

فصل دوم:

مثلثات

مدرس:

طیه آذین

مثلث های متشابه:

اگر دو مثلث متشابه باشند، زوایای نظیر در آنها برابر و اضلاع نظیر متناسب خواهند بود.

در سه حالت دو مثلث متشابه اند:

حالت اول: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه اند.

حالت دوم: اگر یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلث دیگر برابر و ضلع های نظیر این زاویه متناسب باشند، آن دو مثلث متشابه اند.

حالت سوم: اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلث دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث متشابه اند.

نتیجه:

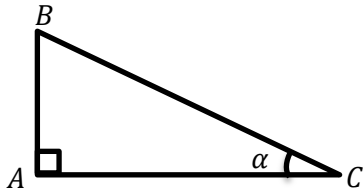
دو مثلث قائم الزاویه کافی است دو زاویه حاده مساوی داشته باشند، تا متشابه شوند.

۲۹۸- زهرا می خواهد ارتفاع میله پرچم وسط حیاط را اندازه بگیرد. اگر طول سایه میله در لحظه ای که زهرا در حال انجام اندازه گیری است. ۵ متر باشد و قد زهرا ۱۸۰ سانتی متر باشد و طول سایه زهرا ۱ متر باشد، ارتفاع میله پرچم چقدر است؟ ۹: ج

۲۹۹- مهسا مقابل نورافکنی ۳ متری ایستاده است. اگر مهسا دختری قد بلند با قدی ۱۸۰ سانتی متر باشد، در لحظه ای که طول سایه مهسا ۲ برابر قدش است. فاصله مهسا تا نورافکن چقدر است؟ ۲۴۰: ج

نسبت های مثلثاتی:

در مثلث قائم الزاویه روبرو چهار نسبت مثلثاتی تعریف می شود:



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{مجاور به زاویه } \alpha}$$

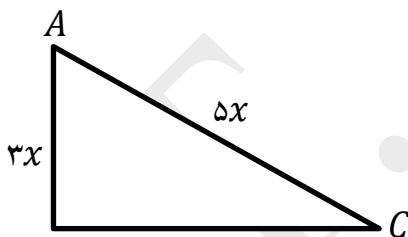
$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}$$

بنابراین داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha},$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Rightarrow \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

۳۰۱- در مثلث قائم الزاویه روبرو مقدار $\tan A + \cot C$ کدام است؟ ج: $\frac{4}{3}$



۳۰۱- هواپیمایی در ارتفاع ۴۰۰۰ متری از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر مسافتی را که هواپیما باید طی کند تا روی زمین بنشیند

۵۰۰۰ متر باشد. $\tan$ زاویه ای که هواپیما با سطح افق می سازد چقدر است؟ ج: $\frac{2}{4}$

۳۰۲- اگر در مثلثی قائم الزاویه ای $\tan$ زاویه حاده α برابر $\frac{4}{3}$ و ضلع روبرو به زاویه α برابر ۲۰ باشد. محیط مثلث را بدست آورید.

۳۰۳- در مثلثی که اندازه وتر $2 + 3a$ و اندازه اضلاع زاویه قائمه $3a$ ، 4 باشند، $\sin$ زاویه حاده روبرو به $3a$ چقدر است؟ $\frac{3}{5}$ ج:

۳۰۴- در مثلث قائم الزاویه ای اضلاع زاویه قائمه یکی دو برابر دیگری است، اگر مجموع $\sin$ زوایای حاده $a\sqrt{5}$ باشد، مقدار a کدام است؟ $\frac{3}{5}$ ج:

۳۰۵- اگر $\tan \theta = \frac{2m}{m-1}$ ، $\cot \theta = \frac{m+1}{2m+5}$ باشد. m کدام است؟ 5 ج:

۳۰۶- اگر هواپیمایی در ارتفاع ۲ کیلومتری از سطح زمین در حال فرود آمدن باشد و زاویه هواپیما با افق 13° درجه باشد. هواپیما در چه فاصله ای از نقطه ی فرود می باشد در صورتیکه بدانیم $\tan 13^\circ = \frac{0}{23}$ است؟ $8/6$ ج:

۳۰۷- اگر $\sin$ یکی از زوایای حاده در مثلثی قائم الزاویه برابر $\frac{3}{4}$ و اندازه وتر ۱۲ باشد. مساحت مثلث چقدر است؟

