حالت برای پاسخگویی وجود دارد؟
۱۷	با پلاک هایی به صورت زیر که عدد دو رقمی سمت راست آن از مجموعه A انتخاب شوند و سایر ارقام از مجموعه B انتخاب شوند و حرف استفاده شده در آن از مجموعه C انتخاب شود، چند ماشین را می توان شماره گذاری کرد؟ $A = \{13, 23, 43, 53, 63, 73, 83, 93\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $C = \{ب, ج, د, ر, ه, ط, س, ص, پ, خ, چ, ف, ل\}$
۱۸	عدد را متقارن گویند هرگاه این عدد را از راست به چپ بازنویسی کنیم عدد تغییر نکند، چند عدد ۴ رقمی متقارن می توان نوشت؟
۱۹	به چند طریق می توان یک سیب، موز، پرتقال را بین ۵ نفر توزیع کرد به طوری که شخصی بیش از یک میوه نگرفته باشد؟
۲۰	چند عدد ۵ رقمی با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ می توان ساخت؟

۲۱	در شکل مقابل چند مستطیل دیده می شود؟	
۲۲	مساله ای بسازید که با اصل جمع یا اصل ضرب یا هر دو پاسخش به صورت زیر باشد؟	$2 \times 2 + 4 \times 4 \times 4 =$
۲۳	درستی یا نادرستی تساوی های زیر را مشخص کنید.	$6! = 3! \times 2!$ $10! = \frac{12!}{12 \times 11}$ $3! + 4! = 7!$ $8! = \frac{10!}{3! \times 15}$ $(3!)^2 = 9!$ $2 \times 5! = 10!$
۲۴	حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.	$۱) \frac{8!}{6!} =$ $۲) \frac{7!}{2!5!} =$ $۳) \frac{n!}{(n-1)!} =$ $۴) \frac{n!}{(n-3)!} =$ $۵) \frac{(n+1)!}{(n-2)!} =$ $۶) \frac{(2n)!}{2(2n-2)!} =$
۲۵	به صورت فاکتوریل نویسد.	$۱) 120 =$ $۲) 11 \times 10 \times 9 =$ $۳) (n+1)(n)(n-1)(n-2) =$ $۴) (5^3 - 5)(7^3 - 7) =$
۲۶	مقدار n را در هر کدام از موارد زیر بدست آورید.	$۱) (n-2)! = 1$ $۲) \frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 20$
۲۷	حاصل عبارت زیر را بدست آورید.	$1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + \dots + 99(99!) + 100(100!) =$
۲۸	به چند حالت مختلف می توان ۵ عدد ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را کنار هم قرار داد؟	
۲۹	تعداد حالت های چیدن چهار حرف یونانی $\alpha, \beta, \gamma, \theta$ در کنار هم را به دست آورید.	
۳۰	تعداد کلمات شش حرفی که با حروف کلمه «شب اویز» می توان ساخت را مشخص کنید.	
۳۱	تعداد جایگشت های ۱۲ شی متمایز را به دست آورید.	
۳۲	الف) با حروف کلمه «مراحل» چند کلمه پنج حرفی می توان ساخت که حرف «ا» در وسط قرار گرفته باشد؟ ب) با حروف کلمه «مراحل» چند کلمه پنج حرفی می توان ساخت که حروف «ح» و «ر» در وسط قرار گرفته باشد؟	
۳۳	تعداد جایگشت های حروف کلمه «COMPUTER» که در آن سه حرف M و O و C به صورت «COM» قرار گرفته باشد، را مشخص کنید.	

