



جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان یزد

اداره کنونی و گروه های آموزشی دوره متوسطه

جزوه آموزشی

ریاضی (۱)

فصل سوم

پایه دهم (تجربی-ریاضی)

گروه آموزشی ریاضی با همکاری خانه ریاضیات یزد

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

توان

• توان: اگر a یک عدد ممیزی و n یک عدد طبیعی باشد:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ بار}}$$

$$\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right)\left(\frac{-2}{5}\right)\left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{-8}{125}$$

مثال:

• قوانین محاسبه اعداد توان دار:

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$a^n \div a^m = a^{n-m}, (a \neq 0)$$

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n, (b \neq 0)$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, (a \neq 0)$$

$$a^0 = 1, (a \neq 0)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, (a, b \neq 0)$$

مثال: حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

الف) $2^5 \times 2 \times 2^4$	ب) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 (1/5)^2$	پ) $7^{10} \times \left(\frac{2}{7}\right)^{10}$	ت) $\frac{10^5 \times 3^4}{15^4 \times 20}$
ث) $5^7 \div \left(2\frac{1}{2}\right)^7$	ج) $(2^2)^2 \times 2^{3^2}$	چ) $\frac{2^{-4} \times 3^2}{3^{-2} \times 4^{-2}}$	ح) $3^4 + 3^4 + 3^4$
خ) $(2^2 \div 5^2)(7^5 \div (0/1)^5)$	د) $\left(12^{19} \div \left(\frac{4}{3}\right)^{19}\right) \div 6^{19}$		

حل:

الف) $2^5 \times 2 \times 2^4 = 2^{5+1+4} = 2^{10}$	ب) $(1/5)^2 \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^4$
پ) $7^{10} \times \left(\frac{2}{7}\right)^{10} = \left(7 \times \frac{2}{7}\right)^{10} = 2^{10}$	ت) $\frac{10^5 \times 3^4}{15^4 \times 20} = \frac{2^5 \times 5^5 \times 3^4}{3^4 \times 5^4 \times 2^2 \times 5} = \frac{2^5 \times 5^5 \times 3^4}{2^2 \times 5^5 \times 3^4} = 2^3$
ث) $5^7 \div \left(2\frac{1}{2}\right)^7 = 5^7 \div \left(\frac{5}{2}\right)^7 = \left(5 \times \frac{2}{5}\right)^7 = 2^7$	ج) $(2^2)^2 \times 2^{3^2} = 2^4 \times 2^9 = 2^{13}$

$$ح) \frac{2^{-f} \times 3^r}{3^{-r} \times 4^{-f}} = \frac{2^{-f} \times 3^r}{3^{-r} \times 2^{-8}} = 2^{-f} \times 3^r \times 3^r \times 2^8 = 2^f \times 3^f = 6^f$$

$$خ) 3^f + 3^f + 3^f = 3 \times 3^f = 3^5 \quad ط) (2^r \div 5^r)(7^5 \div (0/1)^5) = 1 \times (7 \times 10)^5 = 70^5$$

$$د) \left(12^{19} \div \left(\frac{4}{3} \right)^{19} \right) \div 6^{19} = \left(12 \times \frac{3}{4} \right)^{19} \div 6^{19} = 9^{19} \div 6^{19} = \left(\frac{9}{6} \right)^{19} = \left(\frac{3}{2} \right)^{19}$$

مثال: اگر $3^a = 2$ باشد حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) 27^{-a} ب) $\left(\frac{1}{81} \right)^{a-1}$ پ) 9^{1-a} ت) $3^a + 9^a - 27^a$

$$\text{الف)} \quad 27^{-a} = (3^3)^{-a} = 3^{-3a} = (3^a)^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\text{ب)} \quad \left(\frac{1}{81} \right)^{a-1} = \left(\frac{1}{3^4} \right)^{a-1} = (3^{-4})^{a-1} = 3^{-4a+4} = 3^{-4a} \times 3^4 = (3^a)^{-4} \times 81 = 2^{-4} \times 81 = \frac{81}{16}$$

$$\text{پ)} \quad 9^{1-a} = (3^2)^{1-a} = 3^{2-2a} = 3^2 \times 3^{-2a} = 9 \times (3^a)^{-2} = 9 \times 2^{-2} = \frac{9}{4}$$

$$\text{ت)} \quad 3^a + 9^a - 27^a = 2 + (3^2)^a - (3^3)^a = 2 + (3^a)^2 - (3^a)^3 = 2 + 2^2 - 2^3 = 2 + 4 - 8 = -2$$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