۳۰۸- در مثلث قائم الزاویه ای اندازه وتر ۲۰ و زاویه های حاده α, β داریم: $\frac{\sin \alpha \times \sin \beta}{\sin \alpha \times \sin \beta} = \frac{4}{11}$ مساحت مثلث کدام است؟ ۸۰: ج

۳۰۹- طول وتر یک مثلث ۱۲ و سینوس یکی از زوایای مثلث ۲ است. محیط کدام است؟

۳۱۰- آنتیا در فاصله ۱۰ متری درختی ایستاده است و گنجشکی که نوک درخت نشسته است را می نگرد. اگر زاویه دید او ۲۰ درجه و اندازه قد ۱/۶۵ متر باشد. طول درخت چقدر است؟ ۲/۰۱: ج

$$(\tan 20^\circ = 0.36)$$

جدول نسبت های مثلثاتی برخی زوایا:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha, \beta \text{ متکمّل یکدیگرند} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta \\ \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

	۳۰	۴۵	۶۰
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	۱	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

۳۱۱- علی می خواهد نردبانی به طول ۳ متر را که با زاویه ۳۰ درجه (زاویه پای نردبان با زمین) به دیوار تکیه داده شده است، طوری بالا بیاورد که از دیوار بیشتر بتواند بالا برود. علی آنقدر نردبان را به سمت دیوار حرکت می دهد که زاویه نردبان با سطح زمین ۶۰ درجه می شود. پای نردبان چقدر جابه جا شده است؟

۳۱۲- از نردبانی تا ارتفاع ۶ متری دیوار می توان بالا رفت، اگر زاویه پای نردبان ۶۰ درجه باشد. فاصله پای نردبان تا دیوار چقدر است؟

۳۱۳- هواپیما می خواهد پرواز کند. ابتدا ۴۰۰ متر روی باند حرکت می کند تا سرعت بگیرد و سپس با زاویه ۴۵ درجه از زمین بلند می شود. وقتی به بالای انتهای باند می رسد ۲۳۰ متر ارتفاع گرفته است. طول کل باند را بدست آورید.

۳۱۴- طول قطر مستطیلی ۸ و زاویه حاده بین دو قطر ۶۰ درجه می باشد. مساحت مستطیل کدام است؟ $۱۶\sqrt{3}$ ج:

۳۱۵- پدر فاطمه با قد ۲ متر در فاصله ۴ متری ستونی که بر بالای آن میله پرچمی نصب شده ایستاده است. اگر زاویه دید او با نوک ستون ۲۰ درجه و با نوک میله ۴۵ درجه باشد. طول میله چقدر است؟ $(\tan 20^\circ = 0.36)$

۳۱۶- مقدار a را در روابط زیر بدست آورید.

الف) $a \sin 30^\circ = \frac{\tan^2 60^\circ - 4 \cos 60^\circ}{\sqrt{8} \sin 45^\circ + \cot 45^\circ}$

ب) $\sin a = \frac{2 \cot 60^\circ + \tan 60^\circ}{\frac{2}{3} (\tan 45^\circ - \cos^2 45^\circ)}$ (حاده a)

پ) $\cos a = \frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$ (حاده a)

ت) $\tan a = \frac{\tan 60^\circ - \cot 60^\circ}{1 + \cot 30^\circ \times \tan 30^\circ}$ (حاده a)

ث) $\tan a = \frac{(m+n)^2 \cos 60^\circ - (m-n)^2 \sin 30^\circ}{2mn}$ (حاده a)

