

دفترچه شماره ۲

آزمون سراسری داخل کشور - سال ۱۳۹۹

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۸۵ دقیقه	۱۵۵	۱۰۱	۵۵	ریاضیات
۵۵ دقیقه	۲۰۰	۱۵۶	۴۵	فیزیک
۳۵ دقیقه	۲۳۵	۲۰۱	۳۵	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه			تعداد کل سؤالات: ۱۳۵	

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۸۵ دقیقه

۱۰۱- اگر A و B دو مجموعه غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $B - A' = A$ (۲) $A - B' = A$ (۳) $A \cap B' = \emptyset$ (۴) $B \cap A' = \emptyset$

۱۰۲- مجموعه $((A - B) \cup ((B \cap C)' \cap (B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه، برابر است؟

- (۱) $A \cup B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) A (۴) B'

۱۰۳- در مجموعه‌های ۴ عضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t-1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۴- کدام یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

- (۱) $(p \wedge q) \vee \sim (q \vee p)$ (۲) $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$ (۳) $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ (۴) $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

۱۰۵- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب، ۸ و ۵ است. باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

- (۱) $-x+4$ (۲) $x+3$ (۳) $2x+6$ (۴) $2x-3$

۱۰۶- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

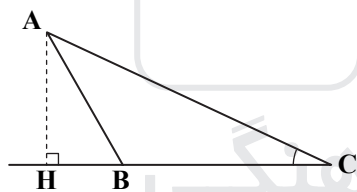
۱۰۷- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۰۸- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست، انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

- (۱) $x=1$ (۲) $x=1/5$ (۳) $x=2$ (۴) $x=2/5$

۱۰۹- در شکل روبه‌رو، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟



- (۱) $3/25$ (۲) $3/5$ (۳) $3/6$ (۴) $3/75$

۱۱۰- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۱۱- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan(3x)\tan(x) = 1$ ، در بازه $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 5π (۲) 6π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) $\frac{11\pi}{2}$

۱۱۲- اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد؛ یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$ مجموع اعداد واقع در دسته بیستم، کدام است؟

- (۱) 4120 (۲) 4020 (۳) 4010 (۴) 3980

۱۱۳- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز

۸ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ ($\log 3 = 0.48$)

- (۱) 360 (۲) 300 (۳) 270 (۴) 240

۱۱۴- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) -۱

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{6}$

۱۱۶- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط‌های مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{75}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۱۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$

۱۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) -۳ (۴) -۱

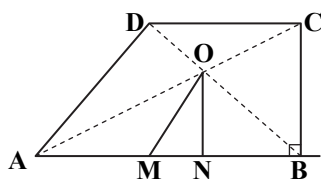
۱۲۲- یک دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۲۳- پاره‌خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

- (۱) لوزی (۲) متوازی‌الاضلاع (۳) مستطیل (۴) دوزنقه متساوی الساقین

۱۲۴- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

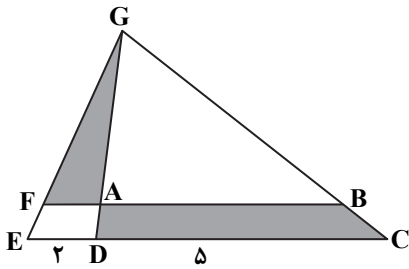
(۳) کوچک‌تر از ۱

(۴) بزرگ‌تر از ۱ و کوچک‌تر از ۲

۱۲۵- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌های ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت‌های مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

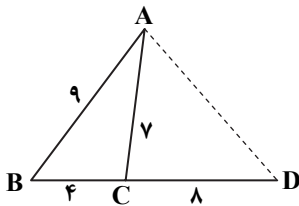
- (۱) ۷ (۲) $\sqrt{53}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{57}$

۱۲۶- در شکل زیر، $DA = 3DG$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟



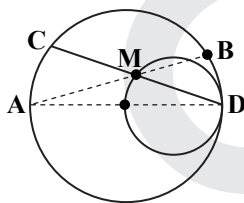
- २५ (५

۱۲۷- در شکل روبه‌رو، اندازهٔ پاره‌خط AD، کدام است؟



- $$6\sqrt{3} \quad (4)$$

۱۲۸- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و اندازه کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ ، کدام است؟



- ۱۲ (۴

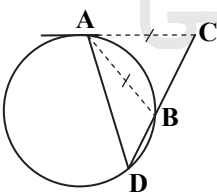
۱۲۹- چهار نقطه $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه خط شکسته AMNB کدام است؟

- ٢٠ (٢

۱۳۰- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به‌ترتیب با اندازه‌های 5 و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB کدام است؟

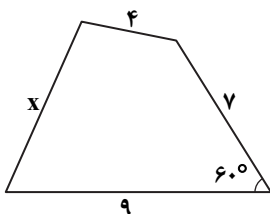
- $\gamma \rightarrow \pi \quad (\gamma$

۱۳۱- در شکل زیر، اندازهٔ قطعهٔ مماس AC ، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟



- $$\mathbf{DA} = \mathbf{DC} \quad (4)$$

۱۳۲- چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. $(x + 2)$ کدام است؟



- $\sqrt{59} \text{ (f)}$

۱۳۳- کوچک ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

- 19-3 (1)

۱۳۴- از بین دایره‌های گذرا از نقطه $A(1, -4)$ و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور y ها، بزرگ‌ترین شعاع دایره، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{22}{9}$

۱۳۵- در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله نقطه M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

- (۱) $4 - 2\sqrt{2}$ (۲) $2/5$ (۳) $4 - \sqrt{2}$ (۴) ۳

۱۳۶- اگر نقطه $F(-2, -25)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، کوچک‌ترین مقدار b ، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^3 ، کدام است؟

- (۱) $[30 \ 6 \ 64]$ (۲) $[30 \ 6 \ 78]$ (۳) $[24 \ 8 \ 86]$ (۴) $[30 \ 6 \ 86]$

۱۳۸- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X ، کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -9 & -7 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

۱۳۹- جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

- (۱) -۴ و ۱ (۲) ۱ و ۴ (۳) ۱ و ۵ (۴) ۲ و ۵

۱۴۰- اندازه ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۶ (۳) ۴۵ (۴) ۳۹

۱۴۱- تعداد اعداد طبیعی چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیرتکراری، کدام است؟

- (۱) ۹۴۸ (۲) ۹۵۲ (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۷۲

۱۴۲- تعداد جملات در بسط عبارت $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۴ (۴) ۹۱

۱۴۳- در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم‌موضوع است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

۱۴۴- به تصادف یک عدد طبیعی دورقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{8}{15}$

۱۴۵- تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال اینکه لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{3}{4}$

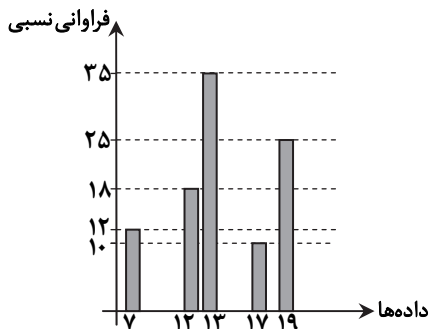
۱۴۶- سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{11}{18}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۴) $\frac{13}{18}$

۱۴۷- A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = 0/4$ ، $P(B|A) = 0/25$ و $P(B) = 0/3$ باشد، $P(B|A')$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۴۸- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟



(۱) ۱۳

(۲) ۱۳/۸

(۳) ۱۴

(۴) ۱۴/۲

۱۴۹- چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی‌مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۱۵۰- کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد،

کدام است؟

(۴) ۵۶

(۳) ۵۲

(۲) ۴۸

(۱) ۴۲

۱۵۱- اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۲۱۷ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دورقمی n ، کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۱۵۲- عدد چهاررقمی $\overline{aabb}$ ، مجذور عدد دورقمی $\overline{cc}$ است. $a - b$ ، کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۵۳- اگر درجه رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

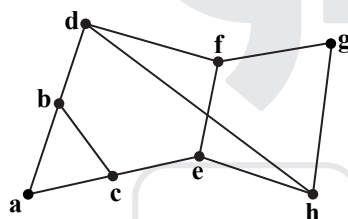
(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۵۴- در گراف زیر، کدام مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



(۱) $\{a, e, g\}$

(۲) $\{a, f, g\}$

(۳) $\{b, c, g\}$

(۴) $\{c, f, h\}$

۱۵۵- در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل K -منتظم، K چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

وقت پیشنهادی: ۵۵ دقیقه

فیزیک

۱۵۶- مواد پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی قوی چه خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کنند؟

(۴) ضعیف و دائمی

(۳) ضعیف و موقت

(۲) قوی و دائمی

(۱) قوی و موقت

۱۵۷- متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = -4\vec{i}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده

توسط متحرک در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ ، چند متر است؟

(۴) ۱۰

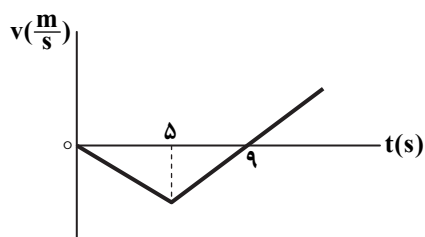
(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۵۸- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر متحرک در لحظه $t = 0$ ، در مکان $x = 0$ باشد، پس از

چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟



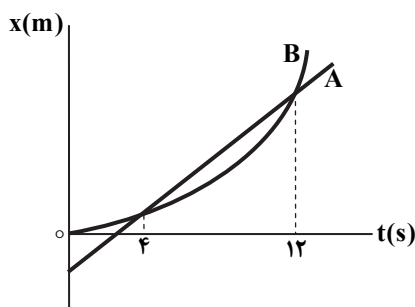
(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

۱۵۹- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟
(نمودار B قسمتی از یک سهمی است.)



۱۰ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

۱۶۰- متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکتش با شتاب ثابت $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ کند می‌شود و در نهایت می‌ایستد. اگر مسافت طی شده در کل مسیر ۶۰۰ متر باشد، مسافت طی شده در ۳۰ ثانیه اول حرکت، چند متر است؟

۵۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

۱۶۱- گلوله‌ای به جرم ۱۰۰g در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و پس از مدتی به زمین می‌رسد. اگر انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به زمین ۲۴/۲J باشد، سرعت متوسط گلوله در آخرین ثانیه حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۷ (۲)

۲۲ (۱)

۱۶۲- وزنه‌ای به جرم ۲kg را به انتهای فنری به طول ۳۰cm می‌بندیم و آن را بار اول با شتاب روبه‌بالای $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ در راستای قائم بالا می‌بریم و طول فنر به ۴۲cm می‌رسد. بار دیگر این وزنه را به همین فنر بسته و آن را روی سطح افقی در راستای افق با شتاب $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آوریم. اگر در این حالت طول فنر به ۳۶cm برسد، ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

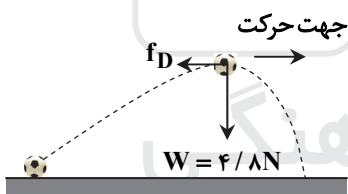
۰/۵ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲ (۱)

۱۶۳- شکل زیر، نیروهای وارد بر توبی را در بالاترین نقطه مسیرش نشان می‌دهد که در آن نیروی مقاومت هوا و $\vec{W}$ وزن توب است. اگر بزرگی شتاب توب در این لحظه $\frac{65}{6} \frac{m}{s^2}$ باشد، f_D چند نیوتون است؟ (از نیروهای دیگر وارد بر توب صرف نظر کنید و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

۲/۵ (۴)

۱۶۴- وزنه‌ای به جرم ۲kg را با طناب سبکی با شتاب $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ تندشونده روبه‌بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را دو برابر کنیم، شتاب حرکت جسم چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲ (۴)

۴ (۳)

۷ (۲)

۱۴ (۱)

۱۶۵- اگر جرم جسم B، $\frac{5}{8}$ جرم جسم A و تکانه جسم A، $\frac{4}{3}$ تکانه جسم B باشد، نسبت انرژی جنبشی جسم A به انرژی جنبشی جسم B، کدام است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{6}{5}$ (۳)

$\frac{9}{10}$ (۲)

$\frac{10}{9}$ (۱)

۱۶۶- خودرویی به جرم ۳ تن در یک سطح افقی، مسیر دایره‌ای را به صورت یکنواخت طی می‌کند. اگر بزرگی نیرویی که از طرف سطح زمین بر خودرو وارد می‌شود $10^4 \times \sqrt{10} N$ باشد، نیروی مرکزگرای وارد بر خودرو چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

3×10^4 (۴)

3×10^3 (۳)

10^4 (۲)

10^3 (۱)

۱۶۷- دامنه نوسان وزنه‌ای به جرم 1 kg که به یک فنر با ثابت $\frac{5}{\text{cm}}\text{ N}$ متصل است، 4 cm است و روی یک سطح افقی نوسان می‌کند. اگر انرژی پتانسیل کشسانی این نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر 0.2 J باشد، بزرگی سرعت نوسانگر در این لحظه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (از نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)

- (۱) $20\sqrt{10}$ (۲) $40\sqrt{10}$ (۳) $20\sqrt{5}$ (۴) $40\sqrt{5}$

۱۶۸- جسمی به جرم m به فتری با ثابت k متصل است و با دوره 0.1π ثانیه نوسان می‌کند. اگر جرم جسم 190 g کاهش یابد، با دوره 0.09π ثانیه نوسان می‌کند. k چند نیوتون بر سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۱۶۹- آونگ ساده‌ای در مدت ۷۲ ثانیه، ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا در همان مکان و در همان مدت، ۴۵ نوسان کامل انجام دهد؟ ($g = \pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

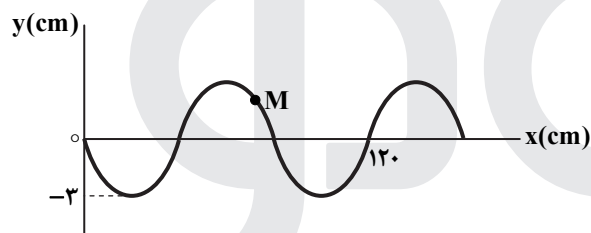
- (۱) ۹cm کاهش دهیم. (۲) ۹cm افزایش دهیم. (۳) ۱۷cm کاهش دهیم. (۴) ۱۷cm افزایش دهیم.

۱۷۰- دو شخص به فاصله‌های d_1 و d_2 از یک چشمه صوت قرار دارند. شخصی که در فاصله d_1 قرار دارد، صدا را ۱۸ دسی‌بل بلندتر می‌شنود.

کدام است؟ ($2 = \log 2$) و از جذب انرژی صوت توسط محیط صرف‌نظر شود.)

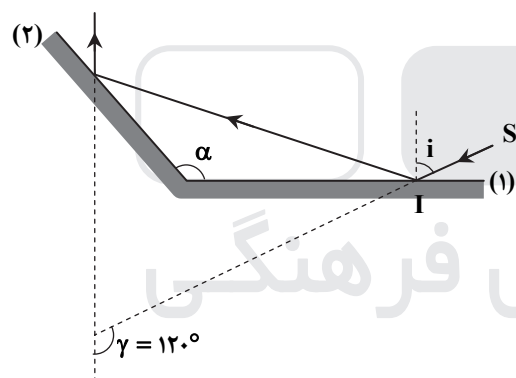
- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۱۷۱- شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در یک طناب در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد که با سرعت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال انتشار است. مسافتی که ذره M در بازه زمانی $t_1 = 0.1\text{ s}$ تا $t_2 = 0.5\text{ s}$ طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟



- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۹
(۴) ۱۲

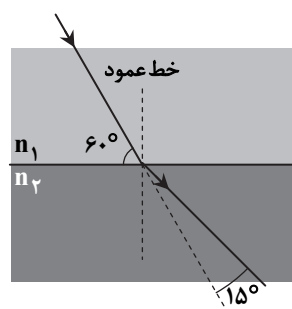
۱۷۲- مطابق شکل، پرتو SI تحت زاویه تابش i به آینه تخت (۱) می‌تابد. زاویه بین پرتو SI با پرتو بازتاب از آینه (۲)، $\gamma = 120^\circ$ است. اگر زاویه i ، 20° افزایش یابد، γ چه تغییری می‌کند؟



- (۱) 40° افزایش می‌یابد.
(۲) 20° افزایش می‌یابد.
(۳) 20° کاهش می‌یابد.

(۴) ثابت می‌ماند.

۱۷۳- مطابق شکل، پرتو نوری از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شود. طول موج نور در محیط (۲) چند برابر طول موج نور در محیط (۱) است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{1}{2}$

۱۷۴- در یک تار مرتعش دو سر بسته، یکی از بسامدهای تشدید 375 Hz و بسامد تشدید بعدی 500 Hz است. بسامد تشدید پس از 750 Hz چند هرتز است؟

- (۱) ۸۲۵ (۲) ۸۷۵ (۳) ۹۲۵ (۴) ۹۷۵

۱۷۵- طول موج پنجمین خط طیف اتم هیدروژن در رشته بالمر ($n' = 2$) تقریباً چند نانومتر است و این خط در کدام گستره طیف موج‌های الکترومغناطیسی قرار دارد؟ ($R = 0.11 \text{ nm}^{-1}$)

- (۱) ۴۳۳، مرئی (۲) ۴۳۳، فرابنفش (۳) ۳۹۶، فروسرخ (۴) ۳۹۶، فرابنفش

۱۷۶- تابع کار دو فلز A و B، به ترتیب $4/5 \text{ eV}$ و 3 eV است. اگر نوری با طول موج 150 nm به هر دو فلز بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های فلز A چند درصد کمتر از بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های فلز B است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

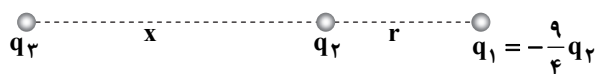
- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۱۷۷- اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه‌ای در 30 سانتی‌متری آن، $\frac{4}{6 \times 10^4} \frac{\text{N}}{\text{C}}$ کمتر از اندازه میدان الکتریکی در فاصله 10 سانتی‌متری آن باشد، اندازه میدان الکتریکی در فاصله یک متری آن ذره باردار چند نیوتون بر کولن است؟

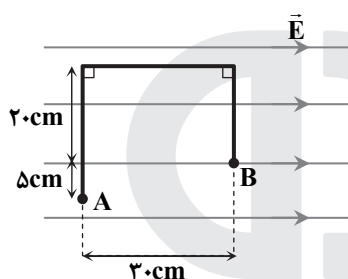
- (۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۴۰

۱۷۸- در شکل زیر، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر هریک از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_3}{q_2}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- (۱) $9, \frac{3}{2}$ (۲) $-9, \frac{3}{2}$ (۳) $9, 2$ (۴) $-9, 2$



۱۷۹- در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، بار نقطه‌ای $q = -5 \mu\text{C}$ از طریق



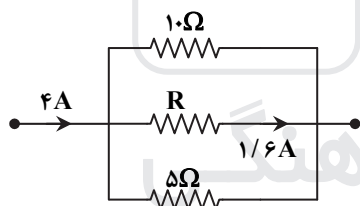
مسیر نشان داده شده از نقطه A به نقطه B منتقل شده است. در این انتقال، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره باردار چند ژول تغییر می‌کند؟

- (۱) $+0.15$ (۲) -0.15 (۳) $+0.10$ (۴) -0.10

۱۸۰- ظرفیت خازنی $12 \mu\text{F}$ و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه آن V_1 است. اگر $6 \mu\text{C}$ بار الکتریکی را از صفحه منفی آن به صفحه مثبت انتقال دهیم، انرژی ذخیره شده در آن $28/5 \mu\text{J}$ کاهش می‌یابد. V_1 چند ولت است؟

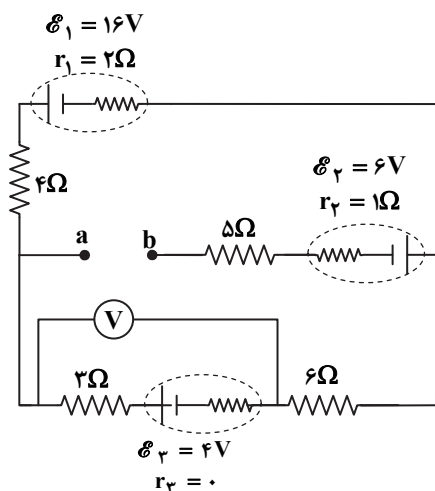
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۸۱- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. انرژی که در مدت 25 دقیقه در مقاومت R مصرف می‌شود، چند کیلوژول است؟



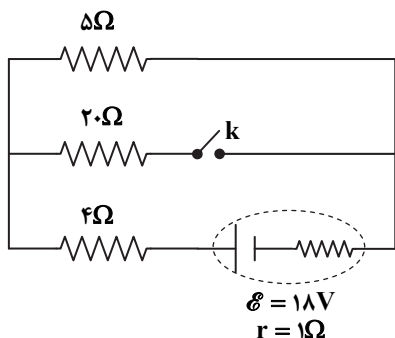
- (۱) $4/8$ (۲) $9/6$ (۳) $19/2$ (۴) $27/4$

۱۸۲- در مدار روبه‌رو، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



- (۱) 0.6 (۲) $2/4$ (۳) $5/2$ (۴) $6/4$

۱۸۳- در مدار زیر، با بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ اهمی چگونه تغییر می کند؟



(۱) ۸ ولت کاهش می یابد.

(۲) ۸ ولت افزایش می یابد.

(۳) یک ولت کاهش می یابد.

(۴) یک ولت افزایش می یابد.

۱۸۴- مقاومت الکتریکی سیمی 6Ω است. $\frac{3}{4}$ سیم را بریده و کنار می گذاریم و $\frac{1}{4}$ باقی مانده را از دستگاهی عبور می دهیم تا آن را به طور

یکنواخت نازک کرده و طولش را به طول سیم اولیه برساند. با ثابت ماندن دما، مقاومت سیم جدید چند اهم می شود؟

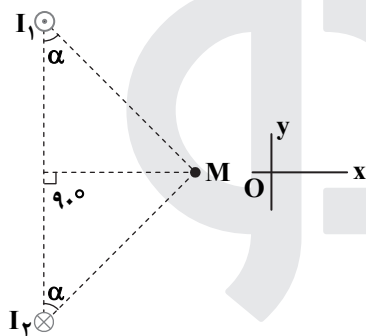
(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۱۸۵- شکل زیر، مقطع دو سیم بلند و موازی را نشان می دهد که بر صفحه کاغذ عمودند و از آن ها جریان های برابر و در جهت های نشان داده شده عبور می کند. میدان مغناطیسی خالص (برایند) در نقطه M در کدام جهت است؟



(۱) در جهت محور x

(۲) در جهت محور y

(۳) در خلاف جهت محور x

(۴) در خلاف جهت محور y

۱۸۶- "LDR" مقاومت الکتریکی است که

(۱) انرژی نورانی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند.

(۲) با افزایش شدت نور تابیده به آن، مقاومت الکتریکی آن کاهش می یابد.

(۳) با افزایش شدت نور تابیده به آن، مقاومت الکتریکی آن افزایش می یابد.

(۴) جریان الکتریکی را از یک سو عبور می دهد و از سوی دیگر عبور نمی دهد.