الف) $7^{rx-12} = 1$ ب) $2^{rx+3} = 16$ پ) $3^{x-1} = 7^{x^2-1}$

ت) $5^x + 5^{x+2} = 130$ ث) $2^{rx} - 7 \times 2^x - 8 = 0$ ج) $3^{x-2} + 3^x + 3^{x+1} = 37$

$$\text{الف)} \quad 7^{rx-12} = 1 \Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{ب)} \quad 2^{rx+3} = 16 \Rightarrow 2^{rx+3} = 2^4 \Rightarrow rx + 3 = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{r}$$

$$\text{پ)} \quad 3^{x-1} = 7^{x^2-1} \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\pm 1 \end{cases} \Rightarrow x=1$$

$$\text{ت)} \quad 5^x + 5^{x+2} = 130 \Rightarrow 5^x + 25 \times 5^x = 130 \Rightarrow 26 \times 5^x = 130 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow x=1$$

$$\text{ث)} \quad 2^{rx} - 7 \times 2^x - 8 = 0 \Rightarrow (2^x + 1)(2^x - 8) = 0 \Rightarrow 2^x + 1 = 0 \text{ یا } 2^x - 8 = 0$$

$$2^x + 1 = 0 \Rightarrow 2^x = -1 \text{ غیر ممکن}$$

$$2^x - 8 = 0 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x=3$$

$$\text{ج)} \quad 3^{x-2} + 3^x + 3^{x+1} = 37 \Rightarrow 3^x \times 3^{-2} + 3^x + 3^x \times 3 = 37 \Rightarrow 3^x \left(\frac{1}{9} + 1 + 3 \right) = 37$$

$$\Rightarrow 3^x \left(\frac{37}{9} \right) = 37 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x=2$$

مثال: هر دسته از اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} & 11^{2000}, 12^{1000} \\ \text{ب)} & 2^{23}, 3^{25}, 6^{24} \\ \text{پ)} & 2^{-3000}, 3^{-2000}, 5^{-1500}, 7^{-1000} \\ \text{ت)} & 11^{1000}, 12 \times 11^{998}, 12 \times 11^{999} \end{array}$$

حل:

$$11^{2000} = (11^2)^{1000} = 121^{1000} \quad \text{الف)}$$

$$120 < 121 \Rightarrow 120^{1000} < 121^{1000} \Rightarrow 120^{1000} < 11^{2000}$$

$$2^{23}, 3^{25} = (2^5)^5 = 2^{25}, 6^{24} = (2^6)^4 = 2^{24} \quad \text{ب)}$$

$$2^{23} < 2^{24} < 2^{25} \Rightarrow 2^{23} < 6^{24} < 3^{25}$$

$$2^{-3000} = (2^{-6})^{500} = \left(\frac{1}{64}\right)^{500}, 3^{-2000} = (3^{-4})^{500} = \left(\frac{1}{81}\right)^{500} \quad \text{پ)}$$

$$5^{-1500} = (5^{-3})^{500} = \left(\frac{1}{125}\right)^{500}, 7^{-1000} = (7^{-2})^{500} = \left(\frac{1}{49}\right)^{500}$$

$$\frac{1}{125} < \frac{1}{81} < \frac{1}{64} < \frac{1}{49} \Rightarrow \left(\frac{1}{125}\right)^{500} < \left(\frac{1}{81}\right)^{500} < \left(\frac{1}{64}\right)^{500} < \left(\frac{1}{49}\right)^{500} \Rightarrow$$

$$5^{-1500} < 3^{-2000} < 2^{-3000} < 7^{-1000}$$

$$11^{1000} = 11^2 \times 11^{998} = 121 \times 11^{998}, 120 \times 11^{998}, 12 \times 11^{999} = 12 \times 11 \times 11^{998} = 132 \times 11^{998} \quad \text{ت)}$$

$$120 < 121 < 132 \Rightarrow 120 \times 11^{998} < 121 \times 11^{998} < 132 \times 11^{998} \Rightarrow$$

$$120 \times 11^{998} < 11^{1000} < 12 \times 11^{999}$$

تمرین:

۱. ثلث عدد 243^{n+1} را بیابید.

۲. مقدار n از رابطه $\left(\frac{1}{x^2 + 5}\right)^{-6} = 1$ بیابید.

۳. حاصل $243 \left(\left(\frac{15}{36} \times \frac{12}{18} \right)^2 \div \left(\frac{5}{6} \right)^2 \right)^2$ را به دست آورید.

۴. از تساوی $4^{2x-1} = (2^3)^x \times (34 - 2^5)^2$ مقدار x را بیابید.

سؤالات چهار گزینه‌ای

۱. $\frac{1}{5}$ عدد $\frac{1}{5^{n+2}}$ برابر ۱ می‌باشد. n کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۰

۲. اگر عدد $11^a \times 13^b$ مربع کامل باشد، آن‌گاه همواره $a + b$:

- (۱) مضرب ۱۱ است (۲) فرد است (۳) مضرب ۱۳ است (۴) زوج است

۳. اگر $x \neq 0, -1$ و $x^{\Delta a+1} = x^{18} x^{13}$ باشد، a برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱ (۴) ۰

۴. اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام رابطه‌ی زیر درست است؟

- (۱) $a^5 < a^6$ (۲) $a^{13} < a^{16}$ (۳) $a^{13} < a^{15}$ (۴) $a^{14} < a^{16}$

۵. مقدار n از رابطه $\left(\frac{1}{x^2 + 3}\right)^{n+2} (x^2 + 3) = 1$ برابر است با:

- (۱) -۲ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۲

۶. اگر $a = \frac{5^{2k} + 5^{2k+1}}{25^k + 3 \times 25^{k-1}}$, $b = \frac{3^{2k-1} + 3^{2k+1}}{9^k - 9^{k-1}}$ باشد، آن‌گاه:

- (۱) $\frac{a}{b} = \frac{10}{7}$ (۲) $ab = \frac{7}{10}$ (۳) $a + b = 1$ (۴) $a - b = 0$

۷. حاصل عبارت $5^{10} + 5^{10} + 5^{10} + 5^{10} + 5^{10}$ برابر است با:

- (۱) 5^{12} (۲) 5^{11} (۳) 5^{13} (۴) 5^{14}

۸. حاصل عبارت $2^{100} - 2^{99}$ برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) 2^{98} (۳) 2^{99} (۴) 2^{97}

۹. عدد $5^8 \times 2^9 \times 3^2$ چند رقمی است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۰. اگر $a = 0.0007$ باشد، کدام درست است؟

- (۱) $a^7 < a^8$ (۲) $a^8 < a^9$ (۳) $a^9 < a^{10}$ (۴) $a^{11} < a^{10}$

۱۱. حاصل عبارت $(4x) \left(\frac{2}{x^2 y^2}\right) \left(-\frac{1}{2} xy^2\right)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $2xy$ (۴) $2x$

۱۲. عدد $\left(\frac{1}{32}\right)^{-20}$ را به صورت 2^m نوشته‌ایم. m کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) -۱۰۰ (۳) ۸۰ (۴) -۸۰

۱۳. حاصل عبارت $\frac{x^{-1}}{x^{-1} + y^{-1}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{x+y}{x-y}$ (۲) $\frac{x}{x+y}$ (۳) $\frac{y}{x+y}$ (۴) y

۱۴. حاصل $\frac{2^2 \times 3^{-2}}{2^{-5} \times 3^5} \times \frac{6^7}{8^5}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۵. کوچکترین عددی که باید در عبارت $2^2 \times 3^3 \times 5^5 \times 3^5$ ضرب کنیم تا حاصل مربع کامل شود، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۲۱ (۴) ۸۴

۱۶. حاصل $\left(\frac{a^{-2}b}{ab^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{b}{a}$ (۲) $\frac{a}{b}$ (۳) $-\frac{a}{b}$ (۴) $-\frac{b}{a}$

۱۷. حاصل $(27^{-1})^{\left(9^{\frac{4}{3}}\right)^{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)}}$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۸. اگر $3^{2k-1} = 27a$ و $9^{k+1} = 9b$ باشد، آن‌گاه :

(۱) $b = 81a$ (۲) $b = 27a$ (۳) $a = 3b$ (۴) $b = 9a$

۱۹. اگر $a = 2^{2^2}$ ، $b = \left((2^2)^2\right)^2$ باشد، آن‌گاه :

(۱) $a = b$ (۲) $a = 256b$ (۳) $a = 128b$ (۴) $a = 64b$

۲۰. 2^{32} ، $(2^2)^2$ به ترتیب برابر است با :

(۱) ۱، ۱ (۲) ۲، ۱ (۳) ۱، ۲ (۴) ۲، ۲

۲۱. حاصل $2^{64} - (4^{16} + 1)(2^{32} - 1)$ برابر است با :

(۱) 2^{128} (۲) 2^{64} (۳) -۱ (۴) 2^{92}

۲۲. حاصل عبارت $(x^4 + 1)(x^3 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)$ به ازای $x = 2$ برابر است با :

(۱) 2^{16} (۲) 2^{32} (۳) $2^{22} - 1$ (۴) $2^{16} - 1$

۲۳. حاصل $(\cdot/0.3)^2 \div ((\cdot/3)^5 \times (\cdot/0.3)^2)$ کدام است؟

(۱) $\cdot/27$ (۲) $\cdot/9$ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۴. در تساوی $81^{k-5} = 3 \times 9^{\frac{1}{2}k}$ مقدار k کدام است؟

- (۱) -10 (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) 11 (۴) $\frac{11}{3}$

۲۵. ربع عدد 32^{n+2} کدام است؟

- (۱) $2^{\Delta n+10}$ (۲) $2^{\Delta n+9}$ (۳) $2^{\Delta n+8}$ (۴) $2^{\Delta n+12}$

۲۶. ثلث عدد $27^{\frac{n}{2}-2}$ برابر با 81 می‌باشد. n کدام است؟

- (۱) 19 (۲) 20 (۳) 21 (۴) 22

پاسخ‌نامه

شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ
۱	۱	۲	۲	۳	۲	۴	۴	۵	۲
۶	۱	۷	۲	۸	۳	۹	۱	۱۰	۴
۱۱	۳	۱۲	۱	۱۳	۳	۱۴	۳	۱۵	۳
۱۶	۱	۱۷	۳	۱۸	۱	۱۹	۲	۲۰	۳
۲۱	۳	۲۲	۴	۲۳	۳	۲۴	۴	۲۵	۳
۲۶	۴	۲۷		۲۸		۲۹		۳۰	
۳۱		۳۲		۳۳		۳۴		۳۵	

ریشه

- فرض کنید a عددی مثبت و $a^r = b$ ؛ در این صورت $(-a)^r = a^r = b$ می‌باشد. اعداد $a, -a$ را ریشه‌های دوم b می‌نامند.