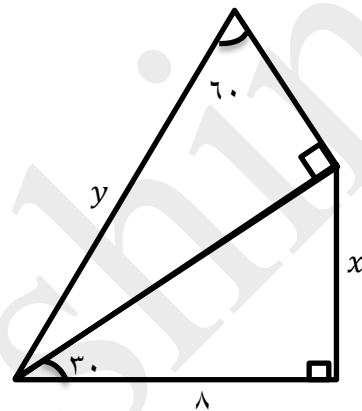
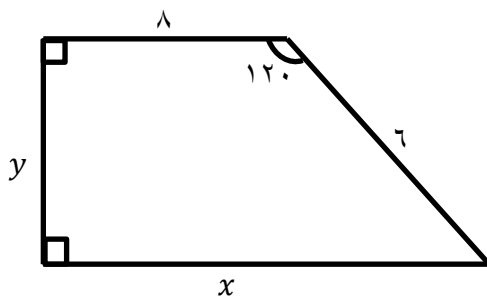
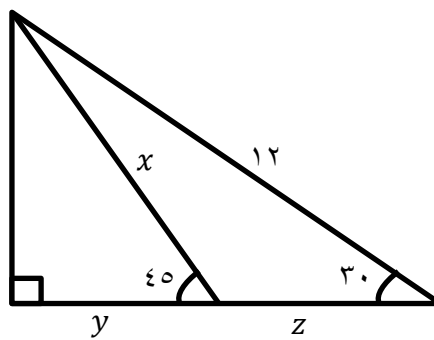
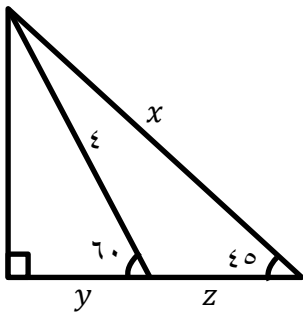
ج) $a = (\sin 60^\circ - \sin 45^\circ)(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$ ج: $\frac{1}{4}$

چ) $a = \cot 2^\circ \times \cot 3^\circ \times \cot 45^\circ \times \cot 87^\circ \times \cot 88^\circ$ ج: ۱

ح) $a = \tan 27^\circ \times \cot 27^\circ + \tan 25^\circ \times \tan 65^\circ$ ج: ۲

خ) $a = \cot 1^\circ \times \cot 2^\circ \times \cot 3^\circ \times \dots \times \cot 89^\circ$ ج: ۱

۳۱۷- مقادیر مجهول را در شکل های زیر بدست آورید.



۳۱۸- یک آنتن رادیویی ۶ متری توسط دو کابل از دو طرف مهار شده است. اگر زاویه پای کابل با زمین 30° و دیگری 45° درجه باشد. طول کابلها چقدر است؟

۳۱۹- در مثلث ABC که زاویه C قائمه است. ضلع a برابر ۲ و زاویه A برابر 30° درجه باشد. سینوس زاویه B را بدست آورید.

۳۲۰- در مثلثی که در رأس A قائمه است، $\tan B = \frac{4}{5}$ و $AC = 8$ است. ضلع BC چقدر است؟

۳۲۱- در مثلثی که در رأس A قائمه است، $\tan B = \sqrt{2}$ ، $BC = 3\sqrt{3}$ است. ضلع AB چقدر است؟

۳۲۲- طول وتر مثلث قائم الزاویه ای 10 و سینوس یکی از زوایا $\frac{3}{5}$ است. محیط و ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

۳۲۳- در مثلث ABC اگر زاویه A برابر 75° و زاویه B برابر 60° درجه و اندازه ضلع AB برابر $\sqrt{54}$ باشد. ضلع AC چقدر است؟

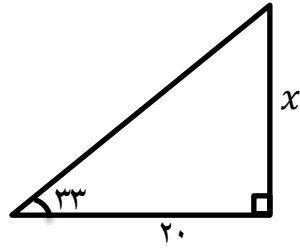
۳۲۴- اگر $\alpha + \beta = 90^\circ$ ، $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\cos \beta$ چقدر است؟ $\frac{1}{3}$ ج:

۳۲۵- اگر $\alpha + \beta + x = 90^\circ$ ، $\cos x = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\sin(\alpha + \beta)$ کدام است؟ $\frac{1}{3}$ ج:

۳۲۶- اگر $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، $0 < \alpha < 90^\circ$ باشد. حاصل $4 \cos 2\alpha - \tan(\alpha + 15^\circ)$ را بدست آورید. ۱ ج:

۳۲۷- در شکل مقابل اندازه x را بدست آورید.

$$(\cot 57 \approx 0.64)$$

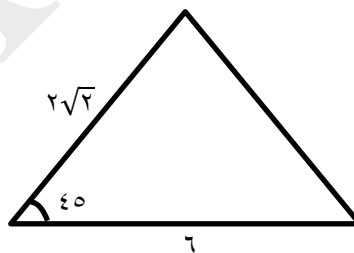
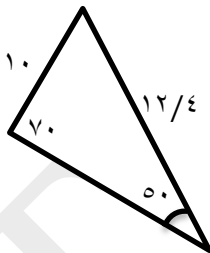


نکته: مساحت هر مثلث دایره برابر است با نصف حاصلضرب طول دو ضلع مثلث در سینوس بین آنها.

$$S = \frac{1}{2} a \times b \times \sin(\widehat{a, b})$$

۳۲۸- مساحت متوازی الاضلاعی که طول اضلاع آن ۳ و ۷۸ و زاویه بین آنها ۱۲۰ درجه باشد را بدست آورید.