۱۸۷- حلقه ای به مساحت 200cm^2 درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B = 0.04\text{T}$ قرار دارد و خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 60°

درجه می سازند. شار مغناطیسی که از حلقه می گذرد، چند وبر است؟

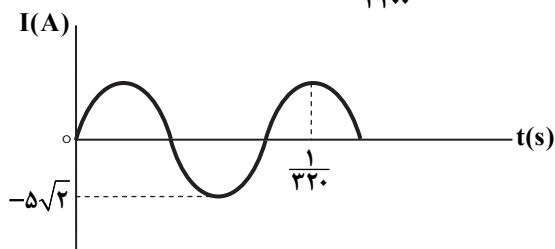
(۱) 2×10^{-3}

(۲) 4×10^{-5}

(۳) $4\sqrt{3} \times 10^{-3}$

(۴) $4\sqrt{3} \times 10^{-5}$

۱۸۸- نمودار تغییرات یک جریان متناوب سینوسی به صورت شکل زیر است. اندازه جریان در لحظه $\frac{1}{320}$ ثانیه چند آمپر است؟



(۱) $2/5$

(۲) $2/5\sqrt{2}$

(۳) ۵

(۴) $5\sqrt{2}$

۱۸۹- یک آمپرسنج رقمی، جریان الکتریکی مداری را به صورت 3.25A نشان می دهد. این اندازه را به کدام صورت باید گزارش کنیم؟

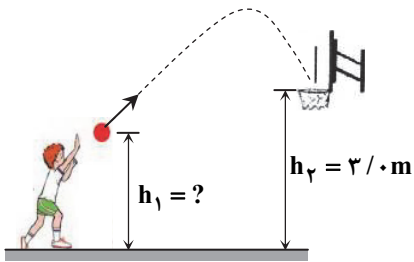
(۱) $3/250\text{A} \pm 0.01\text{A}$

(۲) $3/250\text{A} \pm 0.001\text{A}$

(۳) $3/25\text{A} \pm 0.03\text{A}$

(۴) $3/250\text{A} \pm 0.05\text{A}$

- ۱۹۰- در شکل زیر، ورزشکار توپ را با تندی (سرعت) اولیه $\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند و اندازه سرعت توپ در لحظه ورود به سبد $\frac{m}{s}$ است. فاصله نقطه پرتاب توپ تا سطح زمین (h_1) چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)



(۱) ۲/۴۵

(۲) ۲/۴۶

(۳) ۲/۵۵

(۴) ۲/۶۴

- ۱۹۱- پمپ آبی در هر دقیقه ۳ متر مکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

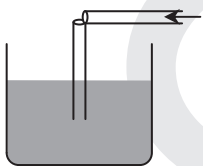
(۴) ۳۰

(۳) ۴۰

(۲) ۶۰

(۱) ۷۰

- ۱۹۲- یک نی پلاستیکی را مطابق شکل زیر از وسط می‌بریم و بدون اینکه دو قسمت آن کاملاً از هم جدا شوند، آن را ۹۰ درجه تا کرده و درون آب قرار می‌دهیم. حال اگر از قسمت افقی آن در جهت نشان داده شده بدمیم، فشار هوا داخل نی قائم، چگونه تغییر می‌کند و سطح آب داخل آن چگونه جابه‌جا می‌شود؟



(۱) افزایش می‌یابد، پایین می‌رود.

(۲) کاهش می‌یابد، پایین می‌رود.

(۳) افزایش می‌یابد، بالا می‌آید.

(۴) کاهش می‌یابد، بالا می‌آید.

- ۱۹۳- در یک لوله استوانه‌ای که مساحت قاعده آن 5 cm^2 است، 136 گرم جیوه و 136 گرم آب می‌ریزیم. اگر چگالی جیوه و چگالی آب به ترتیب $\frac{g}{cm^3}$ و $\frac{g}{cm^3}$ باشد، فشار در ته لوله چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $P_0 = 76 \text{ cmHg}$)

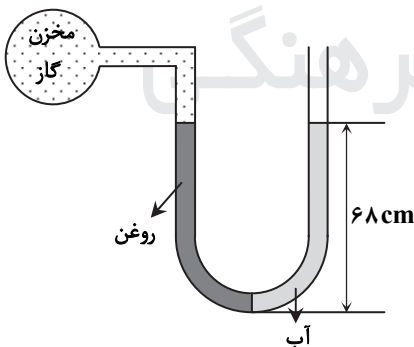
(۴) ۱۰۸۸۰۰

(۳) ۱۰۸/۸

(۲) ۵۴۴۰۰

(۱) ۵۴/۴

- ۱۹۴- مطابق شکل زیر، درون لوله U شکلی که به یک مخزن گاز متصل است، حجم مساوی از آب و روغن قرار دارد. فشار پیمانه‌ای مخزن گاز چند میلی‌متر جیوه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{g}{cm^3}$)



(۱) ۱

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) صفر

- ۱۹۵- به دو کره فلزی توپر A و B که جرم مساوی دارند و حجم کره B، ۴ برابر حجم کره A است، گرمای مساوی می‌دهیم. اگر گرمای ویژه A نصف گرمای ویژه B و ضریب انبساط خطی A نصف ضریب انبساط خطی B باشد، تغییر حجم کره A چند برابر تغییر حجم کره B است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) ۲

(۱) ۴

- ۱۹۶- چند گرم آب ۵۰ درجه سلسیوس را روی ۴۵۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس بریزیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی، ۵۲۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس در ظرف ایجاد شود؟ (اتلاف گرما ناچیز است و $L_F = 336000 \frac{J}{kg}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}$)

(۴) ۳۲۰

(۳) ۳۰۰

(۲) ۲۶۰

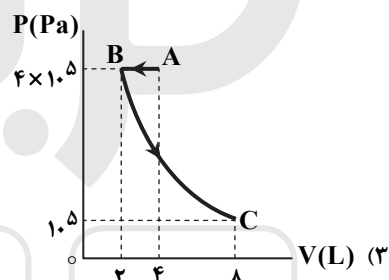
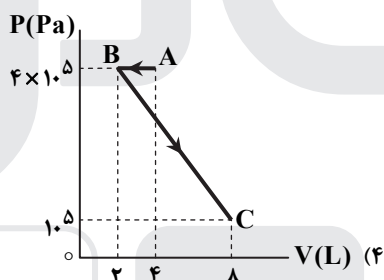
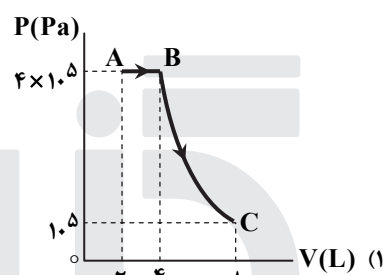
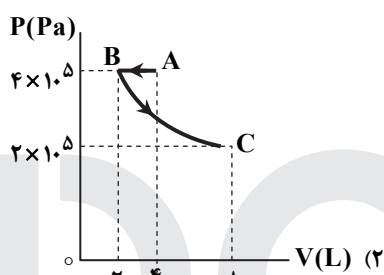
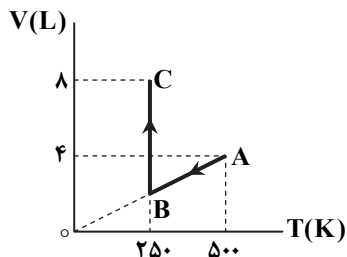
(۱) ۷۰

۱۹۷- حجم گاز آرمانی (کامل) در دمای 47°C برابر ۲ لیتر و فشار آن $2 \times 10^5 \text{ Pa}$ است. ابتدا در فشار ثابت دمای گاز 40°C افزایش می‌یابد و سپس در دمای ثابت حجم گاز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. فشار نهایی گاز چند پاسکال است؟

- (۱) $2/4 \times 10^5$ (۲) $2/5 \times 10^5$ (۳) 4×10^5 (۴) 8×10^5

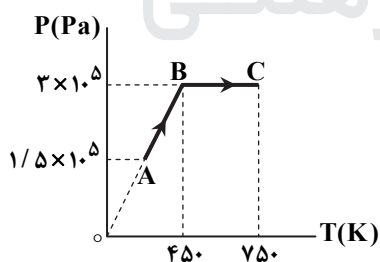
۱۹۸- نمودار $(V-T)$ برای $4/4$ مول گاز آرمانی (کامل) به صورت شکل زیر است. نمودار $(P-V)$ ی مربوط به این دو فرایند کدام است؟

$$(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$$



۱۹۹- نمودار $(P-T)$ مربوط به یک مول گاز آرمانی (کامل) تک‌اتمی به صورت شکل زیر است. کار انجام‌شده روی گاز در فرایند AB و گرمای

مبادله‌شده در فرایند BC، به ترتیب هر کدام چند ژول است؟ $(C_p = \frac{5}{2}R, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$



(۱) صفر، ۳۶۰۰

(۲) صفر، ۶۰۰۰

(۳) ۳۶۰۰، ۲۷۰۰

(۴) ۶۰۰۰، ۲۷۰۰

۲۰۰- یک کپسول فلزی به حجم ۳۰ لیتر محتوی گاز اکسیژن در فشار 5×10^5 پاسکال و دمای 27°C سلسیوس است. مقداری از اکسیژن را از کپسول خارج می‌کنیم به طوری که فشار گاز باقی‌مانده به $2/9 \times 10^5$ پاسکال و دمای آن به 17°C سلسیوس می‌رسد. جرم گاز خارج‌شده از

کپسول چند گرم است؟ $(M_{O_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$

(۴) ۱۰۰

(۳) ۸۰

(۲) ۶۰

(۱) ۴۰

۲۰۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- جرم اتمی ^1H اندکی از ۱amu بیشتر است.
 - عنصر ^{35}X با عنصر ^{17}Z هم گروه و با عنصر ^{21}Y هم دوره است.
 - در تناوب سوم جدول تناوبی، پنج عنصر جای دارند که نماد شیمیایی آن‌ها، دوحرفی است.
 - هر ستون جدول تناوبی، شامل عنصرهایی با خواص فیزیکی و شیمیایی یکسان است و گروه نامیده می‌شود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۰۲- $n + l$ برای a الکترون ظرفیتی اتم کروم (^{24}Cr) برابر m است و برای b الکترون ظرفیتی دیگر، برابر x است. a ، b و x به ترتیب از راست به چپ کدام عددها می‌توانند باشد؟

- ۱ (۱) ۵، ۴، ۱ ۲ (۲) ۵، ۴، ۲ ۳ (۳) ۵، ۴، ۱ ۴ (۴) ۵، ۴، ۱

۲۰۳- شمار پروتون‌های یون $^{2+}\text{M}^{72}$ برابر $0/8$ شمار نوترون‌های آن است. عنصر M با کدام عنصر در جدول تناوبی هم دوره است و در این یون، چند لایه از الکترون پر شده است؟

- ۱ (۱) ۳، ۳۶A ۲ (۲) ۴، ۳۶A ۳ (۳) ۳، ۱۶D ۴ (۴) ۴، ۱۶D

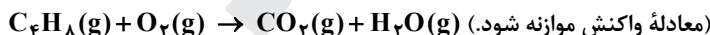
۲۰۴- اگر آلومینیم در واکنش با هریک از گازهای اکسیژن و فلوئور، $3/01 \times 10^{24}$ الکترون از دست بدهد، نسبت جرم آلومینیم فلوئورید تولید شده به جرم آلومینیم اکسید تولید شده، به تقریب کدام است؟ ($\text{O} = 16$ ، $\text{F} = 19$ ، $\text{Al} = 27$ ؛ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱ (۱) ۱/۵۶ ۲ (۲) ۱/۶۵ ۳ (۳) ۲/۳۵ ۴ (۴) ۳/۲۵

۲۰۵- اگر فرمول شیمیایی فسفات فلزی به صورت $\text{X}_3(\text{PO}_4)_2$ باشد، فرمول شیمیایی سولفید و نیتريد آن، به ترتیب از راست به چپ کدام اند و این فلز در کدام گروه جدول تناوبی ممکن است جای داشته باشد؟

- ۱ (۱) XSO_4 ، $\text{X}(\text{NO}_3)_3$ ، ۸ ۲ (۲) XS ، X_3N_3 ، ۸ ۳ (۳) $\text{X}(\text{SO}_4)_2$ ، XNO_2 ، ۲ ۴ (۴) XS ، X_3N_3 ، ۲

۲۰۶- دو ظرف در بسته یکسان، با دمای برابر، یکی دارای $0/24$ مول گاز اکسیژن (ظرف I) و دیگری دارای $11/2$ گرم گاز بوتن (ظرف II) است، کدام مطلب درباره آن‌ها، نادرست است؟ ($\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$ ، $\text{O} = 16$ ؛ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱) فشار گاز در ظرف I در مقایسه با ظرف II، بیشتر است.

۲) برای واکنش کامل دو گاز با یکدیگر، مقدار کافی از اکسیژن وجود ندارد.

۳) شمار اتم‌های سازنده مولکول‌های گاز در ظرف II، ۴ برابر شمار آن‌ها در ظرف I است.

۴) مجموع حجم دو گاز اولیه در شرایط STP، برابر حجم $12/32$ گرم گاز CO در همان شرایط است.

۲۰۷- با توجه به واکنش زیر، چند گرم ید لازم است تا $0/2$ مول گاز NO_2 تشکیل شود و نیتريك اسید مصرفی، هم‌ارز چند لیتر محلول

۵۰۰۰ ppm آن است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $\text{H} = 1$ ، $\text{N} = 14$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{I} = 127$ ؛ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- ۱ (۱) ۲/۲۵، ۵/۰۸ ۲ (۲) ۲/۵۲، ۵/۰۸ ۳ (۳) ۲/۲۵، ۲/۵۴ ۴ (۴) ۲/۵۲، ۲/۵۴

۲۰۸- مقدار کافی باریم کلرید با ۲۰۰ گرم محلول سدیم سولفات ده درصد جرمی واکنش می‌دهد و سدیم کلرید، یکی از فراورده‌های این واکنش است. با توجه به آن، کدام مطلب درست است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی شود.)

($\text{O} = 16$ ، $\text{Na} = 23$ ، $\text{S} = 32$ ، $\text{Cl} = 35/5$ ، $\text{Ba} = 137$ ؛ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۱) به تقریب $32/8$ گرم باریم سولفات به دست می‌آید.

۲) به تقریب $1/17$ مول فراورده محلول در آب تشکیل می‌شود.

۳) در این واکنش، شمار $1/7 \times 10^{22}$ یون کلرید مصرف می‌شود.

۴) نیروهای جاذبه یون-دوقطبی قوی سبب انحلال فراورده‌ها در آب می‌شوند.

۲۰۹- کدام مطلب زیر، درست است؟

۱) ترتیب نقطه جوش $\text{AsH}_3 > \text{PH}_3 > \text{NH}_3$ ، به صورت $\text{AsH}_3 > \text{PH}_3$ است.

۲) مولکول‌های آب و استون، هر دو قطبی‌اند، جرم مولی استون بیشتر و نقطه جوش آن بالاتر است.

۳) یخ ساختار سه بعدی دارد و در آن هر مولکول آب، با چهار مولکول دیگر آب با پیوند اشتراکی متصل است.

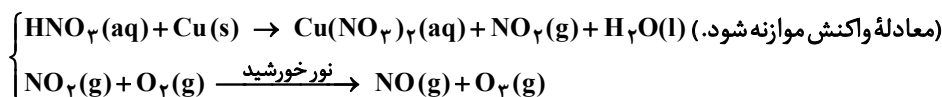
۴) موادی که در مولکول آن‌ها، اتم هیدروژن با اتم‌هایی مانند اکسیژن و فلوئور پیوند دارد، نقطه جوش بالاتر از ترکیب‌های هیدروژن دار مشابه دارند.

۲۱۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- انحلال گازها در آب، گرماده است.
- محلول برخی مواد آلی در آب، خاصیت رسانایی دارد.
- افزایش فشار و دما، روی انحلال پذیری گازها در آب، عکس یکدیگر عمل می‌کند.
- کاهش دما، انحلال پذیری لیتیم سولفات و پتاسیم نیترات را در آب، افزایش می‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۱- بر پایه واکنش‌های زیر اگر ۶۳۰ گرم نیتریک اسید با خلوص ۸۰ درصد با فلز مس واکنش دهد، چند مول مس (II) نیترات تشکیل می‌شود و گاز اوزونی که از واکنش گاز NO_2 تولید شده در این فرایند با گاز اکسیژن به دست می‌آید، در شرایط STP، چند لیتر حجم دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $\text{H} = 1$, $\text{N} = 14$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})



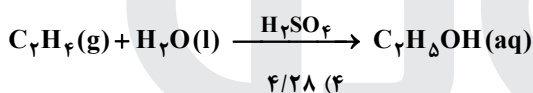
۶۷/۲، ۴ (۲) ۸۹/۶، ۲ (۳) ۸۹/۶، ۴ (۴) ۶۷/۲، ۲ (۱)

۲۱۲- درباره انحلال چند ترکیب داده شده در آب، رابطه زیر برقرار است؟

- الف) نقره کلرید (ب) باریم سولفات (پ) آهن (III) هیدروکسید
 ت) منیزیم کلرید (ث) کلسیم فسفات (ج) لیتیم سولفات

۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۲۱۳- در یک واحد صنعتی تولید اتانول در هر ثانیه، ۱۴۰۰ گرم گاز اتن در شرایط مناسب وارد مخزنی از آب و اسید می‌شود. در صورتی که بازده این فرایند ۸۰ درصد باشد، تولید اتانول در این واحد، به تقریب برابر چند تن در هر ساعت است؟ ($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})

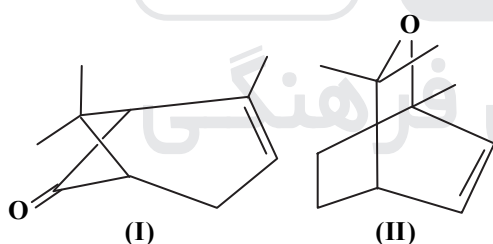


۴/۲۸ (۴) ۶/۶۲ (۳) ۸/۲۸ (۲) ۱۰/۶۰ (۱)

۲۱۴- کدام مطلب زیر نادرست است؟ ($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$: g.mol^{-1})

- ۱) نام آلکانی با فرمول $(\text{C}_2\text{H}_5)_3\text{CH}$ ، ۳-اتیل پنتان و همپار هپتان است.
 ۲) سیکلوپنتان همپار پنتن است و نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در آن، ۱ به ۲ است.
 ۳) بنزن یک هیدروکربن سیرنشده است و در واکنش کامل با هیدروژن، به سیکلوهگزان مبدل می‌شود.
 ۴) تفاوت جرم مولی ششمین عضو خانواده آلکین‌ها با جرم مولی ششمین عضو خانواده آلکان‌ها، برابر ۱۴ گرم است.

۲۱۵- کدام مطلب درباره ترکیب‌هایی با ساختارهای «نقطه-خط» زیر، درست است؟ ($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$, $\text{Br} = 80$: g.mol^{-1})



۱) تفاوت جرم مولی دو ترکیب برابر ۴ گرم است.

۲) ۳/۸ گرم از ترکیب (II) با ۶ گرم برم واکنش کامل می‌دهد.

۳) دو ترکیب، همپارند و ترکیب (I)، یک عامل کتونی دارد.

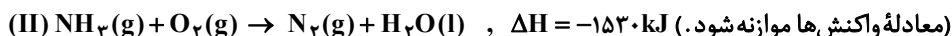
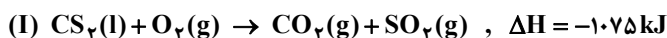
۴) برای سوختن کامل ۷/۵ گرم ترکیب I، ۱۴/۵۶ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP مصرف می‌شود.

۲۱۶- برای تولید ۲/۸ تن آهن از سنگ معدن Fe_2O_3 با خلوص ۵۰ درصد، مطابق واکنش $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s}) + 3\text{CO}(\text{g}) \rightarrow 2\text{Fe}(\text{s}) + 3\text{CO}_2(\text{g})$ با بازده ۸۰ درصد، چند تن از این سنگ معدن لازم است و گاز CO_2 حاصل را با چند کیلوگرم کلسیم اکسید می‌توان جذب کرد؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$, $\text{Ca} = 40$, $\text{Fe} = 56$: g.mol^{-1})

۳۲۵۰، ۱۰ (۱) ۳۲۵۰، ۸ (۲) ۴۲۰۰، ۱۰ (۳) ۴۲۰۰، ۸ (۴)

۲۱۷- با توجه به واکنش‌های گرمایشیایی زیر:



گرمای سوختن هر گرم آمونیاک با گرمای سوختن چند گرم کربن دی‌سولفید برابر است و سوختن هر مول آمونیاک در واکنش (II)، چند مول

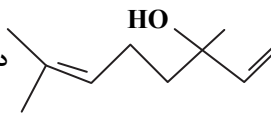
گاز تولید می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{N} = 14$, $\text{S} = 32$: g.mol^{-1})

۱، ۱/۵۹ (۱) ۲، ۲/۱۹ (۲) ۰/۵، ۱/۵۹ (۳) ۲/۲۵، ۲/۱۹ (۴)

۲۱۸- ΔH واکنش: $2\text{NH}_3(\text{g}) + 2\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HCN}(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، برابر چند کیلوژول است؟ (آنتالپی پیوندهای $\text{C} \equiv \text{N}$ ، $\text{O} = \text{O}$ و میانگین آنتالپی پیوندهای $\text{O}-\text{H}$ ، $\text{C}-\text{H}$ و $\text{N}-\text{H}$ به ترتیب برابر ۴۹۵، ۸۸۰، ۴۶۳، ۴۱۴ و ۳۹۰ کیلوژول بر مول است.)

(۱) -۹۱۰ (۲) -۹۱۶ (۳) -۱۰۰۷ (۴) -۱۰۱۷

۲۱۹- مخلوطی از بنزآلدهید و یک ترکیب با ساختار



درون یک ظرف دربسته به طور کامل سوزانده می شود. اگر

میزان آب حاصل برابر ۷/۸ مول و CO_2 تولیدشده برابر ۹/۴ مول باشد، درصد مولی بنزآلدهید در این مخلوط کدام است؟ (از سوختن هر دو ترکیب، $\text{CO}_2(\text{g})$ و $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ تشکیل می شود، $\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$ ، $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۲۲۰- کدام عامل در سرعت انجام واکنش سوختن مواد، نقش کمتری دارد؟

(۱) ماهیت ماده سوختنی (۲) سطح تماس (۳) دما (۴) حجم

۲۲۱- با توجه به داده های جدول های زیر که تغییر مقدار و غلظت گاز CO_2 نسبت به زمان را در واکنش:

$$\text{CaCO}_3(\text{s}) + 2\text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{CaCl}_2(\text{aq}) + \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$$

نشان می دهد، نسبت c به a کدام و مقدار b چند مول بر ثانیه است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید، $\text{CO}_2 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$)

زمان (ثانیه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۶۵/۹۸	۶۵/۳۲	۶۴/۸۸	۶۴/۶۶	۶۴/۵۵	۶۴/۵۰
جرم کربن دی اکسید (گرم)	۰	۰/۶۶	۱/۱۰			

زمان (s)	$n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$\Delta n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\Delta n(\text{CO}_2)}{\Delta t}, (\text{mol.s}^{-1})$
۰	۰	$1/50 \times 10^{-2}$	$1/50 \times 10^{-3}$
۱۰	$1/50 \times 10^{-2}$	$1/10 \times 10^{-2}$	$1/10 \times 10^{-3}$
۲۰	$2/50 \times 10^{-2}$	a.....	
۳۰		b.....	
۴۰		c.....	
۵۰			

(۱) ۰/۲۲، $4/3 \times 10^{-3}$ (۲) ۰/۰۵۵، 2×10^{-3} (۳) ۰/۲۲، $2/5 \times 10^{-4}$ (۴) ۰/۰۵۵، 2×10^{-4}

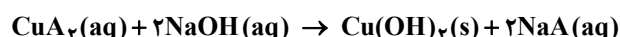
۲۲۲- کدام مطالب درست است؟

(الف) در صنعت، ظرف های یک بار مصرف را از استیرن تهیه می کنند.
 (ب) بیش از ۵۰ درصد الیاف تولیدی در جهان را الیاف طبیعی تشکیل می دهند.
 (پ) تترافلوئورو اتن، یک نوع سردکننده و پلیمر آن از نظر شیمیایی بی اثر است.
 (ت) آب، متان و کربن دی اکسید، فرآورده های تجزیه مواد زیست تخریب پذیر هستند.
 (ث) مولکول های اتن در شرایط معین، قابلیت اتصال پشت سر هم و از کنارها به یکدیگر را دارند.