مثال: عددهای $3, -3$ ریشه‌های دوم عدد ۹ می‌باشند.

- برای یک عدد حقیقی مثبت b ، بنا به تعریف $\sqrt{b}$ آن ریشه دوم b است که مثبت می‌باشد. $\sqrt{b}$ را جذر b می‌نامیم.

مثال: $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{36} = -6$

مثال: $\sqrt{(-2)^2} = 2 = |-2|$, $\sqrt{2^2} = 2 = |2|$ ولی $\sqrt{-2^2}$ تعریف نشده است. زیرا عددی وجود ندارد که وقتی به توان ۲ می‌رسد برابر با -2^2 شود.

- اگر a, b دو عدد غیر منفی، n عدد طبیعی و $a^n = b$ باشد، a را ریشه n ام عدد b نامیده و می‌نویسیم $\sqrt[n]{b} = a$

- اگر n فرد باشد، a, b می‌توانند منفی نیز باشند.

- ریشه زوج اعداد حقیقی منفی، تعریف نشده است.

مثال: $\sqrt[3]{8} = 2$ زیرا $2^3 = 8$. $\sqrt[4]{625} = 5$ زیرا $5^4 = 625$. $\sqrt[5]{-32} = -2$ زیرا $(-2)^5 = -32$.

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = -\frac{1}{27} \text{ زیرا } \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27} \quad \sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3 \text{ زیرا } (-3)^4 = 3^4$$

$$\sqrt[4]{3^4} = |3| = 3 \text{ زیرا } 3^4 = 3^4 \quad \sqrt[5]{(-2)^5} = -2 \text{ زیرا } (-2)^5 = (-2)^5$$

- به طور کلی اگر n طبیعی و زوج باشد، $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ و اگر n فرد باشد، $\sqrt[n]{a^n} = a$.

- قدر مطلق:**

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

مثال: $|-4| = 4$, $|\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$, $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

● ضرب و تقسیم رادیکال‌ها :

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, (b \neq 0)$$

اگر n زوج باشد، باید b, a غیر منفی باشند.

مثال :

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} &= \sqrt[3]{2 \times 4} = \sqrt[3]{8} = 2 & \sqrt{3} \times \sqrt{5} &= \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15} \\ \sqrt[3]{48} \div \sqrt[3]{3} &= \sqrt[3]{\frac{48}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2 & 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{\frac{1}{8}} &= 15\sqrt{2 \times \frac{1}{8}} = 15\sqrt{\frac{1}{4}} = 15 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

● اگر $a, b \geq 0$ باشند، $\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}$. اگر n فرد باشد، b, a می‌توانند منفی باشند.

مثال :

$$\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3} \quad \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{2 \times 5^3} = 5\sqrt[3]{2} \quad -5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 \times 2} = -\sqrt{50}$$

● اگر b, a غیر منفی باشند :

$$\begin{aligned} (\sqrt[n]{a})^m &= \sqrt[n]{a^m} & \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}} \\ \sqrt[n]{a^m} &= \sqrt[nk]{a^{mk}}, (k \in \mathbb{N}) & \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} &= \sqrt[mn]{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{4})^2 &= \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2} & \sqrt[3]{5} \times \sqrt{5} &= 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{5^5} \\ \sqrt[3]{2} \times \sqrt{3} &= \sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{4 \times 27} = \sqrt[3]{108} & \sqrt[3]{64} &= \sqrt[3]{2^6} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

● رادیکال‌های مشابه : دو یا چند رادیکال را مشابه هم گوییم هر گاه پس از ساده کردن، عدد فرجه‌ها با هم برابر و عدد زیر رادیکال آن‌ها نیز یکسان باشد.

مثال : رادیکال‌های $\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, \frac{7}{2}\sqrt{3}$ مشابه هستند.

رادیکال‌های $\sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{24}, \sqrt[3]{81}$ مشابه هستند زیرا پس از ساده کردن به صورت $\sqrt[3]{3}, 2\sqrt[3]{3}, 3\sqrt[3]{3}$ می‌باشند. رادیکال‌های $\sqrt[3]{3}, 2\sqrt{3}$ مشابه نیستند. رادیکال‌های $4\sqrt{7}, 5\sqrt{2}$ مشابه نیستند.

● جمع و تفریق رادیکال‌ها : اگر دو یا چند رادیکال مشابه باشند، مجموع (تفاضل) آن‌ها (رادیکالی) است مشابه با آن‌ها که ضریب آن برابر است با مجموع (تفاضل) ضریب آن رادیکال‌ها.

مثال: عبارت‌های زیر را ساده کنید.