۳۲۹- مساحت مثلث های زیر را بدست آورید.



۳۳۰- در مثلثی مساحت برابر ۶ و اندازه دو ضلع آن برابر $3\sqrt{2}$ و ۴ می باشد. اندازه زاویه بین دو ضلع چقدر است؟

۳۳۱- در مثلثی یکی از اضلاع ۲ برابر دیگری است و زاویه بین آنها ۶۰ درجه و مساحت مثلث $۱۸\sqrt{3}$ می باشد. اندازه اضلاع موردنظر چقدر است؟ ۶ ج:

۳۳۲- مساحت متوازی الاضلاعی را بدست آورید که اندازه قطرهای آن ۴, ۶ و زاویه بین دو قطر ۱۳۵ درجه باشد؟
 $(\sin ۱۳۵ = \frac{\sqrt{2}}{2})$ ج: $۶\sqrt{2}$

۳۳۳- نامعادلات زیر را حل نمایید.

$$\sin ۳۰ \leq \frac{-۳x + ۲}{۲} < ۲ \cos^2 ۴۵$$

$$\sin ۳۰ - ۲ \cos ۶۰ \leq \frac{1}{x} < \tan^2 ۳۰ - \cot ۲۱ \times \cot ۶۹$$

$$\cos^2 ۳۰ < \frac{۳x - ۱}{۴} \leq \tan^2 ۶۰$$

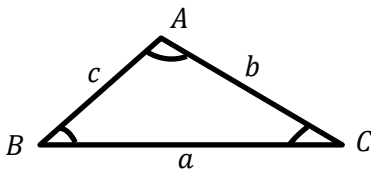
$$\sqrt{2} \sin ۴۵ \leq \frac{1}{x + ۱} \leq \cot^2 ۳۰$$

۳۳۴- اگر $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ باشد. مقدار $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha}$ کدام است؟ ج: ۳

۳۳۵- اگر $\cot \alpha = \frac{1}{4}$ باشد. مقدار $\frac{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}$ کدام است؟

۳۳۶- اگر $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟ ج: ۲

روابط تکیلی بین اضلاع و نسبت های مثلثاتی:



(قضیه کسینوس ها)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

(قضیه سینوس ها)

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$a = b \cos \hat{C} + c \cos \hat{B}$$

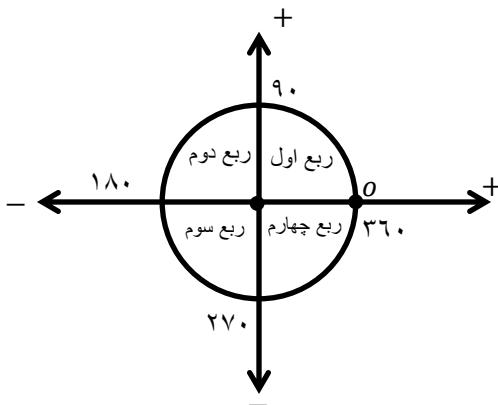
$$b = a \cos \hat{C} + c \cos \hat{A}$$

$$c = a \cos \hat{B} + b \cos \hat{A}$$

نکته: مساحت هر چهار ضلعی محذب برابر است با نصف حاصلضرب دو قطر در سینوس زاویه بین دو قطر آن.