(۱) الف، ب و پ (۲) پ، ت و ث (۳) ب، پ، ت و ث (۴) الف، پ، ت و ث

۲۲۳- اگر ۴/۵۵ گرم از یکی از نمک های مس (II) با ۱۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۵ مولار سدیم هیدروکسید واکنش کامل دهد، آنیون این نمک مس کدام است و در این واکنش، چند گرم $\text{Cu}(\text{OH})_2(\text{s})$ تشکیل می شود؟

($\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$ ، $\text{N} = 14$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{Na} = 23$ ، $\text{Cu} = 64$: g.mol^{-1})



(۱) استات، ۲/۴۵ (۲) استات، ۲/۳۷ (۳) نیترات، ۲/۴۵ (۴) نیترات، ۲/۳۷

۲۲۴- ۱/۰۵ گرم مخلوطی از ویتامین C ($\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ ، $M = 176 \text{ g.mol}^{-1}$) و ویتامین K ($\text{C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2$ ، $M = 450 \text{ g.mol}^{-1}$) در ۱۰۰ میلی لیتر آب ریخته و برای ۵ دقیقه به شدت هم زده و سپس صاف می شود. جامد جمع شده روی کاغذ صافی به وزن ۰/۴۵ گرم به طور کامل سوزانده می شود. به ترتیب از راست به چپ، مقدار ویتامین C در نمونه، برابر چند گرم و مقدار CO_2 تولیدشده، برابر چند مول است؟

(۱) ۰/۱۲، ۰/۴۵ (۲) ۰/۳۱، ۰/۴۵ (۳) ۰/۱۲، ۰/۶ (۴) ۰/۳۱، ۰/۶

۲۲۵- جرم مشخصی از اسید چرب با ۷۵ گرم از باز MOH با خلوص ۶۷٪ جرمی و جرم مولی ۴۰ گرم واکنش می‌دهد. آب تشکیل شده می‌تواند ۴/۸ میلی‌لیتر از یک محلول را به ۰/۲۵ غلظت اولیه آن برساند. به تقریب چند درصد از MOH خالص در واکنش شرکت کرده است و اگر باقی‌مانده MOH خالص بتواند ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl را به‌طور کامل خنثی کند، غلظت محلول اسید به تقریب چند گرم بر لیتر است؟
 $\text{RCOOH(s)} + \text{MOH(aq)} \rightarrow \text{RCOOM(aq)} + \text{H}_2\text{O(l)}$

(g.mol^{-1} : $\text{Cl} = ۳۵/۵$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{H} = ۱$, جرم (g) و حجم (mL) آب تولیدشده را برابر در نظر بگیرید.)
 (۱) ۳۳ ، ۶۴ (۲) ۲۳ ، ۶۴ (۳) ۳۳ ، ۳۶ (۴) ۲۳ ، ۳۶

۲۲۶- کدام مطالب زیر، درست‌اند؟

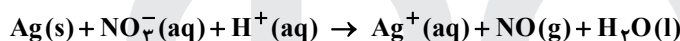
الف) همهٔ بازهای آرنیوس در ساختار خود، یون هیدروکسید (OH^-) دارند.
 ب) تعریف آرنیوس برای اسیدها یا بازها، به محلول‌های آبی محدود می‌شود.
 پ) ۰/۵ مول سولفوریک اسید با ۰/۸ مول سدیم هیدروکسید، خنثی می‌شود.
 ت) معادلهٔ یونش HNO_3 یک‌طرفه، ولی معادلهٔ یونش HCN برگشت‌پذیر است.

(۱) الف، ب (۲) ب، ت (۳) الف، ت (۴) پ، ت

۲۲۷- pH یک نمونه محلول ۰/۲ گرم بر لیتر اسید ضعیف HA با جرم مولی ۲۰ گرم، برابر ۴/۲۲ است. ثابت یونش اسیدی آن در دمای آزمایش به تقریب کدام است و چند درصد آن یونیده شده است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $\frac{1}{10.22} = ۰/۰۶$)

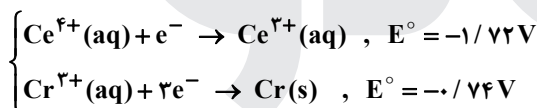
(۱) $۰/۰۶$ ، $۳/۶ \times ۱۰^{-۷}$ (۲) $۰/۴$ ، $۳/۶ \times ۱۰^{-۷}$ (۳) $۰/۷$ ، $۴/۹ \times ۱۰^{-۷}$ (۴) $۰/۵$ ، $۴/۹ \times ۱۰^{-۷}$

۲۲۸- مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در واکنش اکسایش- کاهش زیر، کدام است و در نیم‌واکنش کاهش آن، به‌ازای هر مول گونهٔ اکسند، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۱) ۳ ، ۱۴ (۲) ۴ ، ۱۴ (۳) ۴ ، ۱۵ (۴) ۳ ، ۱۵

۲۲۹- دربارهٔ واکنش اکسایش- کاهش بین گونه‌های داده‌شده، کدام مطلب، نادرست است؟



(۱) کاتیون $\text{Ce}^{3+}(\text{aq})$ در این واکنش، کاهنده است.

(۲) قدرت کاهندگی $\text{Ce}^{4+}(\text{aq})$ از Cr(s) بیشتر است.

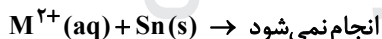
(۳) E° واکنش برابر ۰/۹۸ ولت است و به‌صورت طبیعی (خودبه‌خود) پیشرفت دارد.

(۴) مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، برابر ۸ است و ۳ الکترون در آن مبادله شده است.

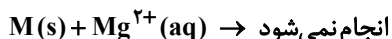
۲۳۰- با توجه به موارد زیر، پتانسیل استاندارد کاهشی فلز M می‌تواند کدام عدد باشد؟



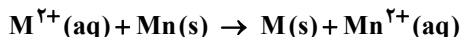
$$E^\circ(\text{Hg}^{2+}(\text{aq}) / \text{Hg(s)}) = +۰/۸۵\text{V}$$



$$E^\circ(\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) / \text{Sn(s)}) = -۰/۱۴\text{V}$$



$$E^\circ(\text{Mg}^{2+}(\text{aq}) / \text{Mg(s)}) = -۲/۳۸\text{V}$$



$$E^\circ(\text{Mn}^{2+}(\text{aq}) / \text{Mn(s)}) = -۱/۱۸\text{V}$$

(۱) $+۰/۱۱$ (۲) $-۰/۱۱$ (۳) $-۰/۴۰$ (۴) $+۱/۲$

۲۳۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ گشتاور دوقطبی آب، بیشتر از هیدروژن سولفید و اتین است.

■ در تولید برق از انرژی خورشیدی، شارژ HF مناسب‌تر از NaCl است.

■ به اتم مرکزی مولکول گوگرد تری‌اکسید می‌توان بار جزئی منفی را نسبت داد.

■ از میان متداول‌ترین یون‌های عنصرهای سدیم، فلئور، منیزیم و اکسیژن، بزرگ‌ترین شعاع یونی به اکسیژن و کوچک‌ترین آن، به منیزیم مربوط است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳۲- تفاوت انرژی شبکهٔ بلور (آنتالپی فروپاشی) کدام دو ترکیب، کمتر است؟

(۱) KF ، LiCl (۲) LiBr ، NaF (۳) LiF ، NaCl (۴) Na_2O ، MgF_2

۲۳۳- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- دریای الکترونی عاملی است که انسجام شبکه بلور فلز را حفظ می‌کند.
- مجموع الکترون‌های اتم‌های هر فلز، در به‌وجود آمدن دریای الکترونی شرکت دارند.
- دریای الکترونی در شبکه بلور فلز و انادیم، سرمنشأ اعداد اکسایش متنوع آن است.
- رسانایی الکتریکی و گرمایی و چکش‌خواری فلزات را می‌توان با مفهوم دریای الکترونی توضیح داد.
- جاذبه قوی میان هسته اتم‌های فلز و دریای الکترونی سبب می‌شود که هسته اتم‌ها در مکان‌های مشخصی به‌طور ثابت جای بگیرند و تغییر مکان ندهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳۴- انرژی فعال‌سازی واکنش: $2\text{NO}(g) \rightarrow \text{N}_2(g) + \text{O}_2(g)$ ، برابر ۳۸۰ کیلوژول است. اگر تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های

آن برابر ۱۸۰ کیلوژول و واکنش گرماده باشد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) به‌ازای مصرف ۰/۲۵ مول گاز NO، ۰/۱۲۵ مول گاز N_2 تشکیل و ۴۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.
- (ب) آنتالپی واکنش برابر ۱۸۰- کیلوژول است و سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است.
- (پ) با کاربرد کاتالیزگر، شمار ذره‌هایی که در واحد زمان به فراورده تبدیل می‌شوند، افزایش یافته و سرعت واکنش بیشتر می‌شود.
- (ت) اگر با کاربرد کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش به ۱۹۰ کیلوژول برسد، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

۴ (۴) ب، پ

۳ (۳) الف، پ، ت

۲ (۲) ب، ت

۱ (۱) الف، پ

۲۳۵- با توجه به داده‌های جدول زیر، اگر روزانه ۸۰۰,۰۰۰ خودرو در شهری رفت‌وآمد کنند و هر خودرو، به گونه میانگین، ۵۰ کیلومتر مسافت را بپیماید، با نصب مبدل کاتالیستی در آگروز موتور خودرو، روزانه از ورود چند تن از این سه ماده آلاینده به هوا جلوگیری می‌شود و در این شرایط، چند درصد جرمی گازهای خروجی از آگروز را گاز CO تشکیل خواهد داد؟

۱) ۷۴/۱۴، ۲۸۸/۴

۲) ۸۵/۷۱، ۲۸۸/۴

۳) ۷۴/۱۴، ۳۱۹/۶

۴) ۸۵/۷۱، ۳۱۹/۶

NO	C_xH_y	CO	فرمول شیمیایی آلاینده
۱/۰۳	۱/۶۶	۶/۰	در نبود مبدل
۰/۰۴	۰/۰۶	۰/۶	در مجاورت مبدل

g.km^{-1}

مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۹

گروه آزمایشی علوم ریاضی
(داخل کشور)

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۲

برای پاسخ گویی به این سؤال که برای اولین بار در کنکور ۹۹ به کار گرفته شد، باید بررسی کنیم در هر گزینه چند واژه با واژه های صورت سؤال هم معنی هستند:

بررسی گزینه ها:

- گزینه ۱: بدانندیش = بدسگال / اندیشه = تیمار / متحیر = خیره (برگردانیدن با هیچ کلمه ای در صورت سؤال مترادف نیست): ۳ معنی درست
گزینه ۲: دشمن و بدخواه = عنود / خدمت = تیمار / خاندان = دوده / خروشیدن = بردمیدن: ۴ معنی درست
گزینه ۳: غمخواری = تیمار / طایفه = دوده (بدبختی و برگردانیدن با کلمه ای در صورت سؤال مترادف نیستند): ۲ معنی درست
گزینه ۴: بدخواه = بدسگال / کیسه کش حمام = دلاک / سرگشته = خیره (مهیّب با هیچ کلمه ای در صورت سؤال مترادف نیست): ۳ معنی درست

۲- پاسخ: گزینه ۴

علت نادرستی گزینه ها:

- گزینه ۱: بر: خشکی، بیابان (درس ۱۸ یازدهم) / ویله: صدا، آواز، ناله (درس ۱۳ دهم): ۲ مورد نادرست
گزینه ۲: ایدون: این چنین (درس ۶ دوازدهم) / اشباه: همانندها (درس ۱۴ دهم) / وظیفه: وجه معاش، مقرری (درس ۱ دوازدهم): ۳ مورد نادرست
گزینه ۳: پایمردی: خواهشگری، میانجی گری، شفاعت (درس ۱۲ یازدهم) / ادبار: نگون بختی (ستایش یازدهم): ۲ مورد نادرست
گزینه ۴: پدرام: آراسته، نیکو، شاد (درس ۱۳ دهم): ۱ مورد نادرست

۳- پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد نادرست:

- (ب) متقاعد: مجاب شده، مجاب، قانع شده (درس ۱۱ دوازدهم) / تقصیر: کوتاهی، گناه (درس ۱ دوازدهم)
(ج) درهم: مسکوک نقره (درس ۲ دوازدهم)

۴- پاسخ: گزینه ۲

موارد نادرست عبارتند از: «متاع» و «قالب» که باید به صورت «مطاع» و «غالب» اصلاح شوند.

۵- پاسخ: گزینه ۱

موارد نادرست عبارتند از: «قربت» و «زلّت» که باید به صورت «غربت» و «ذلت» اصلاح شوند.

۶- پاسخ: گزینه ۱

«غزا» در بیت نخست به شکل نادرست «قضا» آمده است.

۷- پاسخ: گزینه ۳

۸- پاسخ: گزینه ۴

بررسی تشبیه های گزینه ها:

- گزینه ۱: طوطی طبع (اضافه تشبیهی) / طوطی طبعم مثل بلبل در قفس، واله و شیدا (وجه شبهه) است: ۲ تشبیه
گزینه ۲: خاک قناعت و آب شور تمناً اضافه تشبیهی هستند: ۲ تشبیه
گزینه ۳: خاکش (مشبه) چون (ادات) سنگ سرمه (مشبه به) پیرایه نظرها (وجه شبهه) است. (در این بیت چشم سرمه سا را هم می توان تشبیه دانست، هم ندانست): ۲ تشبیه

گزینه ۴: تو مثل موج / عقد گوهر [مثل] خوشه است / خرمن دریا (اضافه تشبیهی): ۳ تشبیه

۹- پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه ها:

- گزینه ۱: تشبیه: ندارد. / استعاره: کمند استعاره از زلف یار یا عشق است. / جناس: در و سر
گزینه ۲: تشبیه: ندارد. / استعاره: به صبا تشخیص صورت گرفته است. / جناس: ندارد.
■ «چین» را در این بیت می توانیم ایهام بگیریم و معنی کشور چین را هم قابل قبول بدانیم که در آن صورت چین زلف به عنوان اضافه تشبیهی هم قابل قبول است. این مورد را برخی ایهام تناسب می دانند، ولی با توجه به ابیات دیگری از حافظ که زلف یار را مانند کشوری دوردست دانسته است که دل عاشق به آن سفر کرده و از وطن خود دور افتاده است، ایهام دانستنش قابل قبول تر است. در هر صورت این تشبیه تأثیری در پاسخ این تست نداشت.

گزینه ۳: تشبیه: سرای دیده اضافه تشبیهی است. / استعاره: گوشه استعاره از چشم است. / جناس: خیل و خیال

گزینه ۴: تشبیه: شاعر دل خود را به پیاله و جگرش را به لاله تشبیه کرده است. / استعاره: نسبت دادن سوختن جگر به لاله ایجاد تشخیص کرده است. / جناس: ندارد.

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

بررسی آرایه‌های گزینه‌ها:

گزینه ۱: حسن تعلیل: ندارد. / واج آرایبی: تکرار صامت‌های ز (۷ بار) و ر (۷ بار)

گزینه ۲: ایهام: آب: (۱) آبرو (۲) مایع حیات / کنایه: راندن از در خویش کنایه است.

گزینه ۳: استعاره: نرگس شهلار در مصراع دوم استعاره است، همچنین نسبت دادن شرم به چشمان آهو تشخیص و استعاره است. / تشبیه: چشمان یار با چشمان آهو مقایسه شده است و بر آن برتری داده شده است (تشبیه مضمّر مرّج).

گزینه ۴: تلمیح: به داستان حضرت یوسف علیه السلام اشاره دارد. / ایهام تناسب: سودا به معنی عشق و خیال قابل قبول است و در معنی سیاه‌رنگ با شب تناسب دارد.

■ ایهام تناسب «سودا» در گزینه ۴ ضعیف است، ولی چون حسن تعلیل در گزینه ۱ به هیچ عنوان قابل قبول نیست، چاره‌ای جز این نیست که سودا را ایهام تناسب بگیریم. اگرچه امکان دارد نظر طراح گزینه ۴ باشد.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

بررسی آرایه‌ها مطابق گزینه ۴:

تشبیه: بیت «ج»: سیب زرخدان اضافه تشبیهی است.

استعاره: بیت «الف»: در بیت «الف» شاعر به شبنم، داشتن بستری از گل را نسبت داده است و تشخیص و استعاره وجود دارد.

حسن آمیزی: بیت «د»: نگاه گرم حس آمیزی دارد.

ایهام تناسب: بیت «ب»: واژه «راست» به معنی «را است» می‌باشد و در معنی دیگر و غیرقابل قبولش یعنی گوشه‌ای در موسیقی با نی تناسب دارد.

■ گزینه ۳ هم می‌تواند پاسخ درست باشد، در بیت «د» صد تنگ شکر در آستین ناله نی به معنی شیرین دانستن ناله نی است و حسن آمیزی دارد. در بیت «د» ایهام تناسب وجود دارد: «تاب» به معنی توان و طاقت قابل قبول است و معنی غیرقابل قبول آن با مهتاب و آفتاب تناسب دارد.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

بررسی اجزای جملات در هر کدام از مصراع‌ها:

(الف) از اندیشه (متمم قیدی) تا وصول (متمم قیدی) بسیار (قید) فرق (نهاد) باشد (= وجود دارد، فعل ناگذر): اجزای اصلی جمله: نهاد + فعل

(ب) نظر به لاله و سنبُل (نهاد) دلیل صدق (مسند) نباشد (فعل اسنادی): اجزای اصلی جمله: نهاد + مسند + فعل

(ج) سعدی (نهاد) از این پس (متمم قیدی) عاقل و هشیار (مسند) نیست (فعل اسنادی): اجزای اصلی جمله: نهاد + مسند + فعل

(د) امید وصال (نهاد) همچنان (قید) ز سر (متمم قیدی) به در نرود (فعل): اجزای اصلی جمله: نهاد + فعل

(ه) دی (قید) سرو سخن‌گوی من (نهاد) به چمن (متمم قیدی) برگزشت (فعل): اجزای اصلی جمله: نهاد + فعل

■ متأسفانه طراح مطابق با دستور نظام قدیم از اجزای جمله سؤال داده است و دانستن این نکته در پاسخ‌گویی سؤال لازم بود که قید و متمم قیدی جزو اصلی جمله به حساب نمی‌آیند و این مطلب در کتاب درسی نظام جدید مطرح نشده است؛ ولی دانش‌آموز باهوش فقط با رد کردن بیت «ب» که مشخص بود جمله به صورت (نهاد + مسند + فعل) است، به سادگی به جواب می‌رسید.

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ بین واژه‌ها رابطه تضمّن وجود دارد، ولی در گزینه ۲، واژه‌ها با هم رابطه ترادف دارند.

■ رمضان و تشنگی تضمّن ندارند، ولی چاره‌ای جز پذیرش آن نیست.

۱۴- پاسخ: گزینه ۱

بررسی صفت‌های مرکب گزینه‌ها:

گزینه ۱: دوست‌گش / بیگانه‌پرور / دیرجوش / زودرنج / سست‌پیمان / سخت‌دل / مشکل‌پسند / آسان‌گسل: ۸ واژه مرکب

گزینه ۲: آتش‌بار / یأس‌آور / امیدسوز / دردافکن / درمان‌گسل: ۵ واژه مرکب

گزینه ۳: مردم‌فریب / تقواکش / ایمان‌گسل: ۳ واژه مرکب

گزینه ۴: گوهرریز / مرجان‌فروش / خون‌ریز / شریان‌گسل: ۴ واژه مرکب

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

صفت مضاف‌الیه در ابیات:

(الف) ندارد. گروه‌های «این عالم»، «وصال سبزخطان»، «باغ خلد»، «این ریحان جان‌پرور» مهم‌ترین گروه‌های این بیت‌اند و هیچ وابسته‌ای ندارند.

(ب) «آن» در «نگاه آن سمن‌بر» صفت مضاف‌الیه است.

(ج) «این» در «گل این باغ» صفت مضاف‌الیه است.

(د) ندارد. «آن زلف معنبر» صفت مضاف‌الیه ندارد.

(ه) «آن» در «رخسار آن خورشیدطلعت» صفت مضاف‌الیه است.

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: در این ابیات هر سه فعل «نیست» ناگذر هستند و مسند نمی‌خواهند.

گزینه ۲: «ت» در «لعل لب» مضاف‌الیه مضاف‌الیه است. / «یک ذره» هم ترکیب وصفی است.

گزینه ۳: «را» در بیت اول حرف اضافه است و در بیت دوم نشانه مفعول.

گزینه ۴: مصراع اول بیت دوم چهارجزیی با مفعول و مسند است: «دهن تو (نهاد) ما (مفعول) را نیست (مسند) می‌پندارد (فعل)».

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

بررسی مفهوم گزینه‌ها:

گزینه ۱: اگر چهره‌ات زشت شده است، اخلاقت را در عوض خوب کن. اگر به بیت این‌گونه نگاه کنیم که انسان در پیری زشت می‌شود، می‌توانیم این نتیجه را بگیریم که شاعر می‌گوید: اکنون که پیر و زشت شدی اخلاقت را نیک کن، پس این مفهوم را به‌سختی می‌توانیم از بیت استخراج کنیم: دریافتن باقی عمر

گزینه ۲: بیت در نکوهش تزویر و ریاکاری و برتری مستی بدون فریبکاری بر زهد ریاکارانه است.

گزینه ۳: تأکید اصلی بیت بر باقی ماندن نام نیک عاشق جان‌باز است.

گزینه ۴: مفهوم اصلی بیت سؤال برتری یاران جانی بر جان (از جان خود می‌توان گذشت، ولی از دوستان جانی نمی‌توان برید) است. به‌زحمت از بیت تأثیر عشق را می‌توانیم استنباط کنیم، چون مفهوم جان‌باختن در راه دوست جز با عشق توجیه نمی‌شود!

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴، سخن از قناعت‌کردن به کمترین‌ها است، ولی در گزینه ۲ مفهوم اصلی نکوهش عبرت‌نبردن از حوادث است.

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، سخن از خرم‌شدن جهان در بهار و روییدن گل‌ها است، اما در گزینه ۳ سخن از حسن یار است.

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ مفهوم مشترک سنجیده‌گویی و با فکر و تأمل رفتارکردن است و با بیت سؤال تناسب دارند. در گزینه ۲ سخن از این است که نباید سخنی بگوئیم که ناباور باشد و به نظر دروغ برسد.

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

مفهوم بیت سؤال و گزینه ۲ این است که بدون فنا کسی به وصال یار نمی‌تواند، برسد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: طلب دیدار یار به‌دلیل نزدیک‌دانستن مرگ خود

گزینه ۳: کسی که قدر زمان وصال را نداند، گرفتار فراق می‌شود.

گزینه ۴: بی‌اهمیت دانستن فقر و درویشی و برتری بقای عشق و مستی بر آن

۲۲- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ سخن از این است که عشق پنهان نمی‌ماند و ظاهر عاشق افشاکننده راز اوست؛ اما در گزینه ۴، مفهوم اصلی این است که هر کس شایسته اسرار عشق نیست.

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ همانند بیت صورت سؤال سخن از مشکل‌گشا بودن دعای سحر است و توصیه به دعای شب و سحر است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نفرین کردن دشمنان یار

گزینه ۲: آرزو کردن برای برآورده‌شدن دعای پادشاه

گزینه ۴: همیشه دعاکردن برای دولت و سعادت‌مندی یار

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ سخن از از خودبی‌خود شدن عاشق با دیدن یار و جلوه معشوق است، ولی در گزینه ۱ شاعر معتقد است حسن یار نیاز به آرایش و زیور ندارد.

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۴ همانند صورت سؤال مفهوم خودحسابی آشکار است.

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

ذکر و أنثی: یک نر و یک ماده (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // جعلناکم شعوباً و قبائل: شما را ملت‌ها و قبائل قرار دادیم (رد سایر گزینه‌ها) // لتعارفوا: تا یکدیگر را بشناسید (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

من أراد: هرکس بخواهد (رد سایر گزینه‌ها) // أن ینجح: (که) پیروز شود (رد گزینه ۳) // مستشاره الحکیم: مشاور دانای خود (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

تمام گزینه‌های این سؤال دارای خطا بودند، اما کلید سازمان سنجش گزینه ۲ بوده است.
ثم: سپس (رد سایر گزینه‌ها) // أن نعتذر منه: از او معذرت خواهی کنیم (رد سایر گزینه‌ها) // بذلک: به آن (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

الهمس الّذی: پیچ کردنی که (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // التعلّم: آموختن (رد گزینه‌های ۱ و ۲) // یضّرک ضرراً لا تتنبّه: به تو ضرری می‌زند که... (رد سایر گزینه‌ها)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

هناک: وجود دارد، هست (رد گزینه‌های ۲ و ۴) // مجموعة من الدّرر: مجموعه‌ای از مرواریدها (رد گزینه‌های ۱ و ۴) // مئات آلاف: صدها هزار (رد گزینه‌های ۱ و ۲) // تُسمی: نامیده می‌شود (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

قوة هذا الإعصار: قدرت این گردباد (رد سایر گزینه‌ها) // تسحب: می‌کشاند (رد گزینه‌های ۲ و ۴) // مکان بعيد: مکانی دور (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // کیلومتر من: کیلومتری از (رد سایر گزینه‌ها)

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

عمر نوع: عمر نوعی (رد گزینه‌های ۱ و ۲) // الأشجار الطويلة العجیبة: درختان بلند عجیب (رد گزینه‌های ۱ و ۳) // قد یصل: گاهی... می‌رسد (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // إلى أكثر من: به بیش از (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) لن تكون: نخواهد بود

(۲) آیات ربنا الکبری: نشانه‌های بزرگ پروردگاران

(۴) چشم فقط در بعضی حیوانات مانند آفتاب پرست در دو جهت می‌چرخد!