الف) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{75}$ ب) $\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{24}$ پ) $\sqrt{50} - \sqrt{75} + \sqrt{98} + \sqrt{12}$

الف) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

حل:

ب) $\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{3} = -2\sqrt[3]{2}$

پ) $\sqrt{50} - \sqrt{75} + \sqrt{98} + \sqrt{12} = 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 7\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 12\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

اتحادها

● اتحادهای مهم:

۱) $(a \pm b)^r = a^r \pm r ab + b^r$

۲) $(a \pm b)^r = a^r \pm r a^r b + r a b^r \pm b^r$

۳) $(a + b)(a - b) = a^r - b^r$

۴) $(a \pm b)(a^r \mp ab + b^r) = a^r \pm b^r$

۵) $(x + a)(x + b) = x^r + (a + b)x + ab$

۶) $(a + b + c)^r = a^r + b^r + c^r + r ab + r ac + r bc$

۷) $a^r + b^r = (a + b)^r - r ab$

۸) $a^r + b^r = (a - b)^r + r ab$

۹) $a^r + b^r = (a + b)^r - r ab(a + b)$

۱۰) $a^r - b^r = (a - b)^r + r ab(a - b)$

$(x + 1)(x - 2) = x^r + (1 - 2)x + 1 \times (-2) = x^r - x - 2$

مثال:

$(x + 1)(x + 2)(x - 3) = x^r + (1 + 2 - 3)x^r + (2 - 3 - 6)x - 6 = x^r - 7x - 6$

مثال:

$(x^r - 3x + 2)^r = x^r + 9x^r + 4 + 2(-3x^r + 2x^r - 6x) =$

مثال:

$x^r - 6x^r + 13x^r - 12x + 4$

مثال: اگر $a > 0, b > 0$, $a + b = \sqrt{2}$ باشد بیشترین مقدار ab را بیابید.

حل: چون $ab = \frac{1}{4}((a+b)^2 - (a-b)^2)$ می‌باشد وقتی ab بیشترین مقدار را دارد که $(a-b)^2 = 0$

باشد در نتیجه $a = b$ پس باید $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$. بنابراین بیشترین مقدار ab برابر است با $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

گویا کردن مخرج کسرها

- **گویا کردن مخرج کسر:** اگر در مخرج کسر اعداد رادیکالی داشته باشیم و آن را به گونه‌ای بنویسیم که در مخرج کسر رادیکال نباشد، گوییم مخرج کسر را گویا کرده‌ایم.

- اگر در مخرج کسر عبارت $a^n \sqrt[n]{b^m}$ با شرط $m < n$ باشد، برای گویا کردن مخرج کسر، صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[n]{b^{n-m}}$ ضرب می‌کنیم.

مثال: مخرج کسره‌ای $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$ را گویا کنید.

حل:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \qquad \frac{8}{\sqrt[3]{2}} = \frac{8 \times \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2^2}} = \frac{8\sqrt[3]{4}}{2} = 4\sqrt[3]{4}$$

- اگر در مخرج کسر عبارتی به فرم $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ یا $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ باشد، برای گویا کردن مخرج کسر، صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج کسر ضرب می‌کنیم.

مثال: مخرج کسره‌ای $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}, \frac{1}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ را گویا کنید.

حل:

$$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{1(2\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{12 - 5} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - 1} = 2 + \sqrt{2}$$

● ادامه گویا کردن مخرج کسر :

- اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ضرب می‌کنیم.
- اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ ضرب می‌کنیم.
- اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ ضرب می‌کنیم.
- اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ ضرب می‌کنیم.

مثال: مخرج کسرهای $\frac{1}{\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{25}}$ ، $\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$ را گویا کنید.

حل:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}}{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2})} = \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{(\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{3 - 2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{25}} = \frac{\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}}{(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{25})(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5})} = \frac{\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}}{(\sqrt[3]{7})^3 + (\sqrt[3]{5})^3} = \frac{\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}}{12}$$

● ساده کردن رادیکال مرکب: $\sqrt{A-\sqrt{B}}, \sqrt{A+\sqrt{B}}$ با شرط $A, B > 0$ را رادیکال مرکب گوئیم.

منظور از ساده کردن آن این است که آن‌ها را به صورت $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ و یا $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ بنویسیم.

$$\sqrt{A+\sqrt{B}} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \Rightarrow (\sqrt{A+\sqrt{B}})^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \Rightarrow$$

$$A + \sqrt{B} = x + y + 2\sqrt{xy} \Rightarrow x + y = A, \quad 2\sqrt{xy} = \sqrt{B} \Rightarrow$$

$$x = \frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}, \quad y = \frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}$$

که با فرض $C = \sqrt{A^2 - B}$ داریم:

$$\sqrt{A+\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

به طریق مشابه داریم:

$$\sqrt{A-\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} - \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

مثال: $\sqrt{5} + \sqrt{21}$ را ساده کنید.