۳۳۷- طول قطره‌های یک مستطیل را بدست آورید که مساحت آن ۳۶ و زاویه بین دو قطر آن ۱۵۰ درجه باشد؟ ۱۲ ج:

دایره مثلثاتی:



جدول نسبت های مثلثاتی برخی زوایا:

	۰	۹۰	۱۸۰	۲۷۰	۳۶۰
sin	۰	۱	۰	-۱	۰
cos	۱	۰	-۱	۰	۱
tan	۰	ت ن	۰	ت ن	۰
cot	ت ن	۰	ت ن	۰	ت ن

به ازای هر α دلخواه: $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$

علامت نسبت های مثلثاتی در ربع های مختلف:

	ربع اول $0 < \alpha < 90$	ربع دوم $90 < \alpha < 180$	ربع سوم $180 < \alpha < 270$	ربع چهارم $270 < \alpha < 360$
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tan	+	-	+	-
cot	+	-	+	-

افزایش یا کاهش بودن نسبت های مثلثاتی در ربع های مختلف:

	ربع اول $0 < \alpha < 90$	ربع دوم $90 < \alpha < 180$	ربع سوم $180 < \alpha < 270$	ربع چهارم $270 < \alpha < 360$
sin	↗	↘	↘	↗
cos	↘	↘	↗	↗
tan	↗	↗	↗	همواره افزایش ↗
cot	↘	↘	↘	همواره کاهش ↘

۳۳۸- حدود m را چنان بدست آورید که $\cos \alpha = -2m + 1$ باشد.

۳۳۹- حدود m را چنان بدست آورید که $\sin \theta = \frac{1-m}{3}$ باشد.

۳۴۰- کدام درست و کدام نادرست است؟ چرا؟

الف) $\sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ$

ب) $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$

پ) $\sin(30^\circ) \times \sin(60^\circ) = \sin(30^\circ \times 60^\circ)$

ت) $\sin 12^\circ > \sin 13^\circ$

ث) $\sin 96^\circ < \sin 100^\circ$

ج) $\cos 35^\circ < \sin 34^\circ$

چ) $\cos 95^\circ > \cos 94^\circ$

ح) $\tan 57^\circ < \tan 56^\circ$

خ) $\cot 125^\circ > \cot 127^\circ$

د) $\cot 90^\circ = \cot 270^\circ$

ر) $\cos 180^\circ + \cos 360^\circ = 0$

ز) انتهای کمان زاویه $182^\circ -$ درجه در ربع سوم است

ژ) انتهای کمان زاویه 125° در ربع سوم است

س) انتهای کمان زاویه $125^\circ -$ درجه در ربع سوم است

ش) انتهای کمان زاویه $493^\circ +$ درجه در ربع سوم است

ط) انتهای کمان زاویه $600^\circ -$ درجه در ربع سوم است

۳۴۱- اگر $\cos \theta \cdot \cot \theta < 0$, $\sin \theta \cdot \cos \theta > 0$ باشند. انتهای کمان θ در کدام ربع است؟

۳۴۲- اگر $\sin \theta - \cos \theta > 0$, $\sin \theta \cdot \cos \theta < 0$ باشند. انتهای کمان θ در کدام ربع است؟

۳۴۳- مقدار عبارت $\cos 90^\circ \times \sin 270^\circ + \tan 180^\circ$ کدام است؟

۳۴۴- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha > 0$, $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ باشند. انتهای کمان α در کدام ربع است؟

۳۴۵- اگر زاویه $60^\circ - 2\alpha$ در ربع چهارم باشد، محدوده α کدام است؟

۳۴۶- اگر $\sin \alpha$, $\cot \alpha$ هم علامت باشند، α در کدام ربع است؟

۳۴۷- مقدار عبارت $(\sin 25^\circ - \cos 17^\circ)(\cos 180^\circ + \sin 90^\circ)$ کدام است؟ ج: ۰

۳۴۸- مقدار a, b را طوری بیابید که $a < \alpha < b$ و علامت $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ یکسان باشد.

۳۴۹- مقدار a, b را طوری بیابید که $a < \alpha < b$ و $\tan \alpha \sin \alpha < 0$, $\cot \alpha \cdot \cos \alpha > 0$ باشند. ج: 180° , 90°

نکته: اگر انتهای کمان زاویه A روی دایره مثلثاتی بر نقطه A به مختصات (x, y) واقع باشد. آنگاه:

$$x = \cos \theta$$

$$y = \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{x}{y}$$

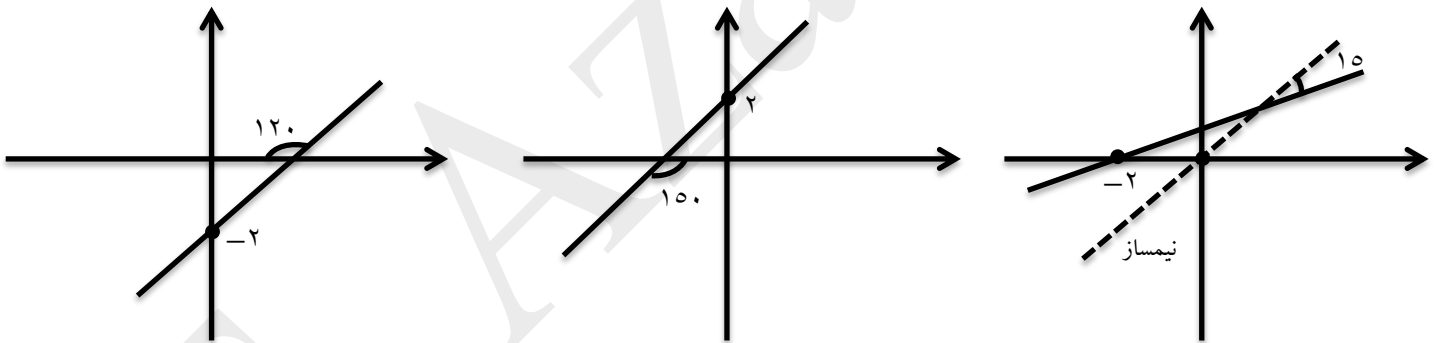
۳۵۰- مقدار m را چنان بدست آورند که انتهای زاویه α روی دایره مثلثاتی بر نقطه $(-\frac{1}{4}, m)$ واقع باشد و α در ربع سوم باشد.

۳۵۱- مقدار k را چنان بدست آورید که انتهای زاویه θ روی دایره مثلثاتی بر نقطه $(k, \frac{1}{5})$ و θ در ربع اول باشد.

۳۵۲- اگر $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ و α در ربع چهارم باشد. مقدار $\cos \alpha \times \tan \alpha$ کدام است؟

نکته: شیب هر خط برابر است با تانژانت زاویه ای که آن خط با جهت مثبت محور x می سازد.

۳۵۳- معادله هر یک از خطوط زیر را بدست آورید.



۳۵۴- معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد و از محل برخورد دو خط $3x - y = 1$ ، $2x + 3y = 1$ بگذرد.

۳۵۵- اگر θ زاویه ای باشد که خط $y - x = 1$ با جهت مثبت محور x ها بسازد. حاصل عبارت $\sin 2\theta \times \sin(\theta - 15)$ کدام است؟

۳۵۶- خط گذرنده از نقطه $(5, \sqrt{3})$ ، $(2 + \sqrt{3}, 1)$ با محور x ها چه زاویه ای می سازد؟ ۳۰: ج

۳۵۷- اگر θ زاویه ای باشد که خط $y + 5 = \sqrt{3}x$ با جهت مثبت محور x ها بسازد، حاصل عبارت $\sin^2 \theta + \cos \theta$ کدام است؟

۳۵۸- معادله خطی بنویسید که با جهت مثبت محور x زاویه 60° درجه بسازد و از محل برخورد خط $3x = 2y + 6$ با محور عرض ها بگذرد.

۳۵۹- معادله خطی بنویسید که از مبدأ بگذرد و با نیمساز ربع اول و سوم زاویه 15° درجه بسازد. $y = \sqrt{3}x$: ج

۳۶۰- خط $2x = 2y + 1$ با جهت مثبت محور عرض ها چه زاویه ای می سازد؟

۳۶۱- معادله خطی بنویسید که با جهت مثبت محور طول ها زاویه 30° درجه بسازد و از مبدأ بگذرد.

۳۶۲- مقدار m را چنان بدست آورید که خط $1 = \sqrt{3}mx - (m + 1)y$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 60° بسازد.

۳۶۳- اگر نیمساز دوم و چهارم با جهت مثبت محور طول ها زاویه α بسازد، کتانژانت α کدام است؟

۳۶۴- معادله خطی بنویسید که با جهت مثبت محور طول ها زاویه 60° درجه بسازد و از محل برخورد خط $2x + 3y = 15$ با نیمساز ربع اول و سوم بگذرد.

روابط بین نسبت های مثلثاتی:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \\ \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \end{cases}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}, \quad 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

۳۶۵- حاصل عبارات زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.