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

یحمینا: از ما محافظت می‌کند

۳۵- پاسخ: گزینه ۱

یک ساعت تفکر: تفکر ساعة (رد سایر گزینه‌ها) // هفتاد سال عبادت: عبادة سبعین سنة (رد سایر گزینه‌ها)

■ ترجمه متن:

«ماهی‌گیری به عنوان یکی از بیشترین شغل‌هایی که انسان برای اداره زندگی‌اش به آن مشغول است به شمار می‌رود، تا زندگی خود را اداره کند خصوصاً در مناطق ساحلی یا مناطقی که توسط دریاچه‌ها و رودها احاطه شده است، به طوری که گوشت ماهیان یکی از مهم‌ترین منابع غذایی را تشکیل می‌دهد که انسان در جهان، از آن بهره می‌برد! چنان‌که ماهیان منبع غذایی مهمی برای انسان در روزگاران قدیم بوده است و در بسیاری از نگاره‌های قدیمی سنگی مربوط به عصر فراخنه یافت شده است که بر صید ماهیان توسط آن‌ها و روش آن‌ها برای تغذیه از ماهیان دلالت دارد! علاوه بر این انسان برای دست یافتن به آن، سختی می‌بیند! شغل ماهی‌گیری به یک ورزش محبوب نزد بسیاری از مردم درآمده است، به طوری که تعداد کسانی که به آن می‌پردازند به حدود میلیون‌ها نفر می‌رسد! بعضی از مردم وقتی به مناطقی که در آن امکان (ماهی‌گیری) است می‌روند، مشغول صید می‌شوند، ولی با وسایل ساده! و روش‌های صید در طول زمان متحوّل شده و روش‌های به کار گرفته در صید متعدّد شده‌اند!»

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

صورت سؤال: «نگاره‌های سنگی قدیمی دلالت بر این دارند که!»

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) مردم آرزو داشتند که مشکل گرسنگی خود را رفع کنند! (۲) ماهی‌گیری شغلی نوین بود که آن را از اجداد خود نیاموختیم!
(۳) گذر زمان سبب تحوّل در کیفیت ماهی‌گیری شده است! ✓ (۴) تنها منبع غذایی مهم از قدیم، گوشت ماهی بوده است!

۳۷- پاسخ: گزینه ۲

صورت سؤال: «چرا از قدیم ماهی‌گیری از مهم‌ترین شغل‌ها برای انسان بوده است؟»
ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) زیرا ماهی ثروتی طبیعی بود که مردم آن را در طبیعت می‌یافتند!
- (۲) زیرا آن‌ها ساعات فراغت خود را با اشتغال به این کار پر می‌کردند! *
- (۳) زیرا برای انسان دستیابی به آن ساده بود که به وسیله آن نیازهایش را رفع کند!
- (۴) زیرا ماهی‌گیری نه تنها گرسنگی او را برطرف می‌کند بلکه به او برای اداره زندگی‌اش کمک می‌کند!

۳۸- پاسخ: گزینه ۴

صورت سؤال: «زمان گذشت و مردم دانستند»

- (۱) راه‌های مختلف برای ماهی‌گیری را!
- (۲) چگونگی به‌کارگیری ماهی‌گیری همچون ورزش!
- (۳) چگونه با وسایل ساده مشغول ماهی‌گیری شوند!
- (۴) که گوشت ماهی در هرجایی، بهترین منبع برای غذای آن‌هاست! *

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

آنچه در متن نیامده است را ذکر کن:

- (۱) ماهی‌گیرها با گذشت زمان شیوه کار خود را تغییر دادند!
- (۲) راه‌های بسیاری برای شکار وجود دارد که مرد همه آن‌ها را از قدیم می‌شناختند! ✓
- (۳) برخی از مردم ساعات فراغت خود را با اقدام به ماهی‌گیری پر می‌کنند!
- (۴) مردم از وسایل سنگین و نوین برای شکار استفاده نمی‌کردند!

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) فاعله محذوف ← فاعله «الإنسان»
- (۳) إنفعال ← إفتعال
- (۴) ثلاثة حروف زائدة ← حرفان زائدان

۴۱- پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) ماضیه تشکّل ← ماضیه شگّلت/ مصدره «تشکّل» علی وزن «تفعّل» ← مصدره «تشکیل» علی وزن «تفعیل»
- (۳) للمخاطب ← للغائبه
- (۴) فاعله «الأسماك» ← فاعله «لحوم»

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) مصدره «تصدیر» ← مصدره «صدور»
- (۳) المضاف: «الغداء» ← المضاف: «أهم»
- (۴) اسم مفعول ← اسم مکان

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

«خَانَقَة» باید «خَانَقَة» باشد؛ زیرا اسم فاعل است و باید بر وزن «فَاعِل» باشد.

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) مزدوران: همان کسانی هستند که برای راحتی مردم کار می‌کنند!
- (۲) یکتاپرست: همان کسی است که فقط خداوند یکتا را می‌پرستد! ✓
- (۳) دریاچه: آب رودخانه‌ها به آن وارد می‌شود و از دریا بزرگ‌تر است!
- (۴) روز پنجشنبه: روز ششم هفته است و قبل از آن روز جمعه است!

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

سعید در مسابقه پیروز شد و به جایزه طلایی دست یافت، پس او برنده است!

(۴) اول (مؤنث)

(۳) یک

(۲) اول (مذکر)

(۱) یکشنبه

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

- (۱) متاجر (جمع مَتَجَر): اسم مکان
 (۲) مکتبه: اسم مکان/ اکابر (جمع أَكْبَر): اسم تفضیل
 (۳) أرخص و أعلی: اسم تفضیل
 (۴) مطابخ (جمع مطبخ) و الأماكن (جمع مکان): اسم مکان [دقت داشته باشید رنگ‌ها که بر وزن «أفعل» هستند اسم تفضیل نمی‌باشند؛ لذا «أبيض: سفید» اسم تفضیل نیست.]

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

- (۱) یساعدي: «س ع د» حروف اصلی آن می‌باشد و لذا «ن» نون وقایه می‌باشد.
 (۲) أَعْنَى: «ع و ن» حروف اصلی آن می‌باشد و لذا «ن» نون وقایه می‌باشد. (به تشدید روی نون دَقْتُ کنید).
 (۳) یتمنی: «م ن ی» حروف اصلی آن می‌باشد و نون وقایه نداریم. (تشدید رو نون به دلیل باب «تفعّل» می‌باشد).
 (۴) أعانی: «ع و ن» حروف اصلی آن می‌باشد و لذا «ن» نون وقایه می‌باشد.

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

- «همراه با ۱۱ نفر از هم‌کلاسی‌هایم ساعت ۷ صبح به کتابخانه رفتیم! ۲ تا از دوستانمان برگشتند، اما ما ۵ ساعت آنجا ماندیم! هنگام بازگشت تعداد ما نفر و ساعت بود!»
 (۱) ۱۲-۱۰ (مذکر) (۲) ۱۲-۹ (مذکر) (۳) ۱۲-۱۰ (مؤنث) (۴) ۱۲-۹ (مؤنث)
 دقت داشته باشید که برای ساعت باید عدد مؤنث به کار ببریم.

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

- «و هي تحمل» (واو + ضمیر + خبر) ساختار جمله حالیه می‌باشد.
 ۵۰- پاسخ: گزینه ۳
 «التَّفَاح» از «الفواکه» (مستثنی‌منه) جدا شده است و لذا در این گزینه اسلوب استثناء داریم.
 در سایر گزینه‌ها مستثنی‌منه حذف شده و اسلوب حصر داریم.

فرهنگ و معارف اسلامی

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

- قسمت اول از ضرورت معاد سوال پرسیده شده است و آیه «وَمَا خَلَقْنَا السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ وَمَا بَيْنَهُمَا لَاعِبِينَ» در مورد هدفمندی عالم است و هدفمندی جهان ریشه در حکمت خدا دارد.
 ■ دقت کنید که حکمت الهی و عدل الهی از دلایل ضرورت معاد است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

- «خداست که بادها را می‌فرستد تا ابر را برانگیزند. (رد گزینه‌های ۲ و ۳) سپس آن ابر را به‌سوی سرزمینی مرده برانیم و آن زمین مرده را پس از مرگش زندگی بخشیم...»
 ■ بار دیگر بانگ سهمناکی در عالم می‌پیچد (نفخ صور دوم) و حیات مجدد انسان‌ها (= رستاخیز آدمیان) شروع می‌شود. (رد گزینه ۱)

۵۳- پاسخ: گزینه ۴

- از آیه «يُنَبِّئُوا الْإِنْسَانَ يَوْمَئِذٍ بِمَا قَدَّمَ وَأَخَّرَ» متوجه دادن نامه اعمال می‌شویم که در مرحله دوم قیامت اتفاق می‌افتد و آیه گزینه ۴ هم نشان‌دهنده شهادت فرشتگان الهی است که آن هم در مرحله دوم قیامت اتفاق می‌افتد.

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

- بدکاران در زمان مرگ «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ» از خدا تقاضای بازگشت دارند، به دلیل اینکه شاید بتوانند کار صالحی انجام دهند و گذشته را جبران کنند «لَعَلِّي أَعْمَلُ صَالِحًا فِيمَا تَرَكْتُ» (رد گزینه‌های ۱ و ۲) و در روز قیامت نیز ناله حسرت دوزخیان بلند می‌شود و می‌گویند که «ای کاش (به دنیا) بازگردانده می‌شدیم و آیات پروردگارمان را تکذیب نمی‌کردیم و از مؤمنان بودیم».

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

- صورت سؤال چگونگی رسیدن به سعادت و اصلاح نفس را خواسته است. دقت کنید که انسان با محاسبه نفس به عیب‌ها آگاه می‌شود و بر گناهان احاطه پیدا می‌کند و از این راه است که می‌تواند به سعادت یا اصلاح برسد.
 ■ دقت کنید که گزینه ۱، صرفاً به رسیدن به سعادت اشاره می‌کند و چگونگی آن را بیان نمی‌کند و از گزینه ۲ هم فقط اصلاح نفس برداشت می‌گردد، اما چگونگی آن مفهوم نمی‌گردد.

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

■ فرموده امام خمینی^(ه) به ضرورت بیزاری از دشمنان خدا و مبارزه با آن‌ها یا به عبارتی «تبری» اشاره دارد و تنها، آیه گزینه ۲ با اشاره به دستور ﴿لَا تَتَّخِذُوا عَدُوِّي وَعَدُوَّكُمْ اَوْلِيَاءَ﴾ به ضرورت نفی طاغوت و بیزاری از دشمنان خدا اشاره دارد.

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

ادیان الهی که در اصل یک دین هستند، همواره بر پوشش تاکید داشتند... همچنین از گذشته تا زمان حاضر، زنان راهبه و قدیس یکی از کامل‌ترین حجاب‌ها را انتخاب کرده‌اند. این امر نشان می‌دهد که از نظر آنان، داشتن حجاب، به دینداری نزدیک‌تر است.

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

آب عامل ادامه حیات است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴) و آیه هم‌مفهوم با آن ﴿لِنُحْيِيَ بِهِ بَلْدَةً مَّيْتًا﴾ یا ﴿وَجَعَلْنَا مِنَ الْمَاءِ كُلَّ شَيْءٍ حَيًّا﴾ است که در گزینه ۱ ذکر شده است.

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

بیت زیر به ختم نبوت و اینکه همه پیامبران خط حضرت ختمی مرتبت را پی می‌گرفتند، اشاره می‌کند (رد گزینه‌های ۳ و ۴) و نیز قاعده «لاضرر و لا ضرار فی الاسلام»، به پویایی و روزآمد بودن دین از عوامل ختم نبوت اشاره دارد. (رد گزینه ۲)

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

روشن است که منظور از آنچه مورد نیاز است، نیازهای مربوط به برنامه زندگی و هدایت انسان‌هاست، یعنی همان نیازهایی که پیامبران به‌خاطر آن‌ها فرستاده شده‌اند. (رد گزینه‌های ۱ و ۲) و این سخن امام باقر^(ع) زیرمجموعه جامعیت و همه‌جانبه بودن از دلایل اعجاز محتوایی قرآن است. (رد گزینه ۳)

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

■ کامل‌ترین مصداق ﴿الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ﴾ در آیه ﴿إِنَّ الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ أُولَٰئِكَ هُمْ خَيْرُ الْبَرِيَّةِ﴾ آمده است. (رد گزینه‌های ۳ و ۴) و مصداق این آیه، امیرالمؤمنین^(ع) است. دقت کنید که «خیر البریه» همان کسانی هستند که ایمان و عمل صالح دارند. ■ از طرفی عبارت «علی مع الحق...» با بخش «تواصوا بالحق» هم‌مفهوم است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

امیرالمؤمنین^(ع) بارها مسلمانان را نسبت به ضعف و سستی‌شان در مبارزه با حکومت بنی‌امیه (رد گزینه‌های ۱ و ۲) بیم می‌داد و می‌فرمودند: «سوگند به خدایی که جانم به دست و قدرت اوست، آن مردم [شامیان] بر شما پیروز خواهند شد...» به این جهت که آنان در راه باطلی که زمامدارشان حرکت می‌کند، شتابان فرمان او را می‌برند. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

■ در ویژگی «عدالت گستری» می‌خوانیم که امام باقر^(ع) می‌فرمایند: «فقیری پیدا نمی‌شود تا به او زکات داده شود.» ■ در جامعه مهدوی رشد و تکامل همه افراد فراهم است. فرزندان صالح به جامعه تقدیم می‌نمایند و خیرخواه دیگران‌اند.

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

این آیه نشان‌دهنده این است که توحید ربوبی ﴿رَبِّي وَ رَبِّكُمْ﴾ علت توحید عملی ﴿فَاعْبُدُوهُ﴾ است که تنها در گزینه ۱ به آن اشاره شده است.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

در اسلام، اخلاص شرط قبولی تمامی اعمال است (رد گزینه‌های ۱ و ۳) و تنها آیه‌ای که اشاره به اخلاص دارد، گزینه ۲ است که عبارت ﴿تَقْوَمُوا لِلَّهِ﴾ یا قیام کردن برای خدا مصداقی از اخلاص است.

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

این آیه که ﴿إِنَّ عَقُوبَتَیْهُ بِدَلِیلٍ کَرْدَارٍ بِیْشِینِ شَمَاسْت...﴾، اشاره به مسئولیت‌پذیری و مفهوم مجازات و پاداش دارد که تنها در گزینه ۱ آمده است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

این حدیث اشاره به اهمیت یادگیری مسائل شرعی در تجارت دارد که به گناه در کسب‌وکار آلوده نشویم و در گزینه ۳ این عبارت به‌صورت کامل آمده است.

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

توبه یا همان پشیمانی از گناه آثار و نتایج دارد و مراحل تکمیلی آن عبارتند از: (۱) تلاش در جهت دورشدن از گناه (۲) جبران حقوق الهی و حقوق مردم که تنها در گزینه ۴ آمده است.

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

بیداری و هوشیاری زمانی است که انسان می‌میرد، همانطور که پیامبر^(ص) می‌فرماید «فاذا ماتو انتبهوا» (رد گزینه‌های ۱ و ۲) که در عبارت ﴿احْذَرُوا الْمَوْتَ﴾ به آن اشاره شده و در آن وقت درمی‌یابد که زندگی واقعی ﴿حَیَّوَان﴾ و حیات طیبه در آخرت است. (رد گزینه ۴)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به کلام ائمه^(علیهم‌السلام) اولویت آراستگی ابتدا در عبادت، سپس در خانواده و در آخر در جامعه است، پس مهم‌ترین زمان برای آراستگی در عبادت است که تنها در گزینه ۲ مصداقی از آراستگی در عبادت آمده است.

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

مرجع تقلید باید اعلم باشد، یعنی از همه فقها عالم تر باشد. (رد گزینیه های ۲ و ۴) و دو راه شناخت دارد:

اولاً: پرسش از دو نفر عادل

ثانیاً: یکی از فقیهان در میان اهل علم چنان مشهور باشد که انسان مطمئن شود که فقیه واجد شرایط است که مورد دوم تنها در گزینه ۱ آمده است.

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

این مثال های ذکر شده در سؤال نشان دهنده تفاوت های میان زن و مرد است و زن به جهت وظایف متفاوتی که دارند و خالق حکیم برای آنان قرار داده است، متفاوتند تا بتوانند در زندگی مشترک و خانوادگی نقش های خاصی را برعهده گرفته و خانواده متعادل را به وجود آورند.

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

این آیه نشان دهنده این است که خداوند نور هستی است و موجودات تمام وجود خود را از او می گیرند و به سبب او پیدا و آشکار شده و هر موجودی در حد خودش تجلی بخش خداوند و صفات او از جمله حکمت، رحمت، قدرت و... است.

رد سایر گزینه ها:

گزینه ۱: روشنی بخش آسمان ها و زمین ربطی به این آیه ندارد.

گزینه ۲: تنها صرف شناخت خدا نیست.

گزینه ۴: علاوه بر نیاز پیدایش نیاز در بقا را هم پوشش می دهد.

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به آیه ﴿وَلَوْ أَنَّ أَهْلَ الْقُرَىٰ آمَنُوا وَاتَّقَوْا لَفَتَحْنَا عَلَيْهِم بَرَكَاتٍ مِّنَ السَّمَاءِ وَالْأَرْضِ...﴾، تقوا و ایمان واقعی سبب نزول برکات الهی می گردد و این آیه سنت تأثیر اعمال انسان در زندگی اش را نشان می دهد.

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

در بخش توبه و پاکی در کتاب می خوانیم:

توبه نه تنها گناه را پاک می کند، بلکه اگر همراه با ایمان و عمل صالح باشد، گناهان را تبدیل به حسنات می کند.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: در نگارش آزاد شما نباید درباره املا یا نشانه گذاری درست، درباره تصحیح اشتباهات، درباره سازماندهی مطالب و یا درباره پیدا کردن کلمات دقیق، نگران باشید.

(۱) پیدا کردن (۲) چطور پیدا کردن (۳) درباره پیدا کردن (۴) پیدا کردن چیزی

نکته: بعد از حرف اضافه همواره (ing + فعل) درست است و در اینجا چون حرف اضافه about داریم و چند ترکیب از این طریق به هم وصل شده اند و در نهایت با حرف اضافه or جمله تمام می شود، لذا بعد از حرف ربط or نیز همانند قسمت های قبلی ing همراه با حرف اضافه درست است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: جرالند و من یادم آن رفت شب دزدی رستورانمان، درب را قفل کنیم.

(۱) و من (۲) یا خودم (۳) و من خودشان (۴) خودش و خودم

نکته: در این قسمت چون جرالند فاعل است، ضمیر بعد از آن نیز باید فاعلی بیاید، لذا گزینه ۱ درست است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: هلی کوپترهای نجات همه جا را پنج ساعت برای یافتن کوهنوردان گشتند تا بالاخره آن ها را در مکانی دورافتاده پیدا کردند.

(۱) پیدا شدند (۲) پیدا می کردند (۳) داشتند پیدا می کردند (۴) پیدا کردند

نکته: وقتی دو عملی غیرهم زمان رخ دهند که یکی ماضی بعید باشد و زودتر رخ داده باشد، آن یکی که دیرتر رخ داده، ماضی ساده خواهد بود، لذا گزینه ۴ درست است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: آقای تامپسون، رئیس شرکت، انسان بخشنده ای نیست. من اگر رئیس شرکت بودم، مطمئناً بخشی از پول را به خیریه می بخشیدم.

نکته: این تست شرطی نوع دوم است، به دلیل وجود فعل وجهی would در قسمت شرط (if clause) بایستی ماضی ساده بیاید و برای تمام فاعل ها از were استفاده می شود.

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: ما یک ملت کهن هستیم که به میراث خود افتخار می کنیم.

(۱) نسل، تولید (۲) ترکیب (۳) قاره (۴) میراث

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: بچه‌ها توجه ویژه‌ای کردند وقتی که معلم شروع به توضیح دادن کرد که در امتحان مهم بعدی چه چیزی خواهد بود.

(۱) ویژه، خاص (۲) محبوب (۳) مشتاق، مایل (۴) سرگرم

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: پرداخت غیرمنتظره هزینه تعمیر اتومبیل به پس‌انداز من لطمه وارد کرد.

(۱) به طور امن (۲) مطلقاً، قطعاً (۳) به طور بی توجه (۴) به طور غیرمنتظره

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: به نظر من همه باید به طبیعت احترام بگذاریم و دولت‌ها باید کار بیشتری برای پیشگیری از خسارت محیطی انجام دهند.

(۱) نیاز داشتن (۲) پیشگیری کردن (۳) محافظت کردن (۴) تبدیل کردن

۸۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: هنری دوست دارد که دوش‌های طولانی مدت بگیرد و از تمام آب گرم استفاده کند، قبل از اینکه بقیه شانشی برای حمام کردن داشته باشند.

(۱) افتادن، سقوط کردن (۲) فوت کردن (۳) استفاده کردن (۴) خاموش کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: سخنرانی نامفهوم آن مرد برای حضار بی‌معنا بود و بسیاری میان صحبت‌های او مکان را ترک کردند.

(۱) قدیمی، باستانی (۲) بی‌شمار (۳) تک‌زبانه (۴) غیرقابل درک، نامفهوم

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: یادگیران حرکتی دانش‌آموزانی هستند که در صورت فعال بودن بهتر یاد می‌گیرند.

(۱) خوشحال (۲) احساسی، هیجانی (۳) فعال (۴) اجتماعی

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: نه، نه ظاهراً منظور بحث مرا نفهمیدی، منظورم این است که باید بیشتر مراقب خودت باشی.

(۱) نکته، منظور (۲) موضوع (۳) مسئله (۴) نصیحت

■ ترجمه Cloze Test:

چشم انسان خارق‌العاده‌ترین عضو طبیعت است و سطح زیادی از پیشرفت جامعه بشری احتمالاً به توسعه این عضو بستگی دارد. وقتی طبیعت برای اولین بار این ارگان‌بسم پیچیده و تطبیق‌پذیر را به وجود آورد، چشمان انسان عمدتاً جهت کار در فضای باز و زندگی استفاده می‌شدند. با فشار و استرس زندگی در فضای بسته و نورهای غیرطبیعی، چشمان ما در معرض فشار زیادی قرار دارند. گاهی اوقات بیشتر از کمک طبیعت لازم می‌شود تا چشم‌ها را برای ایفای نقش‌شان در زندگی مدرن حفظ کنیم. همچنین این نیز درست است که ما طول عمر طبیعی را تقریباً به دو برابر چیزی که در جوامع قدیمی و باستانی بودند، گسترش داده‌ایم. مشکلات بینایی با بالا رفتن سن افزایش می‌یابند و چشم‌ها با افزایش سن به مراقبت بیشتری نیاز دارند.

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

(۱) این عضو در حال پیشرفت است. (۲) این عضو پیشرفت می‌کند.

(۳) توسعه دادن این عضو (۴) توسعه این عضو

نکته: در این تست ما به ترکیب اسمی نیاز داریم، چون قبل از جای خالی حرف اضافه آمده است. (مضاف و مضاف‌الیه)

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

(۱) استفاده کرد (۲) ما استفاده کردیم (۳) استفاده شدند (۴) استفاده شده‌اند

نکته: این تست مجهول است، زیرا فعل use مفعول می‌خواهد و مفعول آن نیامده است و با توجه به اینکه عمل استفاده در گذشته صورت گرفته و تمام شده است، گزینه ۳ پاسخ درست می‌باشد.

