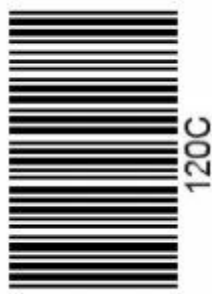


کد کنترل

120

C



آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور

دفترچه شماره ۲

صبح پنج‌شنبه

۱۳۹۷/۴/۷



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۳۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

سال ۱۳۹۷

❖ داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x|$ و $y = 5 - |x - 1|$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۰۲- یک قایق کاملاً بادی، روزانه ۵ درصد بادش را از دست می‌دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول می‌رسد؟ ($\log 2 = 0.301$, $\log 19 = 1.287$)

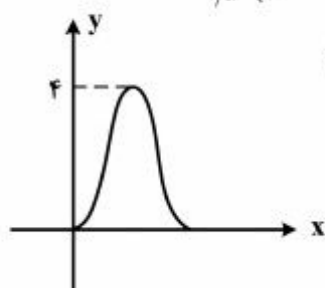
- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸/۵ (۳) ۲۱/۵ (۴) ۲۵

۱۰۳- از رابطه $\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1)$ ، مقدار لگاریتم $(2x+5)$ در پایه ۴، کدام است؟

- (۱) ۵/۰ (۲) ۷/۰ (۳) ۲۵/۱ (۴) ۵/۱

۱۰۴- شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2}x)$ ، در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲



۱۰۵- معادله $(x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 2x) = 2$ ، چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۶- اگر $f(x) = x + |x|$ و $g(x) = |x+1| + 1$ ؛ آنگاه برد تابع $(\frac{f}{g})(x)$ ، کدام است؟

- (۱) $[0, 1)$ (۲) $[0, 2)$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $[1, +\infty)$

۱۰۷- کدام یک از تابع‌های زیر، یک به یک است؟

- (۱) $f(x) = x + \sqrt{x}$ (۲) $g(x) = x - \sqrt{x}$ (۳) $h(x) = 2x + \frac{1}{x}$ (۴) $p(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

۱۰۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x \sin 4x + \sin^2 x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۲) $(2k+1)\frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{k\pi}{6}$

۱۰۹- حاصل $\cos^{-1}(\frac{3}{4} \cot \frac{11\pi}{3})$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{3}$ (۲) $-\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۱۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$ ، کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - [x]} + |x|$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۱۲- نقطه $M(x, 2)$ بر روی خط $y = 2$ متغیر است. زاویه خطی که نقطه M را به مبدأ مختصات وصل کند با جهت مثبت محور x ها، $\alpha(x)$ است. آهنگ تغییرات α نسبت به تغییر x ، در لحظه $x = 4$ ، کدام است؟

- (۱) -0.2 (۲) -0.1 (۳) 0.5 (۴) 0.15

۱۱۳- به ازای اعداد طبیعی $n \geq n_0$ فاصله نقاط دنباله $\left\{ \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 2n} \right\}$ از نقطه همگرایی خود، کمتر از 0.04 است.

کوچکترین مقدار n_0 ، کدام است؟

- (۱) ۹۶ (۲) ۹۷ (۳) ۹۸ (۴) ۹۹

۱۱۴- دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^n \right\}$ ، به کدام عدد، همگرا است؟

- (۱) $\sqrt{e}$ (۲) $\frac{1}{2}e$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{e}$

۱۱۵- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x - [x]}{x^2 - x - 6} & ; x \neq 2 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$ ، به ازای کدام مقدار a ، در بازه $(2, 3)$ ، پیوسته است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۱۶- تعداد نقاط ناپیوسته نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x+4}}{1 + \sqrt{x+1}} + \frac{1}{x+5}$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۷- خط راستی بر نمودار تابع $y = x^3 - 2x^2 + 3x$ مماس شده و از آن عبور می‌کند. شیب این خط، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۱۱۸- خط قائم بر نمودار $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$ ، در نقطه تلاقی منحنی با محور y ها، نیمساز ناحیه اول را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۱۹- از رابطه $y + xy^2 + x = 7$ ، مقدار $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه $(1, 2)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۰- تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x تابع $g(x) = f(4 - x^2)$ است.

اگر $f^{-1}(1) = -5$ و $f''(1) = -1$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ ، کدام است؟

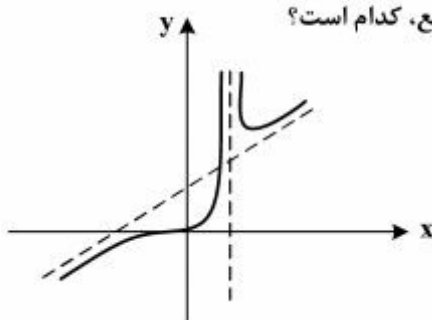
- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 3

۱۲۱- نقطه $M(x, y)$ بر روی منحنی به معادله $y = x\sqrt{x}$ ، طوری حرکت می‌کند که فاصله آن از مبدأ مختصات، با

سرعت $\frac{1}{3}$ واحد در ثانیه، زیاد می‌شود. مقدار $\frac{dx}{dt}$ در نقطه‌ای به طول ۸، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{6}$ (۴) $\frac{6}{4}$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = \frac{x^2 + ax^2}{x^2 + bx + 1}$ است. مقدار مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{5}$
(۲) ۶
(۳) $\frac{6}{25}$
(۴) $\frac{6}{75}$

۱۲۳- مقدار متوسط (میانگین) تابع $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x}}$ ، بر بازه $[1, 4]$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{9}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{22}{9}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۲۴- اگر $F(x) = x \int_3^{x^2} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ باشد، $F'(\sqrt{3})$ کدام است؟

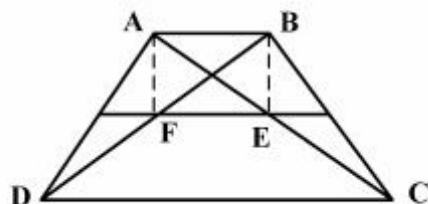
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۶

۱۲۵- در مثلث ABC نیمسازهای زاویه داخلی، در نقطه O متقاطع اند. اگر زاویه های AOB و BOC و COA متناسب با اعداد ۷ و ۶ و ۵ باشند، بزرگترین زاویه این مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۱۰

۱۲۶- در دوزنقه $ABCD$ ، نسبت قاعده ها $\frac{1}{3}$ ، خط واصل به اوساط ساق ها، اقطار دوزنقه را در E و F قطع کرده است.

مساحت چهار ضلعی $ABEF$ ، چند برابر مساحت دوزنقه اولیه است؟



- (۱) $\frac{2}{9}$
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{3}{16}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۷- در یک چهار وجهی منتظم، هر وجه آن مثلث متساوی الاضلاع است. طول هر یال آن $2\sqrt{6}$ واحد است. ارتفاع این هرم، کدام است؟

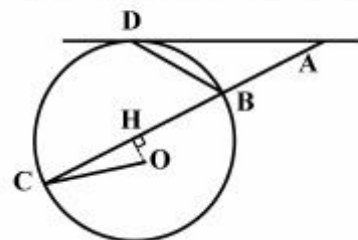
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۸- در مثلث ABC ، طول اضلاع $BC = 9$ و $AC = 8$ و $AB = 2$ است. نیمسازهای زاویه A ضلع BC را در M و N قطع می کنند. اندازه MN ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{2}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{5}{1}$

۱۲۹- در شکل زیر، AD مماس بر دایره به مرکز O و OH عمود بر AC است. اگر $\widehat{DBC} = 2\widehat{DAC}$ باشد، زاویه

$\widehat{COH}$ چند برابر زاویه $\widehat{DAC}$ است؟



- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) ۳
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) ۴

۱۳۰- دو دایره به شعاع های ۴ و ۸ واحد، در نقطه A مماس درونی هستند. وتر BC از دایره بزرگ، موازی خطالمرکزین و بر دایره کوچک در نقطه P مماس است. اندازه $PB \times PC$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۱۳۱- بازتاب خط Δ به معادله $2y + x = 6$ ، نسبت به خط $y = -x$ ، خط Δ' است. معادله خط Δ' ، کدام است؟

(۱) $y + 2x = -6$ (۲) $y + 2x = 2$ (۳) $y + 2x = -2$ (۴) $y - 2x = 8$

۱۳۲- مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) در صفحه P است. نقطه M خارج صفحه P است، به طوری که

$MA \perp AB$ و $MB = MC$ ، کدام نتیجه گیری نادرست است؟

(۱) $MB \perp BC$ (۲) $MA \perp AC$ (۳) $MA \perp P$ (۴) $MA \perp BC$

۱۳۳- بردار a با هر یک از دو محور ox و oy زاویه 60° درجه و با محور z زاویه حاده می سازد. این بردار عمود بر

صفحه ای با کدام معادله است؟

(۱) $x - \sqrt{2}y + z = 0$ (۲) $2x + 2y + \sqrt{2}z = 0$

(۳) $x + y + \sqrt{2}z = 0$ (۴) $x + y - \sqrt{2}z = 0$

۱۳۴- اگر $a = (2, -3, 1)$ ، $b = (1, 2, -4)$ باشند. حجم متوازی السطوحی که بر روی سه بردار a و b و $a \times b$ ساخته

شود، کدام است؟

(۱) 225 (۲) 230 (۳) 245 (۴) 250

۱۳۵- کوتاهترین فاصله بین دو خط به معادلات $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ و $\frac{x-1}{3} = -y + 4 = \frac{z}{5}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{10}}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۳۶- به ازای کدام مقدار a ، خط هادی سهمی $2y^2 - 12y + ax + 8 = 0$ ، به معادله $x = \frac{21}{8}$ است؟

(۱) 3 و 12 (۲) 3 و 16 (۳) 5 و 12 (۴) 5 و 16

۱۳۷- به ازای کدام مقدار a فاصله کانون های مقطع مخروطی $3x^2 + 4y^2 + 16y + a = 0$ برابر 2 می باشد؟

(۱) 2 (۲) 4 (۳) 6 (۴) 8

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & & & \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس

C^2 ، کدام است؟

(۱) 16 (۲) 18 (۳) 20 (۴) 24

۱۳۹- مقادیر x از رابطه $\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x-2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

(۱) $-1, -6$ (۲) $-1, 6$ (۳) $1, -6$ (۴) $1, 6$

۱۴۰- سه صفحه با معادلات ماتریسی $\begin{bmatrix} a & -1 & 3 \\ b & 2 & 4 \\ c & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر $\Delta = 5$ باشد، سه صفحه با

کدام طول متقاطع‌اند؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۴۱- داده‌های آماری دو رقمی مفروض را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. اختلاف میانه از میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

ساقه	برگ
۴	۰ ۱ ۱ ۳ ۴ ۵ ۸ ۹
۵	۱ ۲ ۲ ۴ ۶ ۷ ۸
۶	۰ ۲ ۳ ۳ ۴ ۶

- (۱) $0/8$ (۲) $0/9$ (۳) ۱ (۴) $۱/۱$

۱۴۲- در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر، انحراف معیار، با روشی سریع، کدام است؟

x	۲۷	۲۹	۳۱	۳۳	۳۵
f	۷	۱۰	۱۳	۱۱	۹

- (۱) $۲/۶$ (۲) $۲/۷$ (۳) $۲/۸$ (۴) $۲/۹$

۱۴۳- علی، احمد، روزبه، داود و حامد برحسب اندازه قد مرتب می‌شوند. می‌دانیم که حداقل دو نفر آنان از علی کوتاه‌تر هستند - داود از روزبه کوتاه‌تر است - احمد کوتاه‌ترین پسر نیست - داود از علی بلندتر است. کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) روزبه بلندتر از علی (۲) داود بلندتر از احمد (۳) احمد بلندتر از حامد (۴) احمد بلندتر از علی

۱۴۴- اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه $(A \cap (A' \cup B)) \cup (B \cap (A' \cup B'))$ برابر کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) B (۴) A

۱۴۵- رابطه $R = \{(a, b) : |2a - b| \leq 3\}$ بر روی مجموعه $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ، تعریف شده است. تعداد عضوهای این رابطه، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴۶- مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ را به چند طریق می‌توان، به دو مجموعه سه عضوی و یک مجموعه تک عضوی افراز کرد، به‌طوری که فاقد $\{a\}$ باشد؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۶ (۴) ۶۰

۱۴۷- ظرف A شامل ۵ مهره با شماره‌های یک رقمی فرد و ظرف B دارای ۴ مهره با شماره‌های یک رقمی زوج غیرصفر است. از هر ظرف یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال حاصل ضرب آن‌ها از ۱۰ بیشتر است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{65}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۴) $\frac{75}{10}$

۱۴۸- سه نفر مشغول رمزگشایی یک پیام هستند. احتمال موفقیت آن‌ها به ترتیب $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، موفق می‌شود؟

- (۱) $\frac{19}{24}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{11}{12}$ (۴) $\frac{23}{24}$

۱۴۹- دنباله درجه رأس‌های یک گراف به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۳ می‌باشد. چند مسیر متمایز بین دو رأس با درجه‌های ۱ و ۲، وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

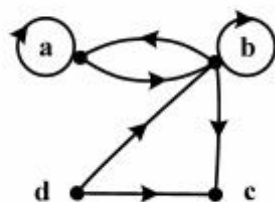
۱۵۰- عدد پنج رقمی $N = a746b$ مضرب ۳۶ می‌باشد. باقی‌مانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد N بر ۱۱، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۱- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی A بر عدد ۲۳ برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم دو برابر عدد A بر عدد ۱۷ برابر ۹ می‌باشد. باقی‌مانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد سه رقمی A بر عدد ۱۲، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۵۲- شکل زیر، گراف جهت‌دار رابطه R است. تعداد یک‌ها، در درایه ماتریس مجاورت M(ROR) کدام است؟



- (۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰

۱۵۳- تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی نامعادله $x + y + z \leq 5$ ، کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۶۰

