

دفترچه شماره ۲

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۰

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۸۵ دقیقه

۱۵۵

۱۰۱

۵۵

ریاضیات

۵۵ دقیقه

۲۰۰

۱۵۶

۴۵

فیزیک

۳۵ دقیقه

۲۳۵

۲۰۱

۳۵

شیمی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۳۵

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۸۵ دقیقه

۱۰۱- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2SP - 3P^2$ ، کدام است؟

- (۱) $59 - 2\sqrt{69}$ (۲) $7 + \sqrt{69}$ (۳) ۵۰ (۴) $59 + 7\sqrt{69}$

۱۰۲- فرض کنید $\log_{\frac{5}{2}}(3x - 2) = 1$ ، مقدار $\frac{\log_2 5}{\log_2 2} \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 5}$ ، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{17}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۰۳- حاصل عبارت $(\log_{21}(3))^{147} + \log_{21}(147) \log_{21}(1323)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$ ، به ازای $x > \frac{3}{4}$ ، بازه $[2, 4]$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۰۵- اگر $\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{91}{105}$ (۲) $-\frac{16}{105}$ (۳) $\frac{16}{105}$ (۴) $\frac{91}{105}$

۱۰۶- اگر $f(\alpha) = 4\sin(\alpha)\cos(2\alpha) + 2\sin(\alpha)$ باشد، مقدار $f(\frac{4\pi}{9})$ ، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۷- فرض کنید A مجموعه جواب‌های معادله مثلثاتی $(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در بازه $[0, \pi]$ باشد، ماکزیمم عضو مجموعه A، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{7}\pi$ (۲) $\frac{6}{7}\pi$ (۳) $\frac{7}{9}\pi$ (۴) $\frac{8}{9}\pi$

۱۰۸- تابع چندجمله‌ای درجه دوم با ضرایب طبیعی P(x) مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم P(x) بر P'(x) (مشتق تابع

(P(x) به ترتیب ۲- و $\frac{1}{3}x + 1$ باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب P(x)، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۰۹- فرض کنید جمله صدم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با شرط $a_1 = 1$ ، برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله نود و هشتم دنباله، کدام است؟

- (۱) $\frac{k-m}{2m-k}$ (۲) $\frac{k-2m}{k-m}$ (۳) $\frac{k-m}{k-2m}$ (۴) $\frac{2m-k}{k-m}$

۱۱۰- دنباله $a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 3k + 1 \\ \left\lfloor \frac{n}{k+2} \right\rfloor + a & ; n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n، مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله ۱۹ باشد، حاصل عبارت $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۱- فرض کنید برد تابع $f(x) = \sqrt[3]{9\cos^2(x)-1} - \sqrt[3]{1-9\cos^2(x)}$ به صورت $[a, b]$ باشد. مقدار b - a، کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{21}{4}$

۱۱۲- دامنه تغییرات تابع $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ ، کدام است؟

- (۱) (-۹, ۹) (۲) (-۴, ۹) (۳) (۴, ۹) (۴) (-۴, ۴)

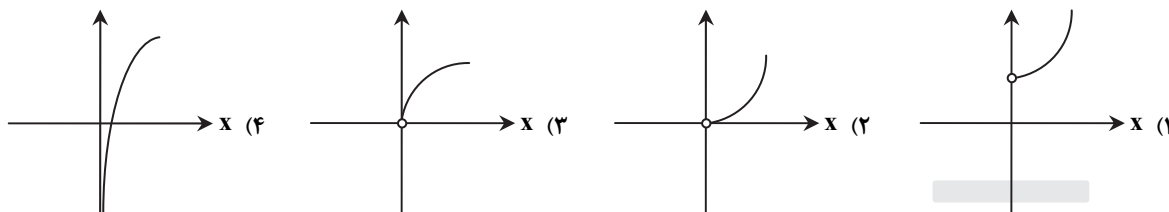
۱۱۳- نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱۴- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1-x^2$. تعداد عناصر مجموعه نقاطی که gof یا fog در آن‌ها مشتق پذیر نیست، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱۵- نمودار تابع $f(x) = 9^{\log_2 x}$ ، کدام است؟



۱۱۶- فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n} = a$. مقدار $a+n$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{17}{4}$

۱۱۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

۱۱۸- تابع $f(x) = \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2}$ در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار a و b ، کدام‌اند؟

- (۱) $a=0$ و $b=2$ (۲) $a=8$ و $b=10$ (۳) $a=-2$ و $b=0$ (۴) $a=-8$ و $b=-6$

۱۱۹- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2-1)(a^4x^4-1)\dots(a^{100}x^{100}-1)}}{a^{49}x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر a و k ، کدام‌اند؟

- (۱) $a=-1$ و $k=51$ (۲) $a=1$ و $k=51$ (۳) $a=-1$ و $k=49$ (۴) $a=1$ و $k=49$

۱۲۰- فرض کنید $f(x) = \cos^3(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$. مقدار $a+b$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۱۲۱- خطوط مماس بر منحنی تابع $f(x) = |\sin(2x)| + 1$ را در نقطه‌ای به طول $x=0$ رسم می‌کنیم. اگر A و B به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند، طول پاره خط AB ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۲۲- کدام عبارت، برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ درست است؟

- (۱) تابع f در بازه $(0, 1) \cup (1, \infty)$ صعودی است. (۲) تابع f در بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است. (۳) تابع f در بازه $(1, \infty)$ صعودی و در بازه $(0, 1)$ نزولی است. (۴) تابع f در بازه $(1, \infty)$ نزولی و در بازه $(0, 1)$ صعودی است.

۱۲۳- بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^3-8}$ در آن‌ها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{4}-1$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2(\sqrt[3]{4}-1)$

۱۲۴- فرض کنید A و B نقاط اکسترمم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی منحنی f وجود دارد که خطوط مماس بر آن‌ها، موازی پاره خط AB است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۵- ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست است. احتمال اینکه ارزش گزاره r نادرست باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۶- فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$ اگر $(A' - B)' \cap C = B$ ، کدام عبارت درست است؟

- (۱) $B \subseteq A$ (۲) $A \cap B = \emptyset$ (۳) $A \subseteq B$ (۴) $A = B$

۱۲۷- برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^{a_1} \times 3^{a_2} \times 5^{a_3} \times \dots$ مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n = 20$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۱۲۸- در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر $13/5$ و اختلاف چارک اول از سوم ۱۷ است. به هریک از داده‌های جدول ۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟

۷۱ (۱)	
۷۱/۵ (۲)	
۷۲ (۳)	
۷۲/۵ (۴)	

۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	a
۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱

۱۲۹- برای دانش آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می‌یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه تحصیلی (از ۰۱ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی موردنظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمرده شود).

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۳۰- هریک از اعداد ۱ تا ۲۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس دو کارت به تصادف و به ترتیب از کیسه خارج کرده و کنار یکدیگر قرار می‌دهیم تا عدد جدیدی حاصل شود. اعداد تشکیل شده از همه حالت‌های ممکن را در مجموعه A قرار می‌دهیم. یک عدد از مجموعه A انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد انتخابی بر ۶ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{84}$ (۲) $\frac{65}{401}$ (۳) $\frac{11}{70}$ (۴) $\frac{67}{401}$
- ۱۳۱- تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟ ($\sqrt{10} \approx 3/16$)
- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۱۳۲- تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = 2^m \times 5^n$ از تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت صحیح $\frac{x}{40}$ ، ۱۲ واحد بیشتر است. حداقل مقدار x ، کدام است؟

- (۱) ۶۴۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۲۸۰

۱۳۳- میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه رقمی به صورت $\overline{aba}$ که مضرب عدد ۱۲ باشند، کدام است؟

- (۱) ۳۴۸ (۲) ۵۴۰ (۳) ۵۷۰ (۴) ۵۷۴

۱۳۴- اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی $a > 9$ بر ۱۱، ۳ واحد بیشتر از باقی‌مانده آن باشد، احتمال اینکه عدد $a - 9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{22}$ (۲) $\frac{6}{11}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{11}$

۱۳۵- اگر m بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که $36 \equiv (10 - m)!$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم m^{123} بر ۱۵ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳۶- در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره قرمز باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{157}{270}$ (۲) $\frac{165}{270}$ (۳) $\frac{173}{270}$ (۴) $\frac{180}{270}$

۱۳۷- تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $\frac{10}{x_1} + \frac{10}{x_2} + \frac{10}{x_3} = \frac{10}{x_4}$ کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۱ (۴) ۹۶

۱۳۸- کوچک‌ترین اندازه گراف ساده همبند از مرتبه ۷ که بزرگ‌ترین درجه رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۳۹- مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

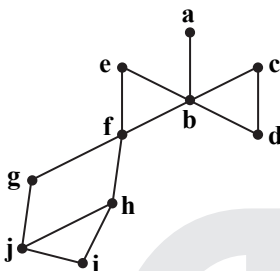
(۱) $(5, 3)$

(۲) $(1, 4)$

(۳) $(2, 1)$

(۴) $(4, 1)$

۱۴۰- در گراف زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



(۱) $\{b, h\}$

(۲) $\{b, g, i\}$

(۳) $\{a, c, h\}$

(۴) $\{a, c, e, j\}$

۱۴۱- بردار $\vec{a} = (-1, \alpha, 1)$ با محور z در فضا زاویه ۴۵ درجه می‌سازد. اگر $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ و زاویه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور z ها، θ باشد، مقدار $\cos \theta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴۲- مثلث قائم‌الزاویه ABC به طول وتر ۸ واحد مفروض است. این مثلث را توسط بردار $\vec{AT}$ که در جهت بردار $\vec{AM}$ (وسط وتر BC) قرار دارد، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و جدید، $\frac{1}{16}$ مساحت اولیه باشد، اندازه بردار $\vec{AT}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۴۳- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۴۴- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. اگر $BA^T A = 52I$ باشد، ماکزیمم مقدار درایه‌های ماتریس B کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

۱۴۵- کدام عبارت درست است؟

(۱) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در تعداد نامتناهی صفحه قرار می‌گیرند.

(۲) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در صفحه‌ای موازی این دو خط قرار می‌گیرد.

(۳) مجموعه نقاطی از فضا که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی‌گذرد، به یک فاصله باشند، روی منحنی سهمی شکل قرار دارند.

(۴) مجموعه نقاطی از فضا که مجموع فاصله‌های هر نقطه آن از دو نقطه ثابت در فضا، به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.

۱۴۶- سهمی $y = 6 - 12x + (x-1)^2$ با رأس F و کانون F' مفروض است. یک بیضی با کانون‌های F و F' و خروج از مرکز $\frac{1}{6}$ می‌سازیم. فاصله مرکز بیضی از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۱۴۷- مثلثی متساوی‌الاضلاع با طول ضلع ۱۵ مفروض است. اندازه طول ضلع شش ضلعی محاط‌شده در این مثلث، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۱۴۸- زاویه $\hat{xOy}$ و نقطه M داخل زاویه با شرط $\hat{yMOy} = \hat{xOM}$ باشد، مفروض است. از نقطه M عمودهای MN و MP را به ترتیب بر نیم‌خط‌های Ox و Oy رسم می‌کنیم. نسبت $\frac{MN}{MP}$ کدام است؟

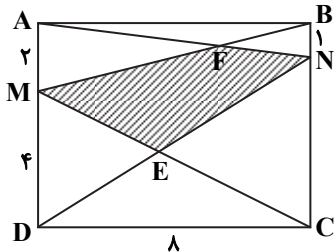
(۴) $\frac{2OP}{OM}$

(۳) $\frac{2OP}{ON}$

(۲) $\frac{OP}{OM}$

(۱) $\frac{OP}{ON}$

۱۴۹- مستطیل $ABCD$ مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی $MENF$ کدام است؟



(۱) $\frac{104}{9}$

(۲) ۱۳

(۳) $\frac{47}{3}$

(۴) ۱۶

۱۵۰- در یک مثلث با زاویه 138° ، کوچک‌ترین زاویه بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

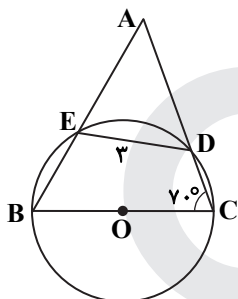
(۴) ۴۲

(۳) $34/5$

(۲) $11/5$

(۱) ۲۱

۱۵۱- در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان $\widehat{EDC}$ به درجه، کدام است؟



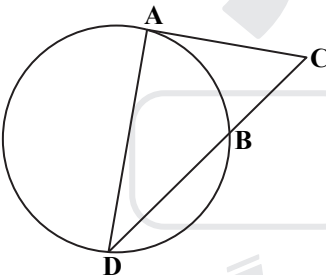
(۱) ۸۰

(۲) ۹۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۲۰

۱۵۲- در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ ، آنگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

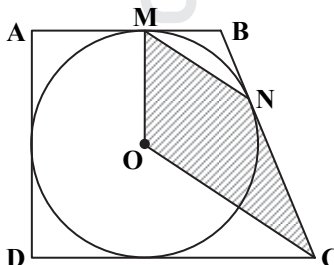
(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۵۳- مطابق شکل زیر دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است.

اگر زاویه $\hat{MBN} = 120^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی $OMNC$ کدام است؟



(۱) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

(۴) $9\sqrt{3}$

۱۵۴- فرض کنید خطوط $x+y=1$ و $x-y=3$ قطرهای یک دایره و خط $4x+3y+5=0$ مماس بر آن باشد. نزدیک‌ترین فاصله نقطه $M(4, -2)$ از دایره، کدام است؟

(۴) $\sqrt{5}-2$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{3}-1$

۱۵۵- فرض کنید طول خط المرکزین دو دایره با شعاع‌های $1-a$ و $2-a^2$ ، برابر ۶ واحد باشد. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند، میانگین مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) $\frac{13}{3}$

(۱) ۳

۱۵۶- کدام موارد درست است؟

(الف) در واپاشی β^- ، الکترون گسیل شده در هسته مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون های مداری اتم نیست.

(ب) در واپاشی β^+ ، ذره گسیل شده توسط هسته، جرم یکسان با الکترون دارد.

(پ) اغلب هسته ها پس از واپاشی بتا، در حالت پایدار قرار می گیرند.

(ت) در واپاشی β^+ ، یکی از نوترون های درون هسته به یک پروتون و یک پوزیترون تبدیل می شود.

(۴) ب و پ

(۳) ب و ت

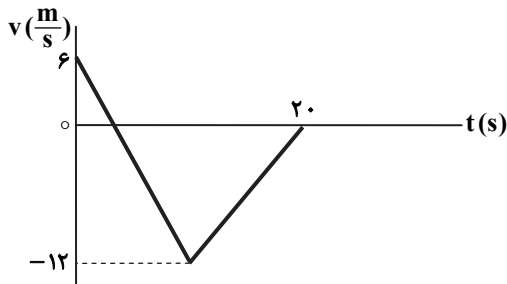
(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

۱۵۷- شکل زیر، نمودار سرعت- زمان متحرکی است که روی محور x حرکت

می کند. تندی متوسط متحرک در مدتی که در خلاف جهت محور حرکت

می کند، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) صفر

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹

۱۵۸- متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می کند. اگر سرعت متحرک در لحظه $t = 0$ در جهت محور x باشد و بردار سرعت متوسط در ۱۰

ثانیه اول حرکت برابر $\vec{v}_{av} = (7/5 \frac{m}{s})\vec{i}$ و تندی متوسط در این بازه $8/5 \frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول حرکت چند متر است؟

(۴) ۳۵

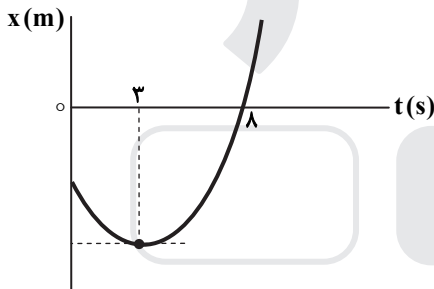
(۳) ۲۵

(۲) ۱۵

(۱) ۵

۱۵۹- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. جابه جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا

$t_2 = 8s$ چند برابر مسافت طی شده در این بازه زمانی است؟



(۱) $\frac{5}{17}$

(۲) $\frac{5}{14}$

(۳) $\frac{8}{17}$

(۴) $\frac{9}{14}$

۱۶۰- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند و در لحظه های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 5s$ از مبدأ محور عبور می کند و در لحظه ای که به

مکان $x = -1m$ می رسد، جهت حرکتش عوض می شود. تندی متوسط متحرک از لحظه $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۶

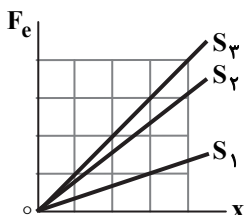
(۳) $\frac{17}{5}$

(۲) ۳

(۱) $\frac{13}{5}$

۱۶۱- شکل زیر، تغییرات نیروی کشسانی سه فنر را بر حسب تغییر طول آن ها نشان می دهد. اگر نیروی کشسانی $F_e = 30N$ طول فنر S_3 را ۴

سانتی متر افزایش دهد، طول فنرهای S_1 و S_3 را به ترتیب چند سانتی متر افزایش می دهد؟



(۱) ۳ و ۶

(۲) ۲ و ۶

(۳) ۲ و ۸

(۴) ۳ و ۹

۱۶۲- چوب مکعب شکلی به جرم $5kg$ را به نخ بسته و با نیروی ثابت و افقی $15N$ روی سطح افقی می کشیم و از حال سکون به حرکت

درمی آوریم و بعد از ۲ ثانیه نخ پاره می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی $0/2$ باشد، کل مسافتی که چوب از ابتدای حرکت تا لحظه ایستادن

طی می کند، چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۴) ۳

(۳) $2/5$

(۲) ۲

(۱) $1/5$

۱۶۳- فنر سبکی با ثابت $200 \frac{N}{m}$ به سقف آسانسور بسته شده و از آن وزنه $m = 5 \text{ kg}$ آویزان است و آسانسور با شتاب رو به پایین $2 \frac{m}{s^2}$ پایین می‌آید و طول فنر L_1 است. وقتی این آسانسور با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ کندشونده پایین می‌آید، طول فنر L_2 می‌شود. اختلاف L_1 و L_2 چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲/۵ (۴)

۵ (۳)

۷/۵ (۲)

۱۵ (۱)

۱۶۴- متحرکی با تندی ثابت $v = 10\pi \frac{m}{s}$ روی دایره‌ای به شعاع ۲۰ متر حرکت می‌کند. شتاب متوسط این متحرک در هر ثانیه چند برابر شتاب مرکزگرای آن است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$5\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{5}{\pi}$ (۲)

$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ (۱)

۱۶۵- معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.02 \cos \frac{\pi}{3} t$ است. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{12} \text{ s}$ تا $t_2 = \frac{25}{12} \text{ s}$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

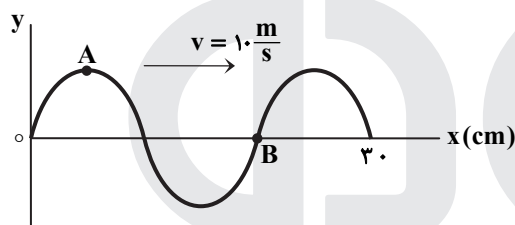
۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۶۶- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی در یک ریسمان کشیده شده را در لحظه t_1 نشان می‌دهد. در لحظه $t_2 = t_1 + \frac{9}{40} \text{ s}$ کدام مورد درست است؟



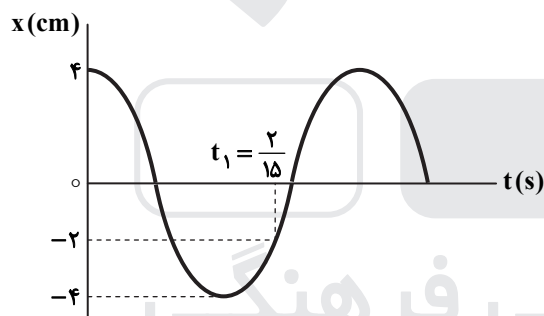
(۱) تندی ذره B، صفر است.

(۲) تندی ذره A، بیشینه است.

(۳) حرکت ذره A، تندشونده است.

(۴) حرکت ذره B، تندشونده است.

۱۶۷- نمودار مکان-زمان نوسانگری به جرم ۵۰ گرم مطابق شکل زیر است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)



$\frac{1}{250}$ (۱)

$\frac{1}{25}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{1}{50}$ (۴)

۱۶۸- یک دستگاه صوتی، صدایی با تراز شدت $\beta_1 = 28 \text{ dB}$ و دستگاه صوتی دیگر، صدایی با تراز $\beta_2 = 92 \text{ dB}$ ایجاد می‌کند. شدت‌های مربوط به این دو تراز (برحسب $\frac{W}{m^2}$) به ترتیب I_1 و I_2 است. کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$)

4×10^{-8} (۴)

4×10^{-6} (۳)

$2/5 \times 10^{-8}$ (۲)

$2/5 \times 10^{-6}$ (۱)

۱۶۹- مجموع بسامدهای دو هماهنگ نخست یک تار دو انتها بسته ۳۷۵ هرتز است. اگر طول تار ۴۰ cm و جرم آن ۱۰ گرم باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

۲۵۰ (۴)

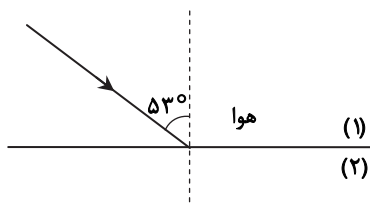
۳۶۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

۱۷۰- مطابق شکل زیر، پرتو نوری از هوا به یک محیط شفاف می‌تابد و در ورود به محیط (۲)، 16° از راستای اولیه منحرف می‌شود. اگر طول موج نور

در محیط دوم، $\frac{1}{8} \mu\text{m}$ از طول موج نور در هوا کمتر باشد، بسامد نور چند هرتز است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ ، $\text{سرعت نور در هوا} = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)



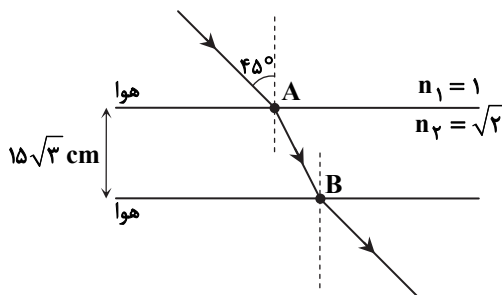
6×10^{14} (۱)

6×10^{15} (۲)

$8/4 \times 10^{14}$ (۳)

$8/4 \times 10^{15}$ (۴)

۱۷۱- مطابق شکل زیر، پرتو نوری از هوا وارد محیط شفاف می‌شود و شکست می‌یابد. این پرتو فاصله A تا B را در چند نانوانی می‌کند؟



$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۱۷۲- در آزمایش فوتوالکتریک، بسامد آستانه فلز $5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است. اگر انرژی هر یک از فوتون‌های فرودی به فلز $4 / 125 \times 10^{-19} \text{ J}$ باشد،

بیشینه تندی فوتوالکتریک‌های تولیدشده چند متر بر ثانیه است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$, $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$\frac{5}{7} \times 10^5 \quad (4)$$

$$\frac{5}{7} \times 10^4 \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \times 10^6 \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \times 10^5 \quad (1)$$

۱۷۳- کدام یک از موارد زیر را نمی‌توان برای اتم‌های هیدروژن گونه، با استفاده از مدل اتمی بور توجیه کرد؟

(۲) طول موج‌های گسیلی طیف اتم

(۱) تبیین پایداری اتم

(۴) متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم

(۳) گسسته بودن ترازهای انرژی الکترون در اتم

۱۷۴- در اتم هیدروژن در رشته بالمر ($n' = 2$)، بلندترین طول موج گسیل شده، چند نانومتر بیشتر از کوتاه‌ترین طول موج این رشته است؟

$$(R = 0.01 \text{ nm})^{-1}$$

$$500 \quad (4)$$

$$400 \quad (3)$$

$$320 \quad (2)$$

$$240 \quad (1)$$

۱۷۵- الکترون در اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد. انرژی لازم برای اینکه الکترون از حالت پایه به اولین حالت برانگیخته جهش کند، چند ژول است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $E_R = 13.6 \text{ eV}$)

$$5 / 44 \times 10^{-19} \quad (4)$$

$$4 / 72 \times 10^{-19} \quad (3)$$

$$3 / 176 \times 10^{-18} \quad (2)$$

$$1 / 632 \times 10^{-18} \quad (1)$$

۱۷۶- دانشمندی به یک نمونه از زغال قدیمی اشاره می‌کند و ادعا می‌کند که عمر این زغال حدود ۲۲۹۲۰ سال است. برای اثبات این ادعا، کربن ۱۴ زغال، چند درصد مقدار عادی کربن ۱۴ موجود در زغالی باید باشد که تازه تولید شده است؟ (نیمه‌عمر کربن ۵۷۳۰ سال است.)

$$12 / 50 \quad (4)$$

$$6 / 25 \quad (3)$$

$$3 / 13 \quad (2)$$

$$1 / 56 \quad (1)$$

۱۷۷- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 20 \mu\text{C}$ و $q_2 = -5 \mu\text{C}$ در فاصله ۳۰ سانتی‌متری از هم ثابت نگه داشته شده‌اند. بار الکتریکی

$q_3 = 15 \mu\text{C}$ را در این محیط در نقطه‌ای قرار می‌دهیم که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر باشد. در این حالت، نیروی الکتریکی وارد

$$\text{بر بار } q_2 \text{ چند نیوتون است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$$

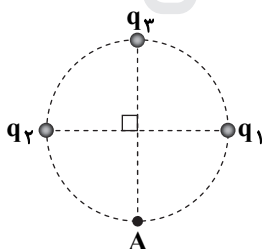
$$5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 / 5 \quad (2)$$

$$1 / 5 \quad (1)$$

۱۷۸- در شکل روبه‌رو، میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است. چقدر است $\left| \frac{q_2}{q_1} \right|$ ؟



$$2 \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۷۹- دو گوی رسانای کوچک و یکسان دارای بار الکتریکی $q_1 > 0$ و $q_2 > q_1$ هستند و در فاصله معینی از هم قرار دارند و نیروی الکتریکی F را

به هم وارد می‌کنند. اگر دو گوی را با هم تماس دهیم و در همان فاصله قرار دهیم، نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند، ۲۰ درصد کاهش

می‌یابد. $\left| \frac{q_2}{q_1} \right|$ کدام است؟

$$10 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۸۰- دو کره فلزی یکسان A و B به شعاع‌های ۵ cm دارای بارهای الکتریکی $q_A = 20 \mu\text{C}$ و $q_B = -4 \mu\text{C}$ را به هم تماس داده و از هم جدا

می‌کنیم. چگالی سطحی بار کره A چند میکروکولن بر مترمربع کاهش می‌یابد؟ ($\pi = 3$)

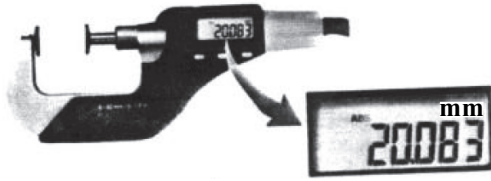
$$800 \quad (4)$$

$$400 \quad (3)$$

$$300 \quad (2)$$

$$150 \quad (1)$$

۱۸۱- ابزار زیر یک وسیله اندازه‌گیری طول است. این وسیله چه نام دارد و خطای اندازه‌گیری آن کدام است؟



(۱) ریزسنج و 0.01 mm

(۲) کولیس و 0.01 mm

(۳) ریزسنج و 0.03 mm

(۴) کولیس و 0.03 mm

۱۸۲- ظرفیت خازنی $5\text{ }\mu\text{F}$ میکروفاراد و بار الکتریکی آن q است. اگر 3 mC بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن به اندازه $4/5\text{ J}$ افزایش می‌یابد. q چند میلی کولن است؟

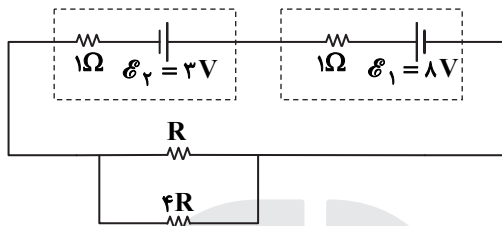
(۴) ۱۲

(۳) ۹

(۲) ۶

(۱) ۳

۱۸۳- در مدار زیر، اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\mathcal{E}$ برابر $3/5$ ولت است. توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟



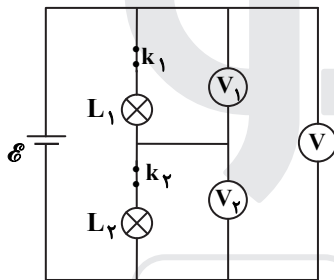
(۱) $1/6$

(۲) $2/5$

(۳) $3/2$

(۴) $1/5$

۱۸۴- در شکل زیر، ولت‌سنج‌ها آرمانی هستند و هر دو لامپ روشن است. اگر کلید k_1 را قطع کنیم، کدام یک از ولت‌سنج‌ها صفر را نشان می‌دهد؟



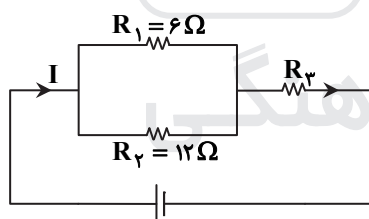
(۱) V_1

(۲) V_2

(۳) V و V_1

(۴) V و V_2

۱۸۵- شکل زیر، یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومت R_3 ، 6 برابر توان مصرفی مقاومت R_2 باشد، R_3 چند اهم است؟



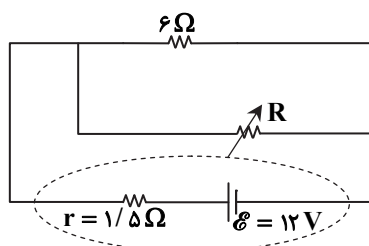
(۱) ۱۸

(۲) ۱۲

(۳) ۸

(۴) ۶

۱۸۶- در شکل زیر، اگر مقاومت متغیر از صفر به 18Ω افزایش یابد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری از چند ولت به چند ولت تغییر می‌کند؟



(۱) ۱۲ به ۶

(۲) ۱۲ به ۹

(۳) صفر به ۶

(۴) صفر به ۹

۱۸۷- در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، یک ذره α با سرعت $50\frac{\text{m}}{\text{s}}$ عمود بر میدان مغناطیسی در حرکت است و شتاب حاصل از نیروی

مغناطیسی، $4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. بزرگی میدان مغناطیسی چند گاوس است؟ ($6/68 \times 10^{-27}\text{ kg}$ = جرم ذره α و $1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$ = بار ذره α)

(۴) ۴/۵۶

(۳) ۳/۳۴

(۲) ۲/۲۸

(۱) ۱/۶۷

۱۸۸- در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟

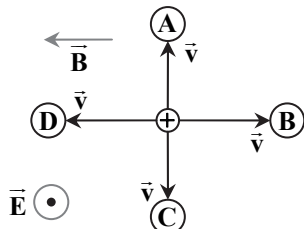
(۱) I_1 در خلاف جهت I_2 و کوچک‌تر از آن است.

(۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگ‌تر از آن است.

(۳) I_2 هم‌جهت با I_1 و بزرگ‌تر از آن است.

(۴) I_2 هم‌جهت با I_1 و کوچک‌تر از آن است.

۱۸۹- مطابق شکل زیر، دو میدان یکنواخت الکتریکی و مغناطیسی عمود برهم در یک محیط قرار دارند. ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت در آن فضا با سرعت $\vec{v}$ به کدام جهت حرکت کند، تا بزرگی نیروی خالص وارد بر آن بیشینه شود؟ (اثر وزن ذره ناچیز است.)



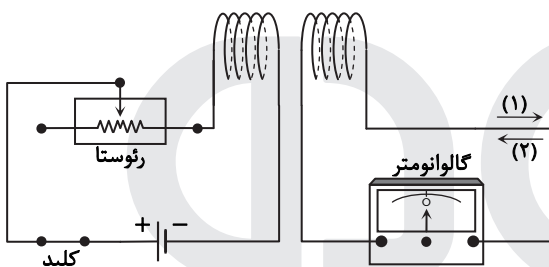
A (۱)

B (۲)

C (۳)

D (۴)

۱۹۰- در شکل زیر، در لحظه وصل کلید، جهت جریان القایی کدام است و در حالتی که کلید وصل است، اگر مقاومت رُوستا را به تدریج کاهش دهیم، در این حالت جهت جریان القایی، کدام است؟



(۱) و (۱) (۱)

(۲) و (۱) (۲)

(۱) و (۲) (۳)

(۲) و (۲) (۴)

۱۹۱- طول سیم‌لوله A، دو برابر طول سیم‌لوله B و تعداد حلقه‌های آن نیز دو برابر تعداد حلقه‌های سیم‌لوله B است. اگر شدت جریان الکتریکی عبوری از این‌ها با هم برابر باشد، به ترتیب انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله A، چند برابر انرژی سیم‌لوله B است و میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله A چند برابر میدان درون سیم‌لوله B است؟ (سیم‌لوله‌ها بدون هسته آهنی هستند و قطر حلقه‌های آن‌ها با هم برابر است.)

(۴) و ۲ (۴)

(۳) و ۲ (۳)

(۲) و ۱ (۲)

(۱) و ۱ (۱)

۱۹۲- هواپیمایی به جرم ۶۰ تن با تندی $80 \frac{m}{s}$ از باند فرودگاه بلند می‌شود و در مدت یک دقیقه تندی آن دو برابر می‌شود و به ارتفاع ۶۰۰ متری از سطح زمین می‌رسد. در این یک دقیقه، کار نیروی وزن روی هواپیما چند ژول است و انرژی مکانیکی هواپیما چند ژول افزایش می‌یابد؟

$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

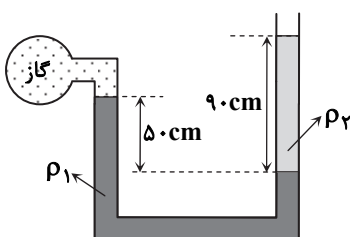
(۲) $-3/6 \times 10^8$ و $2/16 \times 10^8$

(۱) $3/6 \times 10^8$ و $9/36 \times 10^8$

(۴) $-3/6 \times 10^8$ و $9/36 \times 10^8$

(۳) $3/6 \times 10^8$ و $2/16 \times 10^8$

۱۹۳- در شکل زیر، دو مایع به حالت تعادل قرار دارند. اگر چگالی آن‌ها $\rho_1 = 1/2 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_2 = 1 \frac{g}{cm^3}$ باشد، فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال



$$(g = 10 \frac{N}{kg}) \text{ است؟}$$

(۱) ۳۰۰۰

(۲) ۳۶۰۰

(۳) ۵۰۰۰

(۴) ۵۸۰۰

۱۹۴- اگر در عمق ۵ سانتی‌متری مایعی فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال و در عمق ۲۰ سانتی‌متری آن فشار ۱۰۶ کیلوپاسکال باشد، فشار هوا در محیط چند

$$\text{کیلوپاسکال است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$

(۴) ۹۹

(۳) ۹۸

(۲) ۹۷

(۱) ۹۶

۱۹۵- گرم یخ در دمای صفر درجه سلسیوس (نقطه ذوب) قرار دارد. چند ژول گرما لازم است تا آن را ذوب کرده و دمای آب حاصل را به ۵۰

$$\text{درجه فارنهایت برساند؟ } (L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}})$$

۷۵۶۰ (۴)

۸۱۹۰ (۳)

۹۰۵۰ (۲)

۱۰۹۲۰ (۱)

۱۹۶- طول یک میله مسی ۵۰cm و سطح مقطع آن ۵cm^۲ است. یک انتهای این میله در دمای ثابت ۸۰°C و انتهای دیگر آن در دمای ۳۰°C قرار دارد و بدنه آن عایق بندی شده است. در شرایط پایدار، آهنگ شارش گرما در میله چند ژول بر ثانیه است و دمای میله در فاصله ۱۰

$$\text{سانتی متری انتهای گرم تر چند درجه سلسیوس است؟ } (k = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}})$$

۷۰ و ۵۰ (۴)

۴۰ و ۵۰ (۳)

۷۰ و ۲۰ (۲)

۴۰ و ۲۰ (۱)

۱۹۷- یک یخچال کارنو بین دماهای ۲۷°C و ۱۲۷°C کار می کند. ضریب عملکرد آن چقدر است؟

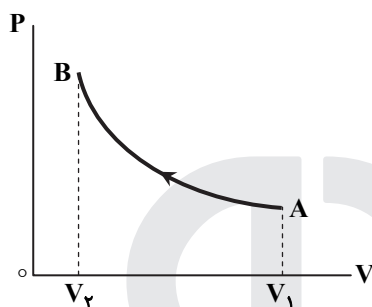
۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۹۸- مطابق شکل زیر، حجم مقدار معینی گاز آرمانی، در یک فرایند بی دررو از V_1 به V_2 می رسد. کدام موارد زیر درست است؟
(الف) انرژی درونی گاز افزایش می یابد.
(ب) دمای گاز کاهش می یابد.
(پ) دمای گاز ثابت می ماند.
(ت) کار انجام شده روی گاز برابر گرمایی است که گاز می گیرد.
(ث) کار انجام شده روی گاز برابر تغییر انرژی درونی گاز است.



(۱) الف و ث

(۲) الف و ت

(۳) ب و ث

(۴) پ و ت

۱۹۹- فشار پیمانه ای مقداری گاز آرمانی $5 \times 10^4 \text{ Pa}$ و انرژی درونی آن ۶۰۰J است. اگر فشار پیمانه ای گاز را دو برابر کنیم و هم زمان حجم گاز را نیز دو برابر کنیم، انرژی درونی گاز چند ژول می شود؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$)

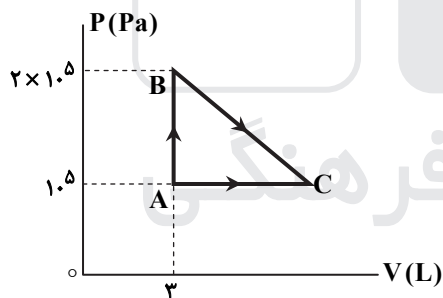
۲۴۰۰ (۴)

۱۶۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

۲۰۰- مطابق شکل زیر، مقداری گاز آرمانی دو اتمی، از دو مسیر، از حالت A به حالت C می رسد. اگر افزایش انرژی درونی گاز در رسیدن از A به C، ۱۰۰۰J باشد، گرمایی که گاز در مسیر ABC می گیرد، چند ژول است؟



(۱) ۸۰۰

(۲) ۱۲۵۰

(۳) ۱۶۰۰

(۴) ۱۷۵۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

شیمی

۲۰۱- با توجه به جایگاه عنصرهای A، M، E، X و Y در جدول تناوبی و آرایش الکترونی اتم آن ها، در کدام گزینه تشکیل هر دو ترکیب، ناممکن است؟

X_2A_3 ، EM (۴)

EX_3 ، M_2A_5 (۳)

EA، MX_2 (۲)

MX_5 ، E_2A_3 (۱)

۲۰۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

■ هر زیرلایه با اعداد کوانتومی n و l، مشخص می شود.

■ ترتیب پر شدن زیرلایه ها، تنها به عدد کوانتومی اصلی وابسته است.

■ از رابطه $a = 4l + 2$ ، گنجایش الکترونی زیرلایه ها (a) را می توان معین کرد.

■ در اتم ^{64}Cu ، نسبت شمار الکترون های دارای $l = 0$ به $l = 2$ ، برابر ۷/۱۰ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

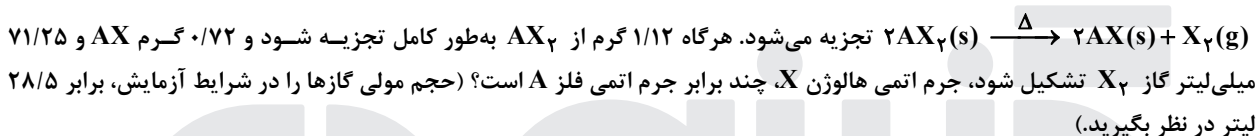
۲۰۳- آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه یونهای تک اتمی A^{2-} ، D^{3+} و E^{3+} ، به ترتیب به $4p^6$ ، $3p^6$ و $3d^5$ ختم می شود. کدام مطلب درباره آنها درست است؟

- (۱) عنصر E در گروه ۷ و عنصر D در گروه ۱۳ جدول تناوبی جای دارند.
 - (۲) واکنش پذیری عنصرهای E و D، بیشتر از واکنش پذیری فلز قلیایی هم دوره آنها است.
 - (۳) ویژگی های شیمیایی عنصر A، مشابه عنصر هم دوره خود در گروه ۱۸ جدول تناوبی است.
 - (۴) عدد اتمی یکی از عنصرهای هم گروه عنصر A، با شماره گروه آنها در جدول تناوبی، یکسان است.
- ۲۰۴- کدام مطالب زیر، درباره عنصر قبل از کریپتون (Kr) در دوره چهارم جدول تناوبی درست است؟

- (الف) با عنصر A، در جدول تناوبی هم گروه است.
- (ب) شعاع اتمی آن از شعاع اتمی عنصر X بزرگ تر است.
- (پ) خاصیت نافلزی آن در مقایسه با عنصر M کمتر است.
- (ت) حالت فیزیکی آن با حالت فیزیکی عنصرهای واسطه هم دوره خود متفاوت است.
- (ث) شمار الکترون های دارای عدد کوانتومی $l = 1$ اتم آن، برابر شماره گروه آن در جدول تناوبی است.

(۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) الف، ب و ث (۴) پ، ت و ث

۲۰۵- فلز A با هالوژن X، ترکیبی با فرمول شیمیایی AX_2 تشکیل می دهد. این ترکیب بر اثر گرما، مطابق واکنش:



(۱) $1/15$ (۲) $1/25$ (۳) $1/5$ (۴) $1/75$

۲۰۶- فرمول شیمیایی چند ترکیب یونی زیر، درست است؟

- منیزیم نیتريد: Mg_3N_2
- مس (II) سولفید: Cu_2S
- باریم سیانید: $Ba(CN)_2$
- گالیم کلريد: $GaCl_3$
- کبالت (III) سولفات: $CO_2(SO_4)_3$
- روی فسفات: $Zn_3(PO_4)_2$

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۰۷- اتم های موجود در یک مکعب به ابعاد ۴ سانتی متر از فلز منگنز، به تقریب دارای چند مول الکترون ظرفیتی است؟ (جرم هر سانتی متر مکعب از فلز منگنز را برابر $7/5$ گرم در نظر بگیرید.) ($_{25}Mn = 55 g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $57/5$ (۲) $61/1$ (۳) $65/8$ (۴) $67/2$

۲۰۸- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) در مواد مولکولی ناقطبی با افزایش جرم مولی، نیروهای بین مولکولی افزایش می یابد.

(ب) با اینکه جرم مولی گازهای N_2 و CO برابر است، CO زودتر از N_2 به مایع تبدیل می شود.

(پ) آب و هیدروژن سولفید، هر دو مولکول های خمیده، قطبی و نقطه جوش نزدیک به یکدیگر دارند.

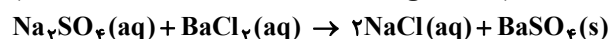
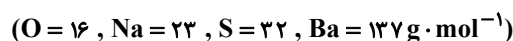
(ت) چون جرم مولی F_2 از جرم مولی HCl بیشتر است، نقطه جوش آن از نقطه جوش HCl بالاتر است.

(۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

۲۰۹- یک نمونه ناخالص، دارای ۸۸ درصد جرمی Na_2SO_4 و ۱۰ درصد جرمی آب است. بر اثر جذب رطوبت، مقدار آب آن به ۲۰ درصد می رسد.

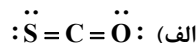
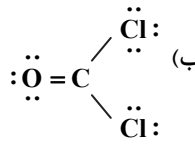
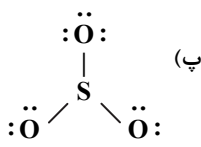
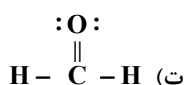
درصد جرمی تقریبی این نمک در شرایط جدید کدام است و اگر جرم نمونه اولیه $35/5$ گرم باشد، از واکنش کامل آن با باریم کلرید، چند

گرم ماده نامحلول در آب تشکیل می شود؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید، ناخالصی با $BaCl_2(aq)$ واکنش نمی دهد.)



(۱) $51/26$ ، $78/2$ (۲) $51/26$ ، $74/9$ (۳) $85/22$ ، $78/2$ (۴) $85/22$ ، $74/9$

۲۱۰- با توجه به قاعده هشتایی، ساختار لوویس کدام مولکول های زیر، درست است؟

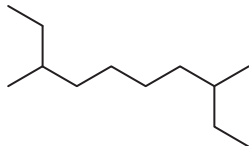


(۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) الف و ت (۴) پ و ت

۲۱۱- معادله «انحلال پذیری- دما» برای نمک A در آب به صورت $S = 0.97\theta + 35$ است. اگر نسبت انحلال پذیری نمک A به نمک B در دماهای 0°C و 40°C به ترتیب برابر با ۱ و $2/46$ باشد، نسبت غلظت مولار محلول سیرشده B به غلظت مولار محلول سیرشده A در دمای 50°C ، به تقریب کدام است؟ (جرم مولی نمک A و B به ترتیب برابر 330 و 110 گرم در نظر گرفته شود؛ از تغییر حجم آب در اثر حل کردن نمک، چشم پوشی شود، معادله «انحلال پذیری- دما» در آب برای نمک B به صورت خطی است.)

(۱) 0.69 (۲) 1.03 (۳) 1.65 (۴) 2.51

۲۱۲- کدام موارد از مطالب زیر، درباره آلکانی با فرمول «پیوند- خط» روبه‌رو درست است؟ ($H = 1, C = 12\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



(الف) نام آن ۲-اتیل-۷-متیل نونان است.

(ب) جرم مولی آن، $4/15$ برابر جرم مولی پروپین است.

(پ) فرمول مولکولی آن با فرمول مولکولی ۳-اتیل دکان، یکسان است.

(ت) شمار گروه‌های CH_3 در مولکول آن، $1/5$ برابر شمار گروه‌های CH_3 است.

(۱) الف و ت (۲) پ و ت (۳) الف، ب و پ (۴) ب، پ و ت

۲۱۳- 10 میلی لیتر محلول سولفوریک اسید با 210 میلی گرم منیزیم کربنات واکنش می‌دهد. جرم اسید در 100 میلی لیتر محلول آن، چند گرم و

غلظت آن چند مولار است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($H = 1, C = 12, O = 16, Mg = 24, S = 32\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



(۱) $0.25, 2/45$ (۲) $0.50, 2/45$ (۳) $0.25, 4/9$ (۴) $0.50, 4/9$

۲۱۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ ($H = 1, C = 12, Br = 80\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

■ گاز متان، سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

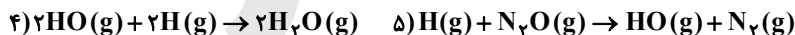
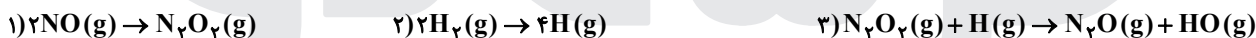
■ 0.25 مول از هر آلکن، با 40 گرم برم، واکنش کامل می‌دهد.

■ در مولکول آلکن‌ها، دوم اتن کربن وجود دارد که هریک، به سه اتم دیگر متصل‌اند.

■ جرم مولی دومین عضو خانواده آلکان‌ها، 0.75 جرم مولی دومین عضو خانواده آلکین‌هاست.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۵- مراحل انجام یک واکنش کلی عبارت‌اند از:



ΔH این واکنش کلی برابر چند کیلوژول است؟ (آنتالپی پیوندهای $\text{N} \equiv \text{N}$ ، $\text{H}-\text{H}$ ، $\text{N}=\text{O}$ و میانگین آنتالپی پیوند $\text{H}-\text{O}$ ، به ترتیب

برابر 944 ، 436 ، 607 و 463 کیلوژول است.)

(۱) -216 (۲) $+216$ (۳) $+710$ (۴) -710

۲۱۶- با توجه به جدول زیر، که به بخشی از جدول تناوبی مربوط است، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

گروه \ دوره	۱	۲	...	۱۶	۱۷
۲		A		D	
۳	E			G	
۴		X			Z

■ خصلت فلزی A در مقایسه با E کمتر است.

■ تمایل G در گرفتن الکترون، از D بیشتر است.

■ شعاع اتمی X، از شعاع اتمی D و G بزرگ‌تر است.

■ در میان عنصرهای مشخص شده، Z بزرگ‌ترین شعاع اتمی را دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۷- اگر $24/6$ کیلوژول گرما به 0.5 کیلوگرم اتانول داده شود و دمای آن از 19°C به 39°C افزایش یابد، گرمای ویژه آن برابر چند

$\text{J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ است و با همین مقدار گرمای داده شده به اتانول، به تقریب چند گرم گاز اکسیژن را می‌توان در شرایط مناسب به اوزون

تبدیل کرد؟ (ΔH واکنش این تبدیل را $+295\text{ kJ}$ در نظر بگیرید.) ($O = 16\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

(۱) $8/00, 2/46$ (۲) $8/00, 2/46$ (۳) $2/70, 2/46$ (۴) $2/70, 2/46$

۲۱۸- درباره دو واکنش داده شده، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود.)



■ مطابق واکنش I، از سوختن یک مول اتانول، $44/8$ لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود.

■ اگر از واکنش $7/5$ مول اسید، $60/75$ گرم آب تشکیل شود، بازده واکنش برابر 90 درصد است.

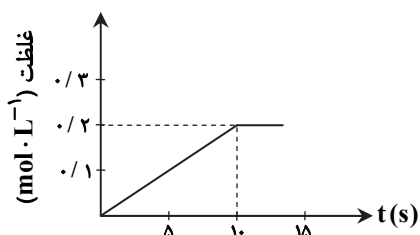
■ به‌ازای جرم برابر از واکنش‌دهنده کربن دار، نسبت مولی CO_2 در واکنش I به واکنش II، برابر $4/6$ است.

■ اگر از واکنش 100 گرم Na_2CO_3 ناخالص، $1/5$ مول نمک تشکیل شود، درصد خلوص آن، برابر $79/5$ است.

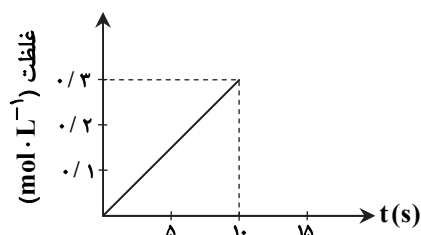
($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

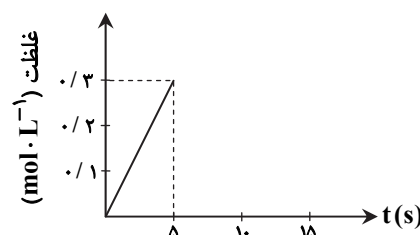
۲۱۹- اگر ۱ مول KClO_3 در گرما و در مجاورت کاتالیزگر در یک ظرف ۵ لیتری، با سرعت ثابت $1 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ ، مطابق واکنش: $2\text{KClO}_3(\text{s}) \rightarrow 2\text{KCl}(\text{s}) + 3\text{O}_2(\text{g})$ تجزیه شود، واکنش پس از چند ثانیه کامل می‌شود و نمودار تغییرات غلظت مولار O_2 نسبت به زمان، به کدام صورت است؟



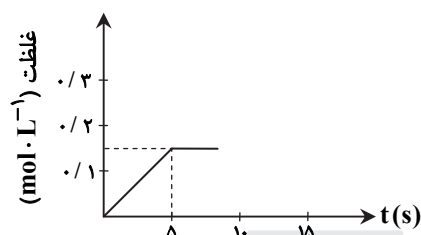
(۲) ۱۰،



(۱) ۱۰،



(۴) ۵،

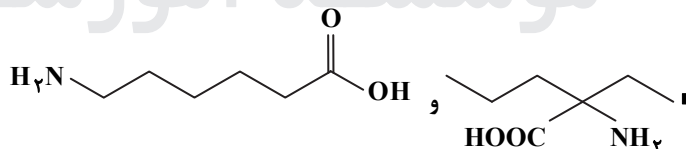
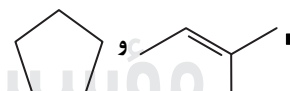
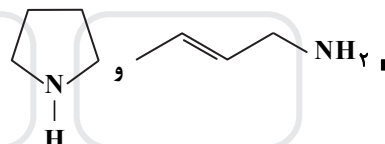
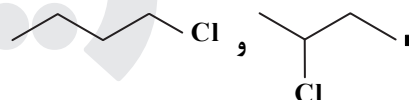


(۳) ۵،

۲۲۰- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) فرمول عمومی پلی استرها، [O-C(=O)-R-O]_n است.
- (ب) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار مونومر سازنده تفلون، برابر ۲ است.
- (پ) ناخن و پوست بدن، از پلیمرهای طبیعی با گروه‌های عاملی دارای اتم‌های C، O و N، تشکیل شده‌اند.
- (ت) میانگین جرم مولی پلی اتن حاصل از پلیمری شدن اتن، مستقل از مقدار کاتالیزگر مورد استفاده است.
- (۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) پ و ت

۲۲۱- در چند مورد زیر، دو ترکیب با یکدیگر همپارند؟



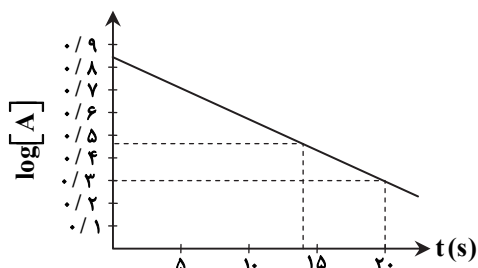
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۲۲- با توجه به نمودار زیر، که تغییرات لگاریتم غلظت مولار A را در یک واکنش فرضی در دمای معین نشان می‌دهد، اگر ضریب استوکیومتری A در معادله واکنش، برابر ۲ باشد، نسبت سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه آغازی به سرعت متوسط مصرف A در بازه زمانی ۱۳ تا ۲۰ ثانیه، کدام است؟



(۱) ۳/۷۴،

(۲) ۴/۳۷،

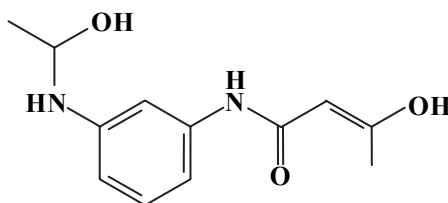
(۳) ۷/۸۵،

(۴) ۸/۷۵،

۲۲۳- دربارهٔ محلول هیدروکلریک اسید (محلول I) و محلول هیدروفلوئوریک اسید (محلول II) با حجم، دما و pH یکسان، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شمار مول‌های آغازی دو اسید، برای تشکیل دو محلول، نابرابر است.
 - شمار مولکول‌ها در محلول II، از شمار مولکول‌ها در محلول I بیشتر است.
 - شمار آنیون‌های حاصل از یونش دو اسید و رسانایی الکتریکی دو محلول برابر است.
 - مجموع شمار گونه‌های موجود در محلول I، از مجموع شمار گونه‌های موجود در محلول II، کمتر است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۲۴- دربارهٔ مولکول فرضی با ساختار زیر، کدام مطلب درست است؟



- ۱) شمار اتم‌های کربن در آن، ۴/۵ برابر شمار اتم‌های اکسیژن است.
- ۲) دارای گروه عاملی هیدروکسیل و واحد تکرارشوندهٔ تشکیل پلی‌آمید است.
- ۳) شمار پیوندهای یگانه بین اتم‌های آن، ۵/۴ برابر شمار پیوندهای دوگانه بین آن‌ها است.
- ۴) شمار اتم‌های هیدروژن، ۱/۲۵ برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها در آن است.
- ۲۲۵- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟
- الف) شربت معده و شیر، مخلوط‌هایی ناهمگن از نوع سوسپانسیون‌اند.
- ب) مخلوط آب و روغن با استفاده از صابون، به یک کلئوئید پایدار تبدیل می‌شود.
- پ) پخش کردن نور، ناهمگن بودن و ته‌نشین شدن، از ویژگی‌های کلئوئیدها، به‌شمار می‌آید.
- ت) ذرات سازندهٔ محلول‌ها، یون‌ها و مولکول‌ها اما ذرات سازندهٔ کلئوئیدها، توده‌های مولکولی‌اند.
- ۱) الف و پ ۲) الف، ب و پ ۳) ب و ت ۴) ب، پ و ت

۲۲۶- با توجه به نقشه‌های پتانسیل الکتروستاتیکی پروپان و دی‌متیل اتر، کدام مطلب درست است؟

- ۱) تبدیل پروپان به مایع، دشوارتر است.
- ۲) در هر دو، اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد.
- ۳) نقشه‌های پتانسیل الکتروستاتیکی مشابهی دارند.
- ۴) هر دو در میدان الکتریکی به یک‌سو جهت‌گیری می‌کنند.
- ۲۲۷- اگر در دمای اتاق، به ۱۲۵ میلی‌لیتر آب مقطر، ۰/۷ گرم پتاسیم هیدروکسید اضافه شود، چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ محلول حاصل، درست است؟ (از تغییر حجم محلول بر اثر اضافه کردن مادهٔ جامد به آن، چشم‌پوشی شود.) ($H = 1, O = 16, K = 39 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- ۲۵۰ میلی‌لیتر از آن، $2/5 \times 10^{-2}$ مول HCl را به‌طور کامل خنثی می‌کند.
 - غلظت مولار یون $\text{OH}^-(\text{aq})$ در آن، 10^{13} برابر غلظت مولار یون $\text{H}^+(\text{aq})$ است.
 - در ۵۰ میلی‌لیتر از این محلول، در مجموع ۰/۰۱ مول از کاتیون و آنیون وجود دارد.
 - اگر به این محلول، ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر اضافه شود، $[\text{OH}^-]$ ، ۳ برابر خواهد شد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

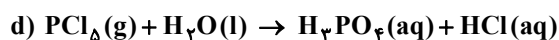
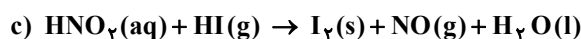
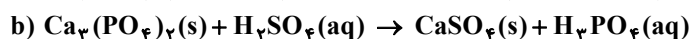
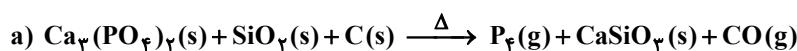
۲۲۸- محلول اسیدهای ضعیف HA و HD به‌ترتیب با درصد یونش ۱۲ و ۲/۵ و با pH برابر، در دو ظرف جداگانه موجود است. نسبت $[\text{HD}]$ به $[\text{HA}]$ پیش از یونش، کدام و اگر $[\text{HA}]$ برابر $0.05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ باشد، pH محلول دو اسید، کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

- ۱ (۱) ۳/۲۲، ۴/۸ ۲ (۲) ۳/۹۱، ۴/۸ ۳ (۳) ۳/۲۲، ۵/۶ ۴ (۴) ۳/۹۱، ۵/۶

۲۲۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- یکی از معایب فرایند هال، انتشار گاز گلخانه‌ای است.
 - آلومینیم، یک فلز فعال و اکسید آن، چسبنده و متراکم است.
 - در سلول الکترولیتی، کاتد و آنود می‌توانند از یک جنس باشند.
 - قوی‌ترین عنصرهای اکسنده، در سمت راست جدول تناوبی، جای دارند.
 - از کاربردهای برق‌کافت، استخراج فلزاتی مانند آلومینیم و تهیهٔ گازهایی مانند هیدروژن است.
- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۲۳۰- تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در معادله واکنش‌های a و d پس از موازنه آن‌ها کدام است و چند واکنش از نوع اکسایش-کاهش است؟



۳، ۲۴ (۴)

۳، ۱۴ (۳)

۲، ۲۴ (۲)

۲، ۱۴ (۱)

۲۳۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

$E^\circ [\text{Mn}^{2+}(\text{aq}) / \text{Mn}(\text{s})] = -1/18 \text{ V}$ ، $E^\circ [\text{Pt}^{2+}(\text{aq}) / \text{Pt}(\text{s})] = +1/20 \text{ V}$

- اکسایش هیدروژن در سلول سوختی، بازدهی نزدیک به ۶۰ درصد دارد.
- در واکنش انجام شده در سلول‌های گالوانی، فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایدارترند.
- در سلول گالوانی «منگنز-پلاتین»، در الکترود منگنز، عمل اکسایش انجام می‌گیرد.
- در هر واکنش اکسایش-کاهش، اتم‌های فلزی اکسایش و یون‌های فلزی کاهش می‌یابند.

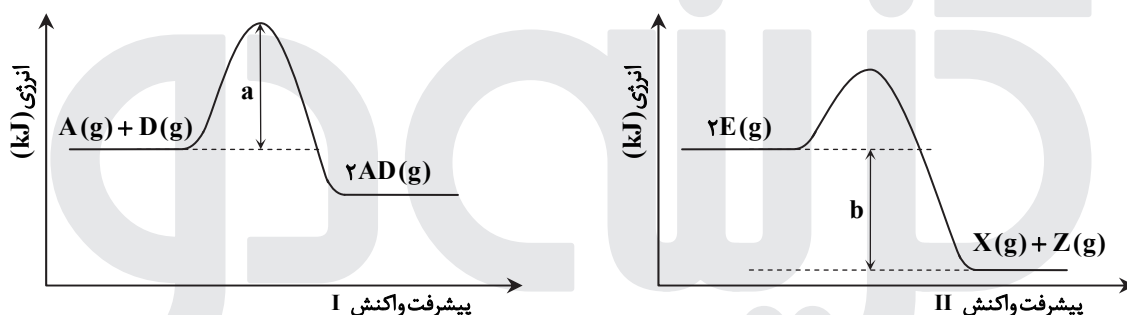
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳۲- با توجه به نمودارهای زیر، کدام مطلب نادرست است؟ (در محورهای عمودی نمودارها، مقیاس یکسان است.)



- (۱) در صورت تأمین $a \text{ kJ}$ انرژی، هر دو واکنش I و II انجام پذیرند.
 - (۲) گرمایی که به‌ازای مصرف ۱ مول $\text{E}(\text{g})$ ، آزاد می‌شود، برابر $\frac{b}{2} \text{ kJ}$ است.
 - (۳) در واکنش II، در مقایسه با واکنش I، فراورده‌ها (ها) نسبت به واکنش‌دهنده‌ها (ها)، پایدارترند.
 - (۴) گرمای آزادشده به‌ازای تشکیل ۲ مول $\text{AD}(\text{g})$ ، از گرمای آزادشده به‌ازای تشکیل یک مول $\text{X}(\text{g})$ ، بیشتر است.
- ۲۳۳- نسبت شمار آنیون به کاتیون در چند ترکیب زیر، برابر نسبت شمار آنیون به کاتیون در کروم (III) سولفید است؟

- کلسیم فسفات
- آلومینیم سولفات
- گالیم کربنات
- روی سیلیکات
- آهن (III) نیترات
- اسکاندیم اکسید

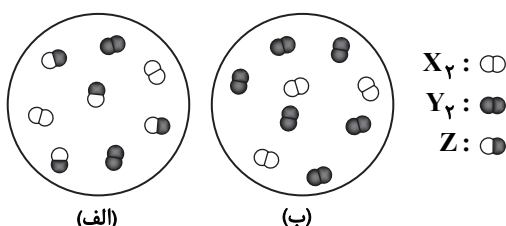
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۳۴- شکل «الف» مخلوط در حال تعادل را برای واکنش $\text{X}_2(\text{g}) + \text{Y}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{Z}(\text{g})$ ، نشان می‌دهد. هنگامی که واکنش در شکل «ب» به تعادل برسد، به‌ترتیب از راست به چپ، چند مول از گازهای X_2 ، Y_2 و Z در ظرف واکنش وجود خواهد داشت؟ (هر ذره، نشان‌دهنده ۱/۱ مول و حجم ظرف‌های واکنش، برابر ۲/۲۵ لیتر و دما ثابت است.)



۰/۴، ۰/۴، ۰/۱ (۱)

۰/۱، ۰/۴، ۰/۱ (۲)

۰/۳، ۰/۳، ۰/۲ (۳)

۰/۲، ۰/۳، ۰/۲ (۴)

۲۳۵- کدام مطلب درست است؟

- (۱) ترفتالیک اسید، اسیدی دو عاملی است که در تهیه پلیمر PET مصرف دارد.
- (۲) در شرایط مشابه، انحلال‌پذیری ترفتالیک اسید در آب، کمتر از پارازایلن است.
- (۳) بنزن، اتیلن گلیکول و گازوئیل، از فرایندهای تقطیر نفت خام به‌دست می‌آیند.
- (۴) زنجیره مولکولی پلی‌پروپن، مانند پلی‌اتن بدون شاخه، است.



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا واژه‌ها را معنی می‌کنیم و بعد به دنبال بیتی می‌گردیم که آن معنی را داشته باشد:

مفتاح: کلید ← بیت «ب»

نمط: روش، نوع ← بیت «د» (در بیت «ب» هم آمده که کلید را در آن انتخاب کردیم.)

اوان: هنگام، وقت ← بیت «ج»

برزن: کوی ← بیت «الف»

۲- پاسخ: گزینه ۴

واژگان نادرست و معنی درست هریک:

عصیان: نافرمانی، گناه و معصیت

یغور: درشت و بدقواره

خدو: آب دهان، بزاق

سو: دید، توان بینایی

۳- پاسخ: گزینه ۴

صورت سوال از ما خواسته‌است معنی واژگان «فرد» را بررسی کنیم!! (یعنی واژه‌های زوج را آورده‌است تا ببیند شما زوج و فرد را می‌شناسید

یا خیر!) پس معنی واژه‌های زیر را می‌خواهد:

صواب: درست، پسندیده، مصلحت

سریر: تخت پادشاهی، اورنگ

شرزه: خشمگین، غضبناک

معجر: سرپوش، روسری

با توجه به معنی‌ها تنها گزینه ۴ است که همگی واژگان در آن به‌درستی معنی شده‌اند.

۴- پاسخ: گزینه ۲

موارد نادرست و شکل درست آن‌ها:

«طبع» نادرست است و درست آن «تبع» است.

«مئونت» به معنی «هزینه زندگی» نادرست است و شکل درست آن «معونت» است.

۵- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱، «غدر» نادرست است و باید به‌صورت «قدر» اصلاح شود.

۶- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ «معلوف» نادرست است و شکل درست آن «مألوف» است.

۷- پاسخ: گزینه ۳

۸- پاسخ: گزینه ۱

بررسی هر کدام از گزینه‌ها:

گزینه ۱: جناس: جمال و جلال / ایهام: ندارد.

گزینه ۲: مجاز: دو هفته مجاز از زمان اندک است. / استعاره: چهره گلستان اضافه استعاری و تشخیص است.

گزینه ۳: استعاره: رخ بدخشان اضافه استعاری و تشخیص است. / تشبیه: لعل لب اضافه تشبیهی است.

گزینه ۴: جناس: به و به / تشبیه: ابر احسان اضافه تشبیهی است.

۹- پاسخ: گزینه ۳

بررسی تشبیه و استعاره در گزینه‌ها:

گزینه ۱: تشبیه: شیر روپا به شود / بادیه عشق: ۲ تشبیه / استعاره: این راه در مصراع دوم می‌تواند استعاره باشد: ۱ استعاره

گزینه ۲: تشبیه: شاه‌وش / ماه‌رخ / زهره جبین / شاه‌وش... در یکتای که [است] / شاه‌وش... گوهر یکدانه کیست؟: ۵ تشبیه / استعاره: ندارد.

گزینه ۳: تشبیه: طوطی طبع (اضافه تشبیهی) / طوطی طبعم همچو بلبل: ۲ تشبیه / استعاره: شکر استعاره از دهان / بادام استعاره از چشم /

طوطی طبعم واله و شیداست: تشخیص و استعاره است: ۳ استعاره

گزینه ۴: تشبیه: ندارد. / استعاره: قبای گل اضافه استعاری و تشخیص است. / باد، بند قبای غنچه را بکشد تشخیص و استعاره است: ۲ استعاره

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

با رد کردن آرایه‌های حسن تعلیل و جناس و اغراق به گزینه ۴ می‌رسیم.

بررسی آرایه‌های گزینه ۴:

تشبیه: شکرخند تشبیه درون‌واژه‌ای دارد. لب یار به شکر تشبیه شده‌است (تشبیه مرجح)

ایهام: شیرین: ۱- معشوق فرهاد ۲- خوش / شکر: ۱- همسر خسرو ۲- ماده خوراکی

پارادوکس: به شیرینی کام را تلخ کردن

مجاز: کام مجاز از دهان

■ در این بیت «اغراق»، «تضاد» و «کنایه» هم وجود دارد و گزینه ۲ هم درست است، ایهام بیت هم خیلی قوی نیست و ترجیح گزینه ۴ بر ۲ ممکن نیست.

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

بررسی استعاره در گزینه‌ها:

گزینه ۱: لعل، نقل، شکر و پسته به ترتیب استعاره از لب، بوسه، خنده و دهان است: ۴ استعاره

گزینه ۲: مصراع دوم را بهتر است تمثیل در نظر بگیریم. اگر استعاره بدانییم حداکثر دو استعاره وجود دارد: بهشت و کوثر

گزینه ۴: نسیم، باغ، گل به ترتیب استعاره از آزادی، جامعه و انقلاب است: ۳ استعاره

گزینه ۴: ناله چنگ و گوش زهره تشخیص و استعاره هستند: ۲ استعاره

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

بررسی ترکیب‌های اضافی و وصفی:

گزینه ۱: ترکیب‌های اضافی: عزمت / ضامن دوام / دوام جهان / خون تو: ۴ اضافی

ترکیب‌های وصفی: ندارد.

گزینه ۲: ترکیب‌های اضافی: مرگ تو / مرگت / غبطه زندگانی: ۳ اضافی

ترکیب‌های وصفی: مردنی چنان / غبطه بزرگ: ۲ ترکیب وصفی

گزینه ۳: ترکیب‌های اضافی: پشت زین / زین خود / کلبه خود / خیمه خود / فراز سر / سرم: ۶ اضافی

ترکیب‌های وصفی: ندارد.

گزینه ۴: ترکیب‌های اضافی: گذرگاه تاریخ / تشنه شهادت: ۲ اضافی

ترکیب‌های وصفی: بشریت رهگذار / هر عاشقی: ۲ وصفی

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در بیت سوال و گزینه ۲ هر کدام ۵ جمله وجود دارد. بررسی جملات بیت سوال و سایر گزینه‌ها:

ز دست بنده چه خیزد «۴» خدا نگه دارد «۵»

چو گفتمش «۱» که دلم را نگاه دار «۲» چه گفت؟ «۳»

گفت «۳» من هم به خلافتش دل پرکین دارم «۴»

۱) گفتمش «۱» مهر فروغی به تو روزافزون است «۲»

قرار چیست؟ «۳» صبوری کدام؟ «۴» و خواب کجا؟ «۵»

۲) قرار و خواب ز حافظ طمع مدار «۱» ای دوست «۲»

آری «۲» نداشت غم «۳» که غم بیش و کم نداشت «۴»

۳) هرگز دلم برای کم و بیش غم نداشت «۱»

آنک امام ما علمم بگرفته بر دوش «۴»

۴) جانان من «۱» برخیز «۲» و بشنو بانگ چاووش «۳»

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

بررسی هر کدام از گزینه‌ها:

گزینه ۱: آن را دی و مرداد مه نام نهادند: «ش» مفعول و «مرداد مه» مسند هستند. (ش در بیت اول هم نقش مفعول دارد).

گزینه ۲: وابسته‌های پیشین: صد تیغ / یکی چوب: ۲ وابسته پیشین / وابسته‌های پسین: تیغ جفا / دل گرمی ما / دم سردی ما: ۳ ترکیب اضافی

گزینه ۳: هم آوا: صد / صد / تضاد: دل گرمی و دم سردی

گزینه ۴: ربط وابسته‌ساز: «تا» در ابتدای مصراع دوم / «که» در مصراع سوم / ربط هم‌پایه‌ساز: «و» در مصراع دوم

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

بررسی جملات از نظر اجزا:

الف) جانث (نهاد) محرم اسرار عشق (مسند) نیست. (فعل اسنادی)

ب) سر پر ز شرم و بهایی (گروه نهادی) برای من (متمم) است (= وجود دارد). (فعل ناگذر)

ج) هم (قید) حرکاتش (نهاد) متناسب به هم (مسند) [بود]. (فعل اسنادی)

د) برای من (متمم) در نهانی (متمم) یکی دشمن (نهاد) است (= وجود دارد). (فعل ناگذر)

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

برای بررسی نقش کلمات جملات را مرتب می‌کنیم:

ای [کسی که] (مناد) کعبه (نهاد) به داغ ماتمت (متمم) نیلی‌پوش (مسند) [است] و فرات (نهاد) از تشنگی‌ات (متمم) در جوش و خروش (مسند) [است]. جز تو (متمم) که فرات (نهاد) رشحه‌ای (مسند) از یم تو (متمم) است، نشنیدم (فعل) که دریا (نهاد) مشک (مفعول) به دوش (متمم) بکشد.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

بررسی هر کدام از ابیات:

گزینه ۱: هرکس گل را مانند آینه عبرت بداند و در برگ‌های گل خزان را ببیند، خون می‌گیرد: عبرت‌پذیری

گزینه ۲: صبر کن و دندان به جگر بفشار که از این راه، انسان‌های پاک در همه امور موفق شده‌اند: توصیه به شکیبایی و راه‌گشا دانستن صبر
گزینه ۳: انسان اهل معنی و حقیقت‌بین حتی اگر یار در پرده باشد هم حسن یار را آشکارا می‌بیند، پس اگر اهل معنی باشی به صورت هم بنگری معنی را می‌بینی. در اینجا تأکید بر حقیقت‌بینی و نفی ظاهر بینی است و ارتباطی با ریاکاری و مذمت تزویر ندارد.

گزینه ۴: ما دستان تهی است و زندگی مرفه و شادمانی نداریم اما آرامش ما از سلاطین بزرگ بیشتر است: مناعت طبع

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ شاعر می‌گوید: اگر انگشتر (که ذاتاً با ارزش است) را در انگشت کوچک‌تر بکنند، نقصی برای آن حساب نمی‌شود. یعنی مکان پست، عزت انسان عزیز را نمی‌کاهد و این یعنی عزت و شرافت به خود شخص است نه به مکان او: شرف‌المکان بالمکین
مفهوم سایر ابیات:

گزینه ۱: شرافت انسان به بخشندگی و طاعات اوست. / کسی که بخشندگی و طاعت ندارد، شایسته زندگی نیست.

گزینه ۳: سختی زندان سبب کمال و شرافت است.

گزینه ۴: آگاه شدن سالکان از اسرار معرفت در وادی معرفت

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم مقابل «از تو حرکت از خدا برکت» می‌شود «ناکام‌ماندن علی‌رغم حرکت کردن و تلاش کردن» یا «بدون حرکت و تلاش به مطلوب و مقصود رسیدن» گزینه ۳ نزدیک‌ترین بیت به این مفهوم است. در گزینه ۳ شاعر می‌گوید: وقتی با دست و پا زدن کار ما پیش نرفت، سعی و تلاش را کنار گذاشتیم تا ببینیم چی می‌شود؟ پس در این بیت شاعر از سعی و تلاش نتیجه نگرفته است و مفهوم این بیت در تقابل با بیت سوال است.
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: خدا روزی می‌رساند و دیگران (که تنها مقدمه کسب روزی بوده‌اند) به خاطر آن بر ما منت می‌گذارند.

گزینه ۲: رزقی که زود به دست آید زود از دست می‌رود.

گزینه ۴: روزی را خدا می‌رساند اما تلاش و حرکت برای روزی ضروری است (توصیه به تلاش و حرکت برای کسب روزی).

۲۰- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱ سخن از این است که گوشه‌نشینی و عزلت سبب کمال و بلندمرتبی است. در سایر گزینه‌ها مفهوم مشترک این است که فروتنی و تواضع سبب بلندمرتبی است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم آیه شریفه صورت سوال «مدارا با دشمن» است و با نرمی و ملایمت رفتار کردن. در گزینه ۴ نیز این مفهوم دیده می‌شود.
مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: توصیه به نرم سخن گفتن / کسی با نرمی سخن می‌گوید سخن تلخ نمی‌شنود.

گزینه ۲: ناراحت بودن کاووس و با نرمی و ملایمت سخن گفتن او با سیاوش

گزینه ۳: قدرتمندان و زبردستان در هنگام توانایی رحم و مروت نمی‌کنند همان‌طور که آسیا تا می‌تواند به سنگ زیرین زور می‌آورد.

■ گزینه ۱ هم کاملاً با بیت سوال هم‌مفهوم است.

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

برای رسیدن به پاسخ تک‌تک ابیات را بررسی می‌کنیم:

(الف) از وطن بیرون نیایید و به غربت روی نیارید تا به سختی نیفتید (وطن را بر غربت برگزیدن).

(ب) نشاط غربت، علاقه به وطن را از بین نمی‌برد. (وطن را بر غربت برگزیدن) / حب‌الوطن

(ج) این دنیا شایسته وطن کردن نیست و باید از آن عبور کنیم (دید ظاهربینانه: در جایی وطن نکردن و دل‌بسته به وطن نبودن!).

(د) جان‌بازی در راه وطن

مشاهده می‌کنید که تقابلی بین مفاهیم وجود ندارد. بیت «الف» و «ب» هم‌مفهوم هستند. بیت «د» هم به نوعی اندک اشتراکی با بیت «ب» دارد و بیت «ج» هم در فضایی متفاوت است و ربطی به وطن ندارد. پس باید به نوعی دیگر به ابیات نگاه کنیم. در گزینه‌ها فقط تنها جواب قابل قبول بیت «ب» و «ج» است. چگونه؟ طراح از بیت «ج» این مفهوم را استنباط کرده‌است که خاک ماتمکده است و وطن کردن در آن ناپسند است پس به طور کلی باید از وطن و یک‌جا ماندن دوری کرد و وطن مایه ماتم است، پس به نوعی با بیت «الف» تقابل دارد.

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱ مفهوم اصلی باقی گذاشتن نام نیک پس از مرگ است در حالی که در سایر گزینه‌ها سخن از این است که نتیجه عمل هرکس به خود او بازمی‌گردد و به نوعی هرچه کنی به خود کنی و از ماست که برماست.

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

در بیت سوال و گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ سخن از این است که خداوند به هر کس متناسب با شایستگی و استحقاق او عطا کرده‌است. در گزینه ۳ این مفهوم دیده نمی‌شود و بر روزی رسانی خداوند تاکید شده‌است. (هر چقدر فکر می‌کنم چرا این بیت برای این سوال انتخاب شده، عظم به جایی نمی‌رسد!)

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۴ همانند بیت صورت سوال سخن از این است که مرگ با عزت از زندگی در ننگ بهتر است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: بمیرم بهتر است تا مورد سرزنش دشمنان قرار بگیرم: دلم را بردی و من را عاشق کردی، مرا بکش زیرا نمی‌خواهم مورد شتمات دشمنان قرار بگیرم.

گزینه ۲: مرگ اختیاری

گزینه ۳: دل‌نپستن به جهان فانی

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

إلی: به‌سوی (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / رسولاً: پیامبری (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / عصی: نافرمانی کرد (رد گزینه ۱) / الرسول: آن رسول (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

ک: مانند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / صحة الإنسان: سلامتی انسان (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / لايمكن: امکان ندارد (رد سایر گزینه‌ها)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نفس: همان (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / کتا نذهب: می‌رفتیم (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / من قبل: از قبل (رد سایر گزینه‌ها) / دائماً: همیشه (رد گزینه ۱)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

یؤمن: ایمان داشته باشد (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / لاشک: بی‌شک (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / قد استطاع: توانسته است (رد سایر گزینه‌ها) / أن یوصل: برساند (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

الإحتفاظ بالوحدة: حفظ وحدت (رد گزینه ۳) / لأمتنا المفکرة: برای امت متفکر ما (رد سایر گزینه‌ها) / ولكن: ولی (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / عملاءهم: مزدوران خود (رد سایر گزینه‌ها)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

یری: می‌بیند (رد سایر گزینه‌ها) / ک: همچون (رد گزینه ۴) / قمة الجبل: قله کوه (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / يراه: او را ... می‌بیند (رد گزینه ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۱

رجال هاتین: مردان این (رد سایر گزینه‌ها) / کان ینهبون: به یغما می‌برند (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / الناس: مردم (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / ذلک: آن (رد گزینه ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کان ... أَلَف : تألیف کرده بود

(۲) للاعبی: بازیکنان ... دارند

(۴) إن: اگر

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

بالحلم: با بردباری / یكثر الأنصار: یاران زیاد می‌شوند

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

کشاورز: الفلاح (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / محصول: المحصول (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

■ ترجمه متن:

«انسان نمونه‌ای که برای پیروزی تلاش می‌کند انسانی است که به عالم مانند یک میدانی که در آن به غیر از حرکت و نشاط دیده نمی‌شود نگاه می‌کند؛ چرا که سستی و سکون و بی‌حرکتی مساوی مرگ است و هر موجودی که می‌خواهد پیروز شود ناچار است با عالم به عنوان یک مجموعه‌ای که در آن هم بالا هست هم پایین مواجه شود و هیچ چاره‌ای نیست که بخواهد از این دو فرار کند و امکان ندارد یکی را انتخاب کند و از یکی چشم‌پوشی کند! سختی‌هایی که سر راه طالب قرار می‌گیرند به‌طور مثال آن‌هایی هستند که کم یا زیاد یا مشابه در راه دیگران واقع می‌شوند! پس هرکس نفسش فراخ باشد زندگی را با آنچه در آن است، بدون زجر می‌پذیرد ولی هرکس زندگی‌اش بزرگ‌تر از وی باشد و کسی که شأن خود را کوچک کند پس زندگی بر او غلبه می‌کند پس در این هنگام این انسان با یأس زندگی می‌کند و دیگران را به دلیل اینکه آن‌ها در راه برآورده کردن نیازهایش نبودند لعن می‌کند!»

۳۶- پاسخ: گزینه ۱

(۱) زندگی با فرزندان انسان به صورت مشابه، مواجه می‌شود!

(۲) مقدار سختی‌ها با تمام فرزندان بشر مساوی است!

(۳) رخوت و نزول و صعود از چیزهایی است که از آن‌ها در زندگی گریزی نیست!

(۴) مأیوس در حالی که درباره برآورده کردن نیازهای دیگران فکر می‌کند، زندگی می‌کند!

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

(۱) نزول و صعود از اسباب انسان نمونه برای رسیدن به بزرگی است!

(۲) هرکس نفسش با وسعت باشد پس سختی‌ها را نمی‌بیند، مگر در راهش فقط!

(۳) هر سختی‌ای فقط در راه انسان مأیوس وجود دارد!

(۴) کسی که زندگی را با آنچه در آن است قبول می‌کند، احساس سختی نمی‌کند!

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه صورت سؤال: «چه کسی است که پیروزی همراهش است؟»

(۱) کسی که زندگی بر او چیره می‌شود!

(۲) کسی که زندگی را فقط در یک وجه نمی‌بیند!

(۳) کسی که فقط به وقوع آنچه دوست دارد فکر می‌کند!

(۴) کسی که نشاط را از سنت‌های الهی می‌بیند!

۳۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه صورت سؤال: «سختی‌هایی که بر سر راه طالب قرار می‌گیرد، همان‌هایی است که بر سر راه دیگران قرار می‌گیرد!»

(۱) پیروزی برای کسی است که نمی‌خواهد!

(۲) شاید سختی فردا آسان شود!

(۳) دنیا دو روز است روزی با تو و روزی علیه تو!

(۴) دنیا پوشیده از بلایا است!

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

جواب شرط ← فعل شرط

۴۱- پاسخ: گزینه ۴

علی وزن «تفعّل» ← علی وزن «تفعیل»

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

مصدر «مطالَبَة» ← مصدر «طلب»

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

«المسافرین» جمع مذکر سالم و «واقفین» اسم فاعل مجزء هستند.

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

(۱) شبانه حرکت کرد: حرکت در شب (نه در صبح)!

(۲) مرداب: جایی که آب‌ها در آن باشند و بوی آب‌های آن بد باشد!

(۳) ابر: نوعی ابر است که فقط از آن باران می‌بارد!

(۴) تیم: گروهی از افراد که یک هدف دارند!

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

ساعت یک ربع به دوازده می‌باشد. اما گزینه ۳ «یازده و نیم» است.

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

(۱) أحسن (۲) أشرف (۳) أوسط - خیر (۴) أفضل - ألین - ألطف

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

«ل» امر به معنی «باید» می‌باشد که فقط در گزینه‌های ۱ این «ل» را داریم.

در سایر گزینه‌ها «ل» بیان سبب (تعلیل) داریم.

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

ریشه فعل گزینه‌ها:

(۱) (غ ن ی) (۲) (ن ف ع) (۳) (ح ز ن) (۴) (ب ن ی)

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

بعد از ادوات شرط دو فعل داریم که در گزینه ۱ این مسئله رعایت شده است.
دقت داشته باشید که در گزینه ۲ «ما» نفی، در گزینه ۳ نیز «ما» نفی است. در گزینه ۴ «ما» اصلاً بر سر فعل نیامده است.

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

در سایر گزینه‌ها «إكراماً»، «تأديباً» و «رغبة» مفعول مطلق هستند.

فرهنگ و معارف اسلامی

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

در آیه صورت سؤال توجه به دنیا (توجه به اهداف فرعی) و بی‌بهرگی از آخرت (غفلت از اهداف اصلی) آمده است که این مطلب فقط در گزینه ۱ به وضوح بیان شده است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

صورت سؤال اشاره به گفت‌وگوی میان شیطان و گناهکار در قیامت می‌نماید که شیطان با بیان عبارت «من فقط شما را دعوت کردم و خودتان پذیرفتید. مرا سرزنش نکنید و خود را سرزنش کنید» اشاره به اختیار انسان دارد و بیان می‌کند که عامل اصلی گناه اختیار انسان است و عوامل بیرونی فقط زمینه‌ساز گناه هستند.

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

قسمت اول گزینه‌های ۳ و ۴ اشاره به ضرورت در پرتو و عدل دارند اما «آفرینش نخستین انسان» نشان‌دهنده امکان معاد است.
دقت کنید که نمایش قدرت الهی در زنده شدن مردگان یا همان خلقت مجدد استخوان‌ها مشهود است که در گزینه ۱ به آن اشاره شده است.

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

«یوم یبعثون» همان قیامت است.

دقت کنید که گزینه ۱ به اعمال فرشتگان در دنیا اشاره دارد و گزینه ۲ هم به خوردن مال یتیم در دنیا اشاره می‌کند و گزینه ۳ بیانگر درخواست گناهکاران از خدا در برزخ است. اما گزینه ۴ بیانگر شهادت اعضای بدن در قیامت می‌باشد.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ای کاش دوست بد انتخاب نمی‌کردیم چون او ما را از یاد خدا بازداشت.

(۲) ای کاش همراه و هم‌مسیر پیامبر بودیم.

(۴) چنین حسرتی نمی‌خورند.

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

اشاره به حدیث علوی تحت عنوان (مراقبت از عهد) می‌نماید که می‌فرمایند: «گذشت ایام آفاتی دارد که موجب از هم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.»

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

دستیابی به اهداف بزرگ و موفقیت انسان، ثمره تقوا است. تقوا هم نتیجه روزه است که آیه گزینه ۲ به آن اشاره دارد.

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

تبرج که به معنای عدم رعایت عفاف در آراستگی است به نظر قرآن کاری جاهلانه است.

از طرفی دور شدن از عفاف موجب غفلت انسان از اهداف اصلی زندگی می‌شود.

۵۹- پاسخ: گزینه ۴

قسمت اول چون به انسان اشاره می‌نماید و اکسیر حیات انسان یعنی همان حیات روح او را می‌خواهد عبارت «استجیبوا لله و للرسول» درست است.

قسمت دوم اشاره به حیات مادی دارد که توسط آب انجام می‌شود و فایده آن حیات و زندگی در جهان مادی «لنحی به بلده...» می‌باشد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

گفتار کسانی که در الهی بودن قرآن شک دارند = قرآن افترای پیامبر ﷺ به خداوند است.

مرحله آغازین تحدی = تحدی در حد یک کتاب است که عبارت «علی ان یأتوا بمثل هذا القرآن...» به آن اشاره دارد.

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

به حدیث شریف «أنتی تارک فیکم الثقلین کتاب الله و عترتی اهل بیتی ما ان تمسکتم بهما لن تضلوا ابدا (تمسک به ثقلین راه مصونیت ابدی از گمراهی است) و انهما لن یفترقا (جدا نشدن قرآن و اهل بیت از یکدیگر و اینکه امام و قرآن، لازم و ملزوم یکدیگرند) حتی ...» توجه کنید.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

پیامبر ﷺ می‌فرمود: اگر در بحبوحه جنگ، یکی از مشرکان خواست تا در مورد حقیقت اسلام مطالبی بداند، او در پناه اسلام است تا کلام خدا را بشنود، اگر اسلام را پذیرفت، او هم برادر دینی شماست و اگر قبول نکرد، او را به جایی که احساس امنیت می‌کند، برسانید و پس از آن از خدا برای غلبه بر او یاری بجوید.

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

«انقلبتم علی اعقابکم» بیانگر هشدار قرآن درباره بازگشت به جاهلیت است که امیرالمومنین (ع) با روشن‌بینی و درک عمیق خود مصادیق این بازگشت به جاهلیت را این‌گونه پیش‌بینی کردند که:

به زودی پس از من، زمانی فرا می‌رسد که در آن زمان، چیزی پوشیده‌تر از حق و آشکارتر از باطل و رایج‌تر از دروغ بر خدا و پیامبرش نباشد. نزد مردم آن زمان، کالایی کم‌بهارتر از قرآن نیست، وقتی که بخواهد به‌درستی خوانده شود و کالایی رایج‌تر و فراوان‌تر از آن نیست، آنگاه که بخواهند به‌صورت وارونه و به نفع دنیا طلبان معنایش کنند. در آن ایام، در شهرها، چیزی ناشناخته‌تر از معروف و خیر و شناخته‌شده‌تر از منکر و گناه نیست.»

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

آغاز امامت امام زمان (عج) از سال ۲۶۰ ه. ق است و پایان غیبت صغری با نامه امام به چهارمین نائب خاص اتمام یافت.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

امام علی (ع) «أَنَّهُ لَيْسَ لَانْفُسِكُمْ ثَمَنٌ إِلَّا الْجَنَّةُ (ارزش و بهای جان انسان بهشت است) فلا تبيعوها أَلَّا بِهَا (خود را به کمتر از آن نفروشید)» در حدیث دیگری از امیرالمومنین (ع) می‌خوانیم: «خالق جهان در نظر آنان بزرگ است. از این جهت، غیر خدا در نظرشان کوچک است.»

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

از جدول صفحه ۱۵۴، معیارهای همسر شایسته طرح شده است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

آیه شریفه صورت سؤال بیانگر فقر ذاتی موجودات در پیدایش است و بیت گزینه ۲ هم اشاره به مقدمه دوم می‌نماید «هرچیز که وجودش از خودش نیست باید وجود را از کسی بگیرد که ذاتاً موجود است.»

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

دقت کنید که آیه صورت سؤال توحید در ولایت را گفته و ائمه در مسیر و مجرای خدا ولی ما هستند و گزینه ۳، ویژگی‌های ولی و سرپرست مؤمنین را نشان می‌دهد.

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

معول: «لا تتخذوا عدوی و عدوكم اولیا تلقون الیهم بالموده» = با دشمنان خدا و مسلمین، مودت یا همان مهربانی نداشته باشید.
علت: «و قد كفروا بما جاکم من الحق» = چون آن‌ها کافر هستند.

۷۰- پاسخ: گزینه ۴

دقت کنید که پاسخ به نیازهای برتر تضمین‌کننده سعادت انسان است و اخلاص یا همان قرار دادن زندگی در مسیر خدا «تقوموا لله» هم موجب سعادت‌مندی انسان می‌شود.

بنا بر متن کتاب و درس ۱ یازدهم، تباهی عمر در سایه عدم شناخت هدف زندگی حاصل می‌شود.

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

علل طولانی: دارای نقش وابسته در مرتبه‌های مختلف و غیرمستقل هستند.

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

صورت سؤال اشاره به سنت امداد عام الهی برای دنیا طلبان دارد.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) امداد عام (۲) ابتلاء (۳) سبقت رحمت بر غضب (۴) املاء و استدراج

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

قسمت اول: ناامید کردن از رحمت الهی است.

قسمت دوم: تسویف و تأخیر در توبه سبب عادت به گناه می‌شود.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

اشرافی‌گری، تجمل‌گرایی برخی مسئولین و فساد اداری و مالی، یکی از مهم‌ترین عوامل عقب‌ماندگی اقتصادی و فاصله طبقاتی است که علاوه بر آثار منفی اقتصادی، باعث بی‌اعتمادی عمومی و رواج تجمل‌گرایی و مصرف‌گرایی در میان مردم می‌شود. بنابراین، بر مسئولین و مدیران کشور واجب است که از این شیوه زندگی اجتناب کنند و با اسوه قرار دادن خود، دیگران را به سوی یک اقتصاد سالم دعوت کنند. مجموعه افراد جامعه نیز باید با پیروی از پیامبر اکرم (ص) و امر به معروف و نهی از منکر روابط اقتصادی را سالم نگه دارند.

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

هدف از مقابله سپاه اسلام به فرماندهی زهره‌بن عبدالله و سپاه ساسانیان به فرماندهی رستم فرخزاد، تلاش برای برقراری معیار چهارم تمدن اسلامی یعنی عدالت اجتماعی بوده است که آیه گزینه ۲ آن را نشان می‌دهد.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: بعد از اینکه جسد همسرش را شناسایی کرده بود، پلیس‌ها از او خواستند تا متعلقات شخصی همسرش را جمع‌آوری کند.
نکته: به دلیل وجود قید after چون عملی بعد از عمل دیگر در گذشته رخ داده است، آن عمل زودتر را در قالب ماضی بعید می‌آوریم.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: در بعضی از گونه‌های ماهی، این جنس نر است که وظیفه مراقبت کردن از بچه‌ها را انجام می‌دهد، نه جنس ماده.
نکته: بعد از حرف اضافه همواره به فعل ing دار نیاز داریم که همان اسم مصدر است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: بیشتر پیشنهادات مطرح‌شده در جلسه خیلی مفید نبودند.
نکته: در اینجا نیاز به موصول داریم تا کلمه (پیشنهاد) را توصیف کند و چون حالت مجهول دارد بعد از موصول نیاز به فاعل نداریم.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: چون نقاشی ارتباط بسیار نزدیکی با روابط میان افراد دارد، احتمالاً قدیمی‌ترین شکل هنری است که به وجود آمده است.
نکته: چون در این تست نقاشی را با تمام هنرهای دیگر مقایسه می‌کنیم، صفت برترین جواب این تست است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: در ۲۶ آگوست، او به آزمایشگاهش برگشت و روز بعد آن آزمایشاتش را جمع به لامپ الکترونیکی‌اش را شروع کرد.

(۱) نسل‌ها (۲) آزمایشات (۳) ترکیبات (۴) اختراعات

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: آن مغازه همچنین کارهای هنری مانند: سفال، شیشه و وسایل تزئینی خانگی که توسط بیش از ۸۰ هنرمند ساخته شده است را می‌فروشد.

(۱) سفال (۲) گنج (۳) محصول (۴) ابزار، اسباب

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: به منظور یافتن ایده ناب برای باغچه خودت چه راهی بهتر از اینکه باغچه دیگران را ببینی؟

(۱) راه حل (۲) الهام، ایده ناب (۳) تجربه (۴) تصور

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: رئیس آتش‌نشانی از تیمش دفاع کرد و گفت که آن‌ها نهایت تلاش‌شان را کردند تا جان آن دختر را نجات دهند.

(۱) دفاع کردن (۲) مصرف کردن (۳) هشدار دادن (۴) انتقال دادن

۸۴- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: آیتم‌های منوی رستوران از غذاهای چینی مانند هات پات و دامپلینگز تا انواع پاستای ایتالیایی متغیر است.

(۱) متغیر بودن (۲) انتخاب کردن (۳) توسعه دادن، گسترش دادن (۴) تولید کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: خیلی از والدین احساس می‌کنند که می‌توانند در خانه آموزش مناسب‌تری ارائه دهند.

(۱) صادق (۲) جسمی (۳) مناسب (۴) تکراری

۸۶- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: چیزی که مدارس در مورد یک موضوع خاص و در یک سطح مشخص آموزش می‌دهند هنوز هم به شکل گسترده‌ای در میان ایالات و کشورها متغیر است.

(۱) به طور ناگهانی (۲) در حقیقت (۳) به طور کم‌کم، تدریجی (۴) به طور گسترده

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: «اد» بیشتر رفیق‌هایش را در باشگاه دید. الآن هفته‌ای یک بار آن‌ها جمع می‌شوند و با دوچرخه‌سواری در اطراف شهر با هم تمرین می‌کنند، همان‌طور که ضرب‌المثل داریم کبوتر با کبوتر، باز با باز.

(۱) کار نیکو کردن از پر کردن است.

(۲) باد آورده را باد می‌برد.

(۳) کبوتر با کبوتر، باز با باز

(۴) دو فکر بهتر از یک فکر است. (هر سری عقلی دارد).

■ ترجمه Cloze Test:

وقتی که شما قرار است در رابطه با یک کتاب صحبت کنید لازم است که به دقت برای انجام آن آماده شوید. ابتدا باید کتابی را انتخاب کنید که از خواندن آن لذت ببرید و آن را خوب درک کنید. شما صحبت بهتری خواهید داشت اگر در رابطه با آنچه که صحبت می کنید احساس راحتی کنید. بعد از این که شما کتاب را انتخاب کردید در رابطه با آنچه می خواهید بگویید نکته برداری کنید. از برگه های یادداشت کوچک یا تکه های کاغذ استفاده کنید. سپس بر روی صحبت کردن از روی یادداشت ها تمرین کنید تا زمانی که بتوانید بدون خواندن یادداشت ها و بدون مکث زیاد صحبت کنید. حال باید زمان بندی کنید تا مطمئن شوید که صحبت شما بیش از حد طولانی یا کوتاه نباشد. در صورت لزوم سخن خود را تعدیل کنید تا به زمان بندی درستی برسید. در نهایت صحبت خود را با یک دوست تمرین کنید یا آن را ضبط کنید تا بتوانید به آن گوش دهید.

۸۸- پاسخ: گزینه ۲

توضیح: در این تست نیاز به یک حرف ربط داریم و چون فعل قبل گذشته است فعل بعدی نیز باید گذشته باشد.

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

(۱) تجدیدپذیر (۲) داوطلبانه (۳) متمایز، برجسته (۴) راحت

۹۰- پاسخ: گزینه ۴

توضیح: جمله ربطی به زمان گذشته ندارد زیرا در ادامه آن زمان حال آمده است و این تست کاربرد زمان حال کامل است.

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

(۱) تعریف (۲) دلیل (۳) مکث (۴) نکته

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

توضیح: به دلیل وجود حرف ربط *or* عبارت بعد از آن باید با عبارت قبل از آن برابر باشد.

■ ترجمه درک مطلب ۱:

من یک هوادار واقعی برای تلاش برای (حفظ) محیط زیست هستم و این ماه موعد ساعت سالانه زمین (بودجه بزرگ جهانی برای طبیعت) است. ساعت زمین رویدادی است که شما لامپ ها و برق غیر ضروری را بین ساعت ۸ تا ۹ شب خاموش می کنید و چیزهایی مثل تلویزیون، کامپیوتر و وسیله بازی تان. هرچند، شما تنها در خانه در تاریکی برای یک ساعت نمی نشینید بلکه مردم در گروه هایی جمع می شوند و بدون استفاده از برق خوش می گذرانند. کارهایی مثل رقصیدن، آتش بازی و برنامه های موسیقی محبوب هستند و شرکت در آن بسیار لذت بخش است. بسیاری از افراد سرشناس در رویداد ساعت زمین شرکت می کنند و امسال بسیار مهم است چراکه دهمین سالگرد این برنامه است. رویداد ساعت زمین تنها مربوط به صرفه جویی در مصرف برق نیست. افرادی که در این زمینه فعالیت دارند جنگلی را در اوگاندا کاشته اند، صفحه های خورشیدی در هندوستان ساخته اند و قانونی را در آرژانتین برای حفاظت از دریا تصویب کرده اند. من در ۵ سال اخیر هر ساله در رویداد ساعت زمین شرکت کرده ام و بخشی از فعالیت های بسیاری در مدرسه و دانشگاه بوده ام. سال گذشته، برای مثال دانشگاه من یک سینمای پدال زنی (دوچرخه ای) در محیط باز داشت. در سینمای پدال زنی (دوچرخه ای)، تنها راه برای ادامه تماشای فیلم رکاب زدن دوچرخه تان است. اگر همه توقف کنند، صفحه نمایش خاموش می شود! خوشبختانه تعداد ما آن قدر زیاد بود که کمک می کرد تا تماشای فیلم ادامه پیدا کند و ما این کار را نوبتی انجام می دادیم. هرچند بیرون در شب بسیار سرد بود، اما برای کسانی که رکاب نمی زدند شکلات داغ و پتو داشتیم. هر که آنجا بود، لذت بسیاری می برد.

۹۳- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: هدف اصلی نویسنده این متن چیست؟

(۱) معرفی یک رویداد خاص

(۲) مقایسه بعضی فعالیت های سرگرم کننده

(۳) پیدا کردن سرآغاز رویداد ساعت زمین

(۴) توصیف کردن بعضی راه های صرفه جویی در انرژی

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: طبق متن مردمی که در ساعت زمین شرکت می کنند

(۱) به طور خاص علاقه مند به محافظت کردن طبیعت در اوگاندا، هند و آرژانتین هستند.

(۲) بین ساعت ۸ و ۹ شب نباید بیرون بمانند.

(۳) از برق کمتری برای یک دوره مشخص زمانی استفاده می کنند.

(۴) تمام چراغ ها را برای یک ساعت خاموش می کنند.

توضیح: گزینه ۴ به این دلیل غلط است که گفته تمام چراغ ها در صورتی که در متن گفته همه چراغ های غیر ضروری.

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: در متن اشاره می‌شود که در سینمای پدالی

- (۱) صفحه نمایش چند دفعه خاموش شد.
- (۲) همه نمی‌دانستند که چگونه رکاب بزنند.
- (۳) نویسنده بایستی دوچرخه‌اش را بدون توقف رکاب می‌زد.
- (۴) سرما باعث نشد که کسی احساس ناراحتی کند.

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

کدام یک از گزینه‌های زیر بهترین توصیف را از گرایش نویسنده به ساعت زمین دارد؟

- (۱) آزرده‌خاطر
- (۲) نامطمئن
- (۳) متعجب
- (۴) سرگرم

■ ترجمه درک مطلب ۲:

چه تعداد سیاره در کهکشان ما وجود دارد؟ پاسخ‌گویی به این سؤال سخت است. آیا سیارات دیگری هستند که در آن‌ها حیات وجود داشته باشد؟ این دقیقاً همان چیزی است که مأموریت کپلر امید دارد که آن را کشف کند. ناسا تلسکوپ فضایی کپلر را که برای یافتن سیارات قابل زندگی طراحی شده بود در سال ۲۰۰۹ به فضا پرتاب کرد. تاکنون این تلسکوپ پنج سیاره جدید به اندازه زمین در ماورای منظومه شمسی مان کشف کرده است. این سیارات گرم‌تر از زمین هستند و تا آنجا که می‌دانیم بسیار گرم‌تر از آن است که بتوان بر روی آن زندگی کرد. تیم کپلر پیش‌بینی می‌کند که آن‌ها حداقل ۳ سال (و احتمالاً بیشتر) برای یافتن یک سیاره به مانند زمین وقت نیاز خواهند داشت. ساده‌ترین ملزومات برای اینکه یک سیاره قابل زندگی باشد (زندگی بر اساس کربن، مانند زمین) این است که آنجا آب مایع (نه یخ‌زده یا گاز) وجود داشته باشد. بنابراین فاصله سیاره از خورشید و در نتیجه دما مهم هستند. همچنین لازم است میزان مناسبی از هوا در آنجا وجود داشته باشد. اگر یک سیاره به اندازه مریخ (نصف اندازه زمین) کوچک باشد، گرانش ضعیف آن به معنای آن خواهد بود که نمی‌تواند دربردارنده مولکول‌های هوا باشد. اگر یک سیاره به اندازه نپتون (چهار برابر اندازه زمین) باشد، گرانش بسیار قوی و هوای بیش از اندازه‌ای دارد. بنابراین اندازه نیز مهم است.

هزینه مأموریت تقریباً ششصد میلیون دلار است. طبق برنامه‌ریزی قرار است این تلسکوپ تا سال ۲۰۱۳ به مشاهده خود ادامه دهد اما این زمان می‌تواند تمدید شود. آیا ما ناراحت خواهیم شد اگر بفهمیم در کهکشانمان تنها هستیم یا خوشحال خواهیم شد اگر بفهمیم که کهکشانمان را با گونه‌های دیگری از حیات شریک هستیم؟

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: عمده متن راجع به چه چیزی بحث می‌کند؟

- (۱) ویژگی‌های پنج سیاره هم‌اندازه زمین
- (۲) تلاشی برای پیدا کردن سیارات مثل زمین
- (۳) منظومه شمسی ما و سیارات آن
- (۴) درست کردن یک تلسکوپ فضایی

۹۸- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: متن نشان می‌دهد که مأموریت کپلر

- (۱) به وسیله یک مأموریت فضایی دیگر الهام گرفته شد.
- (۲) بعد از آن که شروع شد فوراً تمام نشد.
- (۳) به نظر نمی‌رسید که مانند بقیه مأموریت‌های فضایی موفق باشد.
- (۴) سیاراتی را پیدا کرد که هم‌دما با زمین بودند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام یک از گزینه‌های زیر بهترین توصیف را از عملکرد جمله خط کشیده شده پاراگراف ۲ دارد؟

- (۱) یک موقعیتی را توصیف می‌کند که شرط ذکر شده در جمله قبل را نمی‌تواند فراهم کند.
- (۲) تعریف لغتی که در جمله قبل آن است را انجام می‌دهد.
- (۳) یک راه‌حل برای مشکل توصیف شده در جمله قبل را فراهم می‌کند.
- (۴) از جمله قبل یک نتیجه می‌گیرد.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: در متن اطلاعات کافی برای پاسخ‌گویی به کدام سؤال وجود دارد؟

- (۱) چند سیاره در کهکشان ما وجود دارد؟
- (۲) چگونه ناسا می‌تواند هزینه مأموریت کپلر را کاهش دهد؟
- (۳) چه ویژگی‌هایی یک سیاره نیاز دارد تا بتواند زندگی را دربر بگیرد؟
- (۴) آیا ما ناراحت خواهیم شد اگر ما بفهمیم در کهکشانمان تنها هستیم یا خوشحال خواهیم شد اگر ما متوجه شویم که کهکشانمان را با گونه‌های دیگری از حیات شریک هستیم؟

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

اگر $x = \alpha$ ریشه معادله باشد، $x = -\alpha$ نیز ریشه معادله است. پس ریشه‌های معادله قرینه‌اند؛ بنابراین مجموع آن‌ها صفر است؛ یعنی $S = 0$. حال دقت کنید که با فرض $x^2 = t \geq 0$ می‌توان معادله را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$t^2 - 7t - 5 = 0 \xrightarrow{(*)} P' = -5 < 0$$

یعنی این معادله دو ریشه مختلف‌العلامت مانند $t_1 > 0$ و $t_2 < 0$ دارد، پس:

$$\begin{cases} x^2 = t_1 > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1} \\ x^2 = t_2 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow S = 0 \\ P = x_1 x_2 = \sqrt{t_1} \times (-\sqrt{t_1}) = -t_1 \Rightarrow P^2 = t_1^2 \end{cases}$$

پس باید مربع ریشه مثبت معادله (*) را بیابیم. داریم:

$$t^2 - 7t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 20}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow P^2 = \frac{1}{4}(49 + 69 + 14\sqrt{69}) = \frac{59 + 7\sqrt{69}}{2}$$

$$2P^2 - 3SP + 2S = 59 + 7\sqrt{69} - 0 + 0 = 59 + 7\sqrt{69}$$

بنابراین:

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

$$A = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix} = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2) = \log 10 \times \log \frac{5}{2} = \log \frac{5}{2}$$

ابتدا دقت کنید که:

ضمناً $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ پس معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\log \frac{5}{2} \times \frac{\log(3x-2)}{\log \frac{5}{2}} = 1 \Rightarrow \log(3x-2) = 1 \Rightarrow 3x-2 = 10 \Rightarrow x = 4$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا دقت کنید که $\frac{21^2}{3} = 3 \times 7^2 = 147$ و $1323 = 3^3 \times 7^2 = 3 \times 21^2$ پس می‌توان نوشت:

$$\log_{21} 147 = \log_{21} \frac{21^2}{3} = \log_{21} 21^2 - \log_{21} 3 = 2 - \log_{21} 3$$

$$\log_{21} 1323 = \log_{21} 21^2 \times 3 = \log_{21} 21^3 + \log_{21} 3 = 3 + \log_{21} 3$$

$$(\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(3 + \log_{21} 3) = (\log_{21} 3)^2 + (4 - (\log_{21} 3)^2) = 4$$

بنابراین عبارت داده شده برابر است با:

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲

در نامعادله باید $\geq$ بیاید.

به ازای $x > \frac{3}{2}$ مخرج همواره مثبت است. وقتی جواب، بازه $[2, 4]$ است، لازم است $x = 2$ و $x = 4$ ریشه‌های صورت باشند. $x = 4$ ریشه

$$x - 3\sqrt{x} + 2 = 0 \text{ است؛ پس } x = 2 \text{ ریشه } (m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4 = 0 \text{ است.}$$

$$(m^2 - 1) \times 4 - 4m \times 2 + 4 = 0 \xrightarrow{+4} (m^2 - 1) - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m = 0, 2$$

حال دقت کنید که به ازای $m = 0$ نامعادله به صورت زیر است:

$$\frac{(-x^2 + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} (-x^2 + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2) \geq 0 \Rightarrow (2-x)(2+x)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) \geq 0$$

$$\xrightarrow{x > \frac{3}{2}} 2 \leq x \leq 4$$

بنابراین $m = 0$ قابل قبول است.

دقت کنید که به ازای $m = 2$ داریم:

$$\frac{(3x^2 - 8x + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} (x-2)(3x-2)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} x \in \left(\frac{3}{2}, 2\right] \cup [4, +\infty)$$

پس $m = 2$ قابل قبول نیست.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{15}{16}} = \frac{8}{15}, \quad \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{17}{16}} = \frac{8}{17}, \quad \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} = \frac{\frac{8}{17}}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{17}$$

پس:

$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{8}{15} - \frac{8}{17}}{\frac{8}{17} - \frac{15}{17}} = \frac{\frac{16}{255}}{-\frac{7}{17}} = -\frac{16}{105}$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۱

ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(\alpha) = 4 \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha = 4 \sin \alpha - 8 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha = 6 \sin \alpha - 8 \sin^3 \alpha = 2(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha)$$

می‌دانیم $\sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$ ، پس:

$$f(\alpha) = 2 \sin 3\alpha$$

بنابراین:

$$\Rightarrow f\left(\frac{4\pi}{9}\right) = 2 \sin \frac{4\pi}{3} = 2 \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

راه حل دوم:

به کمک رابطه تبدیل ضرب به جمع داریم:

$$f(\alpha) = 2(2 \sin \alpha \cos 2\alpha) + 2 \sin \alpha = 2(\sin 3\alpha + \sin(-\alpha)) + 2 \sin \alpha = 2 \sin 3\alpha \Rightarrow f\left(\frac{4\pi}{9}\right) = -\sqrt{3}$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴

معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$2 \cos^2 \alpha \times 2 \cos^2 2\alpha \times 2 \cos^2 4\alpha = \frac{1}{8} \Rightarrow (\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

دقت کنید که:

$$\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \underbrace{(\sin \alpha \cos \alpha)}_{\sin 2\alpha} \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \underbrace{(\sin 2\alpha \cos 2\alpha)}_{\sin 4\alpha} \cos 4\alpha = \frac{\sin 4\alpha \cos 4\alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin 8\alpha}{2 \sin \alpha}$$

پس باید دو معادله زیر را حل کنیم:

$$\langle 1 \rangle \quad \frac{\sin 8\alpha}{\sin \alpha} = 1 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \sin 8\alpha = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{7} \\ \alpha = (2k+1)\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(2k+1)\pi}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0, \pm \frac{2\pi}{7}, \pm \frac{4\pi}{7}, \pm \frac{6\pi}{7}, \dots \\ \alpha = \pm \frac{\pi}{9}, \pm \frac{2\pi}{9}, \pm \frac{4\pi}{9}, \pm \frac{5\pi}{9}, \pm \pi, \dots \end{cases}$$

توجه کنید که $\alpha = \pm \pi$ غیر قابل قبول است، زیرا: $\sin \alpha \neq 0$

$$\langle 2 \rangle \quad \frac{\sin 8\alpha}{\sin \alpha} = -1 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \sin 8\alpha = -\sin \alpha = \sin(-\alpha) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9} \\ \alpha = (2k+1)\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(2k+1)\pi}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0, \pm \frac{2\pi}{9}, \pm \frac{4\pi}{9}, \pm \frac{6\pi}{9}, \pm \frac{8\pi}{9}, \dots \\ \alpha = \pm \frac{\pi}{7}, \pm \frac{2\pi}{7}, \pm \frac{4\pi}{7}, \pm \pi, \dots \end{cases}$$

بنابراین ماکزیمم جواب معادله در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{8\pi}{9}$ است.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

با فرض $P(x) = ax^2 + bx + c$ داریم: $P'(x) = 2ax + b$ ؛ پس:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & P'(x) \\ \hline & \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P(x) = (\frac{1}{2}x + 1)P'(x) - 2 \\ \hline & -2 \end{array}$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = (\frac{1}{2}x + 1)(2ax + b) - 2 \Rightarrow ax^2 + bx + c = ax^2 + (2a + \frac{b}{2})x + (b - 2)$$

$$\begin{cases} b = 2a + \frac{b}{2} \\ c = b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = 4a - 2 \end{cases}$$

پس:

بنابراین: $P(x) = ax^2 + 4ax + (4a - 2)$. مجموع ضرایب $P(x)$ برابر است با:

از آنجا که $a \in \mathbb{N}$ داریم:

$$a \geq 1 \Rightarrow 4a \geq 4 \Rightarrow 4a - 2 \geq 2 \Rightarrow P_{\min}(1) = 2$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۱

$$1, 2, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \dots$$

جملات دنباله را می‌نویسیم:

ملاحظه می‌شود که اگر جمله‌ای به صورت $\frac{a}{b}$ باشد، جمله قبل از آن به صورت $\frac{b}{a-b}$ است، لذا جمله قبل از آن نیز به صورت $\frac{a-b}{2b-a}$ است.

$$a_{100} = \frac{k}{m} \Rightarrow a_{99} = \frac{m}{k-m} \Rightarrow a_{98} = \frac{k-m}{2m-k}$$

بنابراین:

$$a_{100} = \frac{1}{a_{99}} + 1 = \frac{1}{\frac{m}{k-m}} + 1 = \frac{k-m}{m} + 1 = \frac{k-m+m}{m} = \frac{k}{m}$$

راه حل دوم:

$$\frac{1+2a_{98}}{1+a_{98}} = \frac{k}{m} \Rightarrow m + 2ma_{98} = k + ka_{98} \Rightarrow (2m-k)a_{98} = k-m \Rightarrow a_{98} = \frac{k-m}{2m-k}$$

پس:

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \Rightarrow a_{n+1} - 1 = \frac{1}{a_n} \Rightarrow a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1}$$

راه حل سوم:

$$a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1} = \frac{1}{\frac{k}{m} - 1} = \frac{m}{k-m}$$

حال با جای‌گذاری $n = 98$ و $n = 99$ داریم:

$$a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{m}{k-m} - 1} = \frac{k-m}{m - (k-m)} = \frac{k-m}{2m-k}$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۱

$$a_n = \begin{cases} 2^k & n = 0, 3, 6, 9; \quad k = 0, 1, 2, 3 \\ -2k + 4 & n = 1, 4, 7; \quad k = 0, 1, 2 \\ \left\lfloor \frac{n}{k+2} \right\rfloor + a & n = 2, 5, 8; \quad k = 0, 1, 2 \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 &= (a_0 + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8) \\ &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + \left(\left\lfloor \frac{2}{2} \right\rfloor + a + \left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor + a + \left\lfloor \frac{8}{4} \right\rfloor + a \right) = 15 + 6 + 4 + 3a = 25 + 3a \end{aligned}$$

$$3a + 25 = 19 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین:

$$a_n = \left\lfloor \frac{2k+2}{k+2} \right\rfloor - 2 = \left\lfloor \frac{2(k+2)-4}{k+2} \right\rfloor - 2 = \left\lfloor 2 - \frac{4}{k+2} \right\rfloor - 2 = 2 + \left\lfloor \frac{-4}{k+2} \right\rfloor - 2 = 1 + \left\lfloor \frac{-4}{k+2} \right\rfloor$$

پس به ازای $n = 3k + 2$ داریم:

به ازای $k = 0, 1, 2, \dots, 9$ داریم: $n = 2, 5, 8, \dots, 29$ ؛ پس:

$$\begin{aligned} a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29} &= (1 + \left\lfloor \frac{-4}{2} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{3} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{4} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{5} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{6} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{7} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{8} \right\rfloor) \\ &\quad + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{9} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{10} \right\rfloor) + (1 + \left\lfloor \frac{-4}{11} \right\rfloor) \\ &= (1-2) + (1-2) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) = -2 \end{aligned}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا دقت کنید که:

$$\begin{aligned} -1 \leq \cos x \leq 1 &\Rightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 9\cos^2 x \leq 9 \Rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} \leq 2 \\ &\Rightarrow 2^{-1} \leq \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} \leq 2^2 \\ \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} &= (\sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x})^{-1} \end{aligned}$$

ضمناً:

پس با تغییر متغیر $\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}$ باید برد تابع $\frac{1}{2} \leq t \leq 4$; $y = t - \frac{1}{t}$ را بیابیم. تابع پیوسته است و داریم:

$$y' = 1 + \frac{1}{t^2} > 0$$

پس تابع اکیداً صعودی است و داریم:

$$\begin{cases} y_{\min} = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \\ y_{\max} = y(4) = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4} \end{cases} \Rightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right] \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow b - a = \frac{15}{4} + \frac{3}{2} = \frac{21}{4}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0 \Rightarrow 6 + \sqrt{|x|} - |x| > 0$$

لازم است عبارت جلوی لگاریتم مثبت باشد:

$$6 + t - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0 \Rightarrow (t+2)(t-3) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3 \xrightarrow{t \geq 0} 0 \leq t < 3$$

با فرض $\sqrt{|x|} = t \geq 0$ داریم:

پس باید:

$$0 \leq \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow 0 \leq |x| < 9 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9 \Rightarrow D = (-9, 9)$$

همواره
برقرار

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

تابع حاصل از انتقال k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی بر روی $y = \sqrt{4-x}$ را تابع $y = g(x)$ می‌نامیم. تابع g وارونش را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کرده و با فرض این که نقطه برخورد تابع و وارونش بر روی $y = x$ قرار دارد، پس $g(1) = 1$. حال اگر تابع g را یک واحد به پایین انتقال دهیم تابع $h(x)$ حاصل می‌شود، یعنی:

$$h(x) = g(x) - 1$$

$$x = 1 \Rightarrow h(1) = g(1) - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow h(1) = 0$$

پس تابع h در $x = 1$ محور x ها را قطع می‌کند.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳

ضابطه تابع $g \circ f$ را می‌یابیم.

$$\begin{cases} x < -1 \Rightarrow f(x) = -1 \Rightarrow g \circ f(x) = g(-1) = 0 \\ -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow g \circ f(x) = g(x) = 1 - x^2 \\ x > 1 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow g \circ f(x) = g(1) = 0 \end{cases}$$

پس نمودار تابع $g \circ f$ چنین است:

تابع $g \circ f$ در نقاط مجموعه $A = \{\pm 1\}$ مشتق‌ناپذیر و در سایر نقاط مشتق‌پذیر است. حال ضابطه تابع $f \circ g$ را می‌یابیم:

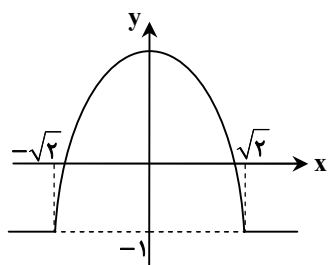
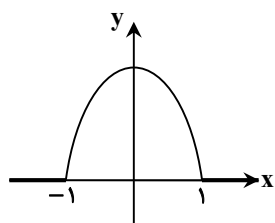
$$f \circ g(x) = f(1 - x^2) = \begin{cases} -1 & 1 - x^2 < -1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \Rightarrow x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2} \\ 1 - x^2 < -1 \end{cases} \\ 1 - x^2 & -1 \leq 1 - x^2 \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ -1 \leq 1 - x^2 \leq 1 \end{cases} \\ 1 & 1 - x^2 > 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases} \end{cases}$$

پس نمودار تابع $f \circ g$ چنین است:

این تابع در نقاط مجموعه $B = \{\pm\sqrt{2}\}$ مشتق‌ناپذیر است؛ پس مجموعه نقاطی که تابع $g \circ f$ یا

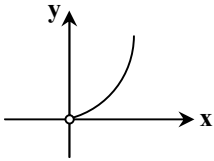
$f \circ g$ در آن‌ها مشتق‌ناپذیر است، مجموعه ۴ عضوی زیر است:

$$A \cup B = \{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$$



۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ ؛ پس ضابطه تابع f با دامنه $D_f = (0, +\infty)$ به صورت زیر قابل بازنویسی است: $f(x) = x^{\log_3 9} = x^2$ $x > 0$.
که نمودار آن چنین است:



راه دوم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 9^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 9^{-\infty} = 0$$

پس گزینه ۲ پاسخ است.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)}{(1 - \cos \sqrt{2x})^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)^2}{(2 \sin^2 \frac{\sqrt{2x}}{2})^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\right)^2}{\left(2 \left(\frac{\sqrt{2x}}{2}\right)^2\right)^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{1}\right)^2}{\left(2 \times \frac{x}{2}\right)^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \sqrt{1-x^2})^2}{x^n}$$

$$1 - \sqrt{1-x^2} = (1 - \sqrt{1-x^2}) \times \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \frac{1 - (1-x^2)}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1-x^2}}$$

در صورت می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{x^2}{1 + \sqrt{1-x^2}}\right)^2}{x^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{x^2}{2}\right)^2}{x^n} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4}{x^n}$$

پس حد چنین است:

برای آنکه حاصل حد موجود و عددی مخالف صفر باشد، باید $n = 4$ و در این صورت حاصل حد برابر $a = \frac{1}{4}$ است و داریم $a + n = \frac{17}{4}$.

توجه: به ازای $n < 4$ ، حاصل حد موجود و برابر $a = 0$ است؛ لذا باید در سؤال قید شود $a \neq 0$. سؤال بی‌اشکال نیست.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱

وقتی $x \rightarrow \frac{-1}{2}$ ، در یک همسایگی چپ $x = -\frac{1}{2}$ داریم:

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \\ -\frac{2}{x^2} > -8 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{1}{-2} = -\infty$$

پس می‌توان حد را به صورت زیر بازنویسی و حل کرد:

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۴

تابع تنها در ریشه‌های مخرج ناپیوسته است؛ پس باید مخرج دقیقاً دو ریشه داشته باشد. در این صورت مخرج چنین است:

$$ax^3 - bx + 2 = a(x-m)(x-n)^2$$

از طرفی تابع تنها دو مجانب دارد. اگر $a = 0$ باشد داریم $f(x) = \frac{-bx^2 + 2}{-bx + 2}$ که هم با شرط بالا، ناسازگار است و هم تابع دو مجانب موازی

محورهای مختصات ندارد؛ پس $a \neq 0$ (۱ نادرست است). در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ مجانب افقی}$$

پس باید تابع علاوه بر این مجانب فقط یک مجانب داشته باشد که آن مجانب هم قائم است. بنابراین لازم است صورت عامل $x - m$ و یا عامل

$(x - n)^2$ داشته باشد تا از ضابطه تابع فقط یک مجانب قائم حاصل شود ببینید:

$$f(x) = \frac{a(x-m)(x^2 + kx + l)}{a(x-m)(x-n)^2} \Rightarrow x = n \text{ مجانب قائم}$$

$$f(x) = \frac{a(x-n)^2(x+t)}{a(x-n)^2(x-m)} \Rightarrow x = m \text{ مجانب قائم}$$

و یا:

پس صورت و مخرج ریشه مشترک دارند. این ریشه را x_0 می‌نامیم:

$$\begin{cases} ax_0^3 - bx_0^2 + 2 = 0 \\ ax_0^3 - bx_0 + 2 = 0 \end{cases}$$

دو رابطه بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$bx_0^2 - bx_0 = 0 \Rightarrow bx_0(x_0 - 1) = 0$$

اگر $b = 0$ ، مخرج نمی‌تواند دو ریشه داشته باشد. $x_0 = 0$ هم نمی‌تواند ریشه صورت و مخرج باشد؛ پس:

$$bx_0(x_0 - 1) = 0 \xrightarrow{x_0 \neq 0} x_0 - 1 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$$

بنابراین $x = 1$ ریشه صورت و مخرج است و داریم:

$$a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2$$

در این صورت:

$$ax^3 - bx^2 + 2 = ax^3 - (a+2)x^2 + 2 = ax^3 - ax^2 - 2x^2 + 2 = ax^2(x-1) - 2(x-1)(x+1) = (x-1)(ax^2 - 2x - 2)$$

$$ax^3 - bx + 2 = ax^3 - (a+2)x + 2 = ax^3 - ax - 2x + 2 = ax(x-1)(x+1) - 2(x-1) = (x-1)(ax^2 + ax - 2)$$

بنابراین:

$$f(x) = \frac{(x-1)(ax^2 - 2x - 2)}{(x-1)(ax^2 + ax - 2)} = \frac{ax^2 - 2x - 2}{ax^2 + ax - 2}$$

با توجه به آنچه در ابتدای حل گفتیم یا باید صورت و مخرج عامل $(x-1)^2$ داشته باشند که در این صورت باید $ax^2 - 2x - 2$ و $ax^2 + ax - 2$ بر $x-1$ بخش پذیر باشند و این نشدنی است و یا باید $ax^2 + ax - 2$ مربع کامل باشد. در این صورت:

$$\Delta = a^2 + 4a = 0 \Rightarrow a = 0, -4 \xrightarrow{a \neq 0} a = -4 \xrightarrow{b=a+2} b = -2$$

توجه: می‌توانیم به جای به دست آوردن a و b ، گزینه‌ها را بررسی کنیم.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۲

وقتی $x \rightarrow -\infty$ توان‌های بیشتر مؤثرند؛ بنابراین حد را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^2 x^2 \times a^4 x^4 \times \dots \times a^{100} x^{100}}}{a^{49} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(ax)^{2+4+6+\dots+100}}}{a^{49} x^k}$$

دقت کنید که:

$$2+4+6+\dots+100 = 2(1+2+3+\dots+50) = 2 \times \frac{50 \times 51}{2} = 50 \times 51$$

پس حد داده شده به صورت زیر است:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(ax)^{50 \times 51}}}{a^{49} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{51}}{a^{49} x^k}$$

چون حاصل حد فوق یک عدد متناهی غیر صفر است، باید $k = 51$. در این صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{51}}{a^{49} x^{51}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{51} |x|^{51}}{a^{49} x^{51}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{49} \times |a|^2 (-x)^{51}}{a^{49} x^{51}} = -a^2 \left(\frac{|a|}{a}\right)^{49}$$

حاصل عبارت بالا عددی منفی است، پس باید $a > 0$ و در این صورت:

$$-a^2 = -1 \Rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \cos^2 2x \times (-\sin 2x) \times 2 + 2ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \times 1 \times (-2x) \times 2 + 2ax}{x} = -12 + 2a$$

پس:

$$-12 + 2a = 2 \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

در $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ حاصل حد مخرج صفر و حاصل حد، متناهی است؛ پس باید حد صورت هم صفر باشد، در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos^2 2x + 7x^2 + b) = 1 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$a + b = 6$$

بنابراین:

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۳

تابع پیوسته بوده و در یک همسایگی $x=0$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -\sin 2x + 1 & x < 0 \\ \sin 2x + 1 & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2\cos 2x & x < 0 \\ 2\cos 2x & x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(0) = -2 \\ f'_+(0) = 2 \end{cases}$$

شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست بر منحنی در نقطه $(0, 1)$ به ترتیب برابر -2 و 2 است؛ پس معادلات آن‌ها چنین است:

$$\text{چپ نیم‌مماس: } y - 1 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 1$$

$$\text{راست نیم‌مماس: } y - 1 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 1$$

محل تلاقی این دو خط را با نیمساز ربع دوم و چهارم $y = -x$ می‌یابیم:

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = -2x + 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A(1, -1)$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = 2x + 1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow B(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$$

پس:

$$AB = \sqrt{(1 + \frac{1}{3})^2 + (-1 - \frac{1}{3})^2} = \sqrt{2 \times (\frac{4}{3})^2} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۲

باید مشتق را تعیین علامت کنیم:

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2}(x^2 - 1)^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow f'(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2} \times (-\frac{1}{2})(x^2 - 1)^{\frac{-3}{2}} \times 2x = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{(x^2 - 1)^{\frac{3}{2}}} > 0$$

چون $x > 0$ ، مشتق همواره مثبت است؛ پس تابع در بازه‌هایی که مشتق پذیر است اکیداً صعودی است.

$D_f = [0, +\infty) - \{1\}$ و تابع در $x=0, 1$ مشتق‌ناپذیر است؛ پس تابع در بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی است. دقت کنید که

تابع در $x=1$ مجانب قائم دارد و در دو طرف آن تعریف شده است؛ پس نمی‌تواند روی بازه $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ صعودی باشد.

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۴

باید بازه‌هایی را بیابیم که در آن‌ها $f'(x) \leq 0$.

$$f(x) = \frac{x^6}{x^3 - 8} \Rightarrow f'(x) = \frac{6x^5(x^3 - 8) - 3x^6}{(x^3 - 8)^2} = \frac{x^5 - 32x^2}{(x^3 - 8)^2} \leq 0$$

مخرج همواره مثبت است، پس باید:

$$\frac{x^5 - 32x^2}{x^3 - 8} \leq 0 \Rightarrow x^3(x^2 - 32) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \sqrt[3]{32}, x \neq 2$$

از آنجا که $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ است تابع در $x=2$ تعریف نشده (مجانب قائم) و مشتق‌ناپذیر است؛ پس تابع در بازه‌های $(0, 2)$ و $(2, \sqrt[3]{32})$ اکیداً نزولی است. طول بازه اول برابر $2 - 0 = 2$ و طول بازه دوم برابر است با:

$$\sqrt[3]{32} - 2 = \sqrt[3]{8 \times 4} - 2 = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2(\sqrt[3]{4} - 1) < 2$$

پس طول بازه مطلوب دومی است.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۳

نقاط اکسترمم تابع را می‌یابیم:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

تابع در این دو نقطه بحرانی دارای اکسترمم نسبی است:

$$f(-1) = -2 - 3 + 12 + 1 = 8 \Rightarrow A(-1, 8)$$

$$f(2) = 16 - 12 - 24 + 1 = -19 \Rightarrow B(2, -19)$$

پس شیب خط AB برابر است با:

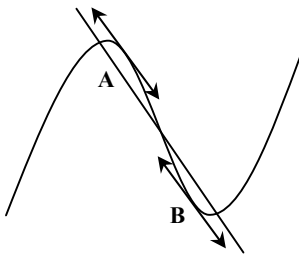
$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-19 - 8}{2 + 1} = \frac{-27}{3} = -9$$

باید نقاطی را بیابیم که در آن‌ها $f'(x) = -9$ است:

$$6x^2 - 6x - 12 = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

معادله دو ریشه حقیقی دارد؛ پس تعداد نقاط مطلوب دو است.

راه حل دوم:



نمودار تابع مطابق شکل روبه‌رو است. واضح است که در دو نقطه از منحنی می‌توان مماس رسم کرد؛ به طوری که مماس با خط AB موازی باشد.

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۱

$P \Rightarrow (q \vee r)$	
د	د
د	د
د	ن
ن	د
ن	د
ن	ن
ن	ن

$$\Rightarrow n(S) = 7$$

اینکه گزاره ۲ نادرست باشد، یکی از سه حالت زیر است:

$P \Rightarrow (q \vee r)$	
د	د
ن	د
ن	ن

$$\Rightarrow n(A) = 3$$

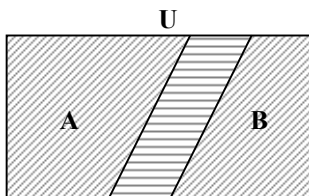
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

بنابراین:

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱

$$A \cup B = U \Rightarrow A' \cap B' = U' \Rightarrow A' \cap B' = \emptyset \quad (*) \quad C = (A - B) \cup (B - A) \Rightarrow C' = (A - B)' \cap (B - A)'$$

به کمک نمودار ون رابطه بالا واضح است:



$$\begin{aligned} (A - B)' &= B \\ (B - A)' &= A \\ C' &= B \cap A \quad (**) \end{aligned}$$

پس:

حال به سراغ رابطه سوم می‌رویم:

$$B = [(A' - B)' \cap C]' = [(A' \cap B')' \cap C]' \stackrel{(*)}{=} [(\emptyset)' \cap C]' = (U \cap C)' = C' \stackrel{(**)}{=} A \cap B \Rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۳

$$P \text{ توان عدد اول} = \left[\frac{n}{P} \right] + \left[\frac{n}{P^2} \right] + \left[\frac{n}{P^3} \right] + \dots$$

برای محاسبه توان‌های عامل اول P در n! از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

اینک هریک از توان‌های عوامل اول ۲ تا ۱۹ را حساب می‌کنیم:

$$2 \text{ توان} = \left[\frac{20}{2} \right] + \left[\frac{20}{4} \right] + \left[\frac{20}{8} \right] + \left[\frac{20}{16} \right] = 10 + 5 + 2 + 1 = 18$$

$$3 \text{ توان} = \left[\frac{20}{3} \right] + \left[\frac{20}{9} \right] = 6 + 2 = 8$$

$$5 \text{ توان} = \left[\frac{20}{5} \right] = 4$$

$$7 \text{ توان} = \left[\frac{20}{7} \right] = 2$$

$$\left[\frac{20}{11} \right] = \left[\frac{20}{13} \right] = \left[\frac{20}{17} \right] = \left[\frac{20}{19} \right] = 1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 18 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 36$$

بنابراین داریم:

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۳

از روی جدول واضح است که میانه برابر ۱۳/۵ است.

اگر $a > 31$ ، تفاضل چارک اول و سوم از روی جدول می شود ۱۸ و برای آنکه ۱۷ شود باید $a = 30$ باشد، پس جدول به صورت زیر تغییر می کند.

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۰	۳۱
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۱	۵

$$\bar{x} = \frac{33 + 24 + 78 + 42 + 56 + 30 + 155}{22} = \frac{418}{22} = 19$$

$$\sigma^2 = \frac{3(11-19)^2 + 2(12-19)^2 + 6(13-19)^2}{22}$$

$$\frac{3(14-19)^2 + 2(28-19)^2 + 1(30-19)^2 + 5(31-19)^2}{22} = \frac{192 + 98 + 216 + 75 + 162 + 121 + 720}{22} = \frac{1584}{22} = 72$$

دقت شود که با افزودن مقداری ثابت به داده ها، واریانس تغییری نمی کند.

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳

شماره گذاری به صورت زیر است:

○	○	○	○	○
۱	۰	۷	۰	۱
۲	۰	۸	۰	۲
	۰	۹	۰	۳
۱	۰	۰	۰	۴
۱	۱	۰	۰	۵
۱	۲	۰	۰	۶
۱	۳	۰	۰	۷
۱	۴	۰	۰	۸
۱	۵	۰	۰	۹
۱	۶	۱	۰	
۱	۷	۱	۱	
۱	۸	۱	۲	

طبیعتاً اولویت شماره گذاری به جهت اینکه $1 < 2$ با پسرهاست. پس اگر تا سن ۱۴ سالگی پسرها را بشماریم از ۰۷ تا ۱۴ تعداد ۸ حالت و از پایه ۰۱ تا ۱۲ تعداد ۱۲ پایه داریم که می شود:

$$12 \times 8 = 96$$

حال باید ۴ عضو دیگر جلو برویم تا به عضو صدم برسیم که واضح است که عضو صدم ۱۵ سال دارد:

○	○	○	○	○
۹۷	۱	۱	۵	۰
۹۸	۱	۱	۵	۰
۹۹	۱	۱	۵	۰
۱۰۰	۱	۱	۵	۰

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۲

فضای نمونه ای به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{کل اعداد خروجی} = 21 \times 20 = 420$$

اعداد تکراری در میان این ۴۲۰ عدد، عبارتند از:

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ (11,1), (11,2), \dots, (11,9) \right\} \Rightarrow \text{عدد ۹} \\ & \left\{ (1,11), (1,12), \dots, (1,19) \right\} \\ & \left\{ (21,1), (21,2), \dots, (21,9) \right\} \Rightarrow \text{عدد ۹} \\ & \left\{ (2,11), (2,12), \dots, (2,19) \right\} \\ & \left\{ (12,1) \right\} \Rightarrow \text{عدد ۱} \\ & \left\{ (1,21) \right\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموعاً ۱۹ عدد تکراری داریم} \Rightarrow n(S) = 420 - 19 = 401$$

حال بین این اعداد مضرب ۶ عبارتند از اعداد زوجی که مجموع ارقامشان بر ۳ بخش پذیر است.

۳k+۱	۲ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۱:
۳k+۲	۴ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۲:
۳k	۶ ⇒ k=۱ تا k=۷ ⇒ عدد ۷	حالت ۳:
۳k+۱	۸ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۴:
۳k+۲	۱۰ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۵:
۳k	۱۲ ⇒ k=۱ تا k=۷ ⇒ عدد ۷	حالت ۶:
۳k+۱	۱۴ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۷:
۳k+۲	۱۶ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۸:
۳k	۱۸ ⇒ k=۱ تا k=۷ ⇒ عدد ۷	حالت ۹:
۳k+۱	۲۰ ⇒ k=۰ تا k=۶ ⇒ عدد ۷	حالت ۱۰:

مجموعاً ۷۰ حالت شد، اما دقت کنید که در رقم یکسان ۴ عدد و ۱۱۴ در دو حالت ۲ و ۷ و در رقم یکان ۶ عدد ۲۱۶ در دو حالت ۳ و ۸ وجود دارد که یکبار باید حساب شود. پس تا اینجا $۷۰ - ۲ = ۶۸$ عدد شد؛ از طرفی اعداد ۶۶ و ۱۲۱۲ و ۱۸۱۸ به دلیل از کنار هم قرارگیری ۲ عدد یکسان وجود ندارند، بنابراین تعداد اعداد خواسته شده با شرایط مطلوب برابر با:

$$n(A) = ۶۸ - ۳ = ۶۵$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶۵}{۴۰۱}$$

در نتیجه:

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۲

اعداد مربع کامل و مضرب ۱۸ به فرم $۲^۲ \times ۳^۲ \times k^۲$ هستند که اگر بخواهیم پنج رقمی باشند باید داشته باشیم:

$$۱۰۰۰۰ \leq ۲^۲ \times ۳^۲ \times k^۲ \leq ۹۹۹۹۹$$

$$\xrightarrow{\div ۳۶} ۲۷۸ \leq k^۲ \leq ۲۷۷۷$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} ۱۷ \leq k \leq ۵۲$$

$$\Rightarrow k \text{ تعداد} = ۵۲ - ۱۷ + ۱ = ۳۶$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر عدد N را به عوامل اول به صورت $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} P_3^{\alpha_3} \dots P_n^{\alpha_n}$ تجزیه کنیم، تعداد مقسوم علیه‌های مثبت آن برابر است با:

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$

$$x = ۲^m \times ۵^n \Rightarrow \text{تعداد مقسوم علیه‌های مثبت} = (m+1)(n+1)$$

بنابراین داریم:

$$\frac{x}{۴۰} = \frac{۲^m \times ۵^n}{۲^۳ \times ۵} = ۲^{m-۳} \times ۵^{n-۱}$$

$$(m-۲)(n) = \text{تعداد مقسوم علیه‌های مثبت}$$

$$(m+1)(n+1) = n(m-۲) + ۱۲ \Rightarrow nm + m + n + ۱ = nm - ۲n + ۱۲ \Rightarrow m + ۳n = ۱۱$$

دقت کنید که برای صحیح بودن عدد $\frac{x}{۴۰}$ باید $m \geq ۳$ و $n \geq ۱$ باشد، پس با حدس و آزمایش خواهیم داشت:

$$m + ۳n = ۱۱ \Rightarrow \begin{cases} m = ۵ \\ n = ۲ \end{cases} \Rightarrow x_{\min} = ۲^۵ \times ۵^۲ = ۳۲ \times ۲۵ = ۸۰۰$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۳

$$\overline{aba} \equiv ۰ \Rightarrow a + ۱۰b + ۱۰۰a \equiv ۰ \Rightarrow ۱۰۱a + ۱۰b \equiv ۰ \xrightarrow{-۹۶a} ۵a + ۱۰b \equiv ۰ \xrightarrow{(۵,۱۲)=۱} a + ۲b \equiv ۰$$

حال برای پیدا کردن کوچکترین عدد بایستی a کمترین مقدار باشد. با توجه به اینکه ۲b زوج است a نمی‌تواند ۱ باشد پس حداقل a باید ۲ باشد:

$$a = ۲ \Rightarrow ۲ + ۲b \equiv ۰ \Rightarrow ۲b \equiv -۲ \xrightarrow{(۲,۱۲)=۲} b \equiv -۱ \equiv ۵ \Rightarrow b = ۵$$

پس کمترین عدد، $\overline{aba} = ۲۵۲$ است.

و برای آنکه $\overline{aba}$ بزرگترین عدد باشد باید a بیشترین مقدار باشد و باز هم چون ۲b زوج است a نمی‌تواند ۹ باشد و بیشترین مقدار a برابر ۸ است:

$$a = ۸ \Rightarrow ۸ + ۲b \equiv ۰ \Rightarrow ۲b \equiv -۸ \xrightarrow{(۲,۱۲)=۲} b \equiv -۴ \equiv ۸$$

بیشترین عدد، $\overline{aba} = ۸۸۸$ است.

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{۲۵۲ + ۸۸۸}{۲} = ۵۷۰$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۲

$$q - 3 = r \Rightarrow r = q - 3$$

$$a = 11q + \underbrace{q - 3}_r = 12q - 3$$

$$0 \leq r \leq 11 - 1 \Rightarrow 0 \leq q - 3 \leq 10 \Rightarrow 3 \leq q \leq 13 \Rightarrow q \in \{3, 4, 5, \dots, 13\}$$

$$a > 9 \Rightarrow 12q - 3 > 9 \Rightarrow q > 1 \Rightarrow n(S) = 11$$

پس تعداد q برابر ۱۱ است.

حال باید $a - 9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد، پس:

$$a - 9 \equiv 0 \Rightarrow 12q - 3 - 9 \equiv 0 \Rightarrow 12q \equiv 12$$

$$\xrightarrow{+12} \xrightarrow{(12, 24)} q \equiv 1 \Rightarrow q = 2k + 1$$

یعنی q باید فرد باشد، پس:

$$q \in \{3, 5, 7, 9, 11, 13\} \Rightarrow n(A) = 6$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{11}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

$$(10 - m)! \equiv 36 \equiv 0 \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow \max(m) = 4$$

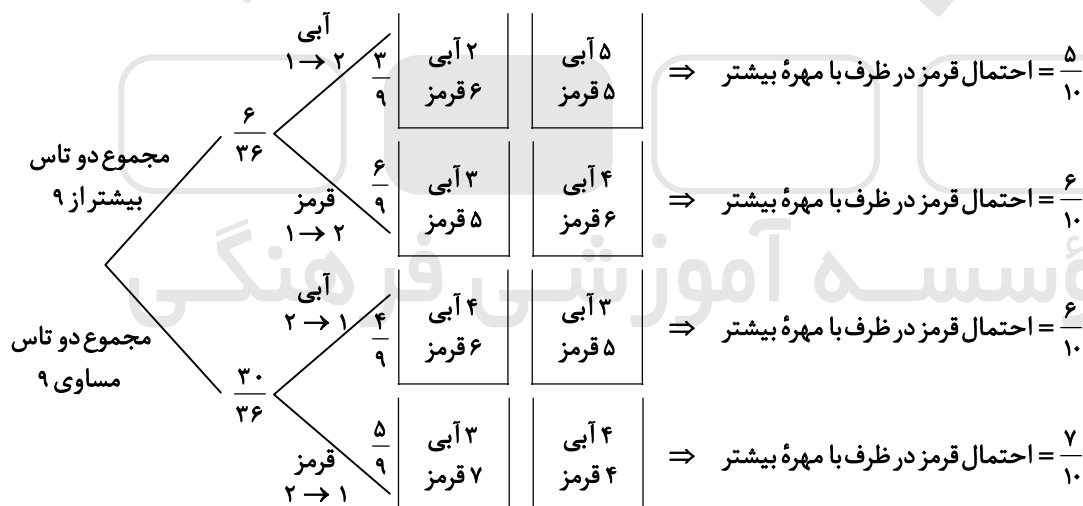
پس باید باقیمانده تقسیم 4^{123} بر ۱۵ را حساب کنیم:

$$4^2 = 16 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان ۶۱}} 4^{122} \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 4^{123} \equiv 4$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{احتمال} = \frac{6}{36} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{1}{6} \Rightarrow \{(4, 6), (5, 5), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

حال به کمک نمودار درختی داریم:



$$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \right) + \frac{5}{6} \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} \right) = \frac{173}{270}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$$

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow \binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66, \quad x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

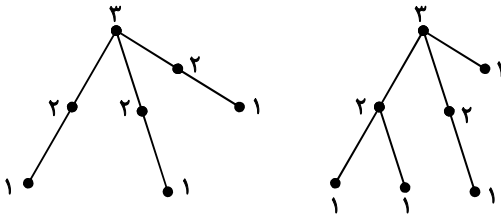
$$x_4 = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6, \quad x_4 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

$$66 + 21 + 6 + 3 = 96$$

تعداد کل جوابها برابر است با:

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۲

گراف مد نظر به شکل روبه‌رو است:



بنابراین:

$$q_{\min} = 6$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تعریف مربع لاتین داریم:

(۱) a_{31} به طور یکتا می‌شود ۴

(۲) a_{53} به طور یکتا می‌شود ۲

(۳) به طور منحصر به فرد داریم: $\begin{cases} a_{45} = 5 \\ a_{41} = 3 \end{cases}$

(۴) به طور یکتا داریم: $\begin{cases} a_{31} = 5 \\ a_{25} = 2 \end{cases}$

(۵) به طور منحصر به فرد داریم: $\begin{cases} a_{14} = 5 \\ a_{54} = 3 \end{cases}$

(۶) $a_{12} = a$ نمی‌تواند ۱ و ۲ باشد، پس $a = 4$ است و داریم: $\begin{cases} a_{15} = 1 \\ a_{55} = 4 \end{cases}$

آنگاه a_{52} بطور یکتا فقط با ۵ پر خواهد شد و در نتیجه خواهیم داشت:

$$b = 1 \Rightarrow (a, b) = (4, 1)$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۲

هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱: این مجموعه اصلاً احاطه‌گر نیست، زیرا رأس g را احاطه نمی‌کند.

گزینه ۲: این مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر مینمال است، زیرا با حذف هر یک از رئوس دیگر احاطه‌گر نیست.

گزینه ۳: این مجموعه نیز اصلاً احاطه‌گر نیست، زیرا رئوس e و g را احاطه نمی‌کند.

گزینه ۴: این مجموعه نیز اصلاً احاطه‌گر نیست، زیرا رأس g احاطه نمی‌شود.

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\vec{a} = (-1, \alpha, 1) \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2+1}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2+\alpha^2}} \Rightarrow \alpha = 0$$

پس $\vec{a} = (-1, 0, 1)$ و داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & 1 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = \vec{i} \left(0 - \frac{2}{3}\right) - \vec{j} \left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\right) + \vec{k} \left(-\frac{2}{3} - 0\right)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

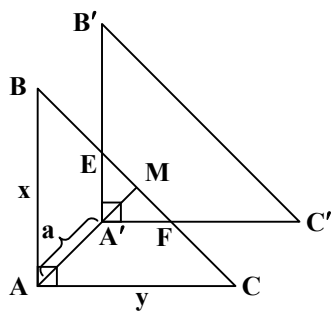
$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{3}(-1, 1, -1) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{3}\vec{c}$$

زاویه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور z ها، همان زاویه بردار $\vec{c}$ با محور z ها است. بنابراین:

$$\cos \theta = \frac{-1}{|\vec{c}|} = \frac{-1}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزویه برابر با نصف وتر است، پس:



$$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

فرض می‌کنیم اندازه بردار انتقال $\overrightarrow{AT}$ برابر a باشد، پس: $AA' = a$ و داریم:

$$\triangle MAC : A'F \parallel AC \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{A'F}{AC} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{A'F}{y} \Rightarrow A'F = \left(\frac{4-a}{4}\right)y$$

$$\triangle MAB : A'E \parallel AB \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{A'E}{AB} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{A'E}{x} \Rightarrow A'E = \left(\frac{4-a}{4}\right)x$$

$$S_{A'EF} = \frac{1}{16}S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2}A'F \cdot A'E = \frac{1}{16} \times \frac{1}{2}AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4-a}{4}\right)^2 xy = \frac{1}{16}xy \Rightarrow \left(\frac{4-a}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \pm \frac{1}{4} \Rightarrow 4-a = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=5 \end{cases}$$

توجه کنید که $a=5$ غیر قابل قبول است، زیرا در این حالت بین مثلث اولیه و انتقال یافته آن مساحتی به وجود نمی‌آید. پس: $a=3$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۱

سطر سوم ماتریس سمت چپ را در ماتریس وسط ضرب می‌کنیم، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

دوباره سطر سوم ماتریس اول را در ماتریس دوم ضرب می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow 7+1-5=3$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۴

اگر در یک ماتریس جای سطرها و ستون‌های آن ماتریس را عوض کنیم، ترانژاده آن ماتریس به دست می‌آید. ترانژاده ماتریس A را با A^T نشان می‌دهیم، پس داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A^T \cdot A = 52I \Rightarrow B \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix}$$

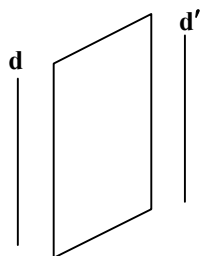
$$B \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \times \frac{1}{42-16} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -8 & 28 \end{bmatrix}$$

بیشترین درایه ماتریس B برابر ۲۸ است.

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۲

طبق شکل روبه‌رو، مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، روی صفحه‌ای که موازی این دو خط و دقیقاً وسط آن دو خط واقع است قرار دارند. بنابراین گزینه ۱ نادرست است. در مورد گزینه‌های ۳ و ۴ دقت کنید که:



- مجموعه نقاطی از صفحه که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی‌گذرد به یک فاصله باشند، روی منحنی سهمی شکل قرار دارند. چنین نقاطی در فضا تشکیل سهمی نمی‌دهند.
- مجموعه نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های هر نقطه آن از دو نقطه ثابت در صفحه به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند. چنین نقاطی در فضا تشکیل بیضی نمی‌دهند. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۲

رأس و کانون سهمی را می‌یابیم: $F(1, -\frac{1}{2})$: رأس سهمی $(x-1)^2 = 12y + 6 \Rightarrow (x-1)^2 = 12(y + \frac{1}{2}) \Rightarrow F(1, -\frac{1}{2})$

سهمی قائم و رو به بالا است، پس داریم: $Fa = 12 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow F'(1, -\frac{1}{2} + 3) \Rightarrow F'(1, \frac{5}{2})$: کانون سهمی

نقاط F و F' کانون‌های بیضی هستند، بنابراین مرکز بیضی نقطهٔ وسط FF' است: پس:

$$O' = \frac{F + F'}{2} \Rightarrow O'(1, \frac{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{2}) \Rightarrow O'(1, 1)$$

$$OO' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

فاصلهٔ مرکز بیضی تا مبدأ مختصات برابر است با:

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۱

اگر شش ضلعی محاط شده در مثلث، شش ضلعی منتظم باشد، آنگاه مثلث باید متساوی‌الاضلاع باشد، زیرا:

$$\widehat{BSR} = \widehat{BRS} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow BS = BR = SR = a$$

به طریق مشابه داریم:

$$AM = AN = MN = CP = CQ = PQ = a \Rightarrow AB = AC = BC = 3a$$

بنابراین با توجه به اینکه طول ضلع مثلث ۱۵ می‌باشد، طول ضلع ۶ ضلعی برابر $\frac{15}{3} = 5$ می‌شود.

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۴

شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم $\widehat{MOy} = \alpha$ پس $\widehat{xOM} = 2\alpha$ و داریم:

$$\sin 2\alpha = \frac{MN}{OM} \Rightarrow MN = OM \sin 2\alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{MP}{OM} \Rightarrow MP = OM \sin \alpha$$

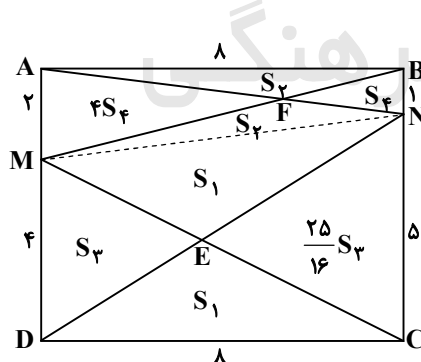
$$\frac{MN}{MP} = \frac{OM \sin 2\alpha}{OM \sin \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha = 2 \times \frac{OP}{OM} = \frac{2OP}{OM}$$

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۱

در دوزنقه‌های $AMNB$ و $DMNC$ طبق قضیهٔ شبهه پروانه داریم:

$$S_{MNE} = S_{EDC} = S_1$$

$$S_{FMN} = S_{AFB} = S_2$$



دو مثلث EMD و ENC متشابه با نسبت تشابه $\frac{5}{4}$ هستند، پس:

$$S_{EMD} = S_2 \Rightarrow S_{ENC} = \frac{25}{16} S_2$$

$$S_{MDC} = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

$$S_{DNC} = S_1 + \frac{25}{16} S_2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20 \Rightarrow \begin{cases} S_1 + S_2 = 16 \\ S_1 + \frac{25}{16} S_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow S_1 = \frac{80}{9}$$

دو مثلث AFM و FBN نیز متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ هستند، پس:

$$S_{FBN} = S_2 \Rightarrow S_{FAM} = 4S_2$$

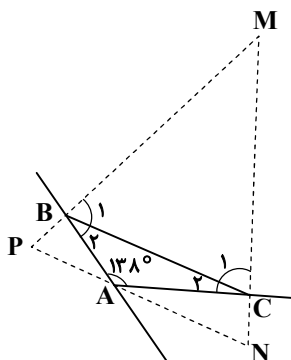
$$S_{ABM} = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8 \Rightarrow \begin{cases} S_2 + 4S_2 = 8 \\ S_2 + S_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \frac{8}{3}$$

$$S_{ABN} = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 = 4 \Rightarrow \begin{cases} S_2 + 4S_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \frac{4}{5}$$

$$S_{MENF} = S_1 + S_2 = \frac{80}{9} + \frac{8}{3} = \frac{104}{9}$$

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۱

طبق شکل مقابل، کوچک‌ترین زاویه بین دو نیمساز خارجی، بین دو نیمساز خارجی رئوس B و C به وجود می‌آید.



$$\hat{C}_1 = \frac{180^\circ - \hat{C}_2}{2}, \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{B}_2}{2}$$

در مثلث MBC داریم:

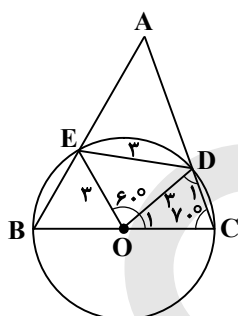
$$\hat{M} = 180^\circ - (\hat{C}_1 + \hat{B}_1) = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \hat{C}_2}{2} + \frac{180^\circ - \hat{B}_2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - \frac{360^\circ - (\hat{C}_2 + \hat{B}_2)}{2} = \frac{1}{2}(\hat{C}_2 + \hat{B}_2)$$

$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{1}{2}(180^\circ - 138^\circ) = 21^\circ$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

چون شعاع دایره ۳ واحد و $ED = 3$ است، پس مثلث OED متساوی‌الاضلاع است.



$$\hat{EOD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ED} = 60^\circ$$

$$OC = OD \Rightarrow \hat{D}_1 = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

$$\widehat{DC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{EDC} = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} \frac{AC}{BC} = \sqrt{3} &\Rightarrow AC = \sqrt{3}BC \\ AC^2 &= BC \cdot CD \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\sqrt{3}BC)^2 = BC \cdot CD \Rightarrow 3BC^2 = BC \cdot CD \Rightarrow 3BC = CD \Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{CD - BC}{BC} = \frac{3 - 1}{1} \Rightarrow \frac{DB}{BC} = 2$$

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۱

در شکل زیر، چهارضلعی OMBN دارای ۲ زاویه قائمه است، پس:

$$\hat{MON} + \hat{MBN} = 180^\circ \Rightarrow \hat{MON} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{MON} = 60^\circ$$

چون $OM = ON$ ، پس مثلث OMN متساوی‌الاضلاع به ضلع ۳ است و داریم:

$$S_{\triangle OMN} = \frac{OM^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

در دوزنقه زوایای مجاور به ساق‌ها مکمل‌اند، بنابراین:

$$\hat{MBN} + \hat{NCD} = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + \hat{NCD} = 180^\circ \Rightarrow \hat{NCD} = 60^\circ$$

OC نیمساز زاویه $\hat{NCD}$ است، پس $\hat{C}_1 = 30^\circ$ داریم:

$$\triangle ONC: \hat{C}_1 = 30^\circ \Rightarrow ON = \frac{1}{2}OC \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}OC \Rightarrow OC = 6$$

$$\cos \hat{C}_1 = \frac{NC}{OC} \Rightarrow NC = OC \cdot \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ONC} = \frac{1}{2}ON \cdot NC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{OMNC} = S_{\triangle OMN} + S_{\triangle ONC} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$$

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۴

نقطه برخورد قطرهای $x+y=1$ و $x-y=3$ ، مرکز دایره است. پس:

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=1-x=1-2=-1 \Rightarrow \text{مرکز } O(2, -1)$$

چون خط $4x+3y+5=0$ بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره تا این خط برابر شعاع دایره است.

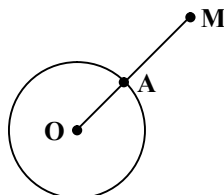
$$\text{شعاع} = R = \frac{|4 \times 2 + 3(-1) + 5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|8-3+5|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

فاصله نقطه $M(4, -2)$ تا مرکز دایره را می‌یابیم.

$$OM = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} > 2$$

نقطه M خارج دایره است، پس کمترین فاصله نقطه M تا دایره به صورت زیر است:

$$AM = OM - OA = OM - R = \sqrt{5} - 2$$



۱۵۵- پاسخ: گزینه ۳

چون دو دایره فقط یک مماس مشترک دارند، پس دو دایره مماس داخل هستند و داریم:

$$R = a^2 - 2, R' = 6a - 1$$

$$\text{خط المکزین} = d = |R - R'|$$

$$a^2 - 6a - 1 = \pm 6$$

$$a^2 - 6a - 1 = 6 \Rightarrow a^2 - 6a - 7 = 0 \Rightarrow (a-7)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ a=-1 \end{cases}$$

$a = -1$ غیر قابل قبول است، زیرا در این حالت R' و R عددی منفی خواهند شد.

$$a^2 - 6a - 1 = -6 \Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases}$$

$a = 1$ نیز غیر قابل قبول است زیرا در این حالت R عددی منفی خواهد شد.

پس $a=7$ و $a=5$ قابل قبول است و میانگین این دو عدد برابر است با:

$$\frac{5+7}{2} = 6$$

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۱

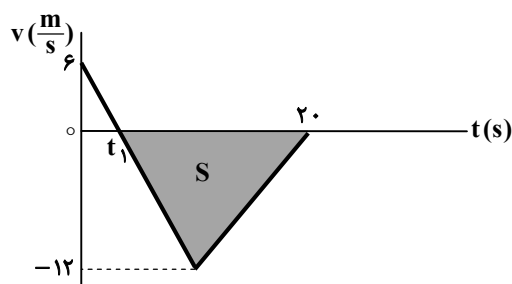
■ در واپاشی بتا، به‌طور کلی ذره β درون هسته مادر وجود ندارد؛ بلکه از تبدیل یک نوترون به پروتون یا برعکس به وجود می‌آید. اغلب هسته‌ها با واپاشی بتا در حالت ناپایدار قرار می‌گیرند و با گسیل گاما به حالت پایه می‌روند. (درستی الف و نادرستی پ)

■ ذره β^+ جرم یکسانی با الکترون دارد اما بار الکتریکی آن‌ها متفاوت است. این ذره هنگامی به وجود می‌آید که یکی از پروتون‌های هسته وامی‌باشد و به یک نوترون و پوزیترون (β^+) تبدیل می‌شود. (درستی ب و نادرستی ت)

بنابراین دو مورد «الف» و «ب» درست هستند.

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۲

مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، $t_1 < t < 20$ s است.

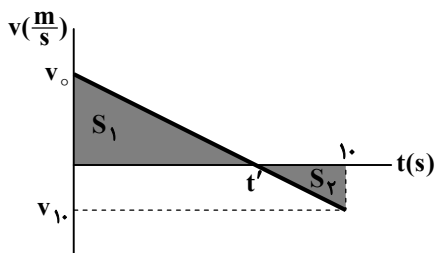


$$\ell = |S| = \frac{(20-t_1) \times 12}{2} = 6(20-t_1)$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6(20-t_1)}{20-t_1} = 6 \frac{m}{s}$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۴

چون در این بازه زمانی، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط روی خط راست متفاوت است، به این معناست که جهت حرکت عوض شده و سرعت ثانویه منفی است.



$$v_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} \Rightarrow \gamma / 5 = \frac{|S_1| - |S_2|}{10} \Rightarrow |S_1| - |S_2| = 75 \text{ m} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{10} = 8 / 5 \Rightarrow |S_1| + |S_2| = 85 \text{ m} \quad (2) \text{ رابطه}$$

از روابط (۱) و (۲) می توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} |S_1| - |S_2| = 75 \text{ m} \\ |S_1| + |S_2| = 85 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 2|S_1| = 160 \Rightarrow |S_1| = 80 \text{ m}, |S_2| = 5 \text{ m}$$

از تشابه دو مثلث با مساحت های S_1 و S_2 داریم:

$$\frac{|S_1|}{|S_2|} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow \frac{80}{5} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow 4 = \frac{t'}{10-t'} \Rightarrow t' = 8 \text{ s}$$

$$S'_1 + S''_2 = S_1 = 80 \text{ m}$$

$$\frac{S''_2}{S_1} = \left(\frac{8-2}{8}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S''_2}{80} = \frac{9}{16} \Rightarrow S''_2 = 45 \text{ m}$$

$$S'_1 = S_1 - S''_2 = 80 - 45 = 35 \text{ m}$$

مساحت زیر نمودار $v-t$ در ۲ ثانیه اول حرکت برابر با جابه جایی است و چون سرعت متحرک در این بازه تغییر جهت نداده، اندازه جابه جایی و مسافت طی شده نیز یکسان است:

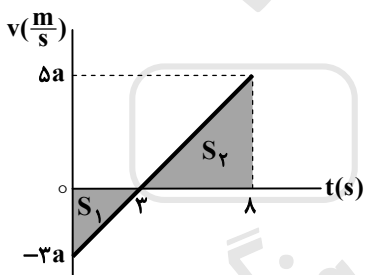
$$\ell_{(0-2\text{s})} = S'_1 = 35 \text{ m}$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۳

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه، سرعت متحرک را نشان می دهد؛ بنابراین در لحظه $t = 3 \text{ s}$ ، شیب خط مماس یعنی سرعت متحرک برابر صفر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_3 = 3a + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -3a \quad (1) \text{ رابطه} \\ v_8 = 8a + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} v_8 = 8a - 3a = 5a \quad (2) \text{ رابطه} \end{cases}$$

حالا نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می کنیم:



$$S_1 = \frac{3 \times (-3a)}{2} = -\frac{9}{2}a$$

$$S_2 = \frac{5 \times 5a}{2} = \frac{25}{2}a$$

$$\frac{\Delta x_{(0-8\text{s})}}{\ell_{(0-8\text{s})}} = \frac{|S_2| - |S_1|}{|S_2| + |S_1|} = \frac{\frac{25}{2}a - \frac{9}{2}a}{\frac{25}{2}a + \frac{9}{2}a} = \frac{8a}{17a} = \frac{8}{17}$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۳

مکان متحرک در لحظه های $t_1 = 3 \text{ s}$ و $t_2 = 5 \text{ s}$ برابر با $x_3 = x_5 = 0$ است؛ بنابراین داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 3v_0 + x_0 \\ 0 = \frac{1}{2}a(5)^2 + 5v_0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{2}a + 3v_0 = -\frac{25}{2}a + 5v_0 \Rightarrow -8a = 2v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 0 = at - 4a \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

حالا لحظه تغییر جهت متحرک را حساب می کنیم:

با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در بازه زمانی $3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s}$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v_3 + v_4}{2} \times \Delta t \Rightarrow (-1) - 0 = \frac{v_3 + 0}{2} \times 1 \Rightarrow v_3 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2 = 3a + v_0 \xrightarrow{v_0 = -4a} -2 = 3a - 4a = -a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{9}{2} \times 2 - 8 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 15 \text{ m}$$

مسافت طی شده در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 5 \text{ s}$ را به دست می آوریم:

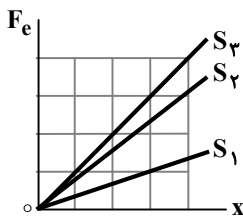
$$\ell = |x_4 - x_0| + |x_5 - x_4| = |-1 - 15| + |0 - (-1)| = 17 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17 \text{ m}}{5 \text{ s}}$$

تندی متوسط در این بازه برابر است با:

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار داده شده و استفاده از قانون هوک داریم:



$$F_e = kx \Rightarrow k = (F_e - x) \text{ شیب خط نمودار}$$

$$\begin{cases} k_3 = \frac{4}{4} = 1 \\ k_2 = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow k_2 = \frac{3}{4} k_3 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\begin{cases} k_3 = 1 \\ k_1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{3} k_3 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} k_1 = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} k_3 = \frac{4}{9} k_3$$

$$F_e = kx \Rightarrow 30 = k_2 \times 4 \Rightarrow k_2 = \frac{30}{4} = 7.5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$\frac{F_{e1}}{F_{e2}} = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow 1 = \frac{4}{9} \times \frac{x_1}{4} \Rightarrow x_1 = 9 \text{ cm}$$

$$\frac{F_{e3}}{F_{e2}} = \frac{k_3}{k_2} \times \frac{x_3}{x_2} \Rightarrow 1 = \frac{4}{3} \times \frac{x_3}{4} \Rightarrow x_3 = 3 \text{ cm}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۴

در مرحله اول حرکت (قبل از پاره شدن نخ) داریم:

$$F_N = mg$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = F - f_k = ma_1 \Rightarrow 15 - 10 = 5a_1 \Rightarrow a_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 = 2 \text{ m}$$

در مرحله دوم، هنگامی که نخ پاره می شود، تندی مکعب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است و در راستای افقی، فقط نیروی اصطکاک بر مکعب وارد می شود.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = 1 \times 2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

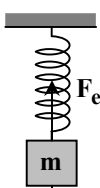
$$F_{\text{net}} = 0 - f_k = ma_2 \Rightarrow -10 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

مکعب پس از طی مسافت Δx_2 می ایستد:

$$v^2 - v_2^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - (2)^2 = 2 \times -2 \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 1 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 3 \text{ m}$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۲



$$F_{\text{net}} = mg - F_e = ma$$

$$\begin{cases} 50 - 20 \cdot (L_1 - L_0) = 5 \times 2 \\ 50 - 20 \cdot (L_2 - L_0) = 5 \times -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 - L_0 = \frac{1}{5} \text{ m} \\ L_2 - L_0 = \frac{11}{40} \text{ m} \end{cases}$$

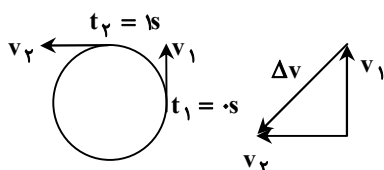
$$\Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{11}{40} - \frac{1}{5} = \frac{3}{40} \text{ m} = 0.75 \text{ cm}$$

$$W = mg$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۱

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{4\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

متحرک در مدت $\frac{T}{4}$ ، یک ربع دایره را طی می کند:



$$\Delta t = 1 \text{ s} = \frac{T}{4}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 10\pi \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta v = \sqrt{2} v = 10\pi \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{100\pi^2}{20} = 5\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{a_{\text{av}}}{a_c} = \frac{10\pi \sqrt{2}}{5\pi^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۲

$$x = 0.02 \cos \frac{\pi}{2} t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s, \Delta t = \frac{25}{12} - \frac{1}{12} = 2s = \frac{T}{2}$$

در مدت $\frac{T}{2}$ ، مسافت طی شده یعنی ℓ دو برابر دامنه نوسان است.

$$\ell = 2A = 0.04m = 4cm \quad s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{4cm}{2s} = 2 \frac{cm}{s}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{3}{2}\lambda = 0.3m \Rightarrow \lambda = 0.2m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.2 = 10T \Rightarrow T = \frac{2}{100}s$$

$$\Delta t = nT \Rightarrow \frac{9}{40} = n \times \frac{2}{100} \Rightarrow n = \frac{9}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{8}T = T + \frac{1}{8}T$$

پس از این مدت، ذره A در حال حرکت به سمت مرکز نوسان بوده و حرکتش تندشونده است. توجه کنید که تندی آن بیشینه نیست، زیرا هنوز به مرکز نوسان نرسیده است. در این لحظه، ذره B در حال دور شدن از مرکز نوسان بوده و حرکتش کندشونده است.

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} x &= 4 \cos \omega t \\ -2 &= 4 \cos \frac{2}{15} \omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \frac{2}{15} \omega = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{15} \omega = \begin{cases} \frac{2\pi}{3} & \text{غلق} \\ \frac{4\pi}{3} & \checkmark \end{cases}$$

$$\omega = \frac{4\pi}{\frac{2}{15}} = 10\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.2s$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} \times \frac{16}{10000} \times 100\pi^2 = \frac{1}{25} J$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 92 - 28 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \frac{6}{4} = 1.5 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{1.5}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 10^{1.5} - 2 \log 2 = \log 10^{1.5} - \log 4 = \log \frac{10^{1.5}}{4} = \log \frac{2}{5} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{5} \times 10^6$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۴

$$f_1 + f_2 = 375 \xrightarrow{f_n = n f_1} f_1 + 2f_1 = 3f_1 = 375 \Rightarrow f_1 = 125 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 125 = \frac{1 \times v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = 100 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 100 = \sqrt{\frac{F \times 0.4}{0.1}} \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$

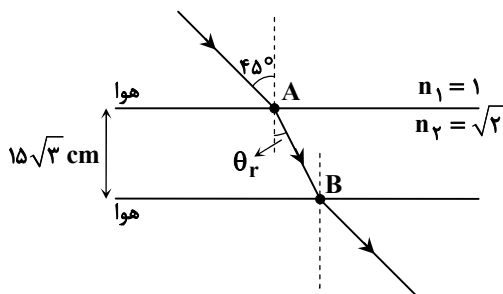
۱۷۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} \theta_i = 53^\circ \\ \theta_i - \theta_r = 16^\circ \end{cases} \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \frac{1}{\lambda_1}} \Rightarrow 4\lambda_2 - \frac{1}{\lambda_2} = 3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 0.5 \mu m = 5 \times 10^{-7} m$$

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

$$\cos \theta_r = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$AB = v \times t \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} 3 \times 10^{-1} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} \times t \Rightarrow t = \sqrt{2} \times 10^{-9} \text{ s} = \sqrt{2} \text{ ns}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۲

$$K_{\max} = hf - W_0 = hf - hf_0 = 4/125 \times 10^{-19} - 4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19} \times \frac{5}{\lambda} \times 1.5 \Rightarrow \frac{1}{2} mv_{\max}^2 = 1/25 \times 10^{-20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2 = 1/25 \times 10^{-20} \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{25}{9} \times 10^{-10} \Rightarrow v_{\max} = \frac{5}{3} \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{6} \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۴

علت تفاوت در شدت خطوط طیف گسیلی اتمهای هیدروژن گونه توسط مدل اتمی بور توجیه نمی‌شود.

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{(2)^2} - \frac{1}{(3)^2} \right) = \frac{5}{3600} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{3600}{5} = 720 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{(2)^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 400 \text{ nm} \end{cases} \Rightarrow \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = 720 - 400 = 320 \text{ nm}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$E = E_U - E_L = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow E = E_R \left(\frac{1}{(1)^2} - \frac{1}{(2)^2} \right) = \frac{3}{4} E_R = \frac{3}{4} \times 13/6 = 10/2 \text{ eV}$$

$$E = 10/2 \text{ eV} \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/632 \times 10^{-18} \text{ J}$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۳

$$n = \frac{t}{T_1} = \frac{22920}{5730} = 4$$

$$N_0 \xrightarrow{\frac{T_1}{2}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{\frac{T_1}{2}} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{\frac{T_1}{2}} \frac{N_0}{8} \xrightarrow{\frac{T_1}{2}} \frac{N_0}{16}$$

$$\frac{N}{N_0} \times 100 = \frac{1}{16} \times 100 = 6.25\%$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۲

چون بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند، بنابراین برای این نیروهای الکتریکی وارد بر بار سوم $q_3 = 15 \mu\text{C}$ در محلی روی خط واصل بین دو بار و در خارج فاصله بین آنها و نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر، برابر با صفر می‌شود؛ یعنی:

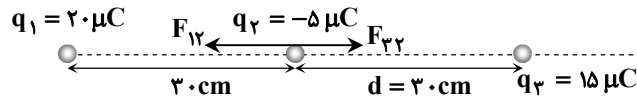
$$q_1 = 20 \mu\text{C} \quad q_2 = -5 \mu\text{C} \quad q_3 = 15 \mu\text{C}$$

$$F = \frac{k|qq'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{13} = \frac{k|q_1 q_3|}{(30+d)^2} \\ F_{23} = \frac{k|q_2 q_3|}{d^2} \end{cases} \xrightarrow{F_{13} = F_{23}} \frac{k|q_1 q_3|}{(30+d)^2} = \frac{k|q_2 q_3|}{d^2} \Rightarrow \frac{20}{(30+d)^2} = \frac{5}{d^2}$$

$$\Rightarrow 4 = \left(\frac{30+d}{d} \right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{30+d}{d} \Rightarrow 2d = 30+d \Rightarrow d = 30 \text{ cm}$$

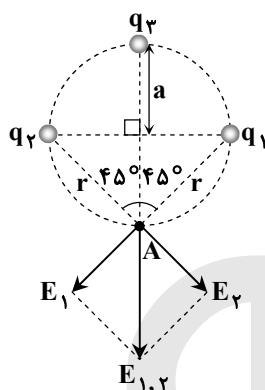
حالا برابند نیروهای وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{k|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 10 \text{ N} \\ F_{32} = \frac{k|q_3 q_2|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 7.5 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_{T2} = F_{12} - F_{32} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ N}$$



۱۷۸- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است، باید دو بار q_1 و q_2 با یکدیگر همنام و هم‌اندازه و هر دو با بار q_3 ناهمنام باشند. فرض می‌کنیم q_2 مثبت و q_3 منفی باشد. حالا میدان الکتریکی هریک از بارهای q_1 و q_2 را رسم می‌کنیم. مطابق شکل مشاهده می‌کنید که زاویه بین این دو میدان 90° است؛ بنابراین برابند آن‌ها رو به پایین و اندازه آن برابر است با:



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} \xrightarrow{r=a\sqrt{2}} E_1 = \frac{k|q_1|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k|q_1|}{2a^2}$$

$$E_2 = E_1 = \frac{k|q_2|}{2a^2}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_1|}{2a^2}$$

چون برابند میدان خالص در نقطه A صفر است، میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 باید هم‌اندازه با $E_{1,2}$ و رو به بالا باشد؛ بنابراین داریم:

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{(2a)^2} = \frac{k|q_3|}{4a^2} \xrightarrow{E_3=E_{1,2}} \frac{k|q_3|}{4a^2} = \frac{k|q_1|}{2a^2} \times \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{4} = \frac{|q_1|}{2\sqrt{2}}$$

توجه: اگر q_1 و q_2 را منفی و q_3 را مثبت فرض می‌کردیم، باز هم به همین جواب می‌رسیدیم.

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۳

چون نیروی بین دو بار، پس از تماس با یکدیگر کاهش یافته، پس علامت دو بار مخالف یکدیگر است:

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 > 0 \\ |q_2| > q_1 \end{cases}$$

$$\text{بعد از تماس: } |q'_1| = |q'_2| = \frac{|q_2| - q_1}{2}$$

$$F = \frac{k|q q'|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \times \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{1} \times \frac{(\frac{|q_2| - q_1}{2})^2}{|q_1 q_2|} \Rightarrow (|q_2| - q_1)^2 = \frac{16}{5} |q_1 q_2|$$

فرض می‌کنیم $|q_2| = n q_1$ باشد ($n > 1$)، بنابراین داریم:

$$(n-1)^2 q_1^2 = \frac{16}{5} \times n q_1^2 \Rightarrow (n-1)^2 = \frac{16}{5} n \Rightarrow n^2 - 2n + 1 = \frac{16}{5} n \Rightarrow n^2 - \frac{18}{5} n + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = \frac{1}{5} \end{cases}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{بار هر کره بعد از اتصال: } q' = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8 \mu\text{C}$$

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{1A} = \frac{20 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \\ \sigma_{2A} = \frac{8 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{1A} - \sigma_{2A} = \frac{12 \times 10^{-6}}{\pi \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 400 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۱

وسیله اندازه گیری، ریزسنج بوده و اندازه خطای آن برابر دقت اندازه گیری آن یعنی 0.001 mm است (چون وسیله اندازه گیری دیجیتالی است)؛ پس گزینه ۱ درست است.

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۲

با جدا کردن بار مثبت از صفحه منفی و انتقال آن به صفحه مثبت بار خازن افزایش می یابد.

$$Q_1 = q$$

$$Q_2 = q + 3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow 4/5 = \frac{1}{2C} ((q + 3 \times 10^{-3})^2 - q^2) = 10^{-5} (q^2 + 6 \times 10^{-6} q + 9 \times 10^{-6} - q^2)$$

$$\Rightarrow 3/6 = 6 \times 10^{-6} q \Rightarrow q = 6 \times 10^{-3} \text{ C} = 6 \text{ mC}$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است، جریان پادساعتگرد بوده و داریم:

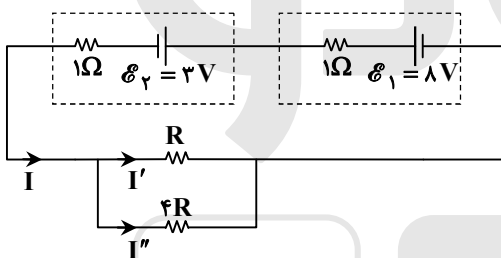
$$V_2 = \mathcal{E}_2 + Ir_2 \Rightarrow 3/5 = 3 + (I \times 1) \Rightarrow I = -\frac{1}{5} \text{ A}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + (r_1 + r_2)} = \frac{8 - 3}{R_{eq} + 2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow R_{eq} = 8 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R \times 4R}{R + 4R} = \frac{4}{5} R = 8 \Rightarrow R = 10 \Omega$$

دو مقاومت R و $4R$ موازی اند:

$$I'R = I'' \times 4R \Rightarrow I' = 4I'' \quad \text{رابطه (۱)}$$



$$I' + I'' = I = -\frac{1}{5} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} 5I'' = -\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow I'' = -0.1 \text{ A} \quad \text{و} \quad I' = -0.4 \text{ A}$$

$$P_R = I'^2 R = \frac{16}{100} \times 10 = 1.6 \text{ W}$$

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۲

پس از قطع کلید k_1 ، ولتسنج V_1 با مقاومت بالا، با مجموعه ولتسنج V_2 و لامپ L_2 متوالی می شود. عدد ولتسنج V برابر $\mathcal{E}$ است. جریان عبوری از ولتسنج V_1 صفر است؛ بنابراین از لامپ L_2 نیز جریانی عبور نمی کند؛ در نتیجه اختلاف پتانسیل ولتسنج V_2 برابر صفر است و عدد ولتسنج V_1 برابر $\mathcal{E}$ است.

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۳

$$P_{R_3} = I^2 R_3$$

$$P_{R_2} = \left(\frac{I}{3}\right)^2 R_2 = \frac{1}{9} I^2 \times 12 = \frac{4}{3} I^2$$

$$P_{R_3} = 6 P_{R_2} \Rightarrow I^2 R_3 = 6 \times \frac{4}{3} I^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۴

$$R = 0 \xrightarrow{\text{دو سر مقاومت } 16 \Omega \text{ اتصال کوتاه می شود.}} R_{eq} = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{0 + r} = \frac{12}{1/5} = 6 \text{ A} \Rightarrow V_{\text{مولد}} = 12 - 6 \times 1/5 = 0$$

$$R = 18 \Omega \Rightarrow R_{eq} = \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4/5 \Omega \Rightarrow I = \frac{12}{4/5 + 1/5} = 2 \text{ A} \Rightarrow V_{\text{مولد}} = 12 - 2 \times 1/5 = 9 \text{ V}$$

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۱

$$q_\alpha = 2e$$

$$F = qvB \sin 90^\circ = ma$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 50 \times B = 6/68 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^5 \Rightarrow B = 1/67 \times 10^{-4} \text{ T} = 1/67 \text{ G}$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۴

میدان حاصل از دو سیم موازی حامل جریان‌های همسو بین آن‌ها و نزدیک به سیم حامل جریان کمتر، صفر است.

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

در صورتی نیروی خالص وارد بر بار بیشینه است که نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر آن همسو باشند و چون بار مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر آن $(F_e = Eq)$ هم‌جهت میدان الکتریکی و برون‌سو است. برای آنکه نیروی مغناطیسی وارد بر بار $(F_B = qvB)$ برون‌سو باشد، با توجه به جهت $\vec{B}$ (سمت چپ)، $\vec{v}$ باید به سمت بالا باشد تا جهت $\vec{F}_B$ وارد بر آن با توجه به قاعده دست راست برون‌سو شود.

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۴

چه هنگام وصل کلید و چه هنگام کاهش مقاومت رُوستا، جریان در مدار سمت چپ در حال افزایش بوده و مثل نزدیک شدن سیم‌پیچ سمت چپ به سیم‌پیچ سمت راست عمل می‌کند و شار عبوری از سیم‌پیچ سمت راست افزایش می‌یابد که طبق قانون لنز، جریان طوری القا می‌شود (جهت ۲) تا مانع از این افزایش شار شود.

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{1}{2} L_A I_A^2}{\frac{1}{2} L_B I_B^2} = \frac{\frac{\mu_0 N_A^2 A_A}{\ell_A}}{\frac{\mu_0 N_B^2 A_B}{\ell_B}} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{\frac{\mu_0 N_A I_A}{\ell_A}}{\frac{\mu_0 N_B I_B}{\ell_B}} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۴

$$W_{mg} = -mgh = -6 \times 10^4 \times 10 \times 6 \times 10^2 = -3.6 \times 10^8 \text{ J}$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \times 6400 = 1.92 \times 10^7 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \times (4 \times 6400) + 6 \times 10^4 \times 10 \times 6 \times 10^2 = 1.12 \times 10^7 \text{ J}$$

$$E_2 - E_1 = 1.12 \times 10^7 - 1.92 \times 10^7 = -0.8 \times 10^7 \text{ J}$$

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۱

$$P_{جزی} + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P_{جزی} - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 = 1000 \times 10 \times 0.9 - 1200 \times 10 \times 0.5 = 9000 - 6000 = 3000 \text{ Pa}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} 1.5 = P_0 + \rho g h_1 \\ 1/6 \times 1.5 = P_0 + \rho g h_2 \end{cases} \Rightarrow (1/6 - 1) \times 1.5 = 6000 = \rho_{\text{مایع}} \times 10 \times 0.15 \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$1.5 = P_0 + 4000 \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_0 = 98000 \text{ Pa} = 98 \text{ kPa}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۴

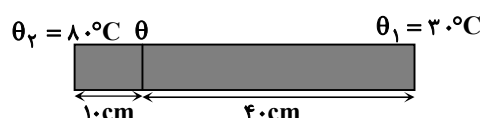
$$Q_F = m L_F = 2 \times 336 = 672 \text{ J}$$

$$\Delta F = 1/8 \times \Delta \theta \Rightarrow 50 - 32 = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 10^\circ \text{C}$$

$$Q = mc \Delta \theta = 20 \times 4/2 \times 10 = 400 \text{ J}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_F + Q = 672 + 400 = 1072 \text{ J}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۲



$$H = \frac{k A \Delta \theta}{\ell} = \frac{400 \times 5 \times 10^{-4} \times (80 - 30)}{50 \times 10^{-2}} = 2.0 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k \times A (\theta - 80)}{10} = \frac{k \times A (30 - \theta)}{40}$$

$$\Rightarrow 4\theta - 320 = 30 - \theta \Rightarrow 5\theta = 350 \Rightarrow \theta = 70^\circ \text{C}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۳

$$T_L = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_H = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{300}{400 - 300} = 3$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0$$

$$\Delta U_{\text{درو}} = W + \underbrace{Q}_{\text{صفر}} \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

موارد «الف» و «ب» درست هستند.

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۳

$$P_{1\text{ گاز}} - P_0 = 5 \times 10^4 \Rightarrow P_{1\text{ گاز}} = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{2\text{ گاز}} - P_0 = 10 \times 10^4 \Rightarrow P_{2\text{ گاز}} = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/5 \times 10^5 \times V_1}{T_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 2V_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{8}{3} \Rightarrow U_2 = \frac{8}{3} \times 600 = 1600 \text{ J}$$

انرژی درونی گاز تابع دمای مطلق گاز است:

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta U_{AC} = Q_{AC} + W_{AC} = \frac{\gamma}{\gamma} P(V_C - V_A) - P(V_C - V_A) \Rightarrow 1000 = \frac{5}{2} \times 10^5 (V_C - 3 \times 10^{-3}) \Rightarrow V_C = 7 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

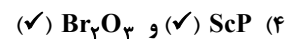
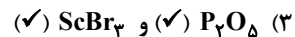
$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \Rightarrow 1000 = Q_{ABC} - \frac{2 \times 10^5 + 1 \times 10^5}{2} (4 \times 10^{-3}) \Rightarrow Q_{ABC} = 1600 \text{ J}$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۲



بررسی گزینه‌ها:



توجه: در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴، یکی از ترکیبات یونی اسکاندیم داده شده که همگی درست هستند؛ بنابراین تنها با چک کردن این ترکیب‌ها، می‌توانستیم به گزینه ۲ برسیم.

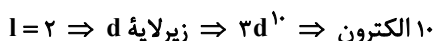
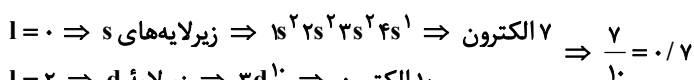
۲۰۲- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

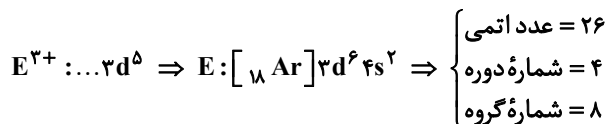
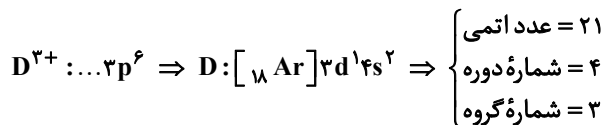
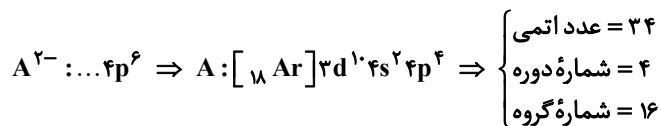
بررسی عبارت‌های دوم و چهارم:

عبارت دوم: ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها به حاصل $(n+1)$ وابسته است.

عبارت چهارم:



۲۰۳- پاسخ: گزینه ۴



عنصر A مربوط به گروه ۱۶ است و عنصر S نیز هم گروهی آن می باشد.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) عنصر E در گروه ۸ و عنصر D در گروه ۳ قرار دارد.

(۲) واکنش پذیری عنصرهای D و E که جزء عنصرهای دسته d هستند، از واکنش پذیری فلزهای قلیایی کمتر است.

(۳) عنصر A یک نافلز از گروه ۱۶ است و ویژگی های شیمیایی آن با عنصرهای گروه ۱۸ متفاوت است.

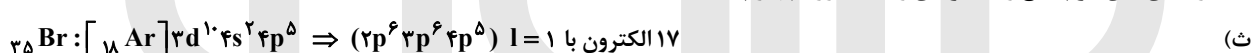
۲۰۴- پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

عنصر قبل از کریتون، عنصر برم (Br) است که در دوره چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد.

(پ) در گروه ۱۷، از بالا به پایین خاصیت نافلزی عنصرها کاهش می یابد.

(ت) در دمای اتاق، برم مایع و عنصرهای واسطه دوره چهارم، جامد هستند.



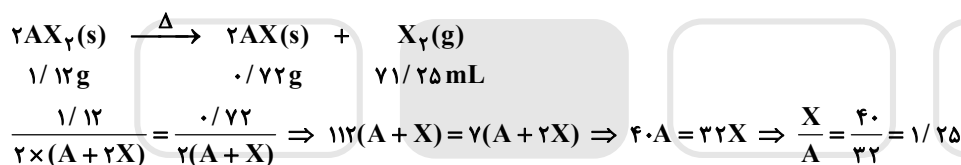
(ث)

بررسی عبارت های نادرست:

(الف) عنصر A در گروه ۱۶ و عنصر Br در گروه ۱۷ قرار دارد.

(ب) هر دو عنصر X و Br در دوره چهارم قرار دارند. در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می یابد.

۲۰۵- پاسخ: گزینه ۲



۲۰۶- پاسخ: گزینه ۱



۲۰۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} \text{حجم مكعب} &= 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3 \\ \text{جرم مكعب} &= 64 \text{ cm}^3 \times \frac{7/5g}{1 \text{ cm}^3} = 48.0g \text{ Mn} \\ \text{تعداد مول Mn} &= \frac{48.0g}{55g \cdot \text{mol}^{-1}} \approx 0.87 \text{ mol} \\ 0.87 \times 7 &= 6.1 \end{aligned}$$

هر مول منگنز (${}_{25}Mn : [Ar] 3d^5 4s^2$)، دارای ۷ مول الکترون ظرفیتی است:

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۱

عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

(پ) مولکول آب به دلیل توانایی برقراری پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری نسبت به هیدروژن سولفید دارد.

(ت) HCl قطبی و F_2 ناقطبی است؛ به همین دلیل HCl نقطه جوش بالاتری دارد.

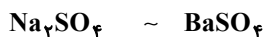
۲۰۹- پاسخ: گزینه ۱

با جذب x گرم آب، درصد آب در نمونه به ۲۰ رسیده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{درصد نهایی آب} = \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم نمونه}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{10+x}{100+x} \times 100 \Rightarrow 100+x = 50+5x \Rightarrow x = 12/5 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی نمک} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم نمونه نهایی}} \times 100 = \frac{88}{100+12/5} \times 100 = 78/2$$

برای قسمت دوم، با توجه به معادله واکنش خواهیم داشت:

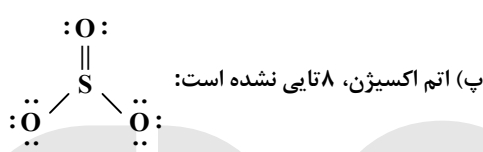


$$\frac{35/5 \times \frac{88}{100}}{1 \times 142} = \frac{x}{1 \times 233} \Rightarrow x = 51/26 \text{ g BaSO}_4$$

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳

موارد «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:



۲۱۱- پاسخ: گزینه ۲

$$S(A) = 0/97\theta + 35 \Rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \Rightarrow S(A) = 35 \\ \theta = 40 \Rightarrow S(A) = 73/8 \end{cases}$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \frac{S(A)}{S(B)} = 1 \Rightarrow S(B) = 35$$

$$\Rightarrow S(B) = -0/125\theta + 35$$

$$\theta = 40 \Rightarrow \frac{S(A)}{S(B)} = 2/46 \Rightarrow S(B) = \frac{73/8}{2/46} = 30$$

$$\theta = 50 \Rightarrow \begin{cases} S(A) = 0/97(50) + 35 = 83/5 \\ S(B) = -0/125(50) + 35 = 28/75 \text{ g} \end{cases}$$

$$\frac{\text{غلظت مولار محلول سیر شده B}}{\text{غلظت مولار محلول سیر شده A}} = \frac{\text{مول B}}{\text{مول A}} = \frac{28/75}{83/5} = 1/0.3$$

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

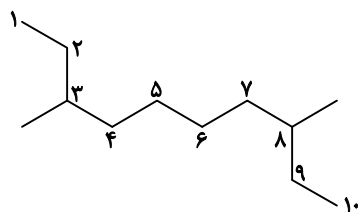
(پ) آلکان داده شده مانند ۳- اتیل دکان، ۱۲ کربنی است.

(ت) در ترکیب داده شده، ۶ گروه CH_2 و ۴ گروه CH_3 وجود دارد:

$$\frac{6}{4} = 1/5$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف)

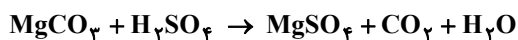


۳، ۸- دی‌متیل دکان

(ب)

$$\frac{\text{جرم مولی آلکان } (\text{C}_{12}\text{H}_{26})}{\text{جرم مولی پروپین } (\text{C}_3\text{H}_4)} = \frac{170}{40} = 4/25$$

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0.210}{1 \times 84} = \frac{x \times 0.1}{1 \times 1} \Rightarrow x = 0.25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

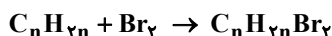
$$\text{جرم H}_2\text{SO}_4 \text{ در } 100 \text{ میلی لیتر محلول} = 0.1 \text{ L} \times \frac{0.25 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \times \frac{98 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 2.45 \text{ g}$$

۲۱۴- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

عبارت اول: گاز اتن، سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

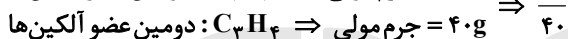
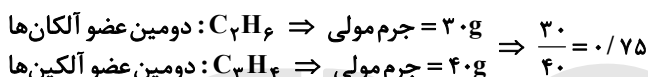
عبارت دوم:



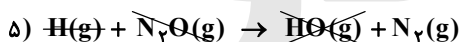
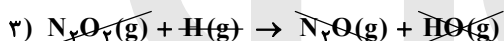
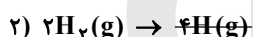
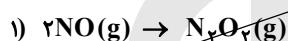
$$0.25 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n} \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}} \times \frac{160 \text{ g Br}_2}{1 \text{ mol Br}_2} = 40 \text{ g}$$

عبارت سوم: در آلکن‌ها، کربن‌های پیوند دوگانه، هر کدام به سه اتم دیگر متصل هستند.

عبارت چهارم:



۲۱۵- پاسخ: گزینه ۴



$$\Delta H = [2\Delta H(\text{N}=\text{O}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{H})] - [\Delta H(\text{N}\equiv\text{N}) + 4\Delta H(\text{O}-\text{H})] = [(2 \times 607) + (2 \times 436)] - [944 + (4 \times 463)] = -710 \text{ kJ}$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

عبارت اول: در یک گروه از بالا به پایین و در یک دوره از راست به چپ، خصلت فلزی عنصرها بیشتر می‌شود.

عبارت دوم: تمایل به گرفتن الکترون یا خصلت نافلزی، در یک گروه از بالا به پایین کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: در یک گروه از بالا به پایین و در یک دوره از راست به چپ، شعاع اتمی عنصرها بزرگ‌تر می‌شود.

عبارت چهارم: شعاع اتمی X از Z بیشتر است.

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۱

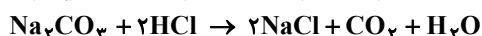
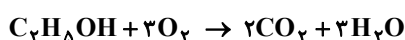
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow c = \frac{24/6 \times 100}{0.5 \times 100 \times 20} = 2/46 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$



$$24/6 \text{ kJ} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{295 \text{ kJ}} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 8 \text{ g O}_2$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده‌شده، درست هستند.



■ به ازای هر مول اتانول، ۲ مول CO_2 معادل $44/8 = 5.5$ لیتر CO_2 تولید می‌شود.

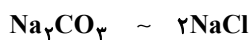


$$\frac{7/5 \times \frac{x}{100}}{2 \times 1} = \frac{60/75}{1 \times 18} \Rightarrow x = 90 \text{ (بازده درصدی)}$$

■ فرض می‌کنیم در هر دو واکنش، m گرم واکنش‌دهنده کربن‌دار مصرف شود.

$$\text{I} \begin{cases} \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} \sim 2\text{CO}_2 \\ \frac{m}{1 \times 46} = \frac{x}{2 \times 1} \Rightarrow x = \frac{m}{23} \Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{106}{23} = 4/6 \end{cases}$$

$$\text{II} \begin{cases} \text{Na}_2\text{CO}_3 \sim 2\text{CO}_2 \\ \frac{m}{1 \times 106} = \frac{x'}{1 \times 1} \Rightarrow x' = \frac{m}{106} \end{cases}$$



$$\frac{100 \times \frac{x}{100}}{1 \times 106} = \frac{1/5}{2 \times 1} \Rightarrow x = 79/5$$

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۱

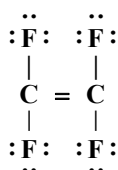
$$? s = 1 \text{ mol KClO}_3 \times \frac{1s}{1 \text{ mol KClO}_3} = 1s$$

$$\text{O}_2 = 1 \text{ mol KClO}_3 \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KClO}_3} = 1/5 \text{ mol O}_2$$

$$[\text{O}_2]_{\text{نهایی}} = \frac{1/5 \text{ mol}}{5 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

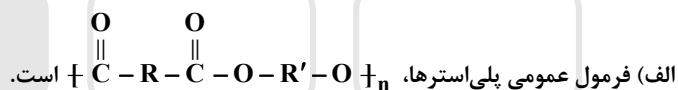
۲۲۰- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.
(ب)



$$\frac{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی}} = \frac{12}{6} = 2$$

بررسی عبارت‌های نادرست:



ت) بسته به نوع و مقدار کاتالیزگرهای مورد استفاده، جرم مولی پلی‌اتن حاصل متفاوت خواهد بود.

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۳

در سه مورد اول، مولکول‌های داده‌شده فرمول مولکولی یکسانی دارند و ایزومر یا همپار هستند. در مورد آخر، یکی از مولکول‌ها ۶ اتم کربن و دیگری ۷ اتم کربن دارد و قطعاً فرمول مولکولی یکسانی ندارند.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۴

$$2A \rightarrow \dots \quad \bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{2}$$

$$t = 0 - 20s \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow \log[A] = 0.85 \Rightarrow [A] = 10^{-0.85} = 7 \\ t = 20s \Rightarrow \log[A] = 0.3 \Rightarrow [A] = 10^{-0.3} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{(2-7)\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}{20s} = \frac{1}{4} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow \bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{2} = \frac{1}{8} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 13 - 20s \Rightarrow \begin{cases} t = 13s \Rightarrow \log[A] = 0.48 \Rightarrow [A] = 10^{-0.48} = 3 \\ t = 20s \Rightarrow [A] = 2 \end{cases} \Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-(2-3)\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}{7s} = \frac{1}{7} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}(\text{واکنش})(0-20s)}{\bar{R}(A)(13-20s)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{7}} = \frac{7}{8} = 0.875$$

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

■ HCl اسید قوی و HF اسید ضعیف است؛ بنابراین شمار مول‌های اولیه HCl باید کمتر باشد تا غلظت یون هیدرونیوم دو محلول و pH آن‌ها یکسان شود.

■ در محلول HCl ، مولکول یونیده نشده وجود ندارد و اما در محلول HF ، علاوه بر یون‌ها، مولکول‌های یونیده نشده اسید نیز وجود دارد.

■ با توجه به اینکه هر دو اسید جزو اسیدهای تک‌پروتون‌دار هستند و pH محلول آن‌ها یکسان است، غلظت کل یون‌ها در محلول آن‌ها و در نتیجه رسانایی دو محلول برابر است.

■ در محلول HCl برخلاف محلول HF ، مولکول‌های یونیده نشده اسید وجود ندارد؛ بنابراین مجموع شمار گونه‌ها در محلول HCl کمتر است.

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۲

در ترکیب داده شده، هم گروه عاملی هیدروکسیل ($-\text{OH}$) و هم گروه عاملی آمیدی ($-\text{C}(=\text{O})-\text{N}-$) وجود دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های کربن}}{\text{شمار اتم‌های اکسیژن}} = \frac{12}{3} = 4 \quad (1)$$

$$\frac{\text{شمار پیوندهای یگانه}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} = \frac{28}{5} = 5 \frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{16}{8} = 2 \quad (4)$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) شیر برخلاف شربت معده، مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید است.

پ) کلوئیدها پایدارند و ته‌نشین نمی‌شوند.

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۱

جرم مولی پروپان (C_3H_8) و دی‌متیل اتر (CH_3OCH_3) به هم نزدیک بوده و دی‌متیل اتر قطبی است؛ بنابراین نقطه جوش بالاتری داشته و در شرایط یکسان، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) با توجه به مقایسه خلصت نافلزاتی اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن ($\text{O} > \text{C} > \text{H}$) می‌توان گفت هم اتم کربن مرکزی در پروپان و هم اتم اکسیژن در دی‌متیل اتر، بار جزئی منفی دارد.

(۳) پروپان ناقطبی و دی‌متیل اتر قطبی است و نقشه پتانسیل آن‌ها با هم متفاوت است.

(۴) دی‌متیل اتر، قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند، در حالی که پروپان ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده‌شده درست هستند.

■ در ۲۵۰ میلی‌لیتر از محلول پتاسیم هیدروکسید، $\frac{1}{4} = 0.25 \times 2 = 0.5$ گرم KOH (معادل با $\frac{1}{4} = 0.25$ مول) وجود دارد. هر مول KOH ،

یک مول HCl را خنثی می‌کند.

$$\begin{aligned} [\text{OH}^-] &= [\text{KOH}] = \frac{0.5 \text{ g}}{56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0.0089 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{H}^+][\text{OH}^-] &= 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \\ \Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} &= \frac{10^{-1}}{10^{-13}} = 10^{12} \end{aligned}$$



غلظت مولی: $0.1 \quad 0.1 \quad 0.1$

$$[\text{یون‌ها}] = 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \xrightarrow{\times 0.5 \text{ L}} 0.1 \text{ mol}$$

■ با اضافه کردن ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر، جرم و مول KOH سه برابر شده و در نتیجه غلظت مولی محلول و OH^- هم سه برابر خواهد شد.

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۱

$$pH(HA) = pH(HD) \Rightarrow [H^+](HA) = [H^+](HD) \xrightarrow{[H^+] = M\alpha} \frac{[HD]}{[HA]} = \frac{\alpha(HA)}{\alpha(HD)} = \frac{\frac{12}{100}}{\frac{2}{5}} = \frac{12}{2/5} = 4/8$$

$$[H^+] = M\alpha = 0.05 \times 1 \times \frac{12}{100} = 6 \times 10^{-4}$$

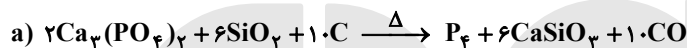
$$pH = -\log[H^+] = -\log(6 \times 10^{-4}) = 4 - \underbrace{\log 6}_{\log 2 + \log 3} = 4 - (0.3 + 0.48) = 3.22$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۴

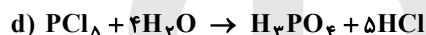
همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

- در فرایند هال، گاز گلخانه‌ای CO_2 هم تولید می‌شود.
- آلومینیم فلزی فعال بوده و سطح آن به سرعت اکسید می‌شود، اما به دلیل چسبیده و متراکم بودن اکسید، این فلز خورده نمی‌شود.
- در برخی از سلول‌های الکترولیتی مانند سلول فرایند هال، کاتد و آنود از یک جنس هستند.
- نافلزها، اکسند هستند و در سمت راست جدول دوره‌ای قرار دارند.
- از برق‌کافت آلومینیم اکسید، می‌توان آلومینیم و از برق‌کافت آب، می‌توان گاز هیدروژن تهیه کرد.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۲



$$\text{مجموع ضرایب} = 2 + 6 + 10 + 1 + 6 + 10 = 35$$



$$\text{مجموع ضرایب} = 1 + 4 + 1 + 5 = 11$$

$$\text{تفاوت مجموع ضرایب} = 35 - 11 = 24$$

واکنش‌های a و c به دلیل داشتن عنصرهای آزاد C و I_2 از نوع اکسایش-کاهش هستند، اما در واکنش‌های b و d، عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است و این واکنش‌ها از نوع اکسایش-کاهش نیستند.

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت چهارم: در یک واکنش اکسایش-کاهش، یون‌های فلزی لزوماً کاهش نمی‌یابند، به طور مثال یون Cu^{+} می‌تواند به یون Cu^{2+} اکسایش یابد.

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودارها، مقدار ΔH واکنش I (گرمای آزاد شده به ازای تشکیل ۲ مول AD) از مقدار ΔH واکنش II (گرمای آزاد شده به ازای تشکیل ۱ مول X) کمتر است.

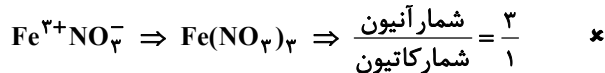
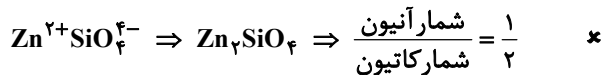
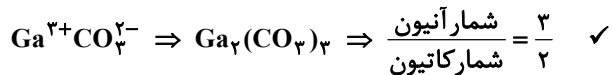
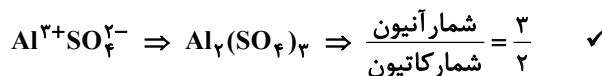
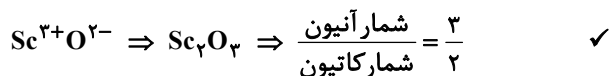
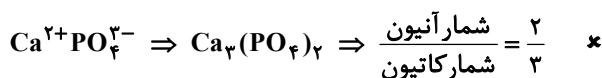
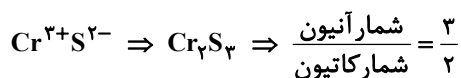
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) حداقل انرژی لازم برای انجام واکنش I است که از حداقل انرژی لازم برای واکنش II بیشتر است.

(۲) به ازای مصرف ۲ مول E، b کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین به ازای مصرف ۱ مول از آن، $\frac{b}{2}$ کیلوژول گرما آزاد خواهد شد.

(۳) در واکنش II که $|\Delta H|$ بزرگ‌تر است، فراورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها، پایداری بیشتری دارند.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۲



۲۳۴- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به برابر بودن تعداد مول‌های گازی در دو سمت معادله واکنش، حجم ظرف در محاسبات ثابت تعادل بی تأثیر است.



(الف) تعادل: $0.2 \quad 0.2 \quad 0.4 \Rightarrow K = \frac{[Z]^2}{[X_2][Y_2]} = \frac{0.4^2}{0.2 \times 0.2} = 4$

(ب) تعادل: $0.3 - x \quad 0.6 - x \quad 2x \Rightarrow K = 4 = \frac{(2x)^2}{(0.3 - x)(0.6 - x)}$

$$\Rightarrow 4x^2 = 4(0.18 - 0.9x + x^2) \Rightarrow 0.18 = 0.9x \Rightarrow x = 0.2$$

$$X_2 \text{ مول} = 0.3 - x = 0.1$$

$$Y_2 \text{ مول} = 0.6 - x = 0.4$$

$$Z \text{ مول} = 2x = 0.4$$

۲۳۵- پاسخ: گزینه ۱

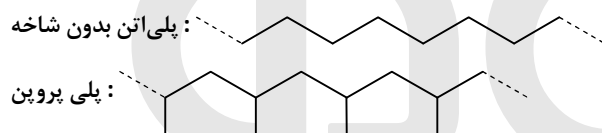
ترفتالیک اسید $(HOOC-C_6H_4-COOH)$ ، یکی از مونومرهای سازنده PET است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) ترفتالیک اسید قطبی بوده و انحلال‌پذیری آن در آب از پارازایلن ناقطبی، بیشتر است.

(۳) اتیلن گلیکول برخلاف بنزن و گازوئیل در نفت خام وجود ندارد.

(۴) در پلی پروپن، شاخه فرعی متیل وجود دارد:



مؤسسه آموزشی فرهنگی