۳۴	خانواده ای شامل سه دختر و دو پسر به چند طریق می توانند عکس یادگاری بگیرند اگر: الف) محدودیتی نباشد. ب) دخترها کنار هم، پسرها کنار هم، والدین کنار هم باشند. پ) دخترها کنار هم باشند. ت) پسرها کنار هم باشند.
۳۵	چند عدد شش رقمی با ارقام ۲ و ۱ و ۰ می توان نوشت؟
۳۶	۲۰ دانش آموز می خواهند در یک صف بایستند. آرش و مهران هم بین دانش آموزان قرار دارند. الف) تعداد جایگشت های این ۲۰ نفر را بیابید. ب) اگر آرش ابتدای صف و مهران انتهای صف باشد، چند جایگشت وجود خواهد داشت؟ پ) اگر آرش و مهران یکی در ابتدای صف و دیگری انتهای صف باشد چند جایگشت خواهیم داشت؟ ت) تعداد جایگشت هایی که آرش و مهران کنار هم باشند را مشخص کنید. ث) اگر بدانیم آرش انتهای صف ایستاده باشد چند جایگشت خواهیم داشت؟ ج) آرش و مهران کنار باشند و مهرداد و امین و اشکان هم بخواهند کنار هم باشند چند جایگشت خواهیم داشت؟
۳۷	یک مربی فوتبال قصد دارد از بین ۸ بازیکن دفاعی یک دفاع راست، یک دفاع چپ، یک دفاع آزاد و یک دفاع عقب انتخاب کند، چند حالت برای چیدمان دفاعی وجود دارد؟
۳۸	سه مهره آبی و چهار مهره قرمز داریم، می خواهیم آنها را پشت سر هم بچینیم الف) به چند طریق می توان مهره ها را پشت سر هم چید؟ ب) به چند طریق می توان مهره ها پشت سر هم چید به طوریکه یکی در میان رنگ ها قرار گیرند؟ پ) به چند طریق می توان مهره ها قرمز و مهره های آبی کنار هم قرار داد؟ ت) به چند طریق می تواند فقط مهره های قرمز کنار هم قرار گیرند؟
۳۹	به چند روش می توان ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک متمایز را به صورت یک در میان کنار هم قرار داد؟
۴۰	۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک به چند طریق می توان در یک قفسه چید به طوری که کتاب های هم موضوع کنار هم باشند؟
۴۱	مقدار n را از تساوی زیر به دست آورید. $p(n, 4) = 3p(n, 3) \quad 1) \quad p(n, 4) = 4p(n-1, 2) \quad 2)$
۴۲	کلمه « $\logarithm$ » را در نظر بگیرید: الف) چند جایگشت شش حرفی برای حروف کلمه داده شده وجود دارد؟ ب) چند جایگشت شش حرفی وجود دارد که با حرف t شروع می شود؟ پ) چند جایگشت شش حرفی وجود دارد که به حرف a ختم می شود؟
۴۳	با حروف کلمه ی ((حاصل ضرب)) و بدون تکرار حروف الف) چند کلمه پنج حرفی می توان نوشت؟ ب) چند کلمه پنج حرفی می توان نوشت که اول با ((ح ا)) شروع می شود؟ پ) چند کلمه پنج حرفی می توان نوشت به طوری که کلمه ((ضرب)) کنار هم آمده باشد؟

۴۴	یک سامانه دیجیتالی دارای ۱۰ کلید است برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدام است و بخواهد به طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد این فرد در بدترین حالت چه زمانی می تواند دستور مورد نظر اجرا کند؟
۴۵	شیرینی فروشی در قنادی خود ۱۵ نوع شیرینی دارد. او می خواهد در هر جعبه شیرینی، ۴ تا ۶ مدل شیرینی مختلف بچیند. او چند جعبه مختلف می تواند درست کند؟
۴۶	با حروف کلمه ((کشورم پاینده)) و بدون تکرار حروف: الف) چند کلمه ۱۱ حرفی می توان ۱۱ حرفی نوشت که به ((پنده)) ختم شود؟ ب) چند کلمه شش حرفی می توان نوشت؟
۴۷	در مسائل زیر مشخص کنید با تعداد جایگشت روبرو هستیم یا با مساله انتخاب و ترکیب؟؟ الف) نوشتن کلمات با معنی یا بی معنی ۴ حرفی بدون تکرار حروف از کلمه ای ۷ حرفی با حروف متمایز ب) انتخاب یک تیم ۴ نفره از یک جمع ۱۰ نفره پ) ۸ نفر در یک دوره مسابقات شرکت خواهند کرد و ۳ نفر اول به جام جهانی خواهند رفت؟ ت) در یک لیگ فوتبال ۱۶ تیمی تیم های اول تا سوم مشخص کنند. ث) انتخاب یک رییس، یک حسابدار و یک منشی از جمع ۷ نفره ج) بازی های دوره ای ۷ بازیکن تنیس روی میز
۴۸	در جعبه ای ده مهره داریم که هفت مهره آن سفید است و سه مهره آن قرمز است. می خواهیم از جعبه ۲ مهره خارج کنیم، به چند طریق این کار قابل انجام است اگر: الف) هر دو مهره سفید باشد. ب) مهره ها هم رنگ نباشند. پ) مهره ها هم رنگ باشند.
۴۹	الف) با نقاط روی این دایره چند ۴ ضلعی می توان ساخت؟ ب) چند ۴ ضلعی می توان ساخت که AB قطر آن باشد؟
۵۰	با توجه به شکل، چند مثلث می توان ساخت که راس های آن از این نقاط باشند؟