حل:

$$C = \sqrt{5^2 - 21} = 2 \Rightarrow \sqrt{5} + \sqrt{21} = \sqrt{\frac{5+2}{2}} + \sqrt{\frac{5-2}{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}$$

مثال: $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$ را ساده کنید.

$$C = \sqrt{7^2 - 40} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow \sqrt{7-2\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{7+3}{2}} - \sqrt{\frac{7-3}{2}} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

حل:

اگر $0 < a < b$ و $n \in \mathbb{N}$ آن‌گاه $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$

اگر $m, n \in \mathbb{N}$; $n > m > 1$ و $a > 1$ آن‌گاه $1 < \sqrt[n]{a} < \sqrt[m]{a} < a$

اگر $m, n \in \mathbb{N}$; $n > m > 1$ و $0 < a < 1$ آن‌گاه $a < \sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a} < 1$

اگر $a > 1$ آن‌گاه $a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} \dots > 1$

اگر $0 < a < 1$ آن‌گاه $0 < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \dots < 1$

اگر $-1 < a < 0$ آن‌گاه $a > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \sqrt{a} > \dots$

اگر $a < -1$ آن‌گاه $a < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt{a} < \dots$

تمرین :

۱. حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها به دست آورید:

الف) $۱۴۷^۲ - ۱۴۰^۲ - ۴۹$

ب) $(1-x)(1+x)(x^۲+x^۳+x^۴)$

پ) $(۲a^۲b^۳-y)^۲$

ت) $(\sqrt[۴]{x} + \sqrt[۴]{y})(\sqrt[۴]{x} - \sqrt[۴]{y})(\sqrt[۴]{x} + \sqrt[۴]{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

۲. اگر $a = \sqrt{۲}$ و $b = \sqrt{۲} - ۱$ باشد، حاصل $(a+b)(a^۲+b^۲)(a^۴+b^۴)+b^۸$ را به دست آورید.

۳. اگر $\sqrt[۲]{\frac{۱}{۳}} + \sqrt[۲]{\frac{۱}{۹}} = \sqrt[۳]{x}$ باشد، حاصل عبارت $\left(\frac{۴}{۹} - x\right)^۲$ را بیابید.

۴. اگر $x = \sqrt[۳]{\sqrt{۲}-۱} + \sqrt[۳]{\sqrt{۲}+۱}$ باشد، $x^۳ - ۳x$ را بیابید.

۵. مخرج هر یک از کسرهای زیر را گویا کنید:

الف) $\frac{۲}{۳\sqrt[۵]{۲}}$

ب) $\frac{x-۲}{x\sqrt{۲}-۲\sqrt{x}}$

پ) $\frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱}$

ت) $\frac{x-۳}{\sqrt[۴]{x}-\sqrt[۴]{۳}}$

۶. اگر $x + \frac{۱}{x} = ۳$ باشد، حاصل $x^۴ + \frac{۱}{x^۴}$ را بیابید.

۷. اگر $x^۲ + x = ۱$ باشد، حاصل $x^۴ + ۴x^۳$ را بیابید.

۸. اگر $a^۲ + b^۲ + ab - a + b + ۱ = ۰$ باشد، حاصل $a^{۱۳۹۷} + b^{۱۳۹۷}$ را بیابید.

۹. مخرج هر یک از کسرهای زیر را گویا کنید:

الف) $\frac{۱}{x^۳\sqrt{y} + y\sqrt{x}}$

ب) $\frac{x-y}{\sqrt[۴]{x}-\sqrt[۴]{y}}$

۱۰. اگر $x = \sqrt{۲} - ۱$ باشد، حاصل $(x + x^{-۱})^{\frac{۱}{۲}}$ را بیابید.

۱۱. حاصل $(\sqrt{۳} - \sqrt{۲})^{\sqrt{۲}+۱} (\sqrt{۳} + \sqrt{۲})^{\frac{۱}{\sqrt{۲}-۱}}$ را به دست آورید.

۱۲. حاصل $\sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ را بیابید.

۱۳. مقدار $A = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ به ازای $x = \sqrt{2} - 1$ به دست آورید.

۱۴. از تساوی $\sqrt[3]{2} = \left(\left(\left((16)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$ مقدار x را بیابید.

۱۵. حاصل $\left((\sqrt[3]{3})^{\sqrt{2}-\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}+\sqrt{2}}$ را به دست آورید.

۱۶. اگر $\sqrt[2]{2} = \left(\left(4^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{6}} \right)^{\frac{2}{3}}$ باشد، مقدار n را به دست آورید.

۱۷. $\sqrt{5 - \sqrt{21}}$ را ساده کنید.

تجزیه

الف) فاکتورگیری: اگر در تمام جملات عامل مشترکی وجود داشته باشد از آن عامل فاکتور می گیریم.

مثال: عبارت $x^2y + x^2y + xy$ را تجزیه کنید.

حل: $x^2y + x^2y + xy = xy(x^2 + x + 1)$

ب) اتحادها: اگر عبارت داده شده حاصل یکی از اتحادها باشد به کمک اتحاد مربوطه آن را تجزیه می نماییم.

مثال: هر یک از عبارات زیر را تجزیه کنید.

۱) $x^2y - xy^2 = xy(x^2 - y^2) = xy(x - y)(x + y)$ فاکتورگیری و اتحاد مزدوج

اتحاد مزدوج و اتحاد چاق و لاغر

۲) $1 - a^6 = (1 - a^2)(1 + a^2) = (1 - a)(1 + a + a^2)(1 + a)(1 - a + a^2)$

پ) دسته بندی: عبارت داده شده را به صورت مناسب دسته بندی نموده و از فاکتورگیری و اتحادها استفاده

می نماییم.