۱۵۴- یک تاس را به تکرار پرتاب می‌کنیم. احتمال ظاهر شدن عدد ۴ قبل از آمدن عدد ۶، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۵۵- به ازای کدام مقدار a، تابع $x = 0, 1, 2, 3$ ؛ $P(X = x) = \frac{\binom{5}{x} \binom{4}{3-x}}{a}$ یک تابع احتمال است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۴ (۴) ۸۴

۱۵۶- فاصله کانونی یک آینه محدب برابر f است. اگر جسمی روی محور اصلی با سرعت ثابت V از سطح آینه تا فاصله $4f$ از آن دور شود، بزرگی سرعت متوسط انتقال تصویر چند V است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۵۷- شخصی از فاصله ۹۰ سانتی متری بالای سطح آب، به داخل آب نگاه می کند و سکه ای را که در ته آب قرار دارد، در $\frac{1}{5}$ متری چشم خود احساس می کند. اگر ضریب شکست آب $\frac{4}{3}$ باشد، عمق آب چند سانتی متر است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

۱۵۸- جسمی یک بار به فاصله P و بار دیگر به فاصله $P+8$ سانتی متر از یک عدسی قرار می گیرد. اگر در هر دو حالت طول تصویر ۵ برابر طول جسم باشد، توان این عدسی چند دیوپتر است؟

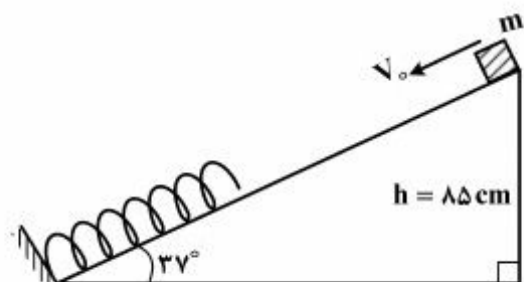
- (۱) +۲ (۲) +۵ (۳) -۲ (۴) -۵

۱۵۹- جسمی جلو یک آینه مقعر روی محور اصلی قرار دارد و طول تصویر تشکیل شده نصف طول جسم است. اگر جسم را ۲۴ سانتی متر به آینه نزدیک کنیم، تصویر در بی نهایت تشکیل می شود. شعاع این آینه چند سانتی متر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۱۶۰- در شکل زیر، وزنه ای به جرم m با سرعت اولیه $V_0 = 4 \frac{m}{s}$ مماس با سطح بدون اصطکاک، روبه پایین پرتاب می شود. اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی فنر در این برخورد $\frac{1}{8}$ انرژی جنبشی اولیه وزنه باشد، حداقل

طول فنر به چند سانتی متر می رسد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۳۰
(۴) ۳۵

۱۶۱- کدام کمیت‌ها همگی فرعی و نرده‌ای هستند؟

- (۱) نیرو - جرم - گرمای ویژه
(۲) انرژی جنبشی - شار مغناطیسی - شتاب
(۳) فشار - جرم - میدان مغناطیسی
(۴) انرژی جنبشی - شار مغناطیسی - فشار

۱۶۲- لوله‌بلندی به صورت قائم نگهداشته شده و در آن تا ارتفاع ۴cm جیوه ریخته شده است. اگر فشار هوا $1.0336 \times 10^5 \text{ Pa}$ باشد، ارتفاع جیوه درون لوله را به چند سانتی‌متر برسانیم تا فشار در ته لوله دو برابر شود؟

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ و } \rho = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ جیوه}$$

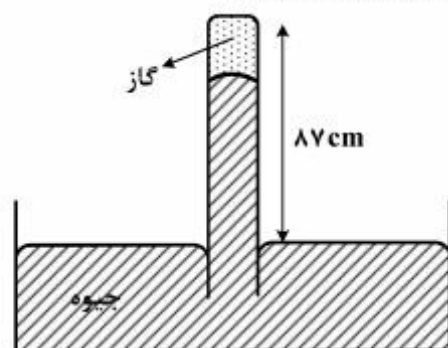
(۴) ۷۸

(۳) ۸۰

(۲) ۸۲

(۱) ۸۴

۱۶۳- در شکل زیر، پیوسته ۸۷cm از لوله خارج از جیوه نگه‌داشته شده است. در شرایطی که فشار هوا ۷۵cmHg و دمای گاز ۲۷°C است، ارتفاع ستون جیوه در لوله ۷۲cm است. بر اثر افزایش فشار هوا ستون جیوه بالا می‌رود، دمای گاز را به ۴۷°C می‌رسانیم تا دوباره ستون جیوه به همان ۷۲cm برسد. فشار هوا چگونه تغییر کرده است؟



(۱) ۲ میلی‌متر جیوه کاهش یافته است.

(۲) ۲ میلی‌متر جیوه افزایش یافته است.

(۳) ۰/۲ میلی‌متر جیوه کاهش یافته است.

(۴) ۰/۲ میلی‌متر جیوه افزایش یافته است.

۱۶۴- ۸۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را با ۸۰۰ گرم آب ۲۰ درجه سلسیوس مخلوط می‌کنیم. اگر گرما فقط بین آب و یخ مبادله شود، بعد از برقراری تعادل گرمایی چند گرم آب و با چه دمایی بر حسب سلسیوس خواهیم

$$\text{داشت؟ } (L_f = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}} \text{ و } C_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}})$$

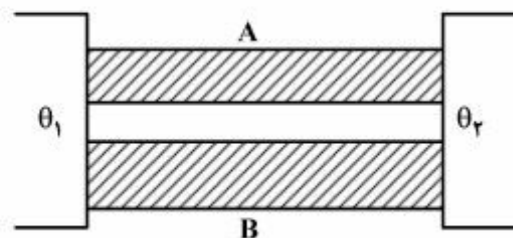
(۴) ۱۶۰۰ و ۴

(۳) ۱۶۰۰ و ۲

(۲) ۱۲۰۰ و صفر

(۱) ۱۰۰۰ و صفر

۱۶۵- مطابق شکل زیر، اختلاف دمای دو سر میله‌های A و B با هم برابر است و سطح مقطع میله B، ۲ برابر سطح مقطع میله A است. اگر آهنگ انتقال گرمای میله A، $\frac{2}{5}$ برابر آهنگ انتقال گرمای میله B باشد، ضریب رسانندگی میله A چند برابر ضریب رسانندگی میله B است؟



(۱) $\frac{1}{25}$

(۲) $\frac{1}{50}$

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۶۶- در محفظه‌ای به حجم $\frac{33}{6}$ لیتر مخلوطی از دو گاز اکسیژن و هلیوم وجود دارد. فشار گاز 2×10^5 پاسکال و دمای آن ۷ درجه سلسیوس است. اگر جرم گاز ۵۴ گرم باشد، چند درصد مولکول‌های آن اکسیژن است؟

$$(M_{\text{He}} = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, M_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$$

(۴) ۳۰

(۳) ۴۰

(۲) ۶۰

(۱) ۵۰

۱۶۷- یک مول گاز تک اتمی، طی یک فرایند هم فشار، 40 J کار روی محیط انجام می‌دهد. تغییر انرژی درونی گاز چند ژول است؟

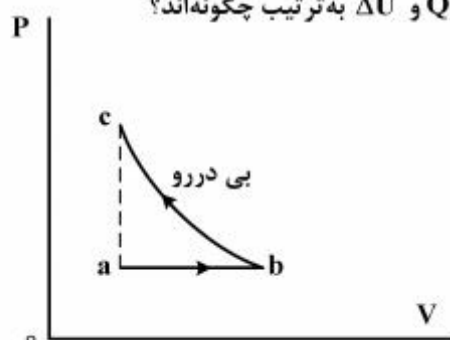
(۴) ۲۰

(۳) ۶۰

(۲) ۱۰۰

(۱) ۱۴۰

۱۶۸- یک گاز کامل با طی دو فرایند از حالت a به حالت c می‌رود. اگر در این مسیر کار انجام شده روی گاز W، گرمای داده شده به گاز Q و تغییر انرژی درونی گاز ΔU باشد، علامت W، Q و ΔU به ترتیب چگونه‌اند؟



(۱) مثبت، صفر و مثبت

(۲) مثبت، مثبت و مثبت

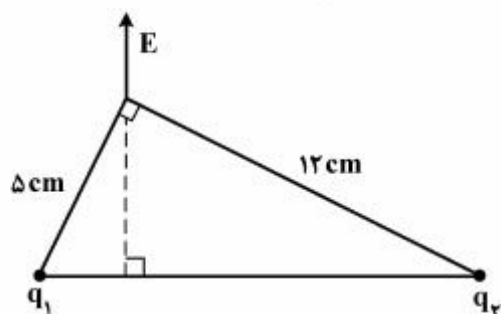
(۳) مثبت، منفی و صفر

(۴) منفی، مثبت و مثبت

۱۶۹- بارهای الکتریکی $q_1 = +q$ و $q_2 = +3q$ در رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارند و بار الکتریکی $q_3 = -q$ در محل تلاقی میانه‌های این مثلث، ثابت نگهداشته شده است. اگر نیرویی که از طرف q_1 بر q_3 وارد می‌شود، 0.5 نیوتون باشد، برآیند نیروهای وارد بر q_3 چند نیوتون است؟

- (۱) صفر (۲) 0.5 (۳) ۱ (۴) $0.5\sqrt{3}$

۱۷۰- دو ذره باردار مطابق شکل زیر، در دو رأس یک مثلث قرار دارند. میدان الکتریکی خالص این دو ذره در رأس دیگر



مطابق شکل است. $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

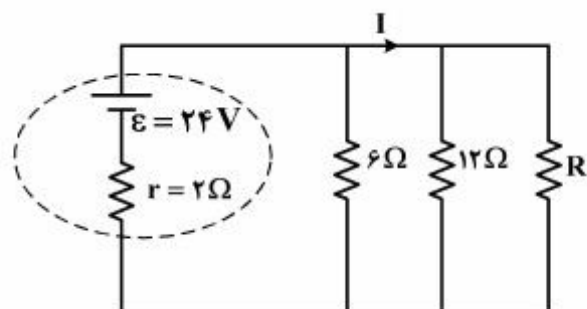
- (۱) $\frac{25}{144}$ (۲) $\frac{5}{12}$

- (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{144}{25}$

۱۷۱- برای ساختن یک خازن، دو صفحه فلزی، یک ورقه میکا (به ضخامت 0.3 mm و $k = 7$)، یک ورقه شیشه‌ای (به ضخامت 0.2 cm و $k = 5$)، یک لایه پارافین (به ضخامت 0.1 cm و $k = 2$) و یک لایه پلاستیک (به ضخامت 0.2 mm و $k = 3$) در اختیار داریم. برای به‌دست آوردن بیش‌ترین ظرفیت، با کدام ورقه باید میان صفحات فلزی را پُر کنیم؟

- (۱) میکا (۲) شیشه (۳) پارافین (۴) پلاستیک

۱۷۲- در مدار زیر، مقاومت R چند اهم باشد تا توان خروجی از مولد بیشینه شود و در این حالت I برابر با چند آمپر است؟



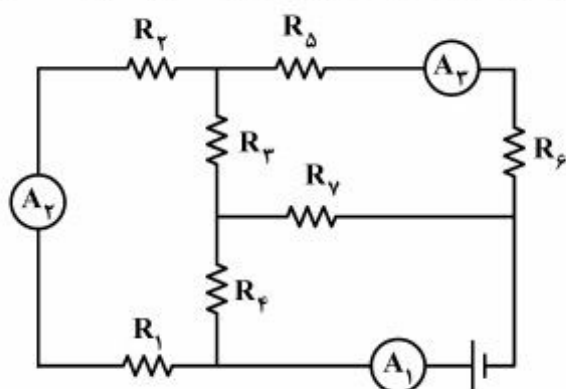
- (۱) صفر و ۱۲

- (۲) ۳ و $4/8$

- (۳) ۴ و ۴

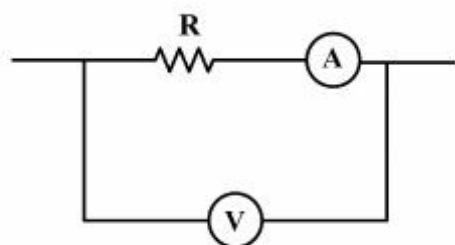
- (۴) ۴ و $2/4$

۱۷۳- در مدار زیر، آمپرسنج‌های A_1 ، A_2 و A_3 به ترتیب جریان‌های 20 A ، 12 A و 9 A را نشان می‌دهند. از مقاومت R_7 جریان چند آمپر عبور می‌کند؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۱

۱۷۴- در شکل زیر، مقاومت ولت‌سنج $10\text{ k}\Omega$ و مقاومت آمپرسنج 5Ω است. اگر ولت‌سنج و آمپرسنج به ترتیب 12 V و 0.1 A را نشان دهند، توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟

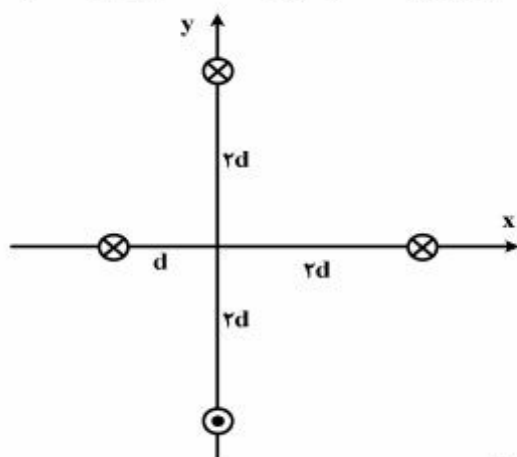


- (۱) $1/15$
(۲) $1/5$
(۳) $11/5$
(۴) ۱۵

۱۷۵- دو فلز A و B وقتی در یک میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند، حجم حوزه‌های مغناطیسی فلز A به سختی تغییر می‌کند و پس از حذف میدان خارجی به حالت اول برنمی‌گردد ولی در فلز B حجم حوزه‌ها به سهولت تغییر می‌کند و پس از حذف میدان خارجی به حالت اول برمی‌گردد. A و B به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) پارامغناطیس و فرومغناطیس سخت
(۲) فرومغناطیس نرم و پارامغناطیس
(۳) فرومغناطیس سخت و فرومغناطیس نرم
(۴) فرومغناطیس نرم و فرومغناطیس سخت