۵۱	از میان هفت کتاب متفاوت: (الف) به چند حالت متفاوت می توان ۵ کتاب را در یک قفسه کنار هم چید؟ (ب) به چند حالت می توان ۵ کتاب برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کرد؟
۵۲	ده شاخه گل متفاوت داریم که می خواهیم چهار شاخه از آن را انتخاب کنیم تعداد طرق انتخاب را مشخص کنید به طوی که: (الف) در یک گلدان قرار دهیم. (ب) هر شاخه به یک فرد خانواده بدهیم (شاخه اول به اولین کسی که می بینیم).
۵۳	تعداد انتخاب های $\binom{n}{r}$ و $\binom{n}{n-r}$ را مقایسه کنید.
۵۴	تعداد درس هایی که یک دانشجو می تواند اختیاری انتخاب کند ۷ درس است. او در دوره تحصیل خود باید حداقل ۵ درس اختیاری پاس کند، تعداد انتخاب های این دانشجو برای دروس اختیاری را حساب کنید.
۵۵	به چند طریق می توان ۳ کتاب از ۵ کتاب درسی و ۴ کتاب از ۶ کتاب غیر درسی را یک در میان در قفسه ای چید؟
۵۶	مقدار n را از تساوی های زیر به دست آورید. $۱) p(n, 3) = ۱۲ \binom{n}{2}$ $۲) \binom{n}{8} = ۲ \binom{n}{7}$ $۳) \binom{n}{n-1} + \binom{n+1}{n} = ۱۹$ $۴) c(n, 2) + p(n, 1) = ۱۵$ $۵) c(2n, 3) = ۱۱ c(n, 3)$ $۶) 2n + c(5, 2) = p(5, 3)$
۵۷	در یک مهمانی ۲۰ نفر شرکت کرده اند، اگر هر دو نفر از آن ها با هم دست داه باشند تعداد دفعاتی که دست داده اند چند تاست؟
۵۸	در یک کلاس ۳۵ نفری، دانش آموزان در پنج ردیف هفت تایی نشسته اند. معلم کلاس ۵ نفر را از روی لیست صدا می زند چند حالت وجود دارد که: (الف) این ۵ نفر از یک ردیف انتخاب شده باشند؟ (ب) این ۵ نفر از ۵ ردیف مختلف باشند؟ (پ) ۲ نفر از ردیف چهارم و ۳ نفر از ردیف اول باشند؟
۵۹	مجموعه ی $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ مفروض است: (الف) تعداد زیر مجموعه ۳ عضوی از مجموعه ی A را مشخص کنید. (ب) تعداد کل زیر مجموعه های مجموعه A را مشخص کنید. (پ) تعداد زیر مجموعه هایی با حداقل ۵ عضو را مشخص کنید.
۶۰	یک مجموعه n عضوی ۵۵ زیرمجموعه $n - 2$ عضوی دارد. n را به دست آورید.
۶۱	اگر مجموعه A دارای $n - 1$ عضو باشد و تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی این مجموعه برابر ۲۰ باشد، تعداد زیرمجموعه های یک عضوی این مجموعه را به دست آورید.

۶۲	تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی یک مجموعه ۴ برابر تعداد زیرمجموعه های ۲ عضوی همان مجموعه است. تعداد اعضای این مجموعه را بیابید.
۶۳	با ارقام ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ چند عدد سه رقمی با شروط «رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان» می توان نوشت؟
۶۴	درستی تساوی های زیر را نشان دهید.
	$۱) \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ $۲) \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1} = \binom{n}{r}$ $۳) \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$
۶۵	مساله ای طرح کنید که جواب آن ها به صورت زیر باشد:
	$۱) \binom{6}{2} \times \binom{7}{4}$ $۲) \binom{6}{2} + \binom{7}{4}$