

شمارش ، بدون شمردن



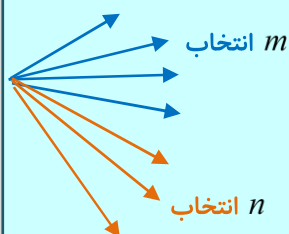
درس اول : شمارش

درس دوم : جایگشت

درس سوم : ترکیب



درس اول : شمارش

**اصل جمع :** اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m انتخاب و درروش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار موردنظر ، $m + n$ روش

وجود دارد .



تعمیم اصل جمع : اگر کاری را بتوان به k روش انجام داد ، به طوری که در روش اول m_1 انتخاب ، در روش دوم m_2 انتخاب ،... و در روش k ام ، m_k انتخاب وجود داشته باشد ، برای انجام کار موردنظر ، $m_1 + m_2 + \dots + m_k$ روش وجود دارد .

مثال ۱ : امین قصد دارد به خاطر قبولی در یک آزمون به دوستش پوریا ، شیرینی بدهد . او با خود فکر می کند که پوریا را به یکی از دو مکان رستوران یا آب میوه فروشی دعوت کند . اگر به رستوران برود ، تنها یکی ۲ نوع غذای چلوخورشت قورمه سبزی و قیمه را می تواند انتخاب کند و اگر به آب میوه فروشی برود ، تنها یکی از سه نوع آب میوه هویج ، سیب و پرتقال را می تواند انتخاب کند . چند انتخاب برای پوریا وجود دارد ؟

اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.



تعمیم اصل ضرب: اگر انجام کاری را شامل k مرحله باشد؛ به طوری که برای انجام مرحله اول m_1 روش، برای انجام مرحله دوم m_2 روش، ... و برای انجام مرحله اول k ام، m_k روش وجود داشته باشد (با فرض اینکه در هر مرحله انتخاب تمام روش های آن مرحله ممکن باشد)، کار موردنظر با $m_1 + m_2 + \dots + m_k$ روش قابل انجام است.

مثال ۲: پوریا قصد دارد به خاطر تولدش امین را دعوت کند. او می خواهد امین را هم به رستوران و هم به آبمیوه فروشی ببرد و در رستوران یک انتخاب و در آب میوه فروشی هم یک انتخاب به او بدهد. امین چند نوع انتخاب دارد؟



مثال ۳: فردی می خواهد با اتومبیل خود از تهران به اصفهان برود و برای این کار قصد دارد از قم عبور کند. اگر از تهران به قم دو مسیر a و b و از قم به اصفهان سه مسیر ۱ و ۲ و ۳ وجود داشته باشند، این فرد به چند طریق می تواند از تهران به اصفهان سفر کند؟

مثال ۴: الف) پژمان قصد دارد به عیادت دوستش برود . او به یکی از دو انتخاب «یک شاخه گل» یا «یک نوع شیرینی» برای بردن به خانهٔ دوستش فکر می کند . گل هایی که او در نظر دارد ، عبارتند از : مریم ، گلایل ، زنبق و رُز . شیرینی هایی که او در نظر دارد ، عبارتند از : گردویی ، نارگیلی و کشمش . او چند انتخاب دارد ؟

ب) هفتهٔ بعد پژمان می خواهد به دیدن خانهٔ جدید یکی از دوستانش برود . او این بار می خواهد «یک شاخه گل» و «یک نوع شیرینی» بخرد و همان گزینه ها را در ذهن دارد . او این بار به چند حالت می تواند خرید کند ؟ آنها را بنویسید .

مثال ۵: فردی می خواهد با اتومبیل خود از تهران به اصفهان برود . او قصد دارد با اتومبیل خود یا با قطار این سفر را انجام دهد . اگر با اتومبیل خود به این سفر برود ، مسیرها و انتخاب های او مانند مثال ۳ است (یعنی از تهران به قم دو مسیر a و b دارد و از قم به اصفهان سه مسیر ۱ و ۲ و ۳ وجود دارد) و اگر تصمیم بگیرد با قطار برود ، سه نوع قطار می تواند انتخاب کند . او در کل چند انتخاب دارد؟



مثال ۶: رمزی از سه حرف تشکیل شده است که هر کدام می توانند از حروف فارسی یا حروف کوچک انگلیسی باشند . اگر حروف کنار هم از یک زبان نباشند ، برای این رمز چند حالت ممکن وجود دارد ؟



مثال ۷: با ارقام ۵ و ۳ و ۲ :

(الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت ؟

(ب) چند عدد سه رقمی می توان ساخت که رقم تکراری نداشته باشد ؟

(پ) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت ؟

(ت) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت ؟



مثال ۸: با ارقام ۷ و ۳ و ۲ و ۰ :

(الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت ؟

(ب) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت ؟

(پ) چند عدد سه رقمی فرد با ارقام غیر تکراری می توان نوشت ؟

(ت) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت ؟

مثال ۹: تعداد حالت های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت های زیر به دست آورید .

مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می شود یا اصل ضرب یا هر دو ؟

(الف) این رمز از یک گزینه تشکیل شده ، که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است .

(ب) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است .

(پ) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است .

(ت) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یا هر دو گزینه عددند یا هر دو گزینه حروف انگلیسی اند .

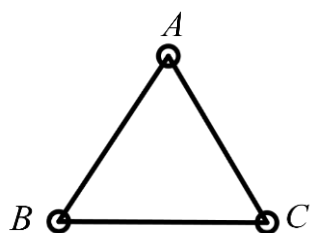
(ث) این رمز از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه اول اعداد غیر تکراری و دو گزینه دوم حروف انگلیسی غیر تکراری اند .

مثال ۱۰: در یک شهرک صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۲ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد، چقدر است؟



مثال ۱۱: می خواهیم رأس های مثلث زیر را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم.

الف) به چند طریق این کار امکان پذیر است؟



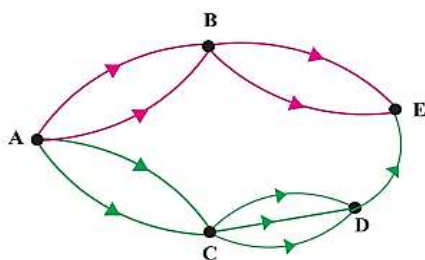
ب) به چند طریق می توان این رنگ آمیزی را انجام داد، به گونه ای که رأس هایی که به هم وصل اند، هم رنگ نباشند.

پ) هر دو قسمت «الف» و «ب» را در حالتی که از سه رنگ مختلف استفاده می کنیم، بررسی کنید.



مثال ۱۲: اگر شکل زیر نشان دهنده جاده های بین شهرهای A و B و C و D و E باشد

و همه جاده ها یکطرفه باشند، به چند طریق می توان از شهر A به شهر E رفت؟



مثال ۱۳: با پلاک هایی به صورت زیر که عدد دو رقمی سمت راست آنها از مجموعه A انتخاب شوند و سایر ارقام از مجموعه B انتخاب شوند و حرف استفاده شده در آن از مجموعه C انتخاب شود، چند ماشین را می توان شماره گذاری کرد؟

$$A = \{11, 22, \dots, 99\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{ \text{ی, ه, و, ن, م, ل, ق, ط, ص, س, د, ج, ب} \}$$



مثال ۱۴: در یک کشور، نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود. **الف)** چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می شود؟



مثال ۱۵: مسئله زیر را به گونه ای کامل کنید که جواب ارائه شده، درست باشد.

مسئله: چند عدد دو رقمی زوج می توان نوشت؛ به طوری که؟

حل: تعداد راه های نوشتن یکان برابر ۵ تاست و تعداد راه های نوشتن دهگان برابر ۴ تاست. لذا با توجه به اصل ضرب ۲۰ عدد با شرایط مورد نظر وجود دارد.

مثال ۱۶: یک آزمون چند گزینه ای شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه ای و ۵ سؤال ۲ گزینه ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال ها

به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار را انجام دهد اگر :

الف) اگر مجبور باشد به همه سؤال ها جواب دهد ؟

ب) بتواند سؤال ها را بدون جواب هم بگذارد ؟



مثال ۱۷: مسئله ای طرح کنید که با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب و یا هر دوی آنها حل شود و جواب آن به صورت زیر باشد .

$$2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 35$$



درس دوم: جایگشت

تعریف: اگر چند شیء متمایز داشته باشیم، به هر حالت چیدن آنها کنار هم، یک **جایگشت** از آن اشیاء می گوئیم.



توجه: در ساخت بردارها، در انتخاب افراد با تعیین سمت یا رتبه ی آنها، در ساخت زوج مرتب ها، در کلمه سازی ها، در عدد سازی ها و امثال اینها، ترتیب مهم است، پس با جایگشت سروکار داریم.



مثال ۱۸: سه فیش و سه درگاه مانند شکل مقابل وجود دارند که باعث اتصال

دو دستگاه الکتریکی به هم می شوند. برای اتصال درست دو دستگاه، باید هر فیش به درگاه مخصوص به خود وصل شده باشد.

الف) اگر فیش ها را c و b و a بنامیم، حالت های مختلف قرار گرفتن آنها را در کنار هم، بنویسید.

ب) با توجه به اصل ضرب چگونه می توان تعداد این چینش ها را به دست آورد؟



مثال ۱۹: تعداد روش های چیدن پنج حرف یونانی θ و δ و γ و β و α کنارهم و بدون تکرار، یا به عبارتی تعداد جایگشت های پنج شیء متمایز چند تاست؟

مثال ۲۰: به چند حالت مختلف، می توان چهار عدد ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را کنار هم قرار داد؟



مثال ۲۱: تعداد کلمات هفت حرفی (با معنی و بدون معنی) که از کنار هم قرار دادن حروف «ت»، «ش»، «و»، «ا»، «ن»، «پ» و «ه» می توان ساخت، چندتاست؟ (بدون تکرار حروف)



مثال ۲۲: با استفاده از ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ چند عدد ۹ رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت؟



مثال ۲۳: تعداد جایگشت های ۱۰ شیء متمایز چندتاست؟

مثال ۲۴: اگر n یک عدد طبیعی باشد، تعداد جایگشت های n شیء متمایز را با یک حاصل ضرب نشان دهید.



فاکتوریل

معرفی یک نماد

اگر n یک عدد طبیعی باشد، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا n نمایش می دهیم. (n فاکتوریل) را به صورت $n!$

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 \quad \text{یعنی:}$$

(قرارداد: $0! = 1$)

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

:

به عنوان مثال:



$$P_n = n!$$

نتیجه: تعداد جایگشت های n شیء متمایز:

مثال ۲۵: مانند نمونه، هر قسمت را کامل کنید.

$$\text{الف) } 6! = \overbrace{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}^{5!} = 6 \times 5!$$

$$\text{ب) } 8!$$

$$\text{پ) } 10!$$

$$\text{ت) } n!$$



مثال ۲۶: حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{5!}{4!} =$$

$$\text{ب) } \frac{8!}{6!} =$$

$$\text{پ) } \frac{10!}{9!} =$$

$$\text{ت) } \frac{10!}{8!} =$$

$$\text{ث) } \frac{10!}{7!} =$$

$$\text{ج) } \frac{8!}{5!} =$$

ج) $\frac{n!}{(n-2)!} =$

ح) $\frac{n!}{(n-1)!} =$

خ) $\frac{n!}{(n-4)!} =$

د) $\frac{n!}{(n-3)!} =$

ذ) $\frac{n!}{(n-5)!} =$

ر) $\frac{n!}{(n-k)!} =$



مثال ۲۷: کدامیک از موارد زیر درست و کدام نادرست است ؟

الف) $2! + 3! = 5!$

ب) $4! \times 2! = 8!$

پ) $2! \times 2! = (2!)^2$

ت) $6! = 6 \times 5!$

تکلیف

ث) $6! = 3! + 3!$

تکلیف

ج) $8! = 4! \times 2!$

تکلیف

چ) $2 \times 3! = 6!$

تکلیف

ح) $4! = \frac{8!}{2!}$

تکلیف

خ) $(3!)^2 = 9!$

تکلیف

د) $1! + 4! + 5! = 145$

تکلیف



مثال ۲۸: حاصلضرب های زیر را با استفاده از نماد فاکتوریل نمایش دهید .

الف) 9×8

ب) $9 \times 8 \times 7 \times 6$

پ) ۸

ت) $11 \times 10 \times 9$

ث) $n(n-1)$

ج) $n(n-1)(n-2)(n-3)$

تعداد جایگشت های r تایی از n شیء متمایز **یا به عبارتی** تعداد انتخاب های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $p(n, r)$ نمایش می دهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad (0 \leq r \leq n)$$

(توجه: r و n اعداد طبیعی هستند)

نکته مهم



مثال ۲۹: تعداد جایگشت های چهارتایی از نه شیء متمایز را به دست آورید.



مثال ۳۰: تعداد جایگشت های سه تایی از n شیء متمایز را به دست آورید.



مثال ۳۱: با حروف کلمه « جهانگردی » و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت؟

چندتا از آنها به « ی » ختم می شود؟

ب) چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف « د » و « ی » کنار هم قرار داشته باشند؟

پ) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت؟

(ت) چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه « جهان » چهار حرف اول باشند ؟

(ث) چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه « جهان » کنار هم باشند ؟

(ج) چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که با حرف نقطه دار شروع شوند ؟



مثال ۳۲: یک مربی فوتبال قصد دارد برای بازی پیش رو در تیم خود یک دفاع راست ، یک دفاع چپ ، یک دفاع جلو و یک دفاع عقب قرار دهد . او شش بازیکن دفاعی دارد که می توانند در هر کدام از این چهار پست بازی کنند . در شروع بازی چند حالت برای چیدن این خط دفاعی برای این مربی وجود دارد ؟

مثال ۳۳: با عددهای ۱ و ۲ و ۳ و ۵ چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت ؟



مثال ۳۴: در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند . در پایان این لیگ تیم های اول تا سوم به چند حالت مختلف می توانند مشخص شوند ؟



مثال ۳۵: از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم . اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد ، تعداد کتاب ها چند تاست ؟



مثال ۳۶: در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است ، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند . اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدامند و بخواهد به طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد ، این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می تواند دستور مورد نظر را اجرا کند ؟

مثال ۳۷: با حروف کلمه « گل پیرا » و بدون تکرار حروف :

الف) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت ؟

چندتا از آنها با « گل » شروع می شود ؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت ؟

پ) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف « پ » و « ر » در کنار هم آمده باشند ؟

ت) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه « پیرا » کنار هم آمده باشند ؟



به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد **یا به عبارتی** به هر زیرمجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شیء می گوئیم.

با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ از نمایش می دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (0 \leq r \leq n)$$

$r \leq n$

مثال ۳۸: از میان شش کتاب مختلف:

الف) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

ب) به چند طریق می توانیم چهار کتاب را را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟



توجه: از فرمول های زیر که در ترکیب برقرارند، می توانیم استفاده کنیم:

	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
فرمول	$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$	$\binom{n}{1} = n$	$\binom{n}{n-1} = n$	$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$
مثال عددی				

مثال ۳۹: در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی ، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته ای از داوران تشکیل شود . به چند روش می توان این کار را انجام داد اگر :

(الف) کمیته ۴ نفره باشد .

(ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر یک از سه کشور ، یک نفر در کمیته باشد .

(پ) کمیته ۵ نفره باشد و دقیقا " دو داور ایرانی داشته باشد .

(ت) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی داشته باشد .

(ث) کمیته ۷ نفره باشد و شامل ۳ داور ایرانی ، ۲ داور ژاپنی و ۲ داور روسی باشد .

(ج) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل یک داور ایرانی داشته باشد .

(چ) کمیته ۵ نفره باشد و حداکثر یک داور ایرانی داشته باشد .

مثال ۴۰: حاصل عبارت زیر را به دست آورید .

$${}^2C(17, 2) \cdot P(6, 3) - 1025 =$$



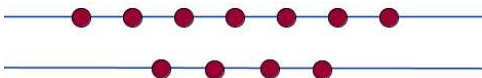
مثال ۴۱: معادله های زیر را حل کنید .

الف) $\binom{n}{2} = 3$

ب) $P(n+1, 2) = 30$



مثال ۴۲: چند مثلث می توان با نقاط موجود در شکل زیر ، ساخت ؟



مثال ۴۳: در کدام یک از موارد زیر ، ترتیب قرار گرفتن اشیاء اهمیت دارد و باید تعداد جایگشت های r شیء از n شیء متمایز مشخص شود و در کدام یک ترتیب قرار گرفتن اشیاء اهمیت ندارد و باید تعداد ترکیب های r تایی از n شیء متمایز مشخص شود ؟ در هر مورد ، تعداد حالت های ممکن را بنویسید .

الف) ساختن کلمه ای سه حرفی بدون حرف تکراری با ۵ حرف متمایز (با معنی و بی معنی) .

ب) انتخاب سه شاخه گل از بین پنج شاخه گل متمایز .

پ) انتخاب یک دفاع چپ ، یک دفاع راست و یک دفاع وسط از بین هفت مدافع که همگی در تمامی پست ها توانایی بازی دارند .

ت) از بین هفت بازیکن دفاعی یک تیم سه نفر قرار است از تیم کنار گذاشته شوند .

ث) ده نفر در یک دوره مسابقات شرکت خواهند کرد و سه نفر اول به المپیک راه خواهند یافت .

ج) ده نفر در یک مسابقه شرکت کرده اند و قرار است به نفرات اول تا سوم به ترتیب مدال های طلا ، نقره و برنز داده شود .

مثال ۴۴: از میان ۸ ریاضی دان و ۶ فیزیک دان و ۵ شیمی دان قرار است کمیته ای علمی انتخاب شود . به چند طریق این کمیته می تواند انتخاب شود هرگاه :

(الف) کمیته ۶ نفره باشد و از هر رشته ۲ نفر در آن عضو باشند .

(ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشند .

(پ) کمیته ۲ نفره باشد و حداقل یک ریاضی دان در آن باشد .



مثال ۴۵: از بین دو مدرس ریاضی ، دو مدرس فیزیک و دو مدرس شیمی ، قرار است یک کمیته دو نفره انتخاب شود ، به گونه ای که دو نفر انتخاب شده هم رشته نباشند . چند حالت برای انجام این کار وجود دارد ؟

مثال ۴۶: می دانیم که $\binom{n}{r}$ همان تعداد زیرمجموعه های r تایی از یک مجموعه n عضوی است .

حال $\binom{n}{\circ}$ و $\binom{n}{1}$ را یک بار با توجه به این تعبیر $\binom{n}{r}$ از و یک بار با فرمول ، به دست آورید .



مثال ۴۷: الف) یک مربی قصد دارد از بین بازیکنان شماره های ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ ،

سه نفر را برای رفتن به زمین بازی انتخاب کند . چند حالت برای این کار امکان دارد ؟

تمام حالت های ممکن را در جدول زیر نمایش دهید .

به زمین می روند	به زمین نمی روند

ب) این بار مربی قصد دارد از بین همان بازیکنان دو بازیکن انتخاب کند که روی

نیمکت بنشینند . چه انتخاب هایی دارد ؟

پ) بین تعداد انتخاب های (الف) و (ب) چه رابطه ای هست ؟ توضیح دهید .

(ت) درستی تساوی $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ را یک بار با استفاده از توجیه بالا و یک بار با استفاده از فرمول بررسی کنید .



مثال ۴۸: جاهای خالی را پر کنید .

(الف) تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی برابر است با :

(ب) تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی که حرف a در آنها هست ، برابر است با :

(پ) تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی که حرف a در آنها نیست ، برابر است با :

(ت) بنابراین :

مثال ۴۹: فرض کنیم A یک مجموعه n عضوی و a یکی از اعضای آن باشد. $(a \in A)$
الف) تعداد زیرمجموعه های r عضوی مجموعه A برابر است با:

ب) تعداد زیرمجموعه های r عضوی مجموعه A که a در آنها هست، برابر است با:

پ) تعداد زیرمجموعه های r عضوی مجموعه A که a در آنها نیست، برابر است با:

ت) بنابراین:



مثال ۵۰: یک فروشنده تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمه کدو، تخمه ژاپنی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می تواند درست کند؟



مثال ۵۱: گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می دهد. او چند دسته گل مختلف می تواند درست کند؟

مثال ۵۲: یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جلسه ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح های پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می تواند انتخاب شود، هر گاه:

الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند.

ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند.

پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حسابدار و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند.



مثال ۵۳: در یک کلاس تعدادی از دانش آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

مثال ۵۴: الف) یک نقاش قوطی هایی از ۴ رنگ قرمز ، آبی ، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ های متمایز بتواند دقیقا " یک رنگ جدید به دست آورد ، او چند رنگ می تواند داشته باشد ؟

ب) چرا با اینکه در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می شود ، اما تعداد رنگ های حاصل بیشتر از جواب شماست ؟



مثال ۵۵: هفت نقطه A و B و C و D و E و F روی محیط یک دایره قرار دارند . چند مثلث مختلف می توان کشید که G و رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند ؟



مثال ۵۶: مسأله ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با :

الف) $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

ب) $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

مثال ۵۷: یک آشپز ده نوع ادویه دارد . او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص درست می کند . این آشپز چند

طعم می تواند درست کند هر گاه :

(الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه ها نداشته باشد ؟

(ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی توانند استفاده شوند ؟

(پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند ؟

(ت) ادویه ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می شوند که هیچ یک از ادویه های دسته اول با هیچ یک از ادویه های دسته دوم سازگاری ندارند ؟