مثال: هر یک از عبارات زیر را تجزیه کنید.

دسته بندی و فاکتورگیری

$$1) \lambda ax - bx + \lambda ay - by = x(\lambda a - b) + y(\lambda a - b) = (\lambda a - b)(x + y)$$

دسته بندی و اتحاد مربع و اتحاد مزدوج

$$2) x^2 - y^2 + 2y - 1 = x^2 - (y - 1)^2 = (x - y + 1)(x + y - 1)$$

(ت) اضافه و کم کردن (شکستن) و دسته بندی و اتحادها: جمله‌ای را اضافه و کم نموده و یا جمله‌ای را به دو جمله تقسیم می‌کنیم و سپس عبارت داده شده را به صورت مناسب دسته بندی نموده و از فاکتورگیری و اتحادها استفاده می‌نماییم.

مثال: عبارات $x^4 + 4$ را تجزیه کنید.

$$x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - 4x^2 = (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x) \quad \text{مل:}$$

مثال: عبارت $x^6 - 7x^3 - 8$ را تجزیه کنید.

$$x^6 - 7x^3 - 8 = (x^3 + 1)(x^3 - 8) = \quad \text{مل:}$$

$$(x + 1)(x^3 - x + 1)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

مثال: عبارت $x^3 + 3x^2 + 3x - 7$ را تجزیه کنید.

$$x^3 + 3x^2 + 3x - 7 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 8 = \quad \text{مل:}$$

$$(x + 1)^3 - 8 = (x + 1 - 2)((x + 1)^2 + 2(x + 1) + 4) =$$

$$(x - 1)(x^2 + 4x + 7)$$

مثال: عبارت $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$ را تجزیه کنید.

$$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 6) = \quad \text{مل:}$$

$$(x - 2)(x + 1)(x - 3)(x + 2)$$

مثال: عبارت $x^2 + x(-2y - 1) + (y - 2)(-3y + 1)$ را تجزیه کنید.

حل: $x^2 + x(-2y - 1) + (y - 2)(-3y + 1) = (x + y - 2)(x - 3y + 1)$

مثال: عبارت $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ را تجزیه کنید.

حل: $a(a+1)(a+2)(a+3)+1 = (a^2+3a)(a^2+3a+2)+1 =$

$$(a^2+3a)^2 + 2(a^2+3a)+1 = (a^2+3a+1)^2$$

مثال: کسر $\frac{a^4 - a^2 - 12}{a^4 + 8a^2 + 15}$ را ساده کنید.

حل: $\frac{a^4 - a^2 - 12}{a^4 + 8a^2 + 15} = \frac{(a^2 - 4)(a^2 + 3)}{(a^2 + 3)(a^2 + 5)} = \frac{a^2 - 4}{a^2 + 5}$

تمرین:

۱. هر یک از عبارت‌های زیر را تجزیه کنید:

الف) $4x^2 - 4x + 1$

ب) $6x^2 + 7x + 1$

پ) $(x^2 + 1)^2 - 3(x^2 + 1)^2 + 3(x^2 + 1) - 1$

ت) $x^4 + y^4 - 11x^2y^2$

ث) $x^2 + x - 10$

ج) $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$

چ) $(2 + \sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2$

ح) $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$

خ) $x^6 - 7x^3 - 8$

د) $x^4 + x^2 + 1$

۲. هر یک از کسرهای زیر را ساده کنید:

الف) $\frac{a^7 - a^6 - 12a}{a^7 + 8a^6 + 15a}$

ب) $\frac{2x^5 + 7x^2 + 6}{3x^5 + 3x^2 - 6}$

۳. اگر $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\sqrt{x}}{x + 1}$ را بیابید.

۴. با فرض $x^2 + y^2 + z^2 + 3 = 2(x + y + z)$ ، حاصل $8x + 5y - 2z$ را بیابید.

۵. ثابت کنید:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

سوالات چهار گزینه‌ای

۱. کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

(۱) $\sqrt{x^2} = x$ (۲) $\sqrt{x^2} = -x$ (۳) $\sqrt{x^2} = \pm x$ (۴) $\sqrt{x^2} = |x|$

۲. اگر $a > 0$ باشد، $\sqrt[n]{\frac{a}{\sqrt[n]{a}}}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt[n]{a^5}$ (۲) $\sqrt[n]{a}$ (۳) $\sqrt[n]{a^6}$ (۴) $\sqrt[n]{a}$

۳. اگر $x^{\sqrt{2}} = 2$ باشد، x برابر است با:

(۱) $2^{\sqrt{2}}$ (۲) $2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ (۳) $2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ (۴) $2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}$

۴. حاصل عبارت $\left(\sqrt{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2^{\sqrt{2}}}$ برابر است با:

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۵. حاصل $2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{375}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $2\sqrt[3]{3}$ (۳) $3\sqrt[3]{3}$ (۴) $4\sqrt[3]{3}$

۶. حاصل $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt[3]{82}$ (۳) $\sqrt[3]{81}$ (۴) $\sqrt[3]{32}$

۷. حاصل $\sqrt{50} - \sqrt{32} - \sqrt{2}$ برابر است با:

(۱) ۰ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۸. حاصل $\sqrt[3]{\sqrt[5]{4}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[5]{2}$ (۲) $\sqrt[15]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[2]{2}$

۹. حاصل عبارت $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16})^6$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۰. حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{1}{\sqrt{3}-2}$ برابر است با :

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $-2\sqrt{3}$ (۳) ۴ (۴) -۲

۱۱. حاصل $\sqrt[3]{40} - 2\sqrt[3]{25}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) $2\sqrt[3]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $3\sqrt[3]{3}$

۱۲. حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{25} + \sqrt{26}} + \frac{1}{\sqrt{26} + \sqrt{27}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{224} + \sqrt{225}}$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱

۱۳. اگر $x = \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2}$ باشد، x^2 برابر است با :

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[3]{2}$

۱۴. حاصل $(-\sqrt[3]{3^6})^{\frac{5}{3}}$ برابر است با :

- (۱) -۹ (۲) ۹ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۵. حاصل $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{21}(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{22}$ برابر است با :

- (۱) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۶. مقدار کسر $\frac{32}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^5}$ برابر است با :

- (۱) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ (۲) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^5$ (۳) $32(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{32}$ (۴) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^{32}$

۱۷. حاصل عبارت $(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{18}$

۱۸. پس از گویا کردن عبارت $\frac{1}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$ ، مخرج کسر کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۲۵

۱۹. حاصل $\sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ برابر است با :

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۰. حاصل $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right)^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{2} - 2$ (۳) $-(1 + \sqrt{2})$ (۴) $-(\sqrt{2} + 2)$

۲۱. حاصل عبارت $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)^4 (\sqrt[3]{2} + 1)^4 (\sqrt[3]{2} - 1)^4$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt[3]{4}$ (۴) $\sqrt[3]{6}$

۲۲. حاصل عبارت $(29 + 2\sqrt{210})^{200} (\sqrt{15} - \sqrt{14})^{200}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سؤالات کنکور سال‌های ۱۳۹۰ الی ۱۴۰۱

۲۳. حاصل عبارت $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \times \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۴. اگر حاصل عبارت $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2} \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}}$ ، به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد. A کدام است؟

(ریاضی ۹۳ خارج)

(۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{3} + 1$

۲۵. اگر $\alpha = \sqrt[3]{3\sqrt{2} - 4}$ و $\beta = \sqrt[3]{3\sqrt{2} + 4}$ باشند حاصل عبارت $(\alpha^3 + \beta^3 - \alpha\beta)(\alpha^3 + \beta^3 + \alpha\beta)$

کدام است؟ (ریاضی ۹۵)

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $7\sqrt{2}$

۲۶. حاصل عبارت $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{54} \times \sqrt[3]{12}$ ، کدام است؟ (ریاضی ۹۵ خارج)

(۱) $6\sqrt[3]{2}$ (۲) $3\sqrt[3]{32}$ (۳) $2\sqrt[3]{9}$ (۴) ۶

۲۷. اگر $A = \sqrt[3]{4\sqrt[3]{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{\frac{1}{3}}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۸)

(۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۱

۲۸. اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} (12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ ، کدام است؟ (ریاضی ۹۸ خارج)

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۹. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[3]{9} - 1)^{-1}$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۹)

(۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $-1 + \sqrt{2}$ (۳) $1 - \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

۳۰. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۹ خارج)

- (۱) $1+2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $1+\sqrt{3}$ (۴) ۱

۳۱. فرض کنید $a = \sqrt[3]{\sqrt{6}-2}$ و $b = \sqrt[3]{\sqrt{6}+2}$ ، مقدار عبارت $(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2$ ، کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۰)

- (۱) $4(2+\sqrt{3})$ (۲) $4(2-\sqrt{3})$ (۳) $16(2+\sqrt{3})$ (۴) $16(2-\sqrt{3})$

۳۲. فرض کنید $a = \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}$ ، مقدار عبارت $\left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2$ ، کدام است؟

(تجربی ۱۴۰۰ خارج)

- (۱) ۹ (۲) ۱۶ (۳) ۲۵ (۴) ۴۹

۳۳. حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$ ، کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۱)

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt[4]{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt[4]{2}$

۳۴. حاصل عبارت $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\right) \left(\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$ ، کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۱ خارج)

- (۱) -۱ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

پاسخ‌نامه

شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ
۱	۴	۲	۲	۳	۲	۴	۲	۵	۱
۶	۴	۷	۱	۸	۱	۹	۳	۱۰	۲
۱۱	۱	۱۲	۳	۱۳	۱	۱۴	۳	۱۵	۱
۱۶	۲	۱۷	۲	۱۸	۲	۱۹	۴	۲۰	۴
۲۱	۱	۲۲	۱	۲۳	۴	۲۴	۱	۲۵	۴
۲۶	۴	۲۷	۲	۲۸	۳	۲۹	۲	۳۰	۱
۳۱	۴	۳۲	۲	۳۳	۲	۳۴	۳	۳۵	