الف) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 2 \tan \theta \cos^2 \theta =$

ب) $\cos^2 \alpha (2 + \tan^2 \alpha) =$

پ) $\frac{\cos \theta}{\tan \theta} + \sin \theta =$

ت) $\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{\cot^2 x}{1 + \cot^2 x} =$

۳۶۶- درستی عبارات زیر را ثابت کنید:

الف) $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$

ب) $\frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin x - \sin x \cos x}$

$$\text{ب) } \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right) = 1$$

$$\text{ت) } \left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} - \frac{\sin x}{1 + \cos x}\right) \times \tan x = 2$$

$$\text{ج) } \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x}$$

$$\text{چ) } \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = 2 \sin x \cos x$$

$$\text{ح) } (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = 1 - 2 \cos^2 x$$

$$\text{خ) } \sin^6 x - \cos^6 x = 2 \sin^2 x - 1$$

$$\text{د) } (\tan x - 1)(1 + \cot x) = \tan x - \cot x$$

۳۶۷- کدام درست و کدام نادرست است؟ چرا؟

الف) $\sin^2 35 + \sin^2 55 = 1$

ب) $\cos^2 15 + \cos^2 75 = 1$

پ) $\sin^2 72 + \sin^2 18 + \tan^2 60 = 4$

ت) $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ، $\alpha \Rightarrow \theta$ در ربع سوم ، انتهای زاویه $A(-\frac{3}{\sqrt{10}}, -\frac{1}{\sqrt{10}})$

ث) $\cot \beta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ ، $\beta \Rightarrow \beta$ در ربع چهارم ، انتهای زاویه $B(\frac{2}{3}, -\frac{\sqrt{5}}{3})$

۳۶۸- اگر بطور تقریبی $\tan 75 = 4$ باشد. مقدار عددی $\sin^2 15$ چقدر است؟ $\frac{1}{17}$ ج:

۳۶۹- اگر $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد. حاصل عبارت $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1+\tan^2 \theta}$ کدام است؟ $\frac{2}{3}$ ج:

۳۷۰- در تساوی $1 + \cos^2 x - \sin^2 x = k \cos^2 x$ کدام است؟ $k = 2$ ج:

۳۷۱- اگر $\cot \theta = -\frac{3}{4}$ ، θ منفرد باشد. مقدار $\cos \theta + \sin \theta$ کدام است؟

۳۷۲- اگر θ زاویه ای باشد که خط $5x - 13y = 7$ با جهت مثبت محور x ها بسازد. مقدار $\sin \theta \times \cos \theta$ کدام است.

۳۷۳- اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ، $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ باشد. مقدار $\tan^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ کدام است؟

۳۷۴- اگر $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ، $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ باشد. $\sin^2 \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟ ج: $\frac{5}{4}$

۳۷۵- اگر $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ باشد. مقدار عبارت $\sqrt{1 + 2\sqrt{x(1-x)}}$ را به ازای $\sin^2 \alpha$ بدست آورید.

۳۷۶- اگر داشته باشیم، $\cos x = \sqrt{\frac{a}{a+b}}$ ، $\tan x = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ، بین a ، b چه رابطه ای برقرار است؟ ج: $a = b$

۳۷۷- اگر θ در ربع چهارم و $\tan \theta = \frac{k}{\cos \theta} - \sqrt{\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta}}$ باشد. مقدار k کدام است؟ ج: $k = 1$

۳۷۸- مقدار m را چنان بدست آورید که $\cot \alpha = \sqrt{4-m}$, $\sin \alpha = \sqrt{\frac{3}{m}}$ باشد.

۳۷۹- اگر $\sin \theta \times \cos \theta = \frac{12}{25}$, θ حاده باشد. مقدار $\sin \theta + \cos \theta$ کدام است؟

۳۸۰- اگر $\sin \theta + \cos \theta = a$ باشد. مقدار $\sin \theta \times \cos \theta$ بر حسب a کدام است؟

۳۸۱- اگر $\tan \theta = 3$, θ در ربع سوم باشد. مقدار k را چنان بدست آورید که $\frac{\cos \theta - 2 \cot \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1+\sqrt{10}}{k}$

۳۸۲- اگر $\sin \alpha \times \cos \alpha = \frac{3}{8}$ باشد. مقدار $\tan \alpha + \cot \alpha$ کدام است؟ ج: -3

۳۸۳- حدود x را چنان بدست آورید که $\tan x + \cot x = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}}$. ربع اول و سوم ج:

T. Azarshin

T. Azarshin