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

(۱) خدمت کردن (۲) افزایش دادن، بهبود دادن (۳) شناسایی کردن (۴) دریافت کردن

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

(۱) گسترش دادن (۲) جایگزین کردن (۳) پس‌انداز کردن، نجات دادن، ذخیره کردن (۴) مرتب و تنظیم کردن

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

(۱) مهارت (۲) مراقبت (۳) فضا (۴) اعتیاد

■ ترجمه درک مطلب ۱:

یک نوع پرنده به نام کبوتر آموزش دیده است که حالات چهره انسانی را تشخیص دهد و این امر باور قدیمی که طبق آن تنها انسان از سیستم‌های عصبی پیچیده برای انجام چنین کاری برخوردار است را تضعیف کرده است. در بعضی آزمایشات اخیر، به هشت کبوتر آموزش دیده تصاویر افرادی با حس خوشحالی، عصبانیت، تعجب و تنفر نشان داده شد. این پرندگان یاد گرفتند که تفاوت بین این حالات را تشخیص دهند. نه فقط این، بلکه آن‌ها قادر بودند تا این حالت چهره را در تصاویر افراد ناآشنا تشخیص دهند. دستاورد آن‌ها البته نشان نمی‌دهد که کبوترها معنای این حالت چهره را می‌فهمند.

برخی روان‌شناسان معتقدند که به‌خاطر اهمیت حالت چهره در روابط انسانی، سیستم عصبی ویژه قادر به تشخیص حالت دقیق چهره به‌وجود آمد، اما کبوترها با این وجود خلاف این ایده را ثابت کردند. در حقیقت، توانایی تشخیص حالت‌های احساسی چهره لزوماً غیراکتسابی نیست، حتی در نوزادان انسان، اما ممکن است همان‌طور که کبوتران یاد می‌گیرند، آموخته شوند. در آزمایش‌هایی که چند سال پیش انجام شد، مشخص شد که کبوترها تصاویر اشیاء را درست مثل انسان‌ها در ذهن خود، به‌صورت استدلالی طبقه‌بندی می‌کنند.

۹۳- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: موضوع این متن چیست؟

(۱) تفاوت‌های ارتباطی بین انسان‌ها و کبوترها

(۳) شناخت حالت چهره

(۲) اهمیت حرکت بدن در ارتباط انسانی

(۴) احساساتی که صورت ما می‌تواند نشان دهد.

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: متن نشان می‌دهد که باور اینکه حیوانات هم قادر به تشخیص حالت چهره هستند

(۱) ثابت می‌کند که آن‌ها می‌فهمند که هر حالت چهره چه معنایی دارد.

(۲) در ارتباط با پرندگان آموزش دیده، نه آموزش ندیده، صدق می‌کند.

(۳) غلط از آب درآمد. (اشتباه تصور می‌شد).

(۴) یک باور قدیمی است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام یک از گزینه‌ها نگرش نویسنده را به‌سمت این ایده که توانایی شناخت حالت چهره و احساسات ذاتی می‌باشد، توصیف می‌کند؟

(۱) نامطمئن

(۲) ترسیده

(۳) شوک‌زده

(۴) سرگرم

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: عبارت «این ایده» در پارگراف ۲ اشاره به این ایده دارد که

(۱) کبوترها می‌توانند چیزهای جدید یاد بگیرند.

(۲) صحبت روان‌شناسان در پارگراف ۲ مطرح شده است.

(۳) شناخت حالت چهره در رابطه انسانی مهم است.

(۴) شناخت حالت چهره و احساس لزوماً ذاتی نیست.

■ ترجمه درک مطلب ۲:

برای بیشتر فرودگاه‌های مدرن، مسئله اصلی طراحی مقیاس است، یعنی آن‌ها باید فضای کافی روی زمین برای حرکت جت‌های بزرگ به‌وجود آورند و در همین حال باید راحتی و حرکت مسافران حین پرواز، خروج، ورود و انتقال از یک پرواز به پروازی دیگر را میسر سازند. بیشتر طرح‌های ترمینال‌های فرودگاهی از چهار رویکرد استفاده می‌کنند.

در طرح خطی، ساختمان ممکن است صاف یا منحنی باشد، مسافران سوار هواپیمایی می‌شوند که کنار ساختمان پارک شده است. این طرح برای فرودگاه‌های کوچک که نیاز به فراهم کردن فضای کمی برای پروازهای خود در یک زمان دارند، مؤثر واقع می‌شود.

در طرح ستونی، راهروهایی باریک یا ستون‌هایی از میان ساختمان رد می‌شوند. این طرح اجازه می‌دهد که خیلی از هواپیماها کنار ساختمان پارک کنند. با این وجود، مسافت پیاده‌روی طولانی برای مسافران ایجاد می‌کند.

در طرح ماهواره‌ای، مسافران از طریق ترمینال‌های کوچک جدا از ترمینال اصلی سوار هواپیما می‌شوند. مسافران به‌وسیله قطارهای سفینه‌ای شکل به ماهواره‌ها می‌رسند و یا این کار از طریق راهروهای زیرزمینی مجهز به پله برقی انجام می‌شود.

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: این متن احتمالاً با ادامه پیدا می‌کند.

(۱) بهترین طرح فرودگاهی

(۲) رویکردی دیگر برای طرح فرودگاهی

(۳) دلایلی که چرا طرح فرودگاهی مهم است

(۴) معایب و محاسن هر طرح فرودگاهی

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: طبق متن طرح خطی بیشتر برای فرودگاه‌هایی مناسب است که

(۱) هواپیماهای کوچک دارند.

(۲) پروازهای داخلی ارائه می‌دهند.

(۳) مسافران آن ترجیح می‌دهند که در سریع‌ترین زمانی که می‌توانند سوار هواپیما شوند.

(۴) در آن واحد می‌توانند خدماتی به تعداد محدودی از هواپیماها ارائه دهند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام یک از کلمات زیر در متن تعریف شده است؟

- (۱) مقیاس (پاراگراف ۱) (۲) ترمینال‌ها (پاراگراف ۴) (۳) سوار شدن (پاراگراف ۲) (۴) راهروها (پاراگراف ۴)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: در کدام یک از طرح‌ها در متن، اتوبوس‌ها استفاده می‌شوند و مسافران بایستی برای سوار شدن به هواپیما از تعدادی پله بالا روند؟

- (۱) خطی (۲) ستونی (۳) ماهواره‌ای (۴) هیچ کدام

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار ون شکل روبه‌رو، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

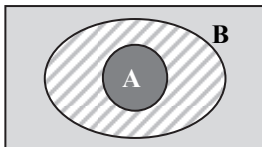
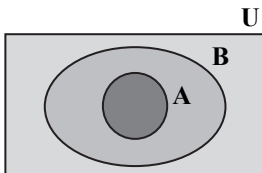
گزینه ۱) $B - A' = B \cap A = A$ ✓

گزینه ۲) $A - B' = A \cap B = A$ ✓

گزینه ۳) $A \cap B' = A - B = \emptyset$ ✓

گزینه ۴) $B \cap A' = B - A \neq \emptyset$ ✗

واضح است که نمودار ون برای گزینه ۴ به صورت روبه‌رو است:



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(A \cap B') \cup \underbrace{\{(B' \cup C') \cap [(B' \cup A) \cap B']\}}_{B'} = (A \cap B') \cup \underbrace{\{(B' \cup C') \cap B'\}}_{B'} = (A \cap B') \cup B' = B'$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

از آنجایی که $A \times B = B \times A$ ، پس بایستی $A = B$ باشد و خواهیم داشت: $\{x+2, 1, 4, y\} = \{5, 7, z, t-1\}$ که در این صورت، یکی از چهار حالت زیر می‌تواند پدید آید:

$$1) \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \\ z=1 \\ t=5 \end{cases} : \{(3, 7), (1, 5)\}$$

$$2) \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \\ z=4 \\ t-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \\ z=4 \\ t=2 \end{cases} : \{(3, 7), (4, 2)\}$$

$$3) \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \\ z=1 \\ t=5 \end{cases} : \{(5, 5), (1, 5)\}$$

$$4) \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \\ z=4 \\ t-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \\ z=4 \\ t=2 \end{cases} : \{(5, 5), (4, 2)\}$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول: به کمک هم‌ارزی‌های منطقی

می‌دانیم: $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ و همچنین $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ و خواهیم داشت:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \vee [(\sim p \vee q) \wedge p]$$

$$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F] \vee [\underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \vee (q \wedge p)] \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p) \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$$

راه حل دوم: به کمک رسم جدول ارزش گزاره‌ها

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$
د	د	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	د	د	د

با مقایسه دو ستون مشخص شده هم‌ارزی اثبات می‌شود.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x-a$ برابر $p(a)$ است، بنابراین مطابق مفروضات مسئله $p(1) = 8$ و $p(-\frac{1}{2}) = 5$.

اگر باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر چندجمله‌ای درجه دوم $2x^2 - x - 1$ را چندجمله‌ای درجه اول به صورت $ax + b$ در نظر بگیریم، داریم:

$$p(x) = (2x^2 - x - 1)q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} p(1) = a + b = 8 \\ p(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2}a = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow R(x) = 2x + 6$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا توجه کنید که می‌توان تابع y را به صورت زیر ساده کرد:

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

و داریم:

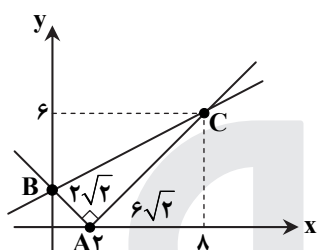
$$y = \begin{cases} x-2 & x \geq 2 \\ 2-x & x < 2 \end{cases}$$

حال می‌توانیم مختصات نقاط برخورد خط $y = \frac{1}{2}x + 2$ را با خطوط $y = x-2$ و

$y = 2-x$ به دست آوریم:

$$x-2 = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x = 8, y = 6$$

$$2-x = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x = 0, y = 2$$



با توجه به شکل، مساحت ناحیه رنگی محدود به نمودارهای دو تابع را به دست می‌آوریم؛ توجه کنید که اندازه اضلاع AB و AC را می‌توانیم با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC به دست آوریم؛ بنابراین داریم:

$$AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = 12$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۱

روش اول: با فرض $a = (g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ و با توجه به تعریف تابع وارون می‌توان نوشت:

$$g^{-1}(f^{-1}(20)) = a \Rightarrow f^{-1}(20) = g(a) \Rightarrow f(g(a)) = 20.$$

$$x + \sqrt{x} = 20 \xrightarrow{\text{با حدس زدن}} x = 16$$

$$\frac{9a+6}{1-a} = 16 \Rightarrow 9a+6 = 16-16a \Rightarrow 25a = 10 \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(20) = a \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(20) = a \Rightarrow (f \circ g)(a) = 20.$$

در تابع f اگر $f(x) = 20$ ، آنگاه داریم:

پس در تساوی بالا $g(a) = 16$ ؛ در نتیجه:

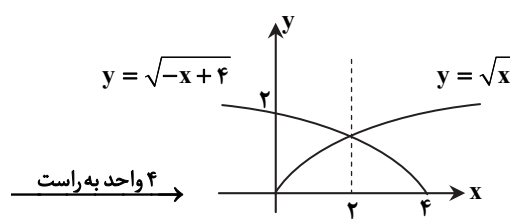
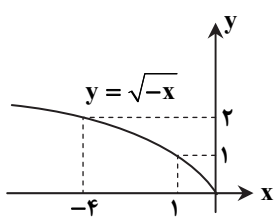
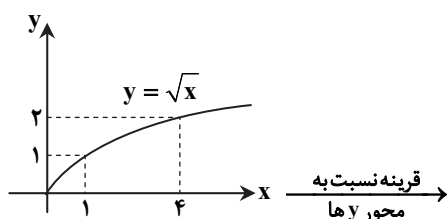
روش دوم: همواره $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ ؛ پس:

بقیه حل مشابه روش اول است.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

قرینه نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ نسبت به محور y عبارت است از: $g(x) = f(-x) = \sqrt{-x}$ ، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به راست انتقال می‌دهیم:

$$g(x-4) = (- (x-4)) = \sqrt{-x+4}$$



ملاحظه می‌شود که دو نمودار نسبت به خط $x = 2$ متقارن‌اند.

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ پس:

$$\cos^2 C = 1 - \sin^2 C = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos C = \frac{12}{13}$$

$$\tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

در این صورت:

$$\tan C = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH = \frac{5}{12} CH \Rightarrow AH = \frac{5}{12} \times 9 = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ از طرفی در ربع دوم $\cos \alpha < 0$ پس:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{2}{100}} = -\sqrt{\frac{98}{100}} = -\sqrt{\frac{49 \times 2}{100}} = \frac{-7\sqrt{2}}{10}$$

حالا می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha\right) &= \cos\left(3\pi - \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -\left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{7\sqrt{2}}{10} + \frac{\sqrt{2}}{10}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{6\sqrt{2}}{10}\right) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم تانژانت و کتانژانت یک کمان، وارون یکدیگرند، پس داریم:

$$\tan^3 x = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow \tan^3 x = \cot x \Rightarrow \tan^3 x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

اینک با دادن اعداد صحیح مناسب به k ، جواب‌های بین صفر تا 2π را به‌دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{aligned} k=4 &\Rightarrow x_1 = \frac{4\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \\ k=5 &\Rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \\ k=6 &\Rightarrow x_3 = \frac{6\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \\ k=7 &\Rightarrow x_4 = \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \\ k=8 &\Rightarrow x_5 = \frac{8\pi}{4} + \frac{\pi}{8} > 2\pi \end{aligned} \right.$$

پس مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{\pi}{4} (4 + 5 + 6 + 7) + 4 \times \frac{\pi}{8} = \frac{22\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{12\pi}{2} = 6\pi$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳

تا دسته نوزدهم به تعداد زیر عدد نوشته شده:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

پس دسته بیستم شامل ۲۰ عدد طبیعی متوالی است که با ۱۹۱ شروع و به ۲۱۰ ختم می‌شود و مجموع این ۲۰ عدد برابر است با:

$$S = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{20}{2} (191 + 210) = 4010$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۱

جرم اولیه $m(0) = 24gr$ است؛ اگر هر ۳۰ روز یعنی یک ماه را t در نظر بگیریم، داریم:

$$m(1) = 24 - \frac{1}{10} \times 24 = \frac{9}{10} \times 24, \quad m(2) = m(1) - \frac{1}{10} m(1) = \frac{9}{10} m(1)$$

$$m(t) = \left(\frac{9}{10}\right)^t \times 24 \Rightarrow m(t) = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^t \times 24 = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^t = \frac{1}{3}$$

در حالت کلی داریم:

حال از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\log\left(\frac{9}{10}\right)^t = \log \frac{1}{3} \Rightarrow t(\log 9 - \log 10) = \log 3^{-1} \Rightarrow t(2 \log 3 - 1) = -\log 3 \Rightarrow t = \frac{-\log 3}{2 \log 3 - 1} = \frac{-0.48}{2 \times 0.48 - 1}$$

$$t = \frac{-0.48}{-0.04} = 12$$

$$12 \times 30 = 360$$

در نهایت باید $t = 12$ را در ۳۰ ضرب کنیم تا تعداد روزها به دست آید:

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^{1-2n} = 2^{-\infty} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 \times 2^{1-2n} = 3 \times 2^{-\infty} = 3 \times 0 = 0$$

ابتدا دقت کنید که:

حد 2^{2n+1} در $n \rightarrow +\infty$ برابر $+\infty$ است؛ بنابراین از جمله‌هایی که حد آن‌ها صفر است، صرف نظر می‌کنیم؛ پس:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1}}{2^{2n+1}} = 1$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول: مسئله صورت مبهم $\frac{0}{0}$ است. صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{2x + \sqrt{3x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - \sqrt{x} + 5)(2x + \sqrt{3x+1})}{4x^2 - 3x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5) \times 4}{(x-1)(4x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1) \times (-3) \times 4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) \times 5} = \frac{-12}{10} = -1/2$$

راه حل دوم: به کمک قاعده هوییتال می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 - \frac{1}{\sqrt{3x+1}}} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}} = \frac{6}{7} = -1/2$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا توجه کنید که:

$$|x-1| < 1 \Rightarrow -1 < x-1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 2$$

$$x \geq 2 \quad \text{یا} \quad x-1 \geq 1 \Rightarrow x \leq 0 \quad \text{یا} \quad |x-1| \geq 1 \Rightarrow x-1 \leq -1$$

پس:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x]; & 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b; & x \leq 0 \quad \text{یا} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

تابع همواره پیوسته است؛ پس باید در ۲ و ۰ پیوسته باشد. البته توجه کنید که $y = (x-1)[x]$ در $x = 1$ از بازه $0 < x < 2$ پیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)[x] = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1) \left[\begin{smallmatrix} + \\ + \end{smallmatrix} \right] = -1 \times 0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + ax + b) = b = f(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1)[x] = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1) \left[\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right] = 1 \times 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + b) = 4 + 2a + b = f(2) \end{cases}$$

در نتیجه داریم: $4 + 2a + b = 1$ و $b = 0$ ؛ بنابراین:

$$4 + 2a = 1 \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱

نمودار، مجانب افقی دارد، پس $a \neq 0$ ؛ در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c} = -\frac{2}{a}$$

پس $y = -\frac{2}{a}$ مجانب افقی است؛ بنابراین:

$$-\frac{2}{a} = -1 \Rightarrow a = 2$$

ضمناً $x = -2$ و $x = 1$ مجانب‌های قائم تابع‌اند، پس ریشه‌های مخرج هم هستند؛ در این صورت داریم:

$$ax^2 + bx + c = 2(x+2)(x-1)$$

پس:

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2(x+2)(x-1)} \Rightarrow f(-1) = \frac{-5}{2(1)(-2)} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دقت کنید که:

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|}$$

در همسایگی $x = \frac{\pi}{3}$ تابع با $\frac{1}{\cos x}$ برابر است، زیرا $\cos x > 0$ ، پس:

$$g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right) \Rightarrow g'(x) = f'\left(\frac{1}{\cos x}\right) \times \left(\frac{1}{\cos x}\right)' \Rightarrow g'(x) = f'\left(\frac{1}{\cos x}\right) \times \frac{\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = f'(2) \times \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 4f'(2) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 1 = 4f'(2) \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{4}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴

آهنگ متوسط تغییر تابع برابر است با:

$$\frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = \frac{\sqrt{21 - 36 + 24} - \sqrt{21 - 25 + 20}}{1} = \sqrt{9} - \sqrt{16} = 3 - 4 = -1$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در x برابر $f'(x)$ است، پس:

$$f'(x) = -1 \Rightarrow \frac{-2x + 4}{2\sqrt{21 - x^2 + 4x}} = -1 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{21 - x^2 + 4x} \quad (1) \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 21 - x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 136}}{4} = \frac{4 \pm 5\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

در معادله (۱) باید $x \geq 2$ ، پس $x = 2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ قابل قبول است.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

شیب خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در $x=4$ برابر $f'(4)$ است؛ پس:

$$f'(x) = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(5x-4)}{(\sqrt{x})^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{10 - \frac{1}{4} \times 16}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ضمناً $f(4) = \frac{16}{2} = 8$ ، پس معادله خط مماس به صورت $y = \frac{3}{2}x - 2$ است.

طول هر نقطه روی محور y برابر صفر است، پس با جایگذاری $x=0$ در معادله داریم:

$$y - 8 = \frac{3}{2}(0 - 4) \Rightarrow y = 8 - 6 = 2 \quad x = 0$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۴

اگر $x_1 = \tan \alpha$ و $x_2 = \tan \beta$ ریشه‌های معادله باشند از آنجا که مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب آن‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است، داریم:

$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \tan \alpha + \tan \beta = -\frac{3}{2}$$

$$x_1 x_2 = \tan \alpha \cdot \tan \beta = -\frac{1}{2}$$

پس:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۱

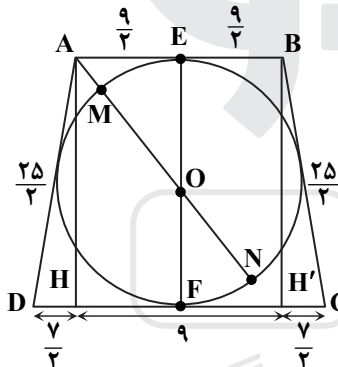
روش اول: مطابق شکل، نقطه M نزدیکترین نقطه از دایره به رأس A از قاعده کوچک دوزنقه است. همچنین چون دوزنقه محیطی است، پس مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل با مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر، برابر است، پس:

$$AD + BC = 9 + 16 \Rightarrow 2AD = 25 \Rightarrow AD = \frac{25}{2}$$

از طرفی به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ADH، داریم:

$$\left(\frac{25}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = \frac{625}{4} - \frac{81}{4} = \frac{544}{4} = 136 \Rightarrow AH = 12 \Rightarrow EF = 12 \Rightarrow OE = OF = OM = ON = 6$$

اینک به کمک روابط طولی در دایره، داریم:



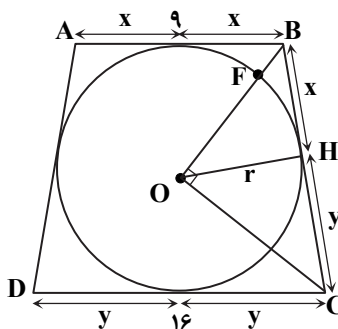
$$\xrightarrow{AM=x} \frac{81}{4} = x(x+12) \Rightarrow x^2 + 12x - \frac{81}{4} = 0$$

$$\Delta = (12)^2 - 4(1)\left(-\frac{81}{4}\right) = 144 + 81 = 225$$

$$\Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-12 \pm 15}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \checkmark \\ x = -\frac{27}{2} \times \end{cases}$$

روش دوم: با توجه به شکل زیر، باید طول AF را بیابیم. می‌دانیم در چهارضلعی محیطی، مرکز دایره محاطی نقطه هم‌رسی نیم‌سازهای داخلی است، پس OA و OD نیم‌سازهای زاویه‌های A و D هستند.

از طرفی چون $AB \parallel CD$ ، پس نیم‌سازهای $\hat{A}$ و $\hat{D}$ بر هم عمودند، یعنی مثلث OAD قائم‌الزاویه است. از طرفی اگر از نقطه خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول دو مماس برابرند، پس مطابق شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} AB = 9 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \\ CD = 16 \Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow AD = x + y = \frac{9}{2} + 8 = \frac{25}{2}$$

$$\Delta OAD: OH^2 = AH \cdot HD \Rightarrow r^2 = xy = \frac{9}{2} \times 8 = 36 \Rightarrow r = 6$$

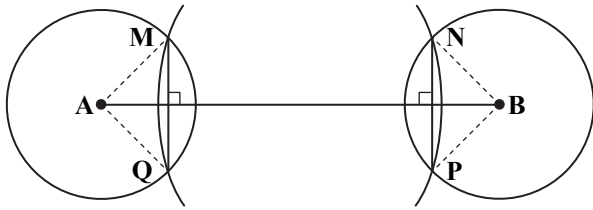
$$OA^2 = AH \cdot AD \Rightarrow OA^2 = x \times \frac{25}{2} = \frac{9}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow OA = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$$

حال AF را می‌یابیم:

$$AF = OA - OF = OA - r = \frac{15}{2} - 6 = \frac{15-12}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۳

پاره خط $AB = ۸$ مفروض است. به مراکز A و B دایره‌ی به شعاع‌های ۳ و ۷ رسم می‌کنیم. می‌دانیم در دو دایره متقاطع خط‌المركزین بر وتر مشترک عمود است؛ یعنی:

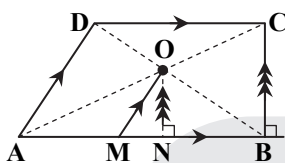


$$\left. \begin{array}{l} AB \perp MQ \\ AB \perp NP \end{array} \right\} \Rightarrow MQ \parallel NP$$

دو مثلث AMQ و BNP هم‌نهشت هستند، پس $MQ = NP$ و در چهارضلعی $MNPQ$ دو ضلع مقابل MQ و NP هم موازی و هم برابرند، پس $MNPQ$ متوازی‌الاضلاع است. از طرفی چون $NM \parallel AB \parallel PQ$ ، پس در متوازی‌الاضلاع $MNPQ$ زاویه‌ها قائمه هستند، در نتیجه چهارضلعی مستطیل است.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. با نوشتن تالس داریم:



$$\Delta ADB: OM \parallel AD \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{OD}{OB} \quad (۱)$$

$$\Delta ACB: ON \parallel BC \Rightarrow \frac{BN}{AN} = \frac{OC}{OA} \quad (۲)$$

$$\Delta OAB \sim \Delta ODC \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} \xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN}$$

چون $DC \parallel AB$ ، پس دو مثلث OAB و ODC متشابه‌اند و داریم:

اینک با یک ترکیب در مخرج داریم:

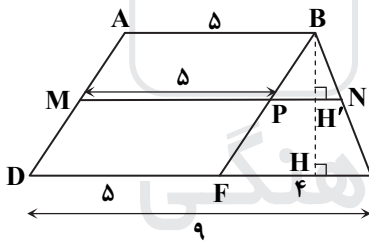
$$\frac{AM}{AM + MB} = \frac{BN}{BN + AN} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{BN}{AB} \Rightarrow AM = BN$$

بنابراین:

$$\frac{AM}{BN} = ۱$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۲

در شکل روبه‌رو از رأس B موازی AD رسم می‌کنیم تا DC را در F قطع کند.