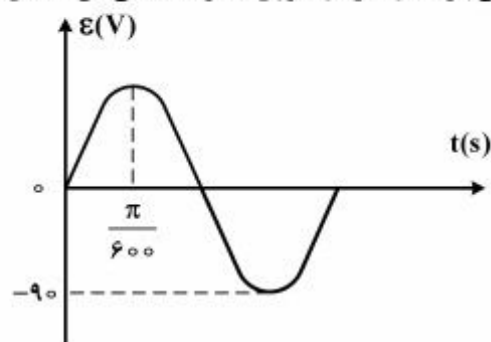
۱۷۶- مطابق شکل زیر، چهار سیم باریک، موازی و بسیار بلند حامل جریان I ، عمود بر صفحه قرار دارند، میدان



مغناطیسی در مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{\mu_0 I}{4\pi d}$
 (۲) $\frac{\sqrt{5}\mu_0 I}{4\pi d}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d}$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi d}$

۱۷۷- یک پیچه دارای ۵۰۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن 120 cm^2 است. در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حول یکی از قطرهایش که عمود بر میدان است، با بسامد ثابت می‌چرخد و نمودار نیروی محرکه القایی آن مطابق



شکل زیر است. بزرگی میدان مغناطیسی چند تسلا است؟

- (۱) ۰/۰۵
 (۲) ۰/۰۶
 (۳) ۰/۰۸
 (۴) ۰/۰۹

۱۷۸- پیچه‌ای دارای ۲۰۰ حلقه است و شار مغناطیسی ۰/۰۵ وبر از آن می‌گذرد و دو سر این پیچه به هم وصل است. اگر این شار مغناطیسی با آهنگ ثابتی کاهش یافته و به صفر برسد و مقاومت الکتریکی پیچه 10Ω باشد، چند کولن بار الکتریکی در آن شارش پیدا می‌کند؟

- (۱) ۰/۰۱ (۲) ۰/۱ (۳) ۱ (۴) ۱۰

۱۷۹- سنگی در شرایط خلأ از ارتفاع h با سرعت اولیه V_0 روبه پایین پرتاب می‌شود. اگر پس از ۴ ثانیه به زمین برسد و

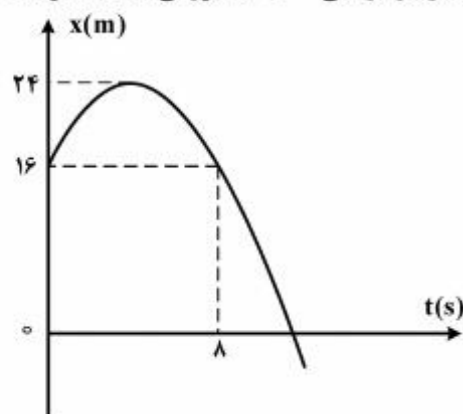
در ثانیه آخر حرکتش $\frac{h}{3}$ را طی کند، h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

۱۸۰- معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = 2t^3 - 6t^2 + 6t$ است. در بازه زمانی صفر تا ۲ ثانیه، کدام مورد درست است؟

- (۱) شتاب متوسط برابر صفر است.
- (۲) جهت حرکت یکبار تغییر کرده است.
- (۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.
- (۴) حرکت ابتدا در جهت محور x و سپس خلاف جهت محور x است.

۱۸۱- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر به صورت سهمی است. در بازه زمانی ۰ تا ۸s بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در SI، کدام است؟



- (۱) ۱ و صفر
- (۲) ۲ و صفر
- (۳) ۱ و ۱
- (۴) ۲ و ۲

۱۸۲- گلوله‌های A و B به فاصله d از هم، به طور هم‌زمان از سطح زمین پرتاب می‌شوند. گلوله A با سرعت $30 \frac{m}{s}$ در

راستای قائم و گلوله B با سرعت V_0 تحت زاویه 45° نسبت به افق پرتاب می‌شود. اگر هر دو گلوله در نقطه

اوج‌شان به هم برخورد کنند، d چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۶۰
- (۴) ۹۰

۱۸۳- پرتابه‌ای به جرم m با سرعت اولیه V_0 تحت زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌شود و پس از $3t$ ثانیه به زمین

می‌رسد. بزرگی تغییر تکانه پرتابه در t ثانیه اول حرکت، کدام است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

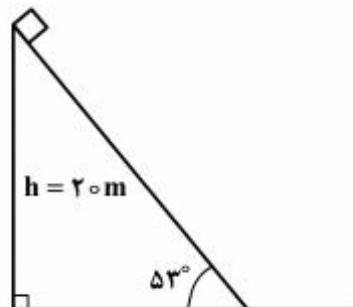
- (۱) $2mgt$
- (۲) mgt
- (۳) $\frac{mv_0}{3}$
- (۴) $\frac{2mv_0}{3}$

۱۸۴- یک توپ تنیس از ارتفاع ۳۲۰ سانتی‌متری زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۱۲۵ سانتی‌متری زمین برمی‌گردد. اگر زمان تماس توپ با زمین ۱۳ms باشد، بزرگی شتاب متوسط آن در ضمن تماس چند متر بر

مجذور ثانیه و جهت آن به کدام سو است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود. $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۰۰ ، بالا (۲) ۱۰۰ ، پایین (۳) ۱۰۰۰ ، بالا (۴) ۱۰۰۰ ، پایین

۱۸۵- در شکل زیر، جسم از بالای سطح شیب‌دار، رها می‌شود و با سرعت $15 \frac{m}{s}$ به پایین سطح می‌رسد. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\sin 53^\circ = 0.8$)



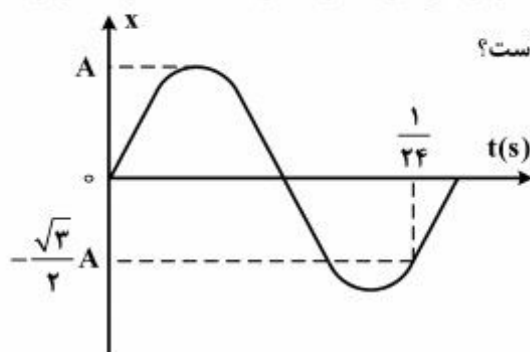
- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۸۶- یک صفحه افقی حول یک محور قائم دوران می‌کند و در هر دقیقه ۶ دور کامل می‌چرخد. مکعبی به جرم ۵kg روی این صفحه و در فاصله ۲ متری از محور دوران قرار دارد و بدون لغزش با صفحه می‌چرخد، نیروی اصطکاکی

که بر مکعب وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۸ (۲) ۲۰ (۳) $0.2\pi^2$ (۴) $0.4\pi^2$

۱۸۷- نمودار مکان - زمان یک نوسانگر ساده به صورت شکل زیر است. اگر بزرگی سرعت نوسانگر در لحظه عبور از مرکز



نوسان برابر $2\pi \frac{m}{s}$ باشد، معادله سرعت - زمان آن در SI کدام است؟

- (۱) $V = 2\pi \cos 20 \pi t$
(۲) $V = 4\pi \cos 20 \pi t$
(۳) $V = 2\pi \cos 40 \pi t$
(۴) $V = 4\pi \cos 40 \pi t$

۱۸۸- معادله مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.2 \sin 100\pi t$ است. در لحظه $t = \frac{1}{150}$ s انرژی پتانسیل

کشسانی نوسانگر چند برابر انرژی جنبشی آن است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۹- معادله انرژی جنبشی - زمان نوسانگری به جرم 100 g در SI به صورت $K = 45\pi^2 \times 10^{-4} \cos^2 10\pi t$ است.

بزرگی جابه‌جایی نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{20}$ s تا $t_2 = \frac{3}{20}$ s چند سانتی‌متر است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

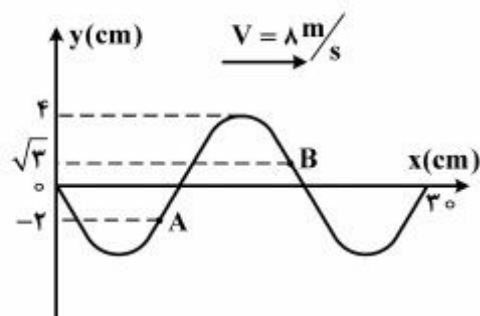
۱۹۰- تار مرتعشی به طول 80 cm و جرم 8 g بین دو نقطه محکم بسته شده و بسامد هماهنگ دوم آن 250 هرتز

است. نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۸۰ (۴) ۸۰۰

۱۹۱- نقش یک موج عرضی در طنابی در لحظه $t = 0$ مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $0 \leq t \leq \frac{1}{80}$ s بزرگی جابه‌جایی

ذره B، چند برابر جابه‌جایی ذره A است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) ۱
(۴) $\sqrt{3}$

۱۹۲- در یک لوله صوتی یک انتها بسته، اختلاف طول موج‌های هماهنگ پنجم و هفتم چند برابر طول موج صوت اصلی است؟

- (۱) $\frac{2}{35}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹۳- اگر صدایی ۱۲ دسی‌بل بلندتر از صدای دیگر باشد، شدت صدای بلندتر چند برابر شدت صدای دیگر است؟

($\log 2 = 0.3$)

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) 10^2 (۴) 10^{12}

۱۹۴- در محیطی که سرعت انتشار صوت $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، یک منبع صوت در مسیر مستقیم با سرعت چند متر بر ثانیه

حرکت کند، تا طول موج صوت در جلو آن $\frac{5}{6}$ طول موج صوت در عقب آن باشد؟

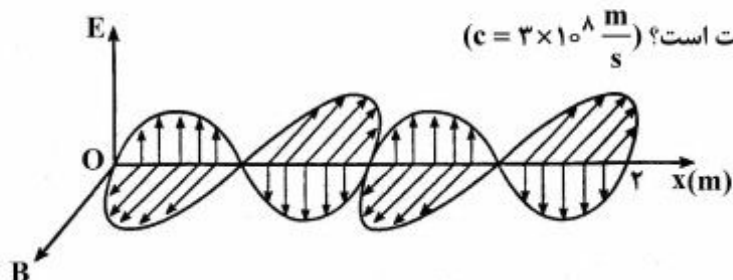
- (۱) ۲۰ (۲) ۲۲ (۳) ۳۰ (۴) ۳۳

۱۹۵- اگر آزمایش ینگ را بدون تغییر چشمه نور و بدون تغییر فاصله‌ها در دستگاه آزمایش، به جای هوا در آب انجام

دهیم، فاصله بین دو نوار روشن متوالی چند برابر می‌شود؟ $(n = \frac{4}{3})$

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۹۶- نمودار میدان الکترومغناطیسی بر حسب مکان یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود، مطابق شکل



زیر است. کدام مورد با توجه به نمودار درست است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- (۱) طول موج ۰/۵ متر است.
(۲) دوره موج یک ثانیه است.
(۳) عدد موج π رادیان بر متر است.
(۴) بسامد موج 3×10^8 Hz است.

۱۹۷- تابع کار دو فلز A و B به ترتیب ۴eV و ۲eV است و نوری با طول موج ۲۰۰ نانومتر به هر دو فلز می‌تابد، در این صورت سرعت سریع‌ترین فوتوالکترون‌هایی که از فلز B جدا می‌شوند، چند برابر سرعت سریع‌ترین

فوتوالکترون‌هایی است که از فلز A جدا می‌شوند؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۹۸- در اتم هیدروژن انرژی الکترون در یک مدار ۰/۸۵eV- است. اگر الکترون از این مدار به مداری که انرژی

الکترون در آن ۳/۴eV- است برود، سرعتش چند برابر می‌شود؟ $(E_R = 13/6 \text{ eV})$

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۹۹- وقتی به یک نیم‌رسانا مانند سیلیسیم، آلاینده سه ظرفیتی مانند آلومینیم اضافه می‌کنیم، در نوار ظرفیت:

(۱) علاوه بر ترازهای خالی مربوط به الکترون‌هایی که به نوار رسانش رفته‌اند، یک الکترون هم به ازای هر اتم آلاینده اضافه می‌شود.

(۲) علاوه بر ترازهای خالی مربوط به الکترون‌هایی که به نوار رسانش رفته‌اند، یک حفره هم به ازای هر اتم آلاینده ایجاد می‌شود.

(۳) تعداد حفره‌ها کمتر از الکترون‌های نوار رسانش خواهد شد.

(۴) به تعداد مساوی، الکترون‌ها و حفره‌های آزاد ایجاد می‌شود.

۲۰۰- کدام گزینه در مورد ^{238}U و ^{235}U درست نیست؟

- (۱) تعداد نوترون ^{238}U بیشتر است.
(۲) هر دو تعداد پروتون یکسانی دارند.
(۳) هر دو خواص شیمیایی یکسانی دارند.
(۴) ^{238}U ، ۷۲٪ درصد اورانیم طبیعی را تشکیل می‌دهد.

۲۰۱- شمار الکترون‌های جفت نشده در اتم S_{16} با شمار الکترون‌های جفت نشده در کدام اتم، برابر است؟

- (۱) Cr_{24} (۲) Fe_{26} (۳) Ni_{28} (۴) Ga_{31}

۲۰۲- انرژی دومین یونش کدام عنصر از عنصرهای داده شده دیگر، بیشتر است؟

- (۱) Na_{11} (۲) B_5 (۳) Be_4 (۴) F_9

۲۰۳- کدام عبارت، درباره جدول تناوبی عنصرها، درست است؟

- (۱) عنصرهای مایع (در شرایط استاندارد) خواص نافلززی دارند.
(۲) برخی از عنصرهای دوره ششم جدول تناوبی، هنوز کشف نشده‌اند.
(۳) دو عنصر Z_{22} و X_{29} ، جزو فلزهای واسطه بوده و هم گروه هستند.
(۴) لانتانیدها و آکتینیدها، به ترتیب در دوره‌های ششم و هفتم جدول تناوبی جای دارند.

۲۰۴- کدام عبارت، درباره واکنش فلزهای قلیایی با آب، درست است؟

- (۱) سرعت واکنش با افزایش عدد اتمی آن‌ها، افزایش می‌یابد.
(۲) از واکنش هر مول از آن‌ها با آب، $22/4L$ گاز در شرایط STP تولید می‌شود.
(۳) شعله مشاهده شده از واکنش برخی از آن‌ها با آب، ناشی از سوختن آن‌ها در هوا است.
(۴) پس از واکنش یک گرم از هر یک از آن‌ها با یک لیتر آب خالص، pH محلول‌های به دست آمده، یکسان است.

۲۰۵- یون‌های هیدروژن سولفات و هیدروژن فسفات در کدام مورد، مشابه هم هستند؟

($H = 1, O = 16, P = 31, S = 32 : g.mol^{-1}$)

- (۱) درصد جرمی اکسیژن
(۲) شمار واحدهای بار الکتریکی منفی
(۳) عدد اکسایش اتم مرکزی
(۴) شمار قلمروهای الکترونی در اتم مرکزی
- ۲۰۶- جمع جبری بارهای الکتریکی یون‌های سیانید، نیترات، فسفات، کرات و منگنات با شمار اتم‌های اکسیژن در

فرمول شیمیایی این یون‌ها، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۰۷- کدام دو ترکیب، هم‌پار (ایزومر) هستند؟

- (۱) سیانواتن + پروپان آمین
(۲) ۱- بوتانول + دی‌اتیل‌اتر
(۳) استیک اسید + فرم‌آلدهید
(۴) دی‌نیتروژن تترااکسید + نیتروژن دی‌اکسید

۲۰۸- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول کدام دو گونه، نابرابر است؟

- (۱) SO_2, HCN
(۲) PF_5, HNO_3
(۳) $HCOOH, CH_3OH$
(۴) H_2CO_3, N_2O_4

۲۰۹- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی در کدام گونه با شمار آن‌ها در اتم مرکزی یون BrO_3^- ، برابر است؟

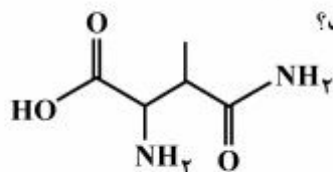
- (۱) NCS^- (۲) NO_3^- (۳) PCl_3 (۴) BF_3

۲۱۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- از اتین، ترکیب‌های آلی بسیاری می‌توان تهیه کرد.
- از واکنش آب با کلسیم کاربید، گاز اتن به‌دست می‌آید.
- اتین، ساده‌ترین آلکین است و مولکول آن خطی و ناقطبی است.
- پلی‌پروپن، جزو ترکیب‌های سیر شده است و در تولید طناب و فرش به‌کار می‌رود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۱- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار مولکولی داده شده، درست است؟



- دارای خصلت آمفوتری است.
- می‌توان از آن در تهیه پلی‌آمیدها، استفاده کرد.
- بخشی از ساختار آن مشابه آلفا - آمینو اسیدها است.
- شمار اتم‌های کربن در مولکول آن با شمار اتم‌های کربن در مولکول هگزان، برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

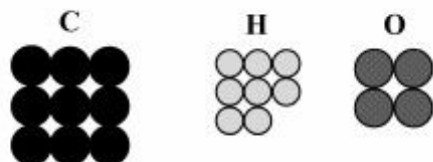
۲۱۲- مجموع ضریب‌های استوکیومتری فراورده‌ها در معادله واکنش: $C_2H_5NH_2 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O + N_2$ ، پس

از موازنه، کدام است؟

۱ (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲ (۴)

۲۱۳- با توجه به شمار اتم‌های تشکیل‌دهنده یک مولکول از یک ماده شیمیایی (مطابق شکل)، چند مورد از مطالب زیر،

درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- به مولکول بنز آلدهید مربوط است.
- یک ترکیب زنجیری سیر شده است.
- به تقریب ۳۵/۵۶ درصد جرم آن را اکسیژن تشکیل می‌دهد.
- نسبت جرم اتم‌های کربن به جرم اتم‌های هیدروژن در آن، برابر ۱۳/۵ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۴- بر پایه واکنش: $3Cu(s) + 8HNO_3(aq) \rightarrow 3Cu(NO_3)_2(aq) + 2NO(g) + 4H_2O(l)$ ، برای تهیه ۱۴/۱ گرم

مس (II) نیترات، چند میلی لیتر محلول ۲ مولار نیتریک اسید لازم است؟ (بازده درصدی واکنش، ۸۰٪ است.

($N = 14, O = 16, Cu = 64 : g.mol^{-1}$)

۱ (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۵۰ (۴) ۲۵

۲۱۵- یک ماده شیمیایی، سه اتم کروم در فرمول شیمیایی خود دارد. اگر $31/2\%$ جرم این ماده را کروم تشکیل داده

باشد، جرم مولی آن، چند گرم است؟ ($\text{Cr} = 52 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $166/7$ (۲) 250 (۳) $333/3$ (۴) 500

۲۱۶- اگر از سوختن کامل مقداری منیزیم در شرایط استاندارد، 20 گرم منیزیم اکسید تشکیل و 300 کیلوژول گرما آزاد

شود، ΔH استاندارد تشکیل منیزیم اکسید، برابر چند کیلوژول بر مول است؟ ($\text{O} = 16, \text{Mg} = 24 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $+300$ (۲) -300 (۳) $+600$ (۴) -600

۲۱۷- چند مورد از مطالب زیر، درباره جنبش‌های گرمایی درست است؟

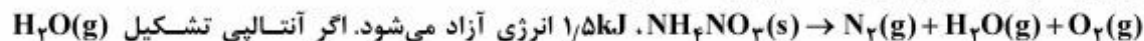
- شامل حرکت‌های چرخشی و ارتعاشی مولکول‌ها است.
- حرکت‌های انتقالی در همه حالت‌های ماده مشاهده می‌شود.
- در دمای معین، توزیع انرژی جنبشی ذره‌های یک ماده، یکسان است.
- میانگین جنبش‌های گرمایی یک نمونه ماده، به‌عنوان دمای آن گزارش می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۸- در کدام واکنش، آنتروپی عامل مساعد است؟ (شرایط را STP فرض کنید.)

- (۱) تهیه گاز آمونیاک (۲) زنگ زدن آهن (۳) سوختن پروپان (۴) تجزیه نیتروگلیسرین

۲۱۹- از تجزیه هر گرم آمونیوم نیترات، مطابق واکنش (موازنه نشده):



برابر -245 kJ.mol^{-1} باشد، آنتالپی تشکیل آمونیوم نیترات، چند کیلوژول بر مول است؟

($\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) -370 (۲) $+370$ (۳) -430 (۴) $+430$

۲۲۰- انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای 42°C برابر 61 گرم در 100 گرم آب است. به تقریب، چند مول از این نمک

را باید 2 لیتر آب حل کرد تا محلول سیرشده آن در این دما به دست آید؟ (چگالی آب برابر 1 g.mL^{-1} است.

($\text{K} = 39, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $6/04$ (۲) $12/08$ (۳) 18 (۴) 24

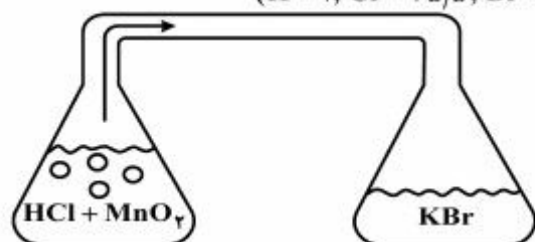
۲۲۱- غلظت یون سدیم در یک نمونه آب دریا برابر 10600 ppm است. اگر چگالی این نمونه آب برابر $1/05 \text{ g.mL}^{-1}$

باشد، غلظت تقریبی یون سدیم در آن، چند مولار است؟ ($\text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $0/23$ (۲) $0/36$ (۳) $0/48$ (۴) $0/65$

۲۲۲- مطابق شکل زیر، در ارلن سمت چپ، ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۱ مولار HCl با مقدار کافی از MnO_2 واکنش می‌دهد. گاز حاصل پس از ورود به ارلن سمت راست با ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول KBr واکنش کامل می‌دهد. غلظت

اولیه محلول KBr، چند مولار بوده است؟ ($H = 1, Cl = 35.5, Br = 80: g.mol^{-1}$)



- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۱۵
(۴) ۰/۲۵

۲۲۳- با افزودن مقدار کافی محلول سدیم هیدروکسید به یک نمونه از یک جامد خالص، این ماده با سدیم هیدروکسید واکنش می‌دهد و تنها یک محلول بی‌رنگ تشکیل می‌شود. این جامد، کدام ترکیب می‌تواند باشد؟

- (۱) $CaCO_3$ (۲) $CuSO_4$ (۳) $Fe(NO_3)_3$ (۴) $NaHCO_3$

۲۲۴- برای واکنش فرضی: $M(aq) + X(aq) + OH^-(aq) \rightarrow MOH(aq) + X^-(aq)$ ، رابطه قانون سرعت

به صورت: $\bar{R} = k[X][OH^-]^{\frac{1}{2}}$ به دست آمده است. با تغییر pH محلول از ۱۰ به ۱۴ (با افزودن $NaOH(s)$) و با غلظت ثابت $X(aq)$ ، سرعت واکنش چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) 10^2 (۴) 10^4

۲۲۵- در نظریه برخورد، کدام مورد، نادیده گرفته شده است؟

(۱) واکنش مواد ساده و گازی

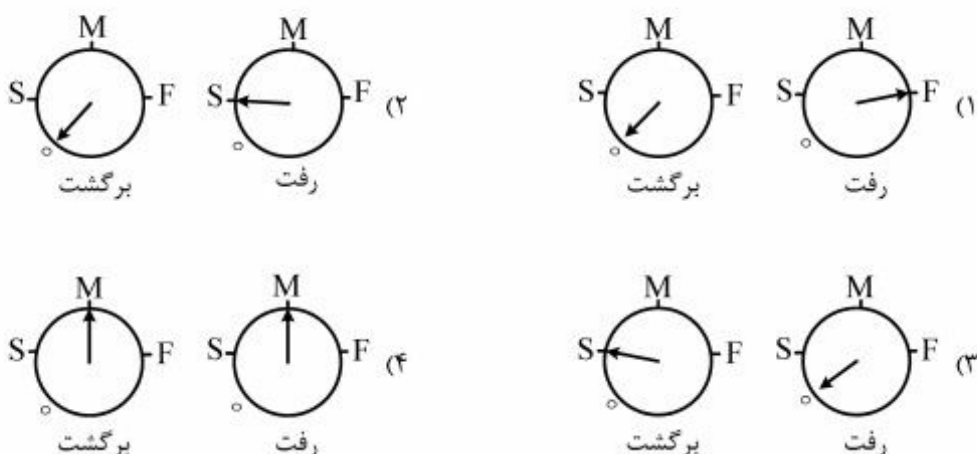
(۲) تشکیل پیچیده فعال ضمن واکنش

(۳) فرض کردن ذره‌های واکنش‌دهنده به صورت کره‌های سخت

(۴) نقش شمار ذره‌ها (در واحد حجم) در افزایش سرعت واکنش‌ها

۲۲۶- در موتور یک خودروی در حال حرکت، کدام وضعیت سرعت‌سنج‌ها، نشان‌دهنده سرعت واکنش تعادلی تولید

$NO(g)$ در نخستین لحظه سوختن بنزین درون سیلندر، است؟



۲۲۷- ۵ مول CO(g) با ۱۶g از $\text{H}_2\text{(g)}$ در یک ظرف پنج لیتری در بسته، مطابق معادله:
 $\text{CO(g)} + 2\text{H}_2\text{(g)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{OH(g)}$
 وارد واکنش شده‌اند. اگر پس از نیم ساعت و با تولید ۹۶g متانول، واکنش به تعادل برسد، سرعت متوسط مصرف $\text{H}_2\text{(g)}$ ، چند $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ و مقدار K با یکای $\text{L}^2.\text{mol}^{-2}$ ، کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

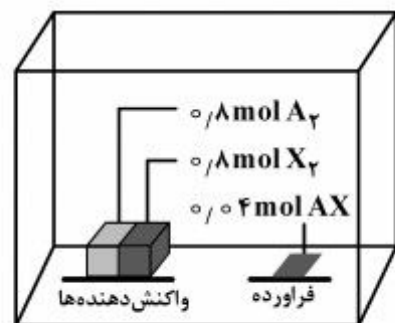
$$(1) \quad 9/375, 6/67 \times 10^{-4} \quad (2) \quad 3/75, 2/78 \times 10^{-4}$$

$$(3) \quad 9/375, 2/78 \times 10^{-4} \quad (4) \quad 3/75, 6/67 \times 10^{-4}$$

۲۲۸- با توجه به واکنش تعادلی: $\text{FeO(s)} + \text{CO(g)} \rightleftharpoons \text{Fe(s)} + \text{CO}_2\text{(g)}$ ، که در دمای معین در یک ظرف در بسته یک لیتری و با یک مول از هر واکنش‌دهنده آغاز شده است، اگر مقدار ۰/۰۵ مول گاز CO در تعادل وجود داشته باشد، ثابت تعادل کدام و مقدار Fe(s) موجود در تعادل، چند گرم است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $\text{Fe} = 56 \text{g.mol}^{-1}$)

$$(1) \quad 5/32, 0/95 \quad (2) \quad 5/32, 0/95 \quad (3) \quad 5/32, 19 \quad (4) \quad 53/2, 19$$

۲۲۹- با توجه به داده‌های شکل زیر که مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها را در حالت تعادل در یک ظرف دو لیتری در بسته در دمای معین نشان می‌دهد، ثابت تعادل کدام است و اگر بتوانیم حجم ظرف را در دمای ثابت، به نصف کاهش دهیم، چه روی خواهد داد؟ (همه مواد گازی شکل‌اند.)



$$(1) \quad 2/5 \times 10^{-3}, \text{ وضعیت تعادل حفظ می‌شود.}$$

$$(2) \quad 1/66 \times 10^{-3}, \text{ وضعیت تعادل حفظ می‌شود.}$$

$$(3) \quad 2/5 \times 10^{-3}, \text{ تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.}$$

$$(4) \quad 1/66 \times 10^{-3}, \text{ تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.}$$

۲۳۰- با توجه به واکنش: $\text{CN}^-(\text{aq}) + \text{HSO}_4^-(\text{aq}) \rightarrow \text{HCN}(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ ، کدام عبارت درست است؟

(۱) یون HSO_4^- در این واکنش، نقش باز مزدوج یون سولفات را دارد.

(۲) مطابق نظریه لوری - برونستد، HCN در این واکنش نقش باز را دارد.

(۳) اسید مزدوج یون سولفات از اسید مزدوج یون سیانید، قوی‌تر است.

(۴) شناساگر فنول فتالئین در محلول غلیظ یون CN^- در آب، بی‌رنگ است.

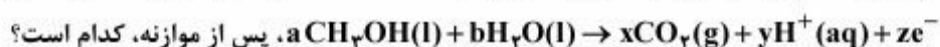
۲۳۱- اگر به ۵۰ mL از محلول ۱ مولار اسید ضعیف (HA) قطره قطره از محلول NaOH با غلظت ۱ مولار اضافه شود، کدام مورد، درست است؟

- (۱) نمک حاصل از واکنش اسید و باز در این واکنش، نمکی خنثی است.
 - (۲) pH محلول اولیه اسید HA، مستقل از K_a آن بوده و برابر صفر است.
 - (۳) در طول انجام واکنش تا کامل شدن آن، خاصیت بافری مشاهده نمی‌شود.
 - (۴) با افزودن ۵۰ mL از محلول NaOH، pH محلول بزرگ‌تر از ۷ خواهد بود.
- ۲۳۲- یک نوع ماهی می‌تواند در pH بین ۶ تا ۸ زنده بماند. اگر حجم آب آکواریوم نگهداری این ماهی، ۲۰ L بوده و در حالت خنثی باشد، افزودن کدام مورد، سبب مرگ ماهی می‌شود؟

- (۱) ۰/۱ مول آلومینیم اکسید $Al_2O_3(s)$
 - (۲) ۱۰۰ میلی لیتر محلول 10^{-4} مولار هیدروکلریک اسید
 - (۳) ۱۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۰۱ مولار سدیم هیدروکسید
 - (۴) ۵۰ میلی لیتر محلول 8×10^{-3} مولار سدیم استات ($K_b = 6 \times 10^{-10}$)
- ۲۳۳- با افزودن چند قطره شناساگر به محلول پیرامون الکتروود در یک سلول الکترولیتی در حال کار (با الکترودهای گرافیتی و الکترولیت محلول یک مولار پتاسیم یدید)، رنگ محلول پیرامون این الکتروود به می‌گراید.

- | | | |
|--|--------------------|---------------------------------|
| $K^+(aq) + e^- \rightarrow K(s)$ | $E^\circ = -2.92V$ | (۱) متیل سرخ - کاند - زردی |
| $2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq)$ | $E^\circ = -0.82V$ | (۲) متیل سرخ - آند - ارغوانی |
| $I_2(s) + 2e^- \rightarrow 2I^-(aq)$ | $E^\circ = +0.54V$ | (۳) فنول فتالین - کاند - زردی |
| $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ | $E^\circ = +1.23V$ | (۴) فنول فتالین - آند - ارغوانی |

۲۳۴- اگر در یک سلول سوختی، از متانول به عنوان سوخت استفاده شود، مجموع مقادیر x، y و z در نیم‌واکنش:



پس از موازنه، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۲۳۵- کدام عبارت، درست است؟

- (۱) در الکتروود استاندارد هیدروژن، الکتروود پلاتین در آند اکسید می‌شود.
- (۲) از اکسایش ۲- پروپانول، استون به دست می‌آید که جزو کتون‌ها است.
- (۳) در سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن»، حجم گاز مصرف شده در آند و کاند در شرایط STP، برابر است.
- (۴) از واکنش یک مول فرم‌آلدهید با دو مول مس(II) سولفات، یک مول کربوکسیلیک اسید مربوطه و دو مول فلز مس به دست می‌آید.

۱-۱- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x|$ و $y = 5 - |x-1|$ ، کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

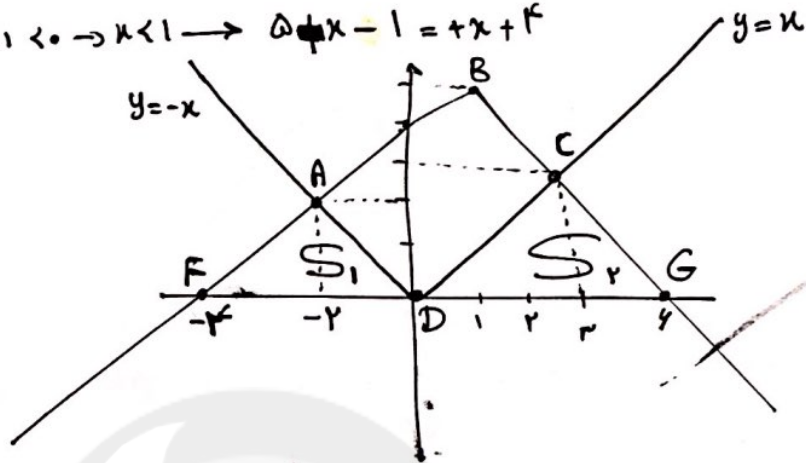
۹ (۲)

۸ (۱)

است. دو تابع را رسم می کنیم

$$y = 5 - |x-1| = \begin{cases} x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow 5-x+1 = 4-x = y \\ x-1 < 0 \rightarrow x < 1 \rightarrow 5-x-1 = 4-x = y \end{cases}$$

$$y = |x| = \begin{cases} x \geq 0 & y = x \\ x < 0 & y = -x \end{cases}$$



حل نمودار

$$y = 5 - |x-1|$$

با محور x ها $\rightarrow 5 - |x-1| = 0 \rightarrow 5 = |x-1| \Rightarrow x-1 = \pm 5$

$$\begin{cases} x-1 = 5 \rightarrow x = 6 \\ x-1 = -5 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

حل نمودار دو نمودار $\begin{cases} x = -x+4 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2 \\ -x = x+4 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2 \end{cases}$ مساحت $\Rightarrow S_{ABCD} = S_{BFG} - S_1 - S_2$

$$S_{BFG} = \frac{5 \times 1}{2} = 2.5 \quad \left\{ \begin{array}{l} S_1 = \frac{4 \times 1}{2} = 2 \\ S_2 = \frac{4 \times 1}{2} = 2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2.5 - 2 - 2 = 12 \rightarrow 4 \text{ گزینه}$$

۱-۲- یک قایق کاملاً بادی، روزانه ۵ درصد بادش را از دست می دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول می رسد؟

$$(\log 19 = 1.287, \log 2 = 0.301)$$

۲۵ (۴)

۲۱.۵ (۳)

۱۸.۵ (۲)

۱۷ (۱)

روز اول a روز دوم $(\frac{95}{100})a$ روز سوم $(\frac{95}{100})^2 a$... روز n $(\frac{95}{100})^{n-1} a$

$$\Rightarrow \text{روز } n = \frac{a}{p}$$

صورت سوال

$$\frac{a}{p} = (\frac{95}{100})^{n-1} a \Rightarrow \frac{1}{p} = (\frac{95}{100})^{n-1} \Rightarrow p = (\frac{100}{95})^{n-1}$$

$$\log \Rightarrow \log p = \log (\frac{100}{95})^{n-1} = (n-1) \log \frac{100}{95} = (n-1) (\log 100 - \log 95) = (n-1) (2 - \log 95)$$

$$\Rightarrow 1.301 = (n-1) (2 - 1.287) \Rightarrow 1.301 = 0.713 (n-1) \Rightarrow n-1 = \frac{1.301}{0.713} \Rightarrow n-1 = 1.837 \Rightarrow n = 2.837 \approx 3$$

۲ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خاکن ۰۹۱۳۰۹۱۳۵۵۷

۱۰۳- از رابطه $\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1)$ مقدار لگاریتم $\log(x+5)$ در پایه ۴ کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۵/۷۵ (۲)

۵/۵ (۱)

$$\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1) \Rightarrow \log(x+2)(2x-1) = \log(4x+1)$$

$$\Rightarrow (x+2)(2x-1) = 4x+1 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 4x+1 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-1) - 4(2)(-3) = 25 \rightarrow x_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{1-5}{2} = -1 \rightarrow \log\left(\frac{2(-1)-1}{-4}\right) \rightarrow -1$$

$$\Rightarrow \log_4(2x+5) = \log_4\left(2\left(\frac{3}{2}\right) + 5\right) = \log_4 8 = \log_4 2^3 = \frac{3}{2} \log_4 2 = \frac{3}{2} = 1,5 \rightarrow \text{گزینه ۴}$$

y

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

x

2

f

۱۰۴- شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{p}x\right)$ در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟

مرکز بازه ۲ است که فعلاً

max می باشد

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

باقی به صورت مساوی

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = 0 \rightarrow x=0 \rightarrow y=0 \Rightarrow 0 = a + b \cos 0 = a + b \\ f(2) = 4 \rightarrow x=2 \rightarrow y=4 \Rightarrow 4 = a + b \cos\left(\frac{\pi}{p} \cdot 2\right) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 4 \end{cases} \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2 \rightarrow 2 + b = 0 \rightarrow b = -2$$

گزینه ۲

۱۰۵- معادله $(x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 2x) = 2$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

از تغییر متغیر استفاده می کنیم

$$\boxed{x^2 - 2x = t} \Rightarrow t^2 - t = 2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$(t+1)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \rightarrow x^2 - 2x = -1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1 \\ t = 2 \rightarrow x^2 - 2x = 2 \rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-2) = 12 \end{cases}$$

۳ ریشه متمایز

در کل ۳ ریشه متمایز

۳ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندسی خاکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۰۶- اگر $f(x) = x + |x|$ و $g(x) = |x+1| + 1$ ؛ آنگاه برد تابع $(\frac{f}{g})(x)$ کدام است؟

(۱) $[0, 1)$ (۲) $[0, 2)$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty)$

$$\text{اگر } x < 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow \frac{f}{g} = \frac{x+|x|}{|x+1|+x} = \frac{x-x}{|x+1|+x} = \frac{0}{|x+1|+x} = 0$$

$$\text{اگر } x > 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow \frac{f}{g} = \frac{x+x}{|x+1|+x} = \frac{2x}{x+1+x} = \frac{2x}{2x+1} = 2 \cdot \frac{x}{2x+1} = 2 \cdot \frac{x+1-1}{2x+1} = 2 \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right)$$

$$2 \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right) = 2 - \frac{2}{2x+1} \xrightarrow{\text{حد از ۲}} \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(\infty) = 2-0 = 2 \end{cases} \Rightarrow R_f = [0, 2)$$

۱۰۷- کدام یک از تابع های زیر، یک به یک است؟

(۱) $f(x) = x + \sqrt{x}$ (۲) $g(x) = x - \sqrt{x}$ (۳) $h(x) = 2x + \frac{1}{x}$ (۴) $p(x) = \frac{x}{x^2+1}$

اگر تابع صعودی یا معکوس باشد ۲-۱ یک به یک می باشد و اگر تابع دارای مشتق

مثبت یا منفی باشد یک به یک است
 $f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ $D_f: x > 0$ $g'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $D_g: x > 0$

در بعضی نقاط مثبت و در بعضی نقاط منفی
 $h'(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$ $h''(x) = \frac{2}{x^3}$ $h'(x) > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{\sqrt{2}}$ $h'(x) < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $p'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$ $p'(x) > 0 \Rightarrow x < 1$ $p'(x) < 0 \Rightarrow x > 1$

۱۰۸- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x \sin 4x + \sin^2 x = 1$ کدام است؟

(۱) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۲) $(2k+1)\frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{k\pi}{6}$

$$\text{نکته } \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \quad \cos - \alpha = \cos \alpha \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x \sin 4x = \frac{1}{2} [\cos(-2x) - \cos 6x] = \frac{1}{2} [\cos 2x - \cos 6x]$$

$$\sin 2x \sin 4x + \sin^2 x = 1$$

$$\frac{1}{2} [\cos 2x - \cos 6x] + \sin^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x \xrightarrow{\times 2} \cos 2x - \cos 6x = 2 \cos^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \quad \text{نکته}$$

$$2 \cos^2 x - 1 - \cos 6x = 2 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \cos 6x = -1 \rightarrow 6x = (2k+1)\pi \rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{6} \rightarrow \text{گزینه ۲}$$

۴ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۰۹ - حاصل $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\cot\frac{11\pi}{3}\right)$ کدام است؟

$\frac{5\pi}{6}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $-\frac{\pi}{6}$ (۲) $-\frac{\pi}{3}$ (۱)

$\checkmark$ $\cos^{-1} - \alpha = \pi - \cos^{-1} \alpha$

$\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\cot\frac{11\pi}{3}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\cot\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}x - \cot\frac{\pi}{3}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \rightarrow$ $\checkmark$

۱۱۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$ کدام است؟

$1 + \sin 2x = \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = (\sin x + \cos x)^2 \rightarrow \sqrt{1 + \sin 2x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = |\sin x + \cos x|$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} = \frac{1 - \tan^2 x}{|\sin x + \cos x|} = \frac{1 - \tan^2 x}{\sin x + \cos x} \xrightarrow{\text{حوسبات}}$

$\frac{0 - 2 \tan x (1 + \tan^2 x)}{\cos x - \sin x} = \frac{-2(-1)(1 + (-1)^2)}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-4}{-\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$\checkmark$

تابع $\sin$ و $\cos$ در ربع دوم به ترتیب نزولی و صعودی هستند.

۱۱۱ - اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - |x| + |x|}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

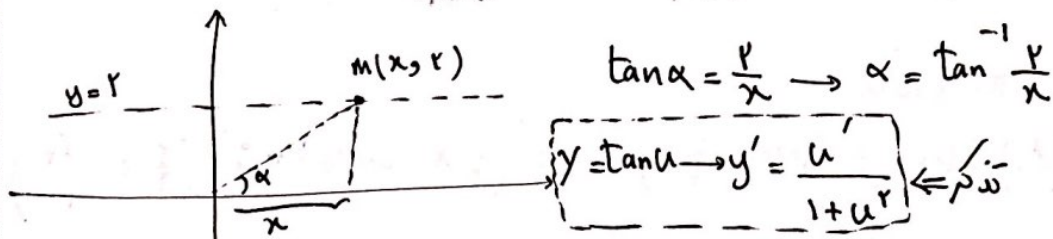
$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \xrightarrow{\text{منفصل}} f'_+(1)$ مشتق راست در نقطه $x=1$

$x > 1 \rightarrow |x| = x \quad [x] = 1 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 - 1 + x} \rightarrow f'(x) = \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 - 1 + x}}$

$\rightarrow f'_+(1) = \frac{3}{2\sqrt{1}} = \frac{3}{2} \rightarrow$ $\checkmark$

۵ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندسی خاکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۱۲- نقطه $M(x, y)$ بر روی خط $y = 2$ متغیر است. زاویه خطی که نقطه M را به مبدأ مختصات وصل کند با جهت مثبت محور x ها، $\alpha(x)$ است. آهنگ تغییرات α نسبت به تغییر x ، در لحظه $x = 4$ ، کدام است؟
 (۱) -0.2 (۲) -0.1 (۳) 0.05 (۴) 0.15



$$\tan \alpha = \frac{y}{x} \rightarrow \alpha = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$\boxed{y = \tan u \rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}} \leftarrow \text{تذکر}$$

$$\text{طبق تذکر} \rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \left(\frac{y}{x} \right)' = \frac{-\frac{y}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \xrightarrow{x=4} \frac{d\alpha}{dt} = -0.1 \rightarrow \text{گزینه ۲}$$

۱۱۳- به ازای اعداد طبیعی $n \geq n_0$ فاصله نقاط دنباله $\left\{ \frac{2n^2+1}{n^2+2n} \right\}$ از نقطه همگرایی خود، کمتر از 0.04 است.

کوچکترین مقدار n_0 ، کدام است؟

(۴) ۹۹

(۳) ۹۸

(۲) ۹۷

(۱) ۹۶

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{n^2+2n} = 2 \leftarrow \text{نقطه همگرایی} \Rightarrow \left| \frac{2n^2+1}{n^2+2n} - 2 \right| < \frac{\epsilon}{100}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2n^2+1-2n^2-4n}{n^2+2n} \right| < \frac{1}{25} \rightarrow \frac{4n-1}{n^2+2n} < \frac{1}{25} \rightarrow n^2+2n > 100n-25$$

$$\Rightarrow n^2 - 98n + 25 > 0 \rightarrow \text{با چک کردن گزینه ها کمترین } n \text{ ای}$$

$$\text{که فاصده برای آن به قرار است } n=98 \text{ می باشد} \leftarrow \text{گزینه ۳}$$

۱۱۴- دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n^r} \right)^n \right\}$ ، به کدام عدد، همگرا است؟

(۴) $\frac{1}{e}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{e}$

(۱) $\sqrt{e}$

$$\text{فرصت کنید} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^r} \right)^n = A \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^r} \right)^n = \ln A$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^r} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\ln \left(1 + \frac{1}{n^r} \right) \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{n^r} \right)}{\frac{1}{n}} \stackrel{0}{=} \frac{0 - \frac{r}{n^r}}{\frac{1}{n^2}} = \frac{r n^2}{n^r + n}$$

$$\Rightarrow \lim = 0 \Rightarrow 0 = \ln A \Rightarrow A = 1 \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

۱۱۵- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x-|x|}{x^2-x-6} & ; x \neq 2 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در بازه $(2, 3)$ پیوسته است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{11} \quad (1)$$

چون می خواهیم تابع در بازه $(2, 3)$ پیوسته باشد باید در نقطه $x=2$ پیوستگی راست داشته باشد

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{x - [x^+]}{x^2 - x - 6} = \frac{x - 2}{x^2 - x - 6} \stackrel{H}{=} \frac{1}{2x-1} \xrightarrow{x=2} \frac{1}{11}$$

$$f(2) = a \Rightarrow a = \frac{1}{11} \rightarrow \text{گزینه ۱}$$

۱۱۶- تعداد نقاط ناپیوسته نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2-\sqrt{x+4}}{1+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x+5}$ کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

نقاط ناپیوستگی توابع کسری دیش های مخرج که داخل دامنه باشد است

$$\sqrt{x+4} \rightarrow x+4 \geq 0 \rightarrow x \geq -4 \quad \text{یا} \quad [-4, \infty)$$

$$1 + \sqrt[3]{x+1} = 0 \rightarrow \sqrt[3]{x+1} = -1 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} x+1 = -1 \rightarrow x = -2 \rightarrow \text{داخل دامنه}$$

$$x+5 = 0 \rightarrow x = -5 \notin [-4, \infty) \quad \xrightarrow{\text{نقطه ۲}} \quad \text{فقط ۲ نقطه}$$

۱۱۷- خط راستی بر نمودار تابع $y = x^3 - 2x^2 + 3x$ مماس شده و از آن عبور می کند شیب این خط کدام است؟

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (1)$$

خطی که هم بر تابع مماس و هم از آن عبور می کند خط مماس در نقطه عطف می باشد

$$y = x^3 - 2x^2 + 3x \rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 3 \rightarrow y'' = 6x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$y'(\frac{2}{3}) = 3(\frac{2}{3})^2 - 4(\frac{2}{3}) = \frac{5}{3} \rightarrow \text{گزینه ۴}$$

نقطه عطف

۷ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۱۸ - خط قائم بر نمودار $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$ در نقطه تلاقی منحنی با محور y ها، نیمساز ناحیه اول را با کدام طول، قطع می کند؟

$\frac{0.5}{2} \quad \frac{0.3}{2} \quad \frac{0.2}{2} \quad \frac{0.1}{1}$
 $\Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0) = \frac{\cos 0}{2 - \sin 0} = \frac{1}{2} \rightarrow (0, \frac{1}{2}) \quad y' = \frac{-2 \sin 2x (2 - \sin x) - \cos 2x (-\cos x)}{(2 - \sin x)^2}$
 $\Rightarrow y(0) = \frac{1}{2} \rightarrow \text{شیب قائم} = -4 \rightarrow \text{معادله خط} \quad y - \frac{1}{2} = -4(x - 0) \Rightarrow y = -4x + \frac{1}{2}$

$\begin{cases} y = x \\ y = -4x + \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x = -4x + \frac{1}{2} \Rightarrow 5x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{10} \rightarrow \text{گزینه ۱}$

۱۱۹ - از رابطه $y + xy^2 + x = 7$ مقدار $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه $(1, 2)$ کدام است؟

$\frac{2}{2} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{4}$
 $\frac{0 + y^2 + 1}{\text{شتق نسبت به } x} + \frac{y' + 2xyy'}{y} = 0 \xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=2}} 4 + 1 + y' + 4y' = 0 \Rightarrow 5y' = -5 \Rightarrow y' = -1$

$\frac{2yy'}{x} + \frac{2yy' + y'' + 2xy'y' + 2xyy''}{y} = 0$
 $\xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=2 \\ y'=-1}} -2 + y'' + -4 + 2 + 4y'' = 0 \Rightarrow 5y'' = 4 \Rightarrow y'' = \frac{4}{5}$

۱۲۰ - تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x تابع $g(x) = f(4 - x^2)$ است.

اگر $f^{-1}(1) = -5$ و $f''(1) = -1$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ کدام است؟

$\frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{-2}{2} \quad \frac{-3}{1}$
 در صورت سوال اشکال نایی است $f'(1) = -5$
 $g'(x) = \underbrace{(-2x)}_{\text{دوی}} \underbrace{f'(4-x^2)}_{\text{دوی}}$
 $g''(x) = \underbrace{-2}_{\text{مشتق دوی}} x \underbrace{f'(4-x^2)}_{\text{دوی}} + \underbrace{(-2x)}_{\text{دوی}} \underbrace{(-2x) f''(4-x^2)}_{\text{مشتق دوی}}$
 $g''(\sqrt{3}) = \underbrace{-2 \times (-5)}_{+10} + \underbrace{(-2\sqrt{3})(-2\sqrt{3}) f''(4-3)}_{-1} = -2 \rightarrow \text{گزینه ۳}$

۸ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۲۱- نقطه $M(x, y)$ بر روی منحنی به معادله $y = x\sqrt{x}$ طوری حرکت می کند که فاصله آن از مبدأ مختصات، با

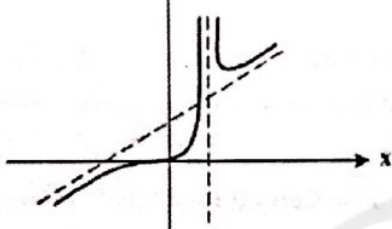
سرعت $\frac{1}{3}$ واحد در ثانیه، زیاد می شود. مقدار $\frac{dx}{dt}$ در نقطه ای به طول ۸، کدام است؟

$$M(x, y) = M(x, x\sqrt{x}) = M(x, x^{\frac{3}{2}}) \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (x^{\frac{3}{2}})^2} = \sqrt{x^2 + x^3} \rightarrow x$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dx} \times \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{dr}{dx} = \frac{2x + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{x^2 + x^3}} = \frac{x(2 + \frac{3}{2\sqrt{x}})}{2\sqrt{x^2 + x^3}} = \frac{2 + \frac{3}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{1 + x}} \quad x=8 \rightarrow \frac{dr}{dx} = \frac{\frac{17}{2}}{4} = \frac{17}{8}$$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = \frac{x^2 + ax^2}{x^2 + bx + 1}$ است. مقدار مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



(۱) ۴,۵

(۲) ۶

(۳) ۶,۲۵

(۴) ۶,۷۵

۱) چون یک جواب $\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4 = 0 \rightarrow b = \pm 2$

$b=2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow (x+1)^2 = 0 \rightarrow x = -1$
جواب نامعتبر باطل است

$b=-2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$
صفحه ای باشد شکل

۲) $x=0$ تنها نقطه ای است که تابع محور را قطع می کند

$$y = \frac{x^2(x+a)}{x^2+bx+1} = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$x+a=0 \rightarrow x = -a \rightarrow \text{نقطه مفرد باشد}$$

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2-2x+1} = \frac{x^3}{(x-1)^2} \rightarrow y' = \frac{3x^2(x-1)^2 - 2x^3(x-1)}{(x-1)^4} = 0 \rightarrow 3x^2(x-1)^2 - 2x^3(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1)(3(x-1) - 2x) = 0 \Rightarrow x^2(x-1)(x-3) = 0$$

نقطه ای در $x=3$ است

$$f(3) = \frac{27}{(3-1)^2} = \frac{27}{4} = 6,75$$

۱۲۳- مقدار متوسط (میانگین) تابع $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x}}$ بر بازه $[1, 4]$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{22}{9}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۱) $\frac{17}{9}$

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{4-1} \int_1^4 \frac{2x-1}{\sqrt{x}} dx = \frac{1}{3} \int_1^4 \left(\frac{2x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$\frac{1}{3} \int_1^4 \left(2x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{1}{3} \left(\frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} \right) \Big|_1^4 = \frac{1}{3} \left(\frac{64}{3} - 4 - \left(\frac{4}{3} - 2 \right) \right)$$

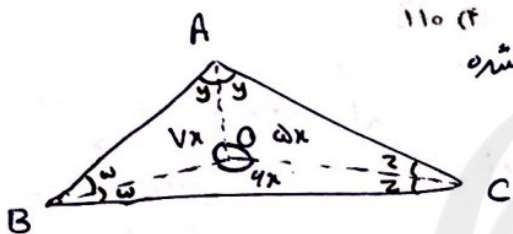
$$\frac{1}{3} \left(\left(\frac{64}{3} - 4 \right) - \left(\frac{4}{3} - 2 \right) \right) = \frac{22}{9} \rightarrow \text{جواب}$$

۱۲۴- اگر $F(x) = x \int_x^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$ باشد، $F'(\sqrt{3})$ کدام است؟

$$F'(x) = 1 \int_x^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} + x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} - 0 \right)$$

$$x = \sqrt{3} \rightarrow F'(\sqrt{3}) = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3})^2-1}} = 3 \rightarrow \text{گزینه ۱}$$

۱۲۵- در مثلث ABC نیمسازهای زاویه داخلی، در نقطه O تقاطع اند. اگر زاویه های AOB و BOC و COA متناسب با اعداد ۷ و ۶ و ۵ باشند، بزرگترین زاویه این مثلث چند درجه است؟



چون نسبت زاویه های AOB و BOC و COA در صورت سوال داده شده است می توان آن ها را به ترتیب $7x$ و $6x$ و $5x$ در نظر گرفت

$$7x + 6x + 5x = 360 \Rightarrow 18x = 360 \rightarrow x = 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{AOB} = 7x = 7(20) = 140 \\ \hat{AOC} = 5x = 5(20) = 100 \\ \hat{BOC} = 6x = 6(20) = 120 \end{cases}$$

$$A+B+C=180 \Rightarrow 2y+2w+2z=180 \rightarrow y+w+z=90 \quad (1)$$

$$\hat{AOB} + \hat{BOA} + \hat{BAO} = 180 \Rightarrow 140 + w + y = 180 \rightarrow w + y = 40 \quad (2)$$

$$\hat{AOC} : y + 5x + z = 180 \rightarrow y + z = 140 \quad (3)$$

$$\hat{BOC} : w + 6x + z = 180 \rightarrow w + z = 120 \quad (4)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow z = 50 \Rightarrow \hat{C} = 2z = 100$$

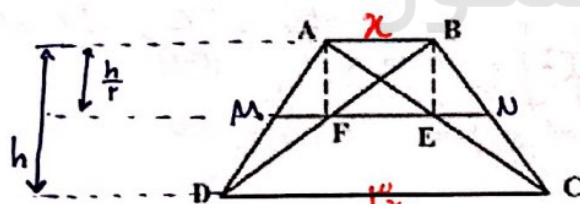
$$(1) \text{ و } (3) \Rightarrow w = 10 \Rightarrow \hat{B} = 2w = 20$$

$$(1) \text{ و } (4) \Rightarrow y = 30 \Rightarrow \hat{A} = 2y = 60$$

$$\rightarrow \text{بزرگترین زاویه } C = 100 \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

۱۲۶- در دوزنقه ABCD، نسبت قاعده ها $\frac{1}{3}$ ، خط واصل به اوساط ساق ها، اقطار دوزنقه را در E و F قطع کرده است.

مساحت چهار ضلعی ABEF، چند برابر مساحت دوزنقه اولیه است؟



طبق کس تقییه های در دوزنقه MN موازی AB و DC می باشد (مصر ۳۷ / کتاب هندسه ۱ سال ۱۴۱۰)

$$AB \parallel EN, \triangle ABC \xrightarrow{\text{بالتقیه های}} EN = \frac{1}{2} AB \quad (1)$$

$$FN \parallel DC, \triangle BDC \xrightarrow{\text{بالتقیه های}} DC = 2FN \rightarrow FN = \frac{1}{2} DC \rightarrow FE + EN = \frac{1}{2} DC$$

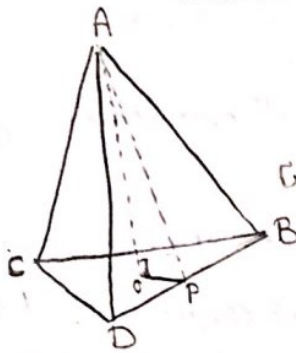
$$(1) \rightarrow FE + \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} DC \rightarrow FE = \frac{1}{2} (DC - AB) \rightarrow FE = \frac{1}{2} (3x - x) = x$$

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} (x+x) \times \frac{h}{2}}{\frac{1}{2} (x+3x) h} = \frac{hx}{4hx} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{گزینه ۴}$$

۱۰ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۲۷- در یک چهار وجهی منتظم، هر وجه آن مثلث متساوی الاضلاع است. طول هر یال آن $2\sqrt{6}$ واحد است. ارتفاع این

هرم، کدام است؟

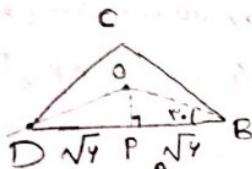


چون هر وجه مثلث متساوی الاضلاع است پس در هر وجه میانه ارتفاع و نیمه ساز یکی می باشد

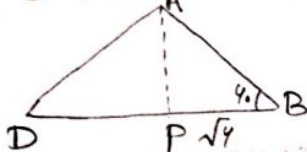
$$h = AO = ?$$

$$\Delta AOP : AO^2 = AP^2 - OP^2 = (3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2 = 14 \Rightarrow AO = \sqrt{14}$$

گزینه ۴



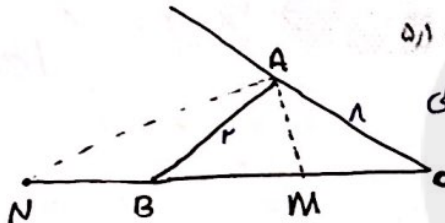
$$\tan 30^\circ = \frac{OP}{PB} = \frac{OP}{\sqrt{4}} \rightarrow OP = \sqrt{1}$$



$$\tan 40^\circ = \frac{AP}{PB} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{AP}{\sqrt{4}} \Rightarrow AP = 3\sqrt{2}$$

۱۲۸- در مثلث ABC، طول اضلاع ۹، BC = ۸ و AC = ۲ و AB = ۲ است. نیمسازهای زاویه A ضلع BC را در M و N

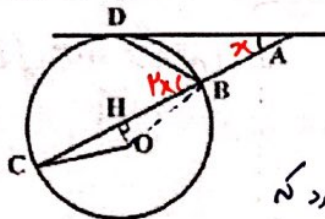
قطع می کنند. اندازه MN، کدام است؟



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{MC} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{BM}{MC} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{BM}{BM+MC} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{BM}{9} \Rightarrow BM = \frac{9}{5}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{NB}{NC} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{NB}{NC} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{NB}{NC-NB} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{NB}{9} \Rightarrow NB = \frac{18}{5}$$

$$\Rightarrow NB = \frac{18}{5} \quad NM = NB + MB = \frac{18}{5} + \frac{9}{5} = \frac{27}{5} = 5.4 \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

۱۲۹- در شکل زیر، AD مماس بر دایره به مرکز O و OH عمود بر AC است. اگر $\widehat{DBC} = 2\widehat{DAC}$ باشد، زاویه $\widehat{COH}$ چند برابر زاویه $\widehat{DAC}$ است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۳

(۳) ۳/۵

(۴) ۴

حل: $\widehat{DAB}$ را x نام گذاری می کنیم
چون OH عمود بر CB است می توان ثابت کرد که
زاویه $\widehat{COH}$ نصف $\widehat{COB}$ می باشد حال $\widehat{COB}$ را بدست می آوریم

$$\widehat{CD} = 2\widehat{B} \Rightarrow \widehat{CD} = 4x$$

زاویه محاطی

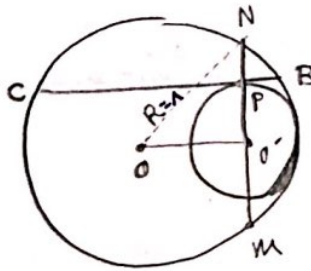
$$\widehat{DAC} = \frac{\widehat{CD} - \widehat{DB}}{2} \Rightarrow x = \frac{4x - \widehat{DB}}{2} \Rightarrow \widehat{DB} = 2x \Rightarrow \widehat{COB} = \widehat{CD} + \widehat{DB} = 4x + 2x = 6x$$

$$\widehat{COB} = 6x \Rightarrow \widehat{COH} = \frac{\widehat{COB}}{2} = \frac{6x}{2} = 3x = 3\widehat{DAC} \rightarrow \text{گزینه ۲}$$

زاویه مرکزی

۱۱ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۲۰- دو دایره به شعاع های ۴ و ۸ واحد، در نقطه A مماس درونی هستند. وتر BC از دایره بزرگ، موازی خط المرکزین و بر دایره کوچک در نقطه P مماس است. اندازه $PB \times PC$ کدام است؟



۴۸ (۴)

۲۶ (۳)

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)

وایع است که حاصل دو مرکز $OO' = 8 - 4 = 4$
 $PB \times PC = PN \times PM$ (رابطه طوی در دایره)

$\Rightarrow ON = R - OO' = 8 - 4 = 4 \Rightarrow ON = 4$
 $\Rightarrow ON = 4$ چون BC بر دایره کوچکتر مماس است و همچنین $OO' \parallel BC$ پس $O'P = 4$ و به خاطر اینکه OO' بر وتر MN عمود است آن را نصف می کند $ON = O'N = 4$

$OP = 4 \Rightarrow PM = PO' + O'M = 4 + 4 = 8$ (رابطه طوی در دایره)
 $PN = ON - O'P = 4 - 4 = 0$ (رابطه طوی در دایره)
 $PB \times PC = (8 + 4)(8 - 4) = 32$ (گزینه ۲)

۱۲۱- بازتاب خط Δ به معادله $2y + x = 6$ نسبت به خط $y = -x$ است. معادله خط Δ' کدام است؟

 $y - 2x = 8$ (۴) $y + 2x = -2$ (۳) $y + 2x = 2$ (۲) $y + 2x = -6$ (۱)

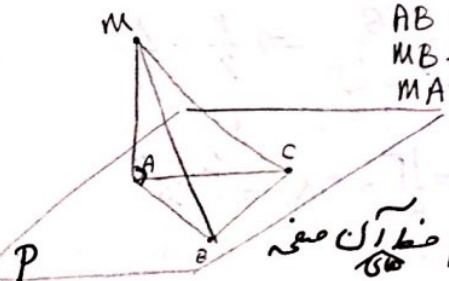
معادله بازتاب نسبت به خط $y = -x$ $R(x, y) = (-y, x) \rightarrow$ بین دو خط به جای y ، $-x$ و به جای x ، y قرار می دهیم
 $\Rightarrow -2x - y = 4$
 $\Rightarrow 2x + y = -4$ (گزینه ۱)

۱۲۲- مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) در صفحه P است. نقطه M خارج صفحه P است. به طوری که

$MA \perp AB$ و $MB = MC$ کدام نتیجه گیری نادرست است؟

 $MA \perp BC$ (۴) $MA \perp P$ (۳) $MA \perp AC$ (۲) $MB \perp BC$ (۱)

$AB = AC$
 $MB = MC$
 MA مشترک
 $\Rightarrow \Delta MAB \cong \Delta MAC \Rightarrow \hat{MAB} = \hat{MAC} = 90^\circ$
 $\hookrightarrow MA \perp AC$ (گزینه ۲)



وقتی خطی (MA) بر دو خط متقاطع (AB و AC) از صفحه ای (P) عمود باشد بر آن صفحه عمود است $\Leftarrow MA \perp P$ و همچنین بر تمام خط های آن صفحه

عمود است $\Leftarrow MA \perp BC$ (گزینه ۴) تنها گزینه ای که می توان نتیجه گرفت گزینه ۱ می باشد

۱۲۳- بردار a با هر یک از دو محور Ox و Oy زاویه 60° درجه و با محور Oz زاویه حاده می سازد. این بردار عمود بر صفحه ای با کدام معادله است؟

 $2x + 2y + \sqrt{2}z = 0$ (۳) $x - \sqrt{2}y + z = 0$ (۱) $x + y - \sqrt{2}z = 0$ (۴) $x + y + \sqrt{2}z = 0$ (۲)

زاویه α $\rightarrow$ زاویه α با محور Ox سازد
 زاویه β $\rightarrow$ زاویه β با محور Oy سازد
 زاویه γ $\rightarrow$ زاویه γ با محور Oz سازد
 $\Rightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow a = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (زاویه حاده)
 وقتی برداری بر صفحه عمود باشد باید در نرمال آن صفحه موازی است که تنها گزینه صحیح گزینه ۳ می باشد

زاویه α با محور Ox سازد
 زاویه β با محور Oy سازد
 زاویه γ با محور Oz سازد
 (طبق صورت سوال منفرد)

شود، کدام است؟

$$a \times b = (1, -1, 1) \times (1, 1, -1) = (1, 1, 1) \Rightarrow |a \times b| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} \Rightarrow |a \times b|^2 = 3 \Rightarrow 3 \Rightarrow 3 \Rightarrow 3$$

۱۳۵- کوتاهترین فاصله بین دو خط به معادلات $\begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$ و $\frac{x-1}{3} = -y+4 = \frac{z}{5}$ کدام است؟

$\frac{4}{\sqrt{10}}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴)

خط اول $\left\{ \begin{array}{l} u_1 = (1, 0, 0) \\ x = 2 \\ y = 5 \end{array} \right. \rightarrow A(1, 5, 2)$

خط دوم $\left\{ \begin{array}{l} u_2 = (3, -1, 5) \\ \text{تقاطع دو خط} \end{array} \right. \rightarrow B(0, 4, 1)$

بردار $\vec{AB} = (1, -1, 1)$

طول بردار $|\vec{AB}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$

بردار $u_1 \times u_2 = (0, 5, -1)$

طول بردار $|u_1 \times u_2| = \sqrt{0^2 + 5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$

مساحت مثلث $\Delta ABC = \frac{1}{2} |\vec{AB}| |u_1 \times u_2| = \frac{1}{2} \sqrt{3} \sqrt{26} = \frac{\sqrt{78}}{2}$

۵ و ۱۶ (۴) ۵ و ۱۲ (۳) ۲ و ۱۶ (۲) ۳ و ۱۲ (۱)

ابتدا معادله را به فرم $r(y^2 - 4y + 9 - 9) = -ax - 1 \Rightarrow r(y - 3)^2 - 9 = -ax - 1$

استاندارد درمی آوریم $\Rightarrow r(y - 3)^2 - 11 = -ax - 1 \Rightarrow r(y - 3)^2 = -ax + 10 \xrightarrow{\div r} (y - 3)^2 = \frac{-a}{r}x + \frac{10}{r}$

$\Rightarrow K = (\frac{10}{a}, 3)$

$\left\{ \begin{array}{l} a = 5 \\ a = 12 \end{array} \right. \leftarrow$

$\Rightarrow \chi = \alpha - p \Rightarrow \frac{r}{1} = \frac{1}{a} + \frac{a}{1}$

$\Rightarrow r/a = 1/a + a \rightarrow a^2 - 21a + 10 = 0 \rightarrow (a - 5)(a - 12) = 0$

سعی افغانی

۱۳۷- به ازای کدام مقدار a فاصله کانون های مقطع مخروطی $3x^2 + 4y^2 + 16y + a = 0$ برابر ۲ می باشد؟

۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

$\lambda (x)$ $\epsilon (x)$ $\epsilon (x)$ $\epsilon (x)$

(بسته ایمن یعنی را)
 به سمت راست (استاندارد)

$$\begin{aligned}
 & 3x^2 + \epsilon(y^2 + fy + f - f) = a \rightarrow 3x^2 + \epsilon((y+r)^2 + \epsilon) = -a \\
 & \Rightarrow 3x^2 + \epsilon(y+r)^2 = a + 14 \xrightarrow{\div -a+14} \frac{3x^2}{-a+14} + \frac{\epsilon(y+r)^2}{-a+14} = 1 \\
 & \rightarrow \frac{x^2}{\frac{-a+14}{3}} + \frac{(y+r)^2}{\frac{-a+14}{\epsilon}} = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow 1 = \frac{-a+14}{3} - \frac{-a+14}{\epsilon} = \frac{-\epsilon a + 4\epsilon + 3a - \epsilon a}{\epsilon} \\
 & a^2 \rightarrow \frac{-a+14}{3} \leftarrow b^2 \text{ (کوچکتر)}
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow |FF| = FC = r \rightarrow c = 1$

$\Rightarrow 1 = \frac{-a+14}{14} \rightarrow a = \frac{14}{14} = 1$

(نصف به نصف)
 به سمت راست

۱۳ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خاکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس C^T کدام است؟

$A \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) ۲۴
 $B \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) ۲۰
 $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۷) ۱۸
 برای محاسبه درایه های قطر اصلی C^T کافی است سطر اول در ستون اول + سطر دوم در ستون دوم + سطر سوم در ستون سوم + سطر چهارم در ستون چهارم را حساب کنیم.

گزینه ۱ $\rightarrow 14 = 1 \times 14 \Rightarrow$ جمع درایه ها + سطر چهارم $\times$ ستون چهارم را حساب کنیم

۱۳۹- مقادیر x از رابطه $\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x-2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

$\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x-2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$ (۴) ۱۰۶
 (۳) ۱۰۶
 (۲) ۱۰۶
 (۱) ۱۰۶
 پس نسبت به سطر اول $\Rightarrow -(x-3)(0-1-6(x+2)) + (x-2)(4)(x+3) = 0$
 $-(x-3)x^2(x+2) + 4(x^2+x-4) = 0$
 $\Rightarrow -4(x^2-x-4) + 4(x^2+x-4) = 0$
 $\Rightarrow 2x^2 + 10x - 12 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + 5x - 4 = 0 \rightarrow (x-1)(x+4) = 0 \rightarrow x = -4, x = -1$

۱۴۰- سه صفحه با معادلات ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ مفروض اند. اگر $\begin{vmatrix} a & -1 & 3 \\ b & 2 & 4 \\ c & -2 & 1 \end{vmatrix} = 5$ باشد، سه صفحه با

کدام طول متقاطع اند؟

$\frac{1}{2}$ (۴)
 $\frac{1}{3}$ (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 $-\frac{1}{3}$ (۱)
 طول متقاطع $\Rightarrow$ غیر همبسته در سه محور $\Rightarrow$ حل به روش کرامر $x = \frac{\begin{vmatrix} a & -1 & 3 \\ b & 2 & 4 \\ c & -2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{5}{-15} = -\frac{1}{3}$

۱۴ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۴۱- داده‌های آماری دو رقمی مفروض را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. اختلاف میانه از میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

ساله	برجی							
۴	۰	۱	۱	۳	۴	۵	۸	۹
۵	۱	۲	۲	۴	۶	۷	۸	
۶	۰	۲	۳	۳	۴	۶		

ابتدا داده‌ها را به صورت زیر مرتب می‌کنیم چون مقدار داده‌ها منفرجه (۲۱) است داده ۱۱ ام میانه می‌باشد

همچنین می‌توانیم داده پنجم و ششم ام میانه داده‌های کمتر از Q_1 می‌باشد و Q_1 میانه می‌باشد

میانه داده‌های بیشتر از Q_3 هستند پس مطابق زیر داده‌های داخل صعبه به ترتیب: ۴۰، ۵۸، ۵۷، ۵۶، ۵۴، ۵۲، ۵۲، ۵۱، ۴۹، ۴۸، ۴۵، ۴۳، ۴۱، ۴۰

۴۰	۴۱	۴۳	۴۳	۴۴	۴۵	۴۸	۴۹	۵۱	۵۲	۵۲	۵۴	۵۶	۵۷	۵۸	۶۰
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

↓

$Q_1 = 44.5$ $Q_3 = 41$

حال برای راحتی حسابات از میان اعداد داخل صعبه عددی را انتخاب می‌کنیم و سپس میانگین را حساب کرده و با حاصل ۵۲ اختلاف می‌گیریم (میانگین)

از میانگین = $52 - 41 = 11$ $\bar{x} = 52 + 0.9 = 52.9$ $\frac{1}{11} = 0.09$

در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر، انحراف معیار، ماه و شهر، کدام است؟

x	27	29	31	33	35
f	7	10	13	11	9

ابتدا از داده ها ۳۱ (میان میان) کم می کنیم

$$\begin{array}{c|ccccc} x-31 & -6 & -2 & 0 & 2 & 4 \\ \hline f & 6 & 1 & 13 & 11 & 9 \end{array} \rightarrow \bar{x}-31 = \frac{-6 \times 6 + (-2) \times 1 + 0 \times 13 + 2 \times 11 + 4 \times 9}{50} = \frac{1}{50} = 0.02 \rightarrow \bar{x} = 31 + 0.02 = 31.02$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x-31.02 & -6.02 & -2.02 & 0.98 & 2.98 & 4.98 \\ \hline f & 6 & 1 & 13 & 11 & 9 \end{array} \Rightarrow s^2 = \frac{(-6.02)^2 \times 6 + (-2.02)^2 \times 1 + (0.98)^2 \times 13 + (2.98)^2 \times 11 + (4.98)^2 \times 9}{50}$$

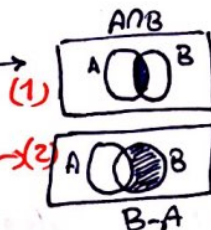
$$\Rightarrow s^2 = \frac{338}{50} = 6.76 \Rightarrow s = \sqrt{6.76} = 2.6 \rightarrow \text{گزینه ۲}$$

حسابات بدون مقدار میان حساب !!!

۱۴۳- علی، احمد، روزبه، داود و حامد برحسب اندازه قد مرتب می‌شوند. می‌دانیم که حداقل دو نفر آنان از علی کوتاهتر هستند - داود از روزبه کوتاهتر است - احمد کوتاهترین پسر نیست - داود از علی بلندتر است. کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

(۱) روزبه بلندتر از علی (۲) داود بلندتر از احمد (۳) احمد بلندتر از حامد (۴) احمد بلندتر از علی

- (1) حلب اول ← صداقل دو قسم از علی کوتاهتر ← پس علی می تواند وسطه را بگیرد ← علی ← (2) حلب دوم ← داود از روزبه کوتاهتر ← پس می توان دلود سمت چپ روزبه (3) حلب سوم ← احد کوتاهتر پس نیست روزبه (داود) علی (3) حامد (3) روزبه (3) داود (3) علی (3) (3) حلب چهارم ← داود از علی بلندتر گزیده ۴ غلط است

$$A \text{ (1)} \quad B \text{ (2)} \quad A \cup B \text{ (3)} \quad A \cap B \text{ (4)}$$
$$1 \neq (A \cap A') \cup (A \cap B) = A \cap B$$
$$(2) \downarrow = (B \cap A') \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\phi} = B \cap A' = B - A$$


B

۳۰

۱۴۵- رابطه $R = \{(a, b) : |2a - b| \leq 3\}$ بر روی مجموعه $A = \{1, 3, 5, 7\}$ تعریف شده است. تعداد عضوهای این

رابطه، کدام است؟

90

 γ α $\Delta \sigma$

95

(مسئله) a را یکی از حالت در نظری گسسته و داریه است می آوریم $\rightarrow \{7, 9, 13, 15\} a, b \in$ با توجه به صورت سوال

$a=1 \rightarrow |1-b| \leq 3 \rightarrow b=1, 2, 4$ (عضو)
 $a=3 \rightarrow |3-b| \leq 3 \rightarrow b=0, 2, 4, 6$ (عضو)
 $a=5 \rightarrow |5-b| \leq 3 \rightarrow b=2$ (عضو)

مجموعاً ۷ عضو
 نتیجه ۲

۱۴۶- مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ را به چند طریق می‌توان، به دو مجموعه سه عضوی و یک مجموعه تک عضوی

افراز کرد. به طوری که فاقد {a} باشد؟

FA ()

 $\Delta \circ (Y$

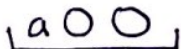
ΔΕ (r)

80 (f)

مرحله اول

مرحلہ دوم

مرحله سوم



ماقد

یک انتخاب در مردم

۱۲ اتحادیه

مرکز دوم خم شد

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = 4 \times 10 = 40$$

۱- نسبت جوان در مرحله ۳ام انتخاب می شود

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 40$$

۱۴۷- ظرف A شامل ۵ مهره با شماره‌های یک رقمی فرد و ظرف B دارای ۴ مهره با شماره‌های یک رقمی زوج غیرصفر

است. از هر ظرف یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال حاصل ضرب آن‌ها از ۱۰ بیشتر است؟ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow$ ظرف A

B → {2, 4, 6, 8}

o. YΔ (f

 $\sigma_Y(\tau)$

0.65 (Y

0.9 (1)

$$P(\text{حاصل فریب مکتوب مساوی ۱۰}) = 1 - P(\text{حاصل فریب بیش از ۱۰})$$

$$n(s) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \end{pmatrix} = \gamma_0$$

حاصل نموده است
با مساحت ۱۰

$$(1,2)(1,4)(1,8) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

۵۰۰

$$= 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \quad \therefore V_{\infty} = -\frac{1}{2}$$

۱۶ | حل سوال های کنکور ۹۷ مهندس خارکن ۵۵۷ ۰۹۱۳ ۰۹۱۳

۱۴۸- سه نفر مشغول رمزگشایی یک پیام هستند. احتمال موفقیت آن ها به ترتیب $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$ است. با کدام احتمال

لااقل یکی از آنان موفق می شود؟

راه اول

$$\frac{19}{24} \quad (1) \quad \frac{5}{6} \quad (2) \quad \frac{11}{12} \quad (3) \quad \frac{23}{24} \quad (4)$$

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = 1 - P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = 1 - (1 - \frac{2}{3})(1 - \frac{3}{4})(1 - \frac{1}{4}) = \frac{23}{24}$$

لااقل یکی قبول شود
همی کدام قبول نشود

راه دوم

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = \dots$$

۱۴۹- دنباله درجه رأس های یک گراف به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۳ می باشد. چند مسیر متمایز بین دو رأس با درجه های ۱ و ۲ وجود دارد؟

ابنه اگر ام را رسم می کنیم

این مطابق شکل تعداد مسیر بین دو رأس b و e
رای خواهد

$$bcde - bacde - bcade - baede$$

۴ مسیر ← ۴ گزینه

۱۵۰- عدد پنج رقمی $N = \overline{a746b}$ مضرب ۳۶ می باشد. باقی مانده تقسیم بزرگ ترین عدد N بر ۱۱، کدام است؟

عدد مضرب ۴ است که در رقم آخر آن مضرب ۴ باشد

$$N = \overline{a746b} \rightarrow \text{مضرب ۴} \rightarrow 4 \mid b \rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=4 \\ b=8 \end{cases}$$

مضرب ۹ → $a+b+7+4+6+b \equiv 0 \pmod{9}$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ a+b=10 \\ a+b=19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b=0 \rightarrow a=1 \\ b=4 \rightarrow a=6 \\ b=8 \rightarrow a=1 \end{cases}$$

چون می خواهیم N بزرگترین عدد را از a و b را انتخاب می کنیم

باقیمانده تقسیم ۱۱ بر ۱۱

$$4-7+4-6+b = 1 \rightarrow b=6$$

باقیمانده تقسیم ۱۱ بر ۱۱

۱۵۱- باقی مانده تقسیم عدد طبیعی A بر عدد ۲۲ برابر ۵ و باقی مانده تقسیم دو برابر عدد A بر عدد ۱۷ برابر ۹ می باشد. باقی مانده تقسیم بزرگ ترین عدد سه رقمی A بر عدد ۱۲، کدام است؟

$$A = 22k + 5 \xrightarrow{\times 2} 2A = 44k + 10$$

$$2A = 17k' + 9 \rightarrow 2A = 17k' + 9$$

$$44k + 10 = 17k' + 9 \rightarrow 17k' - 44k = 1$$

معادله ساید را حل می کنیم

$$k' = \frac{44k + 1}{17}$$

بزرگترین عدد سه رقمی

$$k = k_0 + \frac{17}{44}q \Rightarrow k = 7 + 17q \rightarrow A = 22k + 5 = 22(7 + 17q) + 5 = 154 + 374q$$

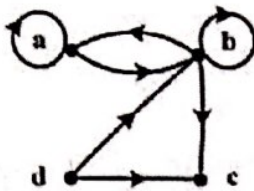
باقیمانده تقسیم ۱۲ بر ۱۲

$$d = (a, b) = (17, -44) = 1$$

باقیمانده تقسیم ۱۲ بر ۱۲

$$A = 154 + 374q \xrightarrow{q=2} A = 912$$

Y ()



Λ (Υ

95

10 (f)

نکته $m(ROR) = [m(R)]^r$

$$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow [M(R)]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{کے لئے } 4 \\ \text{۳ کی} \end{matrix}$$

۱۵۳- تعداد جواب های صحیح و غیر منفی نامعادله $x + y + z \leq 5$ ، کدام است؟ $\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n}$ $x_1 + \dots + x_k = n \rightarrow$

$$x+y+z=1 \rightarrow \binom{1+r-1}{r} = \binom{r}{r} = 1 \quad x+y+z=0 \rightarrow \binom{0+r-1}{r} = 1$$

$$\lambda + y + z = r \rightarrow \begin{pmatrix} r & r-1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ r \end{pmatrix} = \eta$$

$$x+y+z=r \rightarrow \begin{pmatrix} r & r-1 \\ & r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix} = 10$$

$$x+y+z = r \rightarrow \binom{r+r-1}{r} = \binom{2r-1}{r} = 10$$

$$\lambda + y + z = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1 + 3 + 9 + 1 + 15 + 1 = 24$$

۱۵۴- یک تاس را به تکرار پرتاب می‌کنیم. احتمال ظاهر شدن عدد ۴ قبل از آمدن عدد ۶، کدام است؟

$$\frac{r}{r'}(r)$$

$$\frac{r}{r-1} \alpha$$

$\frac{1}{2} (x$

$\frac{1}{2} (1)$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \dots = \sum_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

۱۵۵- به ازای کدام مقدار a ، تابع $x = 0, 1, 2, 3$ ؛ $P(X=x) = \frac{\binom{5}{x} \binom{4}{3-x}}{a}$ یک تابع احتمال است؟

AF CF

६६ ॐ

AC 14

510

$$P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = 1$$

$$\frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ r \end{pmatrix}}{a} + \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ r \end{pmatrix}}{a} + \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ 1 \end{pmatrix}}{a} + \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ r \end{pmatrix}}{a} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1x^5 + 2x^4 + 1x^3 + 1x^1}{a} = 1 \rightarrow a = 1x^5 \rightarrow x^5$$