چهارضلعی‌های $ABPM$ و $MPFD$ متوازی‌الاضلاع هستند. اگر از B ارتفاع BH را رسم کنیم، داریم:

$$\Delta FBC: \frac{BH'}{BH} = \frac{PN}{FC} \Rightarrow \frac{BH'}{BH} = \frac{PN}{۴} \quad (۱)$$

مساحت دوزنقه $ABNM$ نصف مساحت دوزنقه $ABCD$ است، پس:

$$S_{ABNM} = \frac{۱}{۲} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{(AB + MN)BH'}{۲} = \frac{۱}{۲} \times \frac{(AB + CD)BH}{۲} \Rightarrow (\Delta + \Delta + PN)BH' = \frac{۱}{۲} \times (\Delta + ۹)BH$$

$$\Rightarrow ۲(۱۰ + PN)BH' = ۱۴BH \Rightarrow \frac{BH'}{BH} = \frac{۱۴}{۲(۱۰ + PN)} = \frac{۷}{۱۰ + PN} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{PN}{۴} = \frac{۷}{۱۰ + PN}$$

اگر فرض کنیم $MN = x$ ، آنگاه $PN = x - \Delta$ و داریم:

$$\frac{x - \Delta}{۴} = \frac{۷}{۱۰ + x - \Delta} \Rightarrow \frac{x - \Delta}{۴} = \frac{۷}{x + \Delta} \Rightarrow x^2 - ۲\Delta x = ۲۸ \Rightarrow x^2 = ۵۳ \Rightarrow x = \sqrt{۵۳}$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۳

با فرض $AD = x$ ، داریم $AG = 2x$ و اگر از G ارتفاع GH را رسم کنیم، به دلیل موازی بودن EC و FB در مثلث GDH طبق تالس داریم:

$$\frac{GA}{GD} = \frac{GK}{GH} \Rightarrow \frac{GK}{GH} = \frac{2}{3} \quad (1) \quad KH = y \xrightarrow{(1)} GK = 2y$$

با نوشتن قضیه تالس داریم:

$$\Delta GED : FA \parallel ED \Rightarrow \frac{GA}{GD} = \frac{FA}{ED} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{FA}{2} \Rightarrow FA = \frac{4}{3}$$

$$\Delta GDC : AB \parallel DC \Rightarrow \frac{GA}{GD} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{AB}{5} \Rightarrow AB = \frac{10}{3}$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} GK \cdot FA}{\frac{1}{2} (AB + DC) \cdot KH} = \frac{2y \times \frac{4}{3}}{(\frac{10}{3} + 5)y} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{8}{25} = \frac{32}{100} = 32\%$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۱

به کمک قضیه استوارت در مثلث ABD ، داریم:

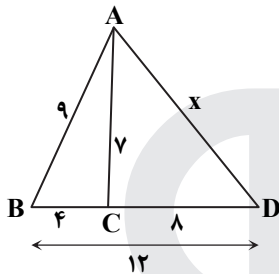
$$AB^2 \cdot CD + AD^2 \cdot BC = AC^2 \cdot BD + BC \cdot CD \cdot BD$$

$$\Rightarrow 9^2 \times 8 + x^2 \times 4 = 7^2 \times 12 + 4 \times 8 \times 12$$

$$\Rightarrow 648 + 4x^2 = 588 + 384$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 324 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = AD = 9$$

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴



$$\ell = r \cdot \alpha \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \widehat{AC} = \frac{\pi}{3}$$

در دایره بزرگ تر چون طول کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است، داریم:

$$\alpha = \frac{1}{2} \widehat{AC} = \frac{\pi}{6}$$

θ زاویه محاطی است، پس:

در دایره کوچکتر، زاویه $\widehat{OMD}$ محاطی رو به قطر است، پس $\widehat{OMD} = 90^\circ$. به همین دلیل در مثلث ACD داریم:

$$\widehat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow OM \parallel AC \Rightarrow \frac{DO}{OA} = \frac{MD}{MC} \Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow MD = MC \quad (1)$$

همچنین در مثلث OMD داریم:

$$\Delta OMD : \cos \theta = \frac{MD}{OD} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{6} = \frac{MD}{4} \Rightarrow MD = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

طبق رابطه طولی در دایره بزرگ تر داریم: $MA \cdot MB = MC \cdot MD = MD^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۱

بر طبق قضیه هرون ابتدا نقطه B را با برداری قائم به طول ۴ واحد به سمت بالا انتقال می دهیم تا نقطه B' به دست آید. آنگاه از A به B' وصل می کنیم. نقطه به عرض ۴ روی خط AB' همان نقطه به طول a خواهد بود و آنگاه مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر است. از آنجایی که چهارضلعی $MNB'B'$ متوازی الاضلاع است، پس:

$$\begin{cases} MB' = NB \\ MN = B'B \end{cases}$$

و داریم:

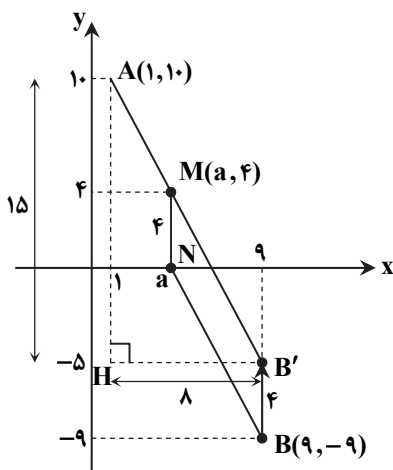
$$AMNB = AM + MN + NB = AM + MB' + B'B = AB' + 4$$

برای محاسبه طول AB' به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث AHB' ، داریم:

$$AB' = \sqrt{AH^2 + B'H^2} = \sqrt{25 + 64} = \sqrt{89} = 17$$

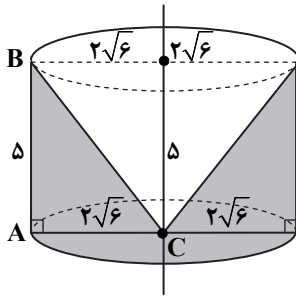
و در نهایت خواهیم داشت:

$$AMNB = AB' + 4 = 17 + 4 = 21$$



۱۳۰- پاسخ: گزینه ۴

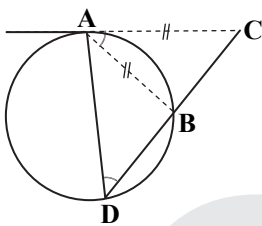
مطابق شکل، واضح است که جسم حاصل، استوانه‌ای است که به اندازه یک مخروط درون آن خالی است؛ پس داریم:



$$\begin{aligned} V &= V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} \\ &= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{2}{3} \times \pi \times (2\sqrt{6})^2 \times 5 = \frac{2}{3} \times \pi \times 24 \times 5 = 80\pi \end{aligned}$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث ABC و ADC به حالت برابری دو زاویه با هم متشابهند؛ زیرا داریم:

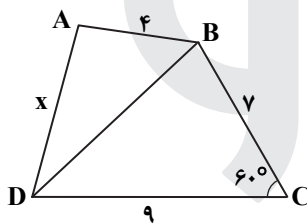


$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \widehat{BDC} = \frac{\widehat{AB}}{2} \\ \widehat{C} &\text{ مشترک} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADC$$

$$\xrightarrow{\text{نسبت اضلاع}} \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} \xrightarrow{AB=AC} AD = DC$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۲

از B به D وصل می‌کنیم. طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث DBC، داریم:



$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2 + DC^2 - 2BC \cdot DC \cdot \cos 60^\circ \\ \Rightarrow BD^2 &= 49 + 81 - 2 \times 7 \times 9 \times \frac{1}{2} \\ \Rightarrow BD^2 &= 130 - 63 = 67 \Rightarrow BD = \sqrt{67} \end{aligned}$$

حال با توجه به اینکه چهارضلعی ABCD، محاطی است؛ پس زوایای روبه‌روی آن مکمل‌اند و در نتیجه:

$$\hat{A} = 120^\circ$$

حال به کمک قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABD خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow 67 = 16 + x^2 - 2 \times 4 \times x \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ \Rightarrow x^2 + 4x - 51 &= 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-51)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{220}}{2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{55}}{2} = -2 \pm \sqrt{55} \Rightarrow x + 2 = \sqrt{55} \end{aligned}$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم کوچکترین دایره‌ای که از دو نقطه A(2, 5) و B(-4, 1) می‌گذرد، دایره‌ای است به قطر AB؛ پس مرکز دایره، وسط پاره خط AB است و داریم:

$$\text{مرکز دایره: } O\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{1+5}{2}\right) \Rightarrow O(-1, 3)$$

$$\text{شعاع دایره: } R = OA = \sqrt{(2+1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

و معادله دایره عبارت است از:

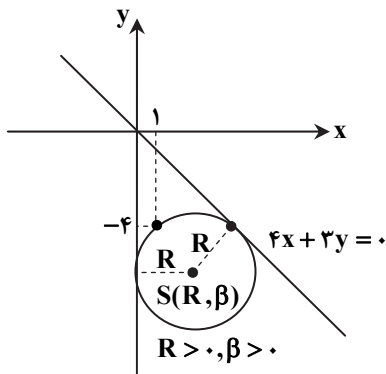
$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 13$$

و محل تلاقی دایره با محور xها از جایگذاری y = 0 به صورت زیر، حاصل می‌شود:

$$y = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + 9 = 13 \Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow x+1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۲

به کمک اطلاعات مسئله و با توجه به شکل، واضح است که دایره در ربع چهارم دستگاه مختصات قرار داشته و مختصات مرکز آن $S(R, \beta)$ ، $\beta > 0$ است. می دانیم فاصله مرکز دایره تا خط $4x + 3y = 0$ برابر شعاع دایره است و داریم:



$$R = \frac{|4R + 3\beta|}{\sqrt{16+9}} \Rightarrow \Delta R = |4R + 3\beta| \Rightarrow \begin{cases} \Delta R = 4R + 3\beta \\ -\Delta R = 4R + 3\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{R}{3} > 0 \quad * \\ \beta = -3R < 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

اینک معادله دایره را نوشته و $\beta = -3R$ را در آن جایگذاری می کنیم:

$$\begin{aligned} (x-R)^2 + (y-\beta)^2 &= R^2 \\ \frac{A(1,-4)}{\beta=-3R} &\rightarrow (1-R)^2 + (-4+3R)^2 = R^2 \\ \Rightarrow 1-2R+R^2+16+9R^2-24R &= R^2 \\ \Rightarrow 9R^2-26R+17 &= 0 \Rightarrow R=1, R=\frac{17}{9} \end{aligned}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

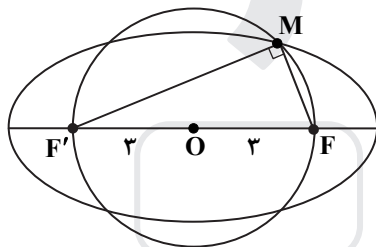
در بیضی با قطر بزرگ ۸ و قطر کوچک $2\sqrt{7}$ داریم:

$$\begin{aligned} 2a &= 8 \Rightarrow a = 4 \\ 2b &= 2\sqrt{7} \Rightarrow b = \sqrt{7} \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{16-7} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

$$MF + MF' = 2a = 8 \Rightarrow MF' = 8 - MF$$

طبق تعریف بیضی می دانیم:

از طرفی زاویه محاطی M روبه روی قطر دایره است، پس: $\hat{M} = 90^\circ$
به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث $MF'F$ ، داریم:



$$\begin{aligned} MF^2 + MF'^2 &= 36 \Rightarrow MF^2 + (8-MF)^2 = 36 \\ \xrightarrow{MF=x} x^2 + 64 - 16x + x^2 - 36 &= 0 \\ \Rightarrow 2x^2 - 16x + 28 &= 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 14 = 0 \\ \Rightarrow x &= \frac{8 \pm \sqrt{64-4(14)}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{8 \pm 4}{2} = 4 \pm \sqrt{2} \\ \begin{cases} MF = 4 - \sqrt{2} \\ MF' = 4 + \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$y^2 + ay + \frac{a^2}{4} = -bx - 1 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow (y + \frac{a}{2})^2 = -bx + \frac{a^2 - 4}{4} \Rightarrow (y + \frac{a}{2})^2 = -b(x - \frac{a^2 - 4}{4b})$$

مختصات راس سهمی و پارامتر سهمی عبارتند از:

$$S(h = \frac{a^2 - 4}{4b}, k = -\frac{a}{2})$$

$$4p = b \Rightarrow p = \frac{b}{4}$$

سهمی افقی است، پس کانون آن عبارت است از:

$$F(h \pm p, k) = (-\frac{1}{4}, -2):$$

$$(1): h \pm p = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^2 - 4}{4b} \pm \frac{b}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$(2): k = -2 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = 4$$

و از (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{16-4}{4b} \pm \frac{b}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{b} \pm \frac{b}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow 12 \pm b^2 = -b \Rightarrow \begin{cases} b^2 - b - 12 = 0 \Rightarrow (b-4)(b+3) = 0 \Rightarrow b = 4, b = -3 \\ b^2 + b + 12 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

سطر اول ماتریس A^2 و سپس سطر اول ماتریس A^3 را به دست می آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 24 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 24 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 6 & 86 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۳

فرض می کنیم $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ ؛ خواهیم داشت:

$$AXB = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{از سمت راست } \times B^{-1}]{\text{از سمت چپ } \times A^{-1}} \underbrace{A^{-1}}_I X \underbrace{BB^{-1}}_I = A^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} B^{-1}$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 20 & -24 \\ -16 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -36 & -28 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 18 & 14 \\ -8 & -8 \end{bmatrix}$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۳

دترمینان ماتریس را با بسط نسبت به سطر اول، به صورت زیر به دست می آوریم:

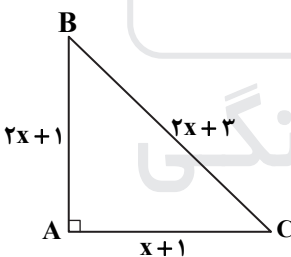
$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -4[(2-x)(3-x)-2] - 1[1(3-x)-3] + 1[2-3(2-x)] = 0 \Rightarrow -4[x^2 - 5x + 6 - 2] - (-x) + (2-6+3x) = 0$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 20x - 16 + x - 4 + 3x = 0 \Rightarrow -4x^2 + 24x - 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = 1$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل و به کمک فیثاغورس، داریم:



$$(2x+3)^2 = (2x+1)^2 + (x+1)^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 = 4x^2 + 4x + 1 + x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow (x-7)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \checkmark \\ x=-1 \times \end{cases}$$

و در نهایت، مساحت مثلث، برابر است با:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1=15 \\ x+1=8 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$$

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۲

عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن، ۰ یا ۵ باشد؛ بنابراین مسئله را به دو حالت زیر تقسیم می کنیم:

حالت اول: صفر در یکان باشد:

$$\begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & \times & 8 & \times & 7 & \times & 1 = 504 \end{array}$$

حالت دوم: ۵ در یکان باشد:

$$\begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & \times & 8 & \times & 7 & \times & 5 = 448 \end{array}$$

$$\Rightarrow 504 + 448 = 952$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴

در بسط $(a+b+c)^{12}$ هر جمله به صورت $a^{x_1}b^{x_2}c^{x_3}$ است که در آن داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12 \quad (x_i \geq 0, i=1,2,3)$$

می‌دانیم تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

پس تعداد جملات بسط $(a+b+c)^{12}$ بر طبق معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ برابر است با:

$$\binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۲

بر طبق اصل لانه کبوتری در بدترین حالت ۲ کتاب هنر و از هر کتاب ادبی و ریاضی ۳ کتاب برمی‌داریم، یعنی $2 + 2(3) = 8$ کتاب برداشته‌ایم که در بین آن‌ها ۴ کتاب هم موضوع وجود ندارد.

حال اگر فقط ۱ کتاب دیگر برداریم، یا ادبی است و یا ریاضی که در این صورت حداقل ۴ کتاب هم موضوع خواهیم داشت. یعنی حداقل $8 + 1 = 9$ کتاب.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم تعداد اعداد دورقمی، ۹۰ تا است. پس:

تعداد اعداد دورقمی مضرب ۳ برابر است با:

$$|A| = \left\lfloor \frac{90}{3} \right\rfloor = 30$$

تعداد اعداد دورقمی مضرب ۵ برابر است با:

$$|B| = \left\lfloor \frac{90}{5} \right\rfloor = 18$$

تعداد اعداد دورقمی مضرب ۱۵ برابر است با:

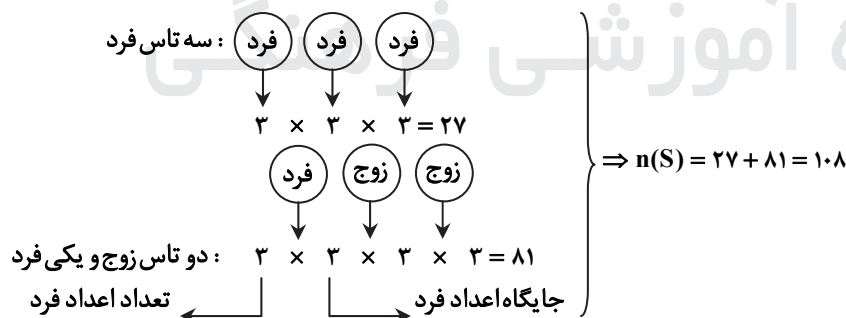
$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{90}{15} \right\rfloor = 6$$

بنابراین احتمال این که عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ باشد، برابر است با:

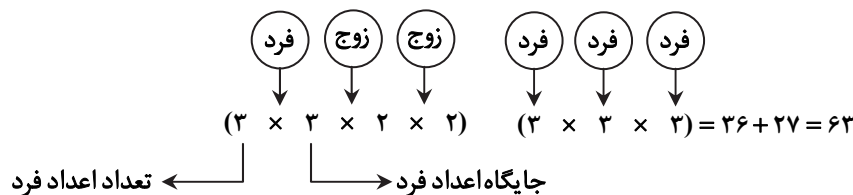
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{30 + 18 - 6}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۱

مجموع سه تاس زمانی فرد است که یا هر سه فرد باشند یا دو تاس زوج و یکی فرد باشد: (فضای نمونه‌ای کاهش یافته)



حال اگر بخواهیم حداقل یکی از تاس‌ها ۲ باشد، از متمم استفاده کرده و حالت‌هایی را حساب می‌کنیم که هیچ تاسی ۲ نباشد:

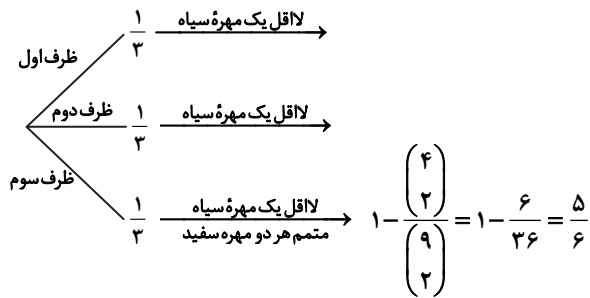


حال به کمک فرمول احتمال متمم، داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{n(A')}{n(S)} = 1 - \frac{8}{108} = \frac{100}{108} = \frac{25}{27}$$

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۲

به کمک نمودار درختی و با استفاده از قانون احتمال کل، داریم:



$$\Rightarrow \text{احتمال موردنظر} = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{11}{6} = \frac{11}{18}$$

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۲

به کمک فرمول احتمال شرطی، داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0.25 = \frac{P(A \cap B)}{0.4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.3 - 0.1}{1 - 0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

و اینک خواهیم داشت:

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: میانگین n داده آماری x_1 تا x_n با استفاده از فراوانی نسبی آن‌ها ($\bar{f}_1$ تا $\bar{f}_n$) برابر است با: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \bar{f}_i x_i$

$$\bar{x} = 7 \times 0.12 + 12 \times 0.18 + 13 \times 0.35 + 17 \times 0.11 + 19 \times 0.25 \Rightarrow \bar{x} = 14$$

با توجه به نکته، داریم:

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۲

$$a = 430q + q^2$$

با استفاده از قضیه تقسیم داریم:

$$q^2 < 430 \Rightarrow q \leq 20 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

از طرفی a مضرب ۹ است، پس داریم:

$$a = 9k (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow 430q + q^2 \equiv 0 \Rightarrow \underbrace{432q - 2q + q^2}_{48 \times 9} \equiv 0$$

$$\Rightarrow q(q-2) \equiv 0 \Rightarrow 9 | q(q-2) \Rightarrow \begin{cases} q = 9k' \Rightarrow q = \{9, 18\} \\ q-2 = 9k' \Rightarrow q = 9k' + 2 \Rightarrow q = \{2, 11, 20\} \end{cases} \Rightarrow q = 2, 9, 11, 18, 20$$

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۴

برای حل این سؤال لازم است بدانیم:

$$(a, b) = d \Rightarrow \begin{cases} d | a \Rightarrow a = a'd \\ d | b \Rightarrow b = b'd \end{cases}, (a', b') = 1$$

$$[a, b] = \frac{ab}{(a, b)} = \frac{(a'd)(b'd)}{d} = \frac{a'b'd}{d} \Rightarrow [a, b] = a'b'd$$

اینک به کمک فرمول‌های بالا داریم:

$$[a, b] = 60 \Rightarrow a'b'd = 60 \Rightarrow a'b' = 60$$

$$\boxed{1 \times 60} \quad \checkmark$$

$$2 \times 30 \times, (2, 30) \neq 1$$

$$\boxed{3 \times 20} \quad \checkmark$$

$$\boxed{4 \times 15} \quad \checkmark$$

$$\boxed{5 \times 12} \quad \checkmark$$

$$10 \times 6 \times, (10, 6) \neq 1$$

$$a + b = 136 \Rightarrow a'd + b'd = 136 \Rightarrow (a' + b')d = 136 \Rightarrow d = \frac{136}{a' + b'}$$

از مقادیر a' و b' ، اعدادی قابل قبولند که مجموع آنها، مقسوم علیه ۱۳۶ باشد که فقط اعداد $a' = 12$ و $b' = 5$ قابل قبول هستند، پس

$$d = \frac{136}{5 + 12} = \frac{136}{17} = 8 \Rightarrow a - b = a'd - b'd = (a' - b')d = (12 - 5) \times 8 = 56$$

خواهیم داشت:

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

روش اول: عدد $2^n - 1$ بر 2^{17} بخش پذیر است، پس طبق تعریف هم‌نهشتی داریم:

$$(1) \quad 2^n - 1 \equiv 0 \Rightarrow 2^n \equiv 1$$

حال کوچکترین مقدار n را که در رابطه بالا صدق کند را می‌یابیم:

$$2^{10} = 1024 \equiv -61 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2^{20} \equiv 3721 \equiv 32 = 2^5$$

چون $1 = (32, 2^{17})$ ، داریم:

$$\xrightarrow{+2^5} 2^{15} \equiv 1 \Rightarrow n = 15k \Rightarrow n \in \{15, 30, 45, 60, 75, 90\}$$

یعنی ۶ مقدار n وجود دارد.

روش دوم: می‌دانیم $2^{17} = 7 \times 31$ ، پس:

$$7 \times 31 \mid 2^n - 1 \Rightarrow \begin{cases} 7 \mid 2^n - 1 \\ 31 \mid 2^n - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^3 - 1 \mid 2^n - 1 \Rightarrow n \text{ مضرب } 3 \\ 2^5 - 1 \mid 2^n - 1 \Rightarrow n \text{ مضرب } 5 \end{cases}$$

$$n \Rightarrow n = 15k \Rightarrow n = 15, 30, 45, 60, 75, 90 \text{ مضرب } 15$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۲

باید داشته باشیم $\overline{aabb} = (\overline{cc})^2$ که با بسط عدد $\overline{aabb}$ داریم:

$$\overline{aabb} = \overline{bb} + 100 \times \overline{aa} = b + 10b + 100 \times (a + 10a) = 11b + 100 \times 11a = 11(b + 100a)$$

$b + 100a$ عدد سه رقمی $\overline{a \cdot b}$ است و از طرفی عدد $11 \times \overline{a \cdot b}$ مربع کامل است، پس باید $\overline{a \cdot b} = 11k^2$ باشد و چون $\overline{a \cdot b}$ سه رقمی است، داریم:

$$k = 4 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 16 = 176 \times$$

$$k = 5 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 25 = 275 \times$$

$$k = 6 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 36 = 396 \times$$

$$k = 7 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 49 = 539 \times$$

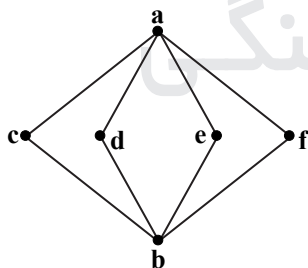
$$k = 8 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 64 = 704 \checkmark \Rightarrow a = 7, b = 4$$

عدد $\overline{aabb}$ همان ۷۷۴۴ است که مربع عدد ۸۸ است، پس:

$$a - b = 7 - 4 = 3$$

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۴

گرافی که درجهٔ رئوسش ۴، ۴، ۲، ۲، ۲، ۲ باشد، به صورت روبه‌رو است:



هر دو رأس درجه ۲ همراه با دو رأس درجه چهار a و b ، تشکیل یک دور به طول ۴ می‌دهند؛ پس تعداد دورها برابر است با تعداد حالات انتخاب دو رأس درجه ۲ از بین c, d, e, f ، پس داریم:

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \Rightarrow \{acbdb, acbea, acbfa, adbea, adbfa, aebfa\}$$

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱، مجموعه $\{a, e, g\}$ رأس d را احاطه نمی‌کند و به وضوح مجموعهٔ احاطه‌گر نیست!

باقی گزینه‌ها با حذف هریک از رئوسشان دیگر احاطه‌گر نیستند و احاطه‌گر مینیمال هستند.

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۲

دقت کنید که طبق تعریف گراف ساده، گراف فرد - منتظم مرتبهٔ فرد وجود ندارد. بنابراین گراف k - منتظم مرتبهٔ ۷ می‌تواند ۰ - منتظم،

۲ - منتظم، ۴ - منتظم یا ۶ - منتظم باشد.

گراف ۰ - منتظم، گرافی تهی و غیرقابل قبول است.

گراف ۶ - منتظم، گرافی کامل و غیرقابل قبول است.

پس گراف‌های ۲ - منتظم و ۴ - منتظم مرتبه ۷ قابل قبول هستند.

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۳

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۳

چون حرکت با شتاب ثابت است، نمودار مکان- زمان آن یک سهمی است و چون جابه‌جایی متحرک در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$ صفر می‌شود؛ بنابراین رأس سهمی در لحظه وسط این بازه یعنی $t = 2/5s$ است:

$$v = -4t + v_0 \Rightarrow 0 = -4 \times 2/5 + v_0 \Rightarrow v_0 = 1.6 \frac{m}{s}$$

$$x - x_0 = -2t^2 + 1.6t \Rightarrow x(2) - x_0 = -8 + 1.6 \times 2 = 1.2m$$

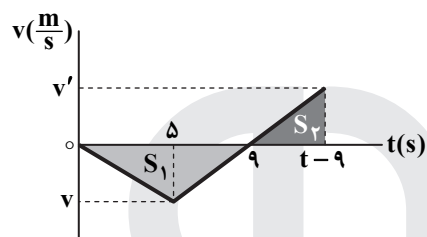
$$x(2/5) - x_0 = -12/5 + 2.56 = 1.2/5m$$

$$x(2) - x_0 = -32 + 40 = 8m$$

$$l = |12/5 - 1.2| + |8 - 12/5| = 5m$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۱

از تشابه دو مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\frac{v'}{v} = \frac{t-9}{4} \quad \text{رابطه (۱)}$$

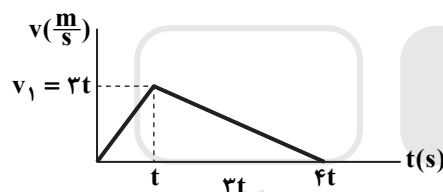
$$|S_1| = S_2 \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{-9v}{2} = -4/5v \\ S_2 = v' \times \frac{(t-9)}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} (t-9)^2 = 36$$

$$\Rightarrow t-9=6 \Rightarrow t=15s$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۲

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{v_f + v_{12}}{2} \times \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{v_f + v_{12}}{2} = \frac{fa + v_0 + 12a + v_0}{2} = 8a + v_0 = v_A \xrightarrow{v=at+v_0} t=8s$$

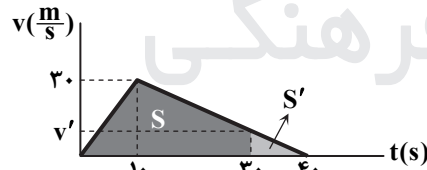
۱۶۰- پاسخ: گزینه ۴



$$v_1 = at + v_0 = 3t$$

$$S = \Delta x \Rightarrow \frac{3t \times 4t}{2} = 600 \Rightarrow 6t^2 = 600 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10s$$

از تشابه دو مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\frac{v'}{30} = \frac{10}{30} \Rightarrow v' = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow S' = \frac{10 \times 10}{2} = 50m$$

$$S_{20 \text{ ثانیه اول}} = 600 - 50 = 550m$$

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۲

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times v^2 = 24/2 \Rightarrow v^2 = 480 \Rightarrow v = 22 \frac{m}{s}$$

$$v_f = gt + v_1 \Rightarrow 22 = 10 \times 1 + v_1 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v_f + v_1}{2} = \frac{22 + 12}{2} = 17 \frac{m}{s}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۳

$$F_{net} = F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a) = 2 \times 12 = 24N$$

$$F_{net} = kx \Rightarrow 24 = k(42 - 30) \Rightarrow k = 2 \frac{N}{cm}$$

$$F'_{net} = ma' \Rightarrow 2(36 - 30) - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow f_k = 8N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 8 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.4$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۳

$$W = mg = 4/8 \Rightarrow m = 0.48 \text{ kg}$$

$$F_{\text{net}} = ma = \frac{65}{6} \times \frac{48}{100} = \frac{26}{5} = 5.2 \text{ N}$$

$$5.2 = \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \Rightarrow f_D^2 = (5.2)^2 - (4/8)^2 = (5.2 - 4/8)(5.2 + 4/8) \Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۲

$$T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g + a_1) = 12m$$

$$T_2 = 2T_1 = 24m \Rightarrow T_2 = m(g + a_2) \Rightarrow 24m = m(10 + a_2) \Rightarrow a_2 = 14 \frac{m}{s^2}$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 2 \frac{m}{s^2} \\ a_2 &= 14 \frac{m}{s^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_2 = 7a_1$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{p_A^2}{2m_A}}{\frac{p_B^2}{2m_B}} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} = \frac{16}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{9}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۲

نیروی اصطکاک نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می کند.

$$\left. \begin{aligned} F_N &= mg \\ R &= \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10^9 = 9 \times 10^8 + f_s^2 \Rightarrow f_s^2 = 10^8 \Rightarrow f_s = 10^4 \text{ N}$$

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۱

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 16 \times 10^{-4} = 0.4 \text{ J}$$

$$E = U + K \Rightarrow 0.4 = 0.2 + \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 0.4 \Rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{10}} \text{ m} = 20\sqrt{10} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۲

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{0.9\pi}{0.1\pi} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 0.9 \Rightarrow \frac{81}{100} = \frac{m_1 - 0.19}{m_1}$$

$$\Rightarrow 81m_1 = 100m_1 - 19 \Rightarrow 19m_1 = 19 \Rightarrow m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow 0.1\pi = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}} \Rightarrow k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 4 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{\Delta t}{45}}{\frac{\Delta t}{40}} = \frac{8}{9} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{64}{81} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{72}{40} = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow L_1 = 0.81 \text{ m} = 81 \text{ cm} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} L_2 = 64 \text{ cm}$$

$$\Delta L = 64 - 81 = -17 \text{ cm}$$

بنابراین باید طول آونگ را ۱۷ cm کاهش دهیم.

۱۷۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\beta_1 - \beta_2 = 18 = 10 \times \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 1/8 = \log \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow 0.9 = \log \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow 2 \log 2 = \log \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 8$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{3}{2}\lambda = 120 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow 0.8 = 10 \times T \Rightarrow T = 0.08 \text{ s}$$

$$\Delta t = 0.05 - 0.01 = 0.04 = \frac{T}{2}$$

$$\ell = 2A = 6 \text{ cm}$$

نوسانگر در مدت نصف دوره، به اندازه ۲A مسافت طی می کند.

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۴

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۱

زاویه تابش $(\theta_i = 30^\circ)$ و زاویه شکست $(\theta_r = 45^\circ)$ $30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$ است:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\lambda_r}{\lambda_i} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \frac{\lambda_i}{\lambda_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\lambda_r}{\lambda_i} = \sqrt{2}$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۲

$$f_1 = f_n - f_{n-1} = 500 - 375 = 125 \text{ Hz}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۴

$$f_{n+1} = 750 + 125 = 875 \text{ Hz}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{1000} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11 \times 45}{1000 \times 4 \times 49} \Rightarrow \lambda = 396 \text{ nm}$$

طول موج $\lambda = 396 \text{ nm}$ در ناحیه فرابنفش قرار دارد.

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۱

انرژی فوتون فرودی برابر است با:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{1/5 \times 10^{-7}} = 1.2 \text{ eV}$$

$$\begin{cases} K_{mA} = 8 - 4/5 = 3.2 \text{ eV} \\ K_{mB} = 8 - 3 = 5 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow K_{mA} = 0.7 K_{mB} \Rightarrow K_{mA} - K_{mB} = 0.7 K_{mB} - K_{mB} = -0.3 K_{mB}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{k|q|}{(0.1)^2} - \frac{k|q|}{(0.3)^2} = 1/6 \times 10^4 \Rightarrow \frac{100}{9} k|q| = 1/6 \times 10^4 \Rightarrow k|q| = 180$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} = 180 \cdot \frac{N}{C}$$

۱۷۸- پاسخ: گزینه ۴

$$F_{22} = F_{12} \Rightarrow \frac{k|q_2|}{x^2} = \frac{k|q_1|}{(x+r)^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \left(\frac{x+r}{x} \right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{x+r}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x+r=3x \Rightarrow x=r \Rightarrow \frac{x}{r} = 1$$

$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{k|q_3|}{(x+r)^2} = \frac{k|q_2|}{r^2} \Rightarrow \left| \frac{q_3}{q_2} \right| = \left(\frac{x+r}{r} \right)^2 = 9$$

با توجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر صفر است، q_1 و q_3 باید همنام باشند یعنی هر دو منفی هستند. از طرفی با توجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر است، نتیجه می گیریم که q_2 باید مثبت باشد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{q_3}{q_2} = -9$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۱

$$W_{F \text{ میدان}} = F \cdot d \cos \theta = E|q|d \cos \theta \Rightarrow W_F = 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-1} \times (-1) \Rightarrow W_F = -0.15 \text{ J}$$

$$\Delta U = -W_{F \text{ میدان}} = +0.15 \text{ J}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۱

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{12} = \frac{Q_1^2}{24}$$

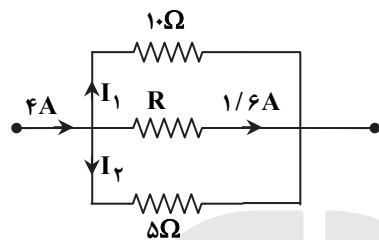
$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} \Rightarrow U_2 = \frac{1}{2} \frac{(Q_1 - 6)^2}{12} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24}$$

$$\Delta U = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} - \frac{Q_1^2}{24} = -28/5$$

$$\Rightarrow Q_1^2 + 36 - 12Q_1 - Q_1^2 = -28/5 \times 24 \Rightarrow 3 \times 12 + 57 \times 12 = 60 \times 12 = 12Q_1 \Rightarrow Q_1 = 60 \mu C$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C} = \frac{60}{12} = 5 V$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۳



$$I_1 + I_2 = 4 - 1/6 = 23/6 A \quad \text{رابطه (۱)}$$

دو مقاومت 10Ω و 5Ω موازی اند:

$$10 \times I_1 = 5 \times I_2 \Rightarrow I_2 = 2I_1 \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (۱) و (۲)}} I_1 + 2I_1 = 23/6 \Rightarrow I_1 = 23/18 = 1.277 A, \quad I_2 = 23/9 = 2.556 A$$

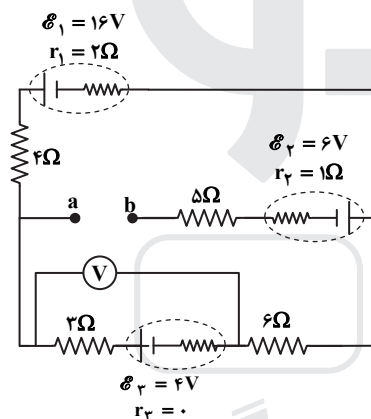
مقاومت R نیز با مقاومت های 10Ω و 5Ω موازی است:

$$R \times 1/6 = 10 \times 1.277 \Rightarrow R = 76.6 \Omega$$

$$U = RI^2 t = 5 \times (1/6)^2 \times 25 \times 60 = 5 \times 16 \times 16 \times 15 = 19200 J = 19.2 kJ$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۴

جریان الکتریکی از شاخه وسطی عبور نمی کند:



$$I_{\text{مدار}} = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{16 - 6}{(4 + 3 + 6) + 2 + 0} = \frac{10}{15} = 2/3 A$$

$$V_a - 3 \times 2/3 - 4 = V_c \Rightarrow V_a - V_c = 6 V$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{قبل از بستن کلید: } I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{(5 + 4) + 1} = 1.8 A \Rightarrow V_{5\Omega} = 1.8 \times 5 = 9 V$$

$$\text{بعد از بستن کلید: } R_{5\Omega, 2\Omega} = \frac{5 \times 2}{5 + 2} = \frac{10}{7} = 1.43 \Omega \Rightarrow R'_{eq} = 4 + 1.43 = 5.43 \Omega$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{18}{5.43 + 1} = 2.5 A$$

$$V'_{5\Omega} = V_{5\Omega, 2\Omega} = 2.5 \times 2 = 5 V$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω ، به اندازه $\Delta V = 1 V$ کاهش می یابد.

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۴

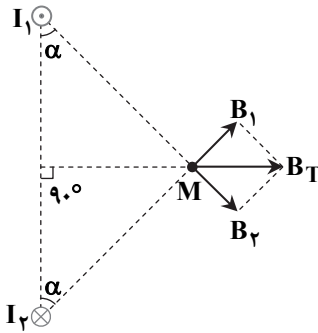
جنس سیم و طول آن تغییر نمی کند، اما مساحت سطح مقطع آن $\frac{1}{4}$ برابر می شود:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_0}{\frac{1}{4} L_0} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 4$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{6} = 1 \times 4 \Rightarrow R_2 = 24 \Omega$$

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه $I_1 = I_2$ است و فاصله هر دو از نقطه M یکسان است، $B_1 = B_2$ خواهد بود.



۱۸۶- پاسخ: گزینه ۲

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۴

$$\Phi = ABC \cos \theta \Rightarrow \Phi = 200 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\Delta}{4} T = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 800\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin \frac{800\pi}{3200} = 5 \text{ A}$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

دقت اندازه‌گیری 0.1 A است؛ بنابراین خطای اندازه‌گیری برابر با $\pm 0.1\text{ A}$ است.

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۱

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 10h_1 + \frac{1}{2} \times 36 = 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 25$$

$$\Rightarrow 10h_1 + 18 = 42.5 \Rightarrow 10h_1 = 24.5 \Rightarrow h_1 = 2.45 \text{ m}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^3 \times 10 \times 24}{60} = 12000 \text{ W}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{12000}{20000} = 60\%$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۴

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} m_{\text{جیوه}} = 136 \text{ g} \\ \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = Ah_{\text{جیوه}} \Rightarrow \frac{136}{13.6} = \Delta h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_{\text{آب}} = 136 \text{ g} \\ \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = Ah_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{136}{1} = \Delta h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 27.2 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} gh'_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 27.2 = 13.6 \times h'_{\text{جیوه}} \Rightarrow h'_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{تلوله}} = P_0 + (\rho gh)_{\text{جیوه}} + (\rho gh)_{\text{آب}} = 76 + 2 + 2 = 80 \text{ cmHg}$$

هر یک سانتی‌متر جیوه برابر با 1360 Pa است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{تلوله}} = 80 \times 1360 = 108800 \text{ Pa}$$

راه حل دوم:

$$P_0 = 76 \times 1360 = 103360 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{تلوله}} = P_0 + \frac{mg}{A} \Rightarrow P_{\text{تلوله}} = 103360 + \frac{2 \times 136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 103360 + 5440 = 108800 \text{ Pa}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

$$P_{\text{مخزن}} + \rho_{\text{روغن}} gh = P_0 + \rho_{\text{آب}} gh$$

$$P_g = P_{\text{مخزن}} - P_0 = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}}) gh = 200 \times 10 \times 0.68 = 1360 \text{ Pa}$$

$$1360 = 13600 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 10 \text{ mm}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۴

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{c_B = 2c_A} \Delta\theta_A = 2\Delta\theta_B$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{\frac{Y_A}{Y_B} \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}}{\frac{4V_A}{2\alpha_A}} = \frac{1}{4}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۴

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow mc\Delta\theta + m'L_F = 0 \Rightarrow m \times 4 / 2(0 - 50) + (520 - m) \times 336 = 0 \Rightarrow 50m = 80(520 - m)$$

$$\Rightarrow 130m = 80 \times 520 \Rightarrow m = 320 \text{ g}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{فشار ثابت: } \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{360} = \frac{2}{320} \Rightarrow V_2 = \frac{9}{4} L$$

$$\text{دمای ثابت: } P_2 V_2 = P_3 V_3 \Rightarrow 2 \times 10^5 \times \frac{9}{4} = P_3 \times 0.8 \times \frac{9}{4} \Rightarrow P_3 = 2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۳

■ فرایند AB انقباض هم فشار است. (رد گزینه ۱)

■ فرایند BC، انبساط هم دما است و نمودار P-V به صورت یک منحنی خواهد بود. (رد گزینه ۴)

$$\text{در فرایند هم فشار: } \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{4}{500} = \frac{V_B}{250} \Rightarrow V_B = 2L$$

$$P_B V_B = nRT_B \Rightarrow P_B \times 2 \times 10^{-3} = 0.4 \times 8 \times 250 \Rightarrow P_B = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{در فرایند هم دما: } P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 4 \times 10^5 \times 2 = P_C \times 8 \Rightarrow P_C = 10^5 \text{ Pa}$$

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۲

فرایند AB، یک فرایند هم حجم است؛ بنابراین $W_{AB} = 0$ است.

$$W_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{BC} = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} \times 1 \times 8 \times 300 = 6000 \text{ J}$$

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{5 \times 10^5}{n_1 \times 300} = \frac{2 \times 9 \times 10^5}{n_2 \times 290} \Rightarrow \frac{1}{60n_1} = \frac{1}{100n_2} \Rightarrow n_2 = 0.6n_1$$

$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 \Rightarrow 5 \times 10^5 \times 300 \times 10^{-3} = n_1 \times 8 \times 300 \Rightarrow 50 = 8n_1 \Rightarrow n_1 = \frac{50}{8}$$

$$n'_{\text{خارجی}} = 0.6n_1 = 0.6 \times \frac{50}{8} = \frac{3}{2} = \frac{m'}{32} \Rightarrow m' = 80 \text{ g}$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

عبارت اول: جرم اتمی ^1_1H ، $1/008 \text{ amu}$ است.

عبارت دوم: عنصر X ۳۵ در دوره چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد.



دوره سوم - گروه ۱۷ دوره چهارم - گروه ۳ دوره چهارم - گروه ۱۷

بررسی عبارت‌های نادرست:

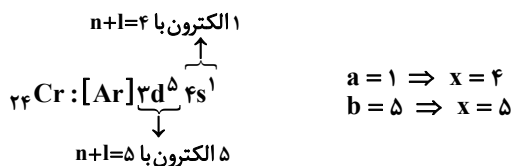
عبارت سوم: در تناوب سوم، نماد شیمیایی ۶ عنصر دو حرفی است.

Na, Mg, Al, Si, Cl, Ar

عبارت چهارم: خواص شیمیایی عنصرهای یک گروه مشابه است، اما خواص فیزیکی عنصرهای هم گروه متفاوت است.

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۱

الکترون‌های ظرفیتی کروم در زیرلایه‌های $4s$ ($n+1=4$) و $3d$ ($n+1=5$) قرار دارند:



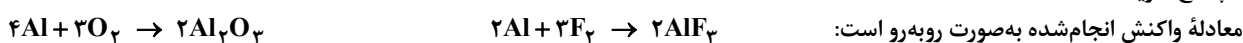
۲۰۳- پاسخ: گزینه ۱

عدد اتمی و در نتیجه شمار پروتون‌های M^{2+} را برابر Z در نظر می‌گیریم.

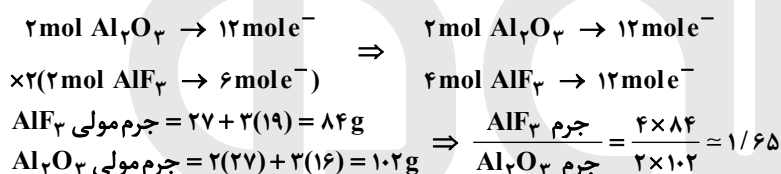
$$\frac{72}{Z} M^{2+}: Z = 0.8(72 - Z) \Rightarrow 1.2Z = 72 \times 0.8 \Rightarrow Z = \frac{72 \times 0.8}{1.2} = \frac{57.6}{1.2} = 48$$

عنصری با عدد اتمی ۳۲ مانند عنصری با عدد اتمی ۳۶ در دوره چهارم قرار دارد: ${}_{32}\text{M}: [\text{Ar}] 3d^5 4s^2 \Rightarrow {}_{32}\text{M}^{2+}: [\text{Ar}] 3d^4$ در این یون، ۳ لایه از الکترون پر شده است.

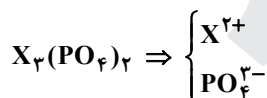
۲۰۴- پاسخ: گزینه ۲



معادله واکنش انجام‌شده به صورت روبه‌رو است:
هر اتم آلومینیم، ۳ الکترون از دست می‌دهد و به یون Al^{3+} تبدیل می‌شود، در ۲ مول Al_2O_3 ، ۴ مول Al^{3+} وجود دارد؛ بنابراین برای تولید آن $4 \times 3 = 12$ مول الکترون مبادله می‌شود. در ۲ مول AlF_3 ، ۲ مول Al^{3+} وجود دارد؛ بنابراین برای تولید آن $2 \times 3 = 6$ مول الکترون مبادله می‌شود:



۲۰۵- پاسخ: گزینه ۴



XS: سولفید (S^{2-}) فلز X

X_3N_2 : نیتريد (N^{3-}) فلز X

عنصر X می‌تواند در گروه ۲ (مانند کلسیم) و یا گروه ۸ (مانند آهن) باشد که کاتیون دو بار مثبت تشکیل می‌دهد.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{(II)} \quad \frac{11}{56} \text{g C}_6\text{H}_8 \times \frac{1\text{mol C}_6\text{H}_8}{56\text{g C}_6\text{H}_8} \times \frac{12\text{mol atom}}{1\text{mol C}_6\text{H}_8} = 2.36\text{mol atom}$$

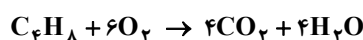
$$\text{(I)} \quad \frac{24}{48} \text{mol O}_2 \times \frac{2\text{mol atom}}{1\text{mol O}_2} = 1\text{mol atom}$$

$$\frac{2.36}{1} = 2.36$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در ظرف (I)، $24/48 = 1$ مول گاز و در ظرف (II)، $11/56 = 0.196$ مول گاز وجود دارد. در دما و حجم یکسان، هرچه شمار مول‌های گاز بیشتر باشد، فشار آن بیشتر است.

(۲) برای سوختن کامل 0.2 مول گاز بوتن به 1.2 مول گاز اکسیژن نیاز است:



$$\frac{24}{56} \text{mol C}_6\text{H}_8 \times \frac{6\text{mol O}_2}{1\text{mol C}_6\text{H}_8} = 2.57\text{mol O}_2$$

(۴)

$$\text{C}_6\text{H}_8 \text{ و } \text{O}_2 \text{ مجموع شمار مول‌های } = 0.2 + 0.24 = 0.44$$

$$\text{شمار مول‌های CO} = 12/32 \text{g} \times \frac{1\text{mol}}{28\text{g}} = 0.43$$

طبق قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، اگر مول دو یا چند گاز با هم برابر باشد، حجم آن‌ها نیز با هم برابر خواهد بود.

۲۰۷- پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

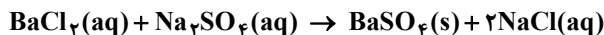


$$\text{جرم } I_2 \text{ مصرفی} = \frac{1 \text{ mol } I_2}{10 \text{ mol } NO_2} \times \frac{254 \text{ g } I_2}{1 \text{ mol } I_2} = 5.08 \text{ g } I_2$$

$$\text{جرم } HNO_3 \text{ مصرفی} = \frac{10 \text{ mol } HNO_3}{10 \text{ mol } NO_2} \times \frac{63 \text{ g } HNO_3}{1 \text{ mol } HNO_3} = 12.6 \text{ g } HNO_3$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{mg}}{\text{L}} \Rightarrow 5000 = \frac{12.6 \times 1000}{V} \Rightarrow V = 2.52 \text{ L}$$

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۱



$$\text{جرم } Na_2SO_4 = 200 \times \frac{10}{100} = 20 \text{ g}$$

$$20 \text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142 \text{ g } Na_2SO_4} \times \frac{1 \text{ mol } BaSO_4}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} \times \frac{233 \text{ g } BaSO_4}{1 \text{ mol } BaSO_4} = 32.8 \text{ g } BaSO_4$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$20 \text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142 \text{ g } Na_2SO_4} \times \frac{2 \text{ mol } NaCl}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} = 0.28 \text{ g } NaCl$$

(۲) فراورده محلول در آب، همان NaCl است:

$$20 \text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142 \text{ g } Na_2SO_4} \times \frac{1 \text{ mol } BaCl_2}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} \times \frac{2 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } BaCl_2} \times \frac{6.02 \times 10^{23} Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 1.07 \times 10^{23} Cl^-$$

(۳)

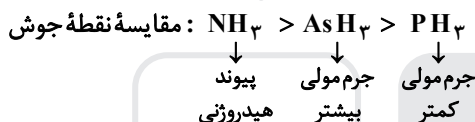
(۴) یکی از فراورده‌ها (BaSO₄) رسوب است و در آب حل نمی‌شود.

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۴

موادی که توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارند، نسبت به مولکول‌های مشابه، نقطه جوش بالاتری دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱)



(۲) آب برخلاف استون ($CH_3 - C(=O) - CH_3$) توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد؛ به همین دلیل نقطه جوش بالاتری دارد.

(۳) هر مولکول آب با مولکول‌های آب دیگر از طریق پیوند هیدروژنی جاذبه برقرار می‌کند.

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

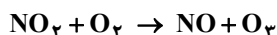
عبارت چهارم: با کاهش دما، انحلال پذیری لیتیم سولفات برخلاف پتاسیم نیترات افزایش می‌یابد، زیرا نمودار انحلال پذیری لیتیم سولفات برحسب دما، نزولی است.

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۳



$$\text{مول تولیدشده } Cu(NO_3)_2 = \frac{80 \text{ g } HNO_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } HNO_3}{63 \text{ g } HNO_3 \text{ خالص}} \times \frac{1 \text{ mol } Cu(NO_3)_2}{4 \text{ mol } HNO_3} = 2 \text{ mol } Cu(NO_3)_2$$

$$\text{مول تولیدشده } NO_2 = 2 \times Cu(NO_3)_2 = 2 \times 2 = 4$$



$$3 \text{ mol } NO_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_3}{1 \text{ mol } NO_2} \times \frac{22.4 \text{ L } O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 89.6 \text{ L } O_3$$

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۱

منیزیم کلرید و لیتیم سولفات در آب محلول هستند و رابطه داده شده برای آن‌ها برقرار است. سایر ترکیبات در آب نامحلول هستند.

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

$$1400 \text{ g C}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4}{28 \text{ g C}_2\text{H}_4} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4} \times \frac{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{1 \text{ ton C}_2\text{H}_5\text{OH}}{10^6 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{100}{100} = 184 \times 10^{-5} \text{ ton C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

راه حل دوم:

$$\frac{1400 \times \frac{100}{100}}{1 \times 28} = \frac{x}{1 \times 46} \Rightarrow x = 40 \times 46 \text{ g} = 40 \times 46 \times 10^{-6} \text{ ton} = 184 \times 10^{-5} \text{ ton}$$

این مقدار برای یک ثانیه است؛ پس جرم اتانول در هر ساعت برابر است با:

$$1 \text{ h} = 60 \times 60 = 3600 \text{ s}$$

$$3600 \times 184 \times 10^{-5} = 36 \times 184 \times 10^{-3} = 6 / 624 \text{ ton}$$

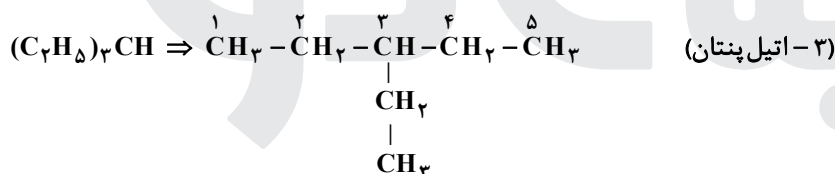
۲۱۴- پاسخ: گزینه ۴

اولین عضو خانواده آلکین‌ها (C_2H_2)، دو اتم کربن دارد؛ بنابراین ششمین عضو آن‌ها دارای ۷ اتم کربن است و فرمول مولکولی آن C_7H_{12} می‌باشد، از طرفی ششمین عضو خانواده آلکان‌ها، C_6H_{14} است:

$$\text{C}_7\text{H}_{12} - \text{C}_6\text{H}_{14} = \text{C} - 2\text{H} = 12 - 2 = 10 \text{ g}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

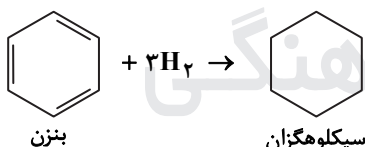
(۱)



هپتان هم مانند ترکیب داده شده، یک آلکان ۷ کربنی است؛ پس این دو ترکیب، ایزومر یا هم‌پارند.

(۲) سیکلوآلکان‌ها با آلکن‌های هم‌کربن خود، ایزومرند و فرمول مولکولی آن‌ها C_nH_{2n} است. در این ترکیب‌ها، شمار اتم‌های کربن، نصف شمار اتم‌های هیدروژن است.

(۳)



۲۱۵- پاسخ: گزینه ۴

فرمول مولکولی ترکیب‌های (I) و (II) به ترتیب به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}$ و $\text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}$ است.

(۱) تفاوت جرم مولی این دو ترکیب ۲ گرم (جرم ۲ مول H) است.

(۲) ترکیب (II) دارای یک پیوند دوگانه کربن-کربن است؛ در نتیجه هر مول از آن با ۱ مول برم به‌طور کامل واکنش می‌دهد:

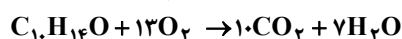
$$\text{C}_{10}\text{H}_{16}\text{O} = (10 \times 12) + (16 \times 1) + 16 = 152 \text{ g}$$

$$3 / 18 \text{ g C}_{10}\text{H}_{16}\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}}{152 \text{ g C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}} \times \frac{160 \text{ g Br}_2}{1 \text{ mol Br}_2} = 4 \text{ g Br}_2$$

(۳) فرمول مولکولی دو ترکیب یکسان نیست؛ بنابراین همپار یا ایزومر یکدیگر به‌شمار نمی‌روند.

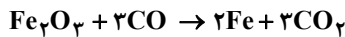
(۴)

$$\text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{O} = (10 \times 12) + (14 \times 1) + 16 = 150 \text{ g}$$



$$7 / 150 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14}\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}}{150 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}} \times \frac{13 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}} \times \frac{22 / 4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 14 / 56 \text{ L O}_2$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۳



راه حل اول:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{2/8}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{Fe مقدار نظری} = \frac{2/8 \times 100}{80} = 3/5 \text{ ton}$$

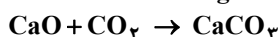
$$3/5 \text{ ton Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{100 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}}{50 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}} = 10 \text{ ton Fe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}$$

$$\frac{x \times \frac{50}{100} \times \frac{80}{100}}{1 \times 160} = \frac{2/8}{2 \times 56} \Rightarrow x = 10 \text{ ton Fe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}$$

راه حل دوم:

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا مول گاز CO_2 تولید شده را حساب می‌کنیم:

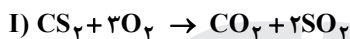
$$2/8 \times 10^6 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol Fe}} = 75000 \text{ mol CO}_2$$



$$\Rightarrow \text{CaO مول} = \text{CO}_2 \text{ مول} = 75000 \text{ mol}$$

$$75000 \text{ mol CaO} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 4200 \text{ kg CaO}$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۳



$$1 \text{ mol NH}_3 \times \frac{2 \text{ mol N}_2}{4 \text{ mol NH}_3} = 0.5 \text{ mol N}_2$$

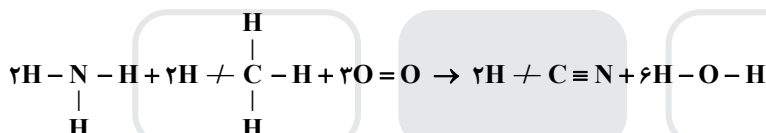
با حل قسمت دوم، جواب تست گزینه ۳ خواهد بود.

حل قسمت اول:

$$1 \text{ گرم سوختن } 1 \text{ گرم آمونیاک} = 1 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{1530 \text{ kJ}}{4 \text{ mol NH}_3} = 22/5 \text{ kJ}$$

$$\text{CS}_2 \text{ جرم} = 22/5 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol CS}_2}{1075 \text{ kJ}} \times \frac{76 \text{ g CS}_2}{1 \text{ mol CS}_2} = 1/59 \text{ g CS}_2$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۳



$$\Delta H \text{ (واکنش)} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

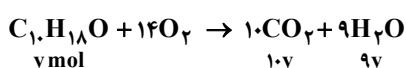
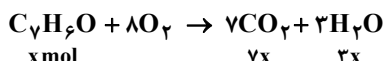
$$\Rightarrow \Delta H = [6\Delta H(\text{N}-\text{H}) + 6\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 3\Delta H(\text{O}=\text{O})] - [2\Delta H(\text{C}\equiv\text{N}) + 12\Delta H(\text{O}-\text{H})]$$

$$\Rightarrow \Delta H = [(6 \times 390) + (6 \times 414) + (3 \times 495)] - [(2 \times 880) + (12 \times 463)] = -1007 \text{ kJ}$$

توجه: محاسبه ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند برای واکنش‌هایی کاربرد دارد که همه مواد شرکت‌کننده در آن‌ها به حالت گاز هستند. در این سؤال، به اشتباه حالت فیزیکی H_2O در دفترچه کنکور، به صورت مایع (l) تایپ شده است.

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی بنزآلدئید $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ و فرمول مولکولی ترکیب داده شده، $\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}$ است.



$$\text{آب: } 3x + 9y = 7/8$$

$$\text{کربن دی‌اکسید: } 7x + 10y = 9/4$$

$$\begin{cases} -30x - 90y = -78 \\ 63x + 90y = 84/6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -30x - 90y = -78 \\ 63x + 90y = 84/6 \end{cases}$$

$$33x = 6/6 \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol} \xrightarrow{\text{معادله اول}} (3 \times 0/2) + 9y = 7/8 \Rightarrow 9y = 7/2 \Rightarrow y = 0/8$$

$$\text{درصد مولی بنزآلدئید} = \frac{\text{مول بنزآلدئید}}{\text{مجموع مول دو ترکیب}} \times 100 = \frac{x}{x+y} \times 100 = \frac{0/2}{0/2 + 0/8} \times 100 = 20\%$$

۲۲۰- پاسخ: گزینه ۴

حجم یک ماده نسبت به بقیه عوامل داده شده، نقش کمتری در سرعت انجام واکنش سوختن آن ماده دارد.

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۳

کامل شده جدول های داده شده به صورت زیر است:

جرم مخلوط در زمان t - جرم اولیه مخلوط = جرم CO_2 در زمان t

$$\text{جرم مولی CO}_2 = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{جرم مولی CO}_2} = \frac{\text{جرم CO}_2}{44}$$

زمان (ثانیه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۶۵/۹۸	۶۵/۳۲	۶۴/۸۸	۶۴/۶۶	۶۴/۵۵	۶۴/۵۰
جرم کربن دی اکسید (گرم)	۰	۰/۶۶	۱/۱۰	۱/۳۲	۱/۴۳	۱/۴۸

زمان (s)	$n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$\Delta n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\Delta n(\text{CO}_2)}{\Delta t}, (\text{mol.s}^{-1})$
۰	۰	$1/50 \times 10^{-3}$	$1/50 \times 10^{-3}$
۱۰	$1/50 \times 10^{-3}$	$1/00 \times 10^{-3}$	$1/00 \times 10^{-3}$
۲۰	$2/50 \times 10^{-3}$	$a = 5 \times 10^{-3}$	...
۳۰	3×10^{-3}	$2/5 \times 10^{-3}$	$b = 2/5 \times 10^{-4}$
۴۰	$3/25 \times 10^{-3}$	$c = 1/1 \times 10^{-3}$	...
۵۰	$3/36 \times 10^{-3}$		

$$\frac{c}{a} = \frac{1/1 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 0/22$$

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «الف»، «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

(ب) سهم بیشتر الیاف تولیدی در جهان مربوط به الیاف ساختگی است.

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{NaOH مول} = 0/5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times \frac{100}{1000} \text{ L} = 0/05 \text{ mol}$$

$$0/05 \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol CuA}_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{\text{Mg CuA}_2}{1 \text{ mol CuA}_2} = 4/55 \text{ g CuA}_2 \Rightarrow \text{M} = \text{CuA}_2 = 182 \text{ g}$$

با توجه به فرمول یون های استات (CH_3COO^-) و نیترات (NO_3^-) خواهیم داشت:

$$\text{Cu}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \text{ جرم مولی} = 64 + 2(24 + 3 + 32) = 182 \text{ g}$$

$$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \text{ جرم مولی} = 64 + 2(14 + 48) = 188 \text{ g}$$

بنابراین آنیون نمک مورد نظر، استات است.

$$\text{Cu}(\text{OH})_2 \text{ جرم} = 0/05 \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol Cu}(\text{OH})_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{98 \text{ g Cu}(\text{OH})_2}{1 \text{ mol Cu}(\text{OH})_2} = 2/45 \text{ g}$$

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۴

ویتامین C در آب حل می شود، اما ویتامین K در آب نامحلول است؛ بنابراین جامد جمع شده روی کاغذ صافی همان ویتامین K است.

$$\text{K جرم ویتامین} = 0/45 \text{ g}$$

$$\text{C جرم ویتامین} = 1/05 - 0/45 = 0/6 \text{ g}$$

ویتامین K دارای ۳۱ اتم کربن است؛ پس از سوختن کامل هر مول از آن ۳۱ مول CO_2 تولید می شود:

$$0/45 \text{ g C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2}{450 \text{ g C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2} \times \frac{31 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2} = 0/31 \text{ mol CO}_2$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۱

آب تولیدشده در واکنش اسید چرب با MOH، غلظت یک محلول را ۰/۲۵ یا $\frac{1}{4}$ برابر کرده است، یعنی حجم محلول را ۴ برابر کرده است؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم که حجم آب اضافه‌شده، ۳ برابر حجم اولیه محلول بوده است.

$$d = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} \rightarrow \text{جرم آب} = 14 / 4 \text{ g}$$

حال از جرم آب به جرم MOH خالص مصرف‌شده در واکنش می‌رسیم:

$$14 / 4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol MOH}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{40 \text{ g MOH}}{1 \text{ mol MOH}} = 32 \text{ g MOH}$$

$$\text{جرم کل MOH خالص} = 75 \times \frac{67}{100} = 75 \times \frac{2}{3} = 50 \text{ g}$$

$$\text{درصد MOH خالص شرکت‌کرده} = \frac{32}{50} \times 100 = 64$$

جرم باقی‌مانده MOH خالص برابر با $50 - 32 = 18$ گرم است. هر مول MOH با یک مول HCl خنثی می‌شود:

$$18 \text{ g MOH} \times \frac{1 \text{ mol MOH}}{40 \text{ g MOH}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol MOH}} = 0 / 45 \text{ mol HCl}$$

غلظت محلول HCl برحسب گرم بر لیتر خواسته شده است:

$$\frac{0 / 45 \text{ mol} \times \frac{36 / 5 \text{ g}}{1 \text{ mol}}}{0 / 5 \text{ L}} = 0 / 45 \times 72 = 32 / 85 \approx 33 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

(ب) اساس مدل آرنیوس، افزایش غلظت یون‌های هیدرونیوم یا هیدروکسید در آب است؛ بنابراین وجود آب در مدل آرنیوس ضروری است.

(ت) HNO_3 یک اسید قوی است و به‌طور کامل یونش پیدا می‌کند، در حالی که HCN یک اسید ضعیف است و به‌طور جزئی یونش می‌یابد، به همین دلیل معادله یونش آن برگشت‌پذیر است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) NH_3 باز آرنیوس است، ولی در ساختار خود، OH^- ندارد.

(پ) سولفوریک اسید (H_2SO_4) یک اسید دو ظرفیتی است؛ بنابراین ۰/۵ مول آن با $1 = 2 \times 0 / 5$ مول سدیم هیدروکسید (NaOH) خنثی می‌شود.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۱

غلظت محلول برحسب گرم بر لیتر داده شده که باید اول به مول بر لیتر تبدیل کنیم:

$$M = \frac{0 / 2 \text{ g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ mol}}{20 \text{ g}} = 0 / 01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

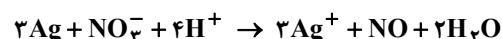
$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4/22} = 10^{-4} \times \underbrace{10^{-0/22}}_{0/6} = 6 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M - [\text{H}^+]} \approx \frac{[\text{H}^+]^2}{M} \Rightarrow K_a = \frac{6 \times 10^{-5} \times 6 \times 10^{-5}}{0 / 01} = \frac{36 \times 10^{-10}}{10^{-2}} = 3 / 6 \times 10^{-7}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{[\text{H}^+]}{M} \times 100 = \frac{6 \times 10^{-5}}{10^{-2}} \times 100 = 0 / 6$$

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:



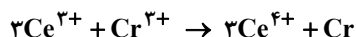
در این واکنش، NO_3^- اکسنده است؛ زیرا عدد اکسایش N در آن از ۵ به ۲ در NO رسیده است؛ یعنی ۳ درجه کاهش یافته است. با توجه به اینکه ضریب NO_3^- در واکنش ۱ است، می‌توان گفت به‌ازای هر مول از آن، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۲

E° نیم واکنش Ce^{4+} / Ce^{3+} منفی تر از نیم واکنش Cr^{3+} / Cr است؛ بنابراین می توان گفت قدرت کاهندگی Ce^{3+} از Cr (گونه های سمت راست نیم واکنش) بیشتر است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) معادله واکنش انجام شده بین گونه های داده شده به صورت زیر است:



Ce^{3+} اکسایش می یابد و کاهنده است.

$$E^\circ(\text{واکنش}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = -0.74 - (-1.72) = 0.98V \quad (3)$$

(۴) با توجه به معادله موازنه شده، مجموع ضریب های استوکیومتری مواد برابر با ۸ است. از طرفی عدد اکسایش کروم در این واکنش، ۳ درجه تغییر کرده است؛ بنابراین با توجه به ضریب ۱ کاتیون Cr^{3+} ، می توان گفت ۳ الکترون در واکنش مبادله شده است.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۳

قدرت کاهندگی M از Hg بیشتر است. (E° فلز M کمتر از $+0.85V$ است.) $\Rightarrow$ انجام می شود $M + Hg^{2+} \rightarrow$

قدرت کاهندگی Sn از M کمتر است. (E° فلز M کمتر از $-0.14V$ است.) $\Rightarrow$ انجام نمی شود $M^{2+} + Sn \rightarrow$

قدرت کاهندگی M از Mg^{2+} کمتر است. (E° فلز M بیشتر از $-2.38V$ است.) $\Rightarrow$ انجام نمی شود $M + Mg^{2+} \rightarrow$

قدرت کاهندگی Mn از M^{2+} بیشتر است. (E° فلز M بیشتر از $-1.18V$ است.) $\Rightarrow$ انجام می شود $M^{2+} + Mn \rightarrow$

$$\begin{cases} E^\circ(M^{2+}/M) < +0.85 \\ E^\circ(M^{2+}/M) < -0.14 \\ E^\circ(M^{2+}/M) > -2.38 \\ E^\circ(M^{2+}/M) > -1.18 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{عدد ی مانند } -0.4 \\ -1.18 < E^\circ(M^{2+}/M) < -0.14 \end{matrix}$$

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۲

عبارت های اول و چهارم درست هستند.

عبارت چهارم: هر چهار یون Na^+ ، F^- ، Mg^{2+} و O^{2-} هم الکترون هستند. در یون های هم الکترون، آنیون با بار بیشتر، بیشترین شعاع یونی و کاتیون با بار بیشتر، کمترین شعاع یونی را دارد.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت دوم: گستره دمایی مایع بودن $NaCl$ بیشتر از HF است و در فناوری تولید برق از انرژی خورشیدی مناسب تر (به عنوان منبع ذخیره انرژی گرمایی) است.

عبارت سوم: در SO_3 ، اتم گوگرد بار جزئی مثبت و اتم های اکسیژن بار جزئی منفی دارند؛ زیرا خاصیت نافلزی گوگرد از اکسیژن کمتر است.

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار صفحه ۸۰ و جدول صفحه ۸۱ کتاب درسی دوازدهم، گزینه ۱ درست است.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت دوم: فقط الکترون های ظرفیت، دریای الکترونی را می سازند.

عبارت سوم: مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی خواص فیزیکی فلزها به کار می رود. عدد اکسایش یک خاصیت شیمیایی است.

عبارت پنجم: بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون ها (نه هسته اتم) فلز در سه بعد است!

۲۳۴- پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

(الف)



$$0.25 \text{ mol NO} \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol NO}} = 0.125 \text{ mol } N_2$$

$$0.25 \text{ mol NO} \times \frac{180 kJ}{2 \text{ mol NO}} = 22.5 kJ$$

(ت) تفاوت سطح انرژی واکنش دهنده ها و فراورده ها (ΔH واکنش) با به کار بردن کاتالیزگر تغییری نمی کند.

$$\text{مجموع مقدار آلاینده‌ها در نبود مبدل} = 6 + 1/66 + 1/0.3 = 8/69 \text{ g}$$

$$\text{مجموع مقدار آلاینده‌ها در مجاورت مبدل} = 0/6 + 0/06 + 0/04 = 0/7 \text{ g}$$

$$\text{کاهش جرم آلاینده‌ها به ازای یک کیلومتر} = 8/69 - 0/7 = 7/99 \text{ g}$$

$$8 \times 10^5 \times \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ km}} \times \frac{7/99 \text{ g}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ ton}}{10^6 \text{ g}} = 8 \times 5 \times 8 = 320 \text{ ton}$$

$$\text{درصد جرمی CO} = \frac{\text{جرم CO}}{\text{جرم کل آلاینده‌ها}} \times 100 = \frac{0/6}{0/7} \times 100 = 85/71$$

گزینۀ دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی