

دفترچه شماره ۲

آزمون سراسری خارج کشور - سال ۱۳۹۹

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۱۳۵		مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه		

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۸۵ دقیقه

۱۰۱- فرض کنید A و B دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم با یک مجموعه مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $A \subset B'$ (۲) $A - B' \neq \emptyset$ (۳) $A \cap B' = A$ (۴) $(A \cup B)' = \emptyset$

۱۰۲- مجموعه $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B'))$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

۱۰۳- اگر $A = [1, 4]$ و $B = (-1, 3]$ باشند، مساحت نمودار $A \times B - B \times B$ در صفحه مختصات کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۶

۱۰۴- کدام یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)$ است؟

- (۱) p (۲) q (۳) $p \wedge q$ (۴) $p \Rightarrow q$

۱۰۵- به ازای یک مقدار a ، چندجمله‌ای $P(x) = 2x^4 - ax^3 + 2x^2 - 3x$ ، بر $2x - 1$ بخش پذیر است. در این حالت باقی مانده $P(x)$ بر $x + 2$ کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۶- نمودارهای دو تابع $y = |x - 2| + |x + 1|$ و $y = x + 7$ ، در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB ، کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) $10\sqrt{2}$

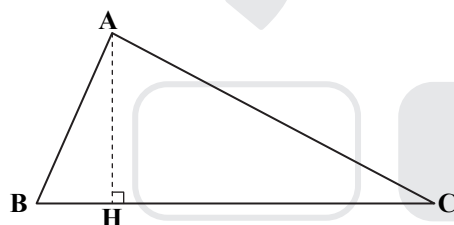
۱۰۷- با فرض $x \geq 2$ ؛ $f(x) = x^2 - 4x + 9$ و $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۰۸- ابتدا قرینه نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی، کدام است؟

- (۱) ۲، صفر (۲) -۱، ۱ (۳) -۱، ۲ (۴) -۲، ۱

۱۰۹- در شکل روبه‌رو، $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و $AC = 96$. اندازه ارتفاع AH کدام است؟



(۱) ۴۸

(۲) ۵۶

(۳) ۶۴

(۴) ۷۲

۱۱۰- اگر انتهای کمان α در ربع اول دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ باشد، مقدار $\sin(\frac{13\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۱۱- جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$ ، کدام است؟

- (۱) $x = \frac{2k\pi}{3}$ ، $k \in \mathbb{Z}$ (۲) $x = \frac{k\pi}{3}$ ، $k \in \mathbb{Z}$ (۳) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ، $k \in \mathbb{Z}$ (۴) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ، $k \in \mathbb{Z}$

۱۱۲- اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$. این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

- (۱) ۱۵۶۳ (۲) ۱۵۸۹ (۳) ۱۶۳۹ (۴) ۱۶۵۱

۱۱۳- در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم، پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$

غلظت اولیه می‌شود؟ ($\log 2 = 0.3$ ، $\log 3 = 0.48$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۱۱۴- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$ ، کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) صفر (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ ، کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) 2

۱۱۶- تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = [x] \sin \pi x$ ؛ $|x| \leq 2$ ، کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 2 (۳) 1 (۴) صفر

۱۱۷- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$ ، فقط یک مجانب قائم $x = 2$ دارد. اگر $f(3) = 6$ باشد، معادله مجانب افقی آن، کدام است؟

- (۱) $y = -1$ (۲) $y = -\frac{1}{2}$ (۳) $y = \frac{1}{2}$ (۴) $y = \frac{3}{2}$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق پذیر، $g(x) = f\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right)$ و $g'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشند، مقدار $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

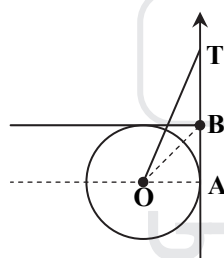
۱۱۹- فرض کنید نمودارهای دو تابع $y = x\sqrt{x}$ و $y = x^2 + ax + b$ در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار B کدام است؟

- (۱) 8 (۲) 9 (۳) 10 (۴) 12

۱۲۰- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & 0 \leq x < 4 \\ \left[\frac{x}{4}\right](x^2 - 9x) & 4 \leq x < 8 \end{cases}$ ، مقدار $f'(2) - f'(5)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۱- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر $BT = 2$ باشد، مقدار $\tan(\angle TOB)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۲- یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های $\frac{9}{4}$ و 8 واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله دورترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده بزرگ

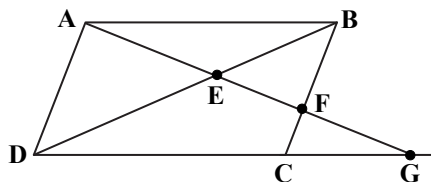
دوزنقه کدام است؟

- (۱) 9 (۲) $3 + 4\sqrt{2}$ (۳) 8 (۴) $7/5$

۱۲۳- چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات، می‌توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و پاره خط AB ، به ترتیب 7 و 5 واحد باشد؟

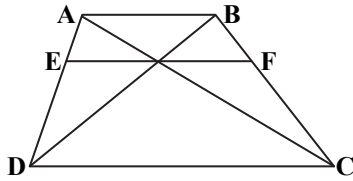
- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۲۴- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



- (۱) EA^2 (۲) ED^2 (۳) $EB \times ED$ (۴) $FB \times FC$

۱۲۵- در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه پاره‌های AB و DC به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه پاره خط EF ، کدام است؟



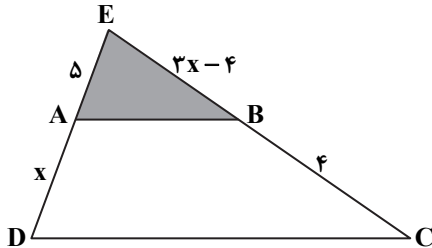
(۱) $\frac{45}{7}$

(۲) $\frac{45}{6}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۴) ۷

۱۲۶- در شکل زیر، مساحت دوزنقه $ABCD$ ، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟



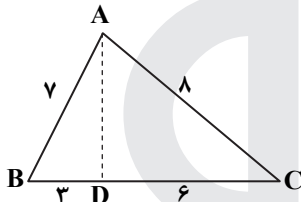
(۱) $\frac{9}{4}$

(۲) $\frac{16}{9}$

(۳) $\frac{25}{16}$

(۴) $\frac{36}{25}$

۱۲۷- در شکل زیر، اندازه پاره خط AD ، کدام است؟



(۱) $\sqrt{37}$

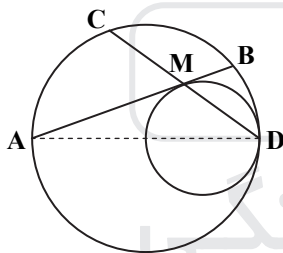
(۲) ۶

(۳) $2\sqrt{7}$

(۴) $2\sqrt{10}$

۱۲۸- در شکل زیر، دو دایره در نقطه D مماس داخل و شعاع یکی با قطر دیگری برابر است. وتر AB از دایره بزرگ‌تر بر دایره داخل، در نقطه M

مماس است. نسبت $\frac{MC}{MB}$ کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) ۲

۱۲۹- چهار نقطه $A(1,3)$ ، $B(15,9)$ ، $M(a,0)$ و $N(a+5,0)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام

است؟

(۱) ۲۱

(۲) ۲۰

(۳) ۱۹

(۴) ۱۸

۱۳۰- دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آنها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو

کره، کدام است؟

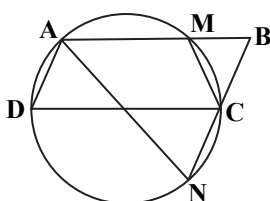
(۱) $5/76\pi$

(۲) $4/8\pi$

(۳) $4/41\pi$

(۴) $3/24\pi$

۱۳۱- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقین، کدام است؟



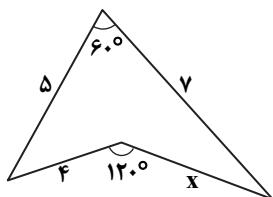
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۳۲- در شکل زیر، مقدار $(x+2)$ ، کدام است؟



(۱) $3\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{7}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $3\sqrt{5}$

۱۳۳- دایره‌ای به مرکز $(1, 3)$ بر روی خط راست $5x + 12y = 15$ وتری به طول $2\sqrt{21}$ جدا می‌کند. این دایره بر روی محور x ها، وتری با کدام اندازه جدا می‌کند؟

(۴) ۸

(۳) $2\sqrt{15}$

(۲) ۶

(۱) $2\sqrt{6}$

۱۳۴- از میان دایره‌های گذرا از نقطه $A(3, 2)$ و مماس بر خطوط $3x - 4y = 0$ و $y = 0$ ، کوچک‌ترین شعاع دایره کدام است؟

(۴) $\frac{13}{9}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) ۱

۱۳۵- یک بیضی به قطرهای $AA' = 14$ و $BB' = 4\sqrt{6}$ و کانون F نزدیک به نقطه A ، مفروض است. خط عمود بر قطر AA' از نقطه F ، دایره به قطر را در نقطه M ، قطع می‌کند. اندازه پاره خط AM ، کدام است؟

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{6}$

(۲) $2\sqrt{7}$

(۱) ۷

۱۳۶- در سهمی به معادله $y^2 + ay + bx - 9$ ، معادله خط هادی، $x = \frac{13}{4}$ و محور تقارن آن $y = 1$ است. مقدارهای b ، کدام‌اند؟

(۴) ۳، ۷

(۳) ۴، ۸

(۲) ۵، ۷

(۱) ۵، ۸

۱۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^4 کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

۱۳۸- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ و ماتریس X ، جواب معادله $AX = A^{-1}$ باشد، ماتریس X کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 16 & -7 \\ -25 & 14 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 16 & -7 \\ -28 & 21 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 32 & -14 \\ -56 & 25 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -32 & 14 \\ 48 & -25 \end{bmatrix}$

۱۳۹- جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & x+5 \\ x-1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

(۴) -۳، ۸

(۳) -۴، ۹

(۲) ۳، -۸

(۱) ۴، -۹

۱۴۰- طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از $1/5$ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

(۴) ۶۴

(۳) ۶۰

(۲) ۵۶

(۱) ۵۲

۱۴۱- تعداد اعداد چهاررقمی با ارقام غیرتکراری که شامل رقم ۵ باشند، کدام است؟

(۴) ۱۶۵۸

(۳) ۱۷۴۸

(۲) ۱۷۹۲

(۱) ۱۸۴۸

۱۴۲- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آنکه $x < 5$ باشد، کدام است؟

(۴) ۲۸۰

(۳) ۲۷۰

(۲) ۲۲۰

(۱) ۲۱۰

۱۴۳- حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک وجود دارد؟

(۴) ۱۰

(۳) ۱۱

(۲) ۱۲

(۱) ۱۳

۱۴۴- یک تاس سالم را سه بار به‌طور متوالی پرتاب می‌کنیم. احتمال رو شدن حداقل یک بار عدد ۶ کدام است؟

(۴) $\frac{31}{72}$

(۳) $\frac{91}{216}$

(۲) $\frac{41}{108}$

(۱) $\frac{13}{36}$

۱۴۵- تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال اینکه لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{15}{36}$

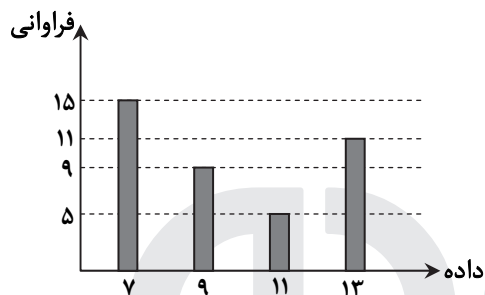
۱۴۶- در جعبه اول ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. از جعبه اول یک مهره به دلخواه خارج و در جعبه دوم می‌اندازیم. سپس دو مهره از جعبه دوم بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره، سفید است؟

- (۱) $\frac{20}{27}$ (۲) $\frac{34}{45}$ (۳) $\frac{28}{45}$ (۴) $\frac{23}{27}$

۱۴۷- در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = 0/1$ ، $P(A \cup B) = 0/6$ و با فرض $P(B') > P(B)$ ، احتمال وقوع پیشامد B، کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/3$ (۳) $0/2$ (۴) $0/25$

۱۴۸- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟



(۱) $0/3$

(۲) $0/4$

(۳) $0/5$

(۴) $0/6$

۱۴۹- فرض کنید خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی سه‌رقمی m بر n به ترتیب، ۲۹ و ۱۷ باشند. تعداد عددهای طبیعی m بخش‌پذیر بر ۵، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵۰- در مجموعه اعداد طبیعی اگر $d = (3n^2 - 2n + 6, 3n + 5)$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

- (۱) ۴۱ (۲) ۴۳ (۳) ۴۷ (۴) ۵۳

۱۵۱- اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۱۰۵ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دورقمی n، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

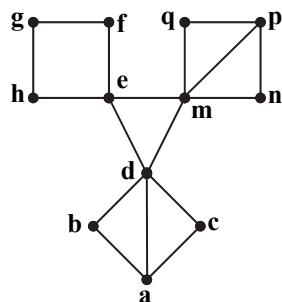
۱۵۲- پنج برابر عدد دورقمی aa را در سمت چپ aa قرار داده و آن را m می‌نامیم. m همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه ۱۸۳۷ است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۳- درجه رأس‌های یک گراف ۵، ۴، ۴، ۳، ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۵۴- در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۳

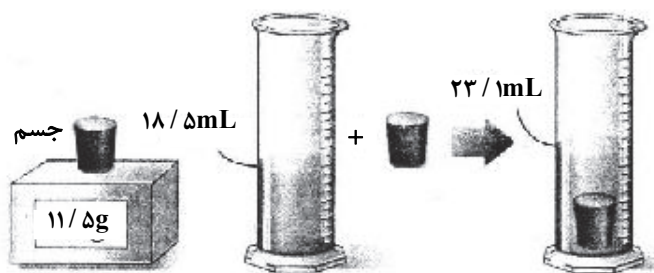
۱۵۵- در یک گراف ۵ رأسی K-منتظم با بیشترین مقدار ممکن K، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

فیزیک

وقت پیشنهادی: ۵۵ دقیقه

۱۵۶- در یک آزمایش، جرم و حجم یک جسم جامد را مطابق شکل زیر، پیدا می‌کنیم. با توجه به داده‌های روی شکل، چگالی جسم در SI چقدر است؟



(۱) ۲۵۰۰

(۲) ۲۰۵۰

(۳) ۲/۵

(۴) ۲/۰۵

۱۵۷- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در مدت ۵s، ۷۵m جابه‌جا می‌شود و بزرگی سرعتش به $۲۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد. در ۵ ثانیه بعدی، سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می‌شود؟

(۴) ۲۵

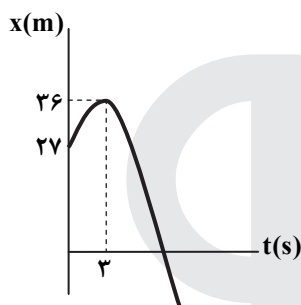
(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۱۵

۱۵۸- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند.

مسافتی که متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10s$ طی می‌کند، چند متر است؟



(۱) ۴۰

(۲) ۴۵

(۳) ۵۸

(۴) ۸۵

۱۵۹- اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $۱۰ \frac{m}{s}$ در لحظه $t = 0$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از ۱۱s حرکتش با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ کند

می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظه $t = 0$ با تندی اولیه $۲ \frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ تند

می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

(۴) ۵

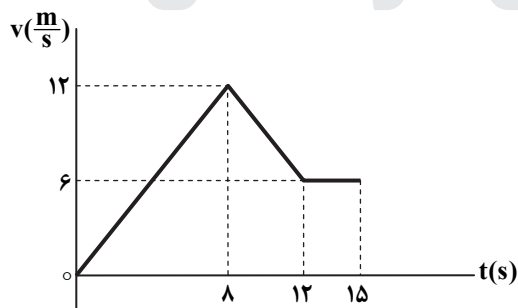
(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۶۰- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t_1 = 2s$ مکان متحرک در SI به صورت

$\vec{x}_1 = -6\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظه $t_2 = 15s$ در SI کدام است؟



(۱) $93\vec{i}$

(۲) $96\vec{i}$

(۳) $105\vec{i}$

(۴) $118\vec{i}$

۱۶۱- دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s

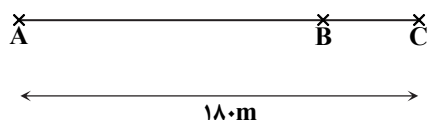
طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸



۱۶۲- گلوله‌ای از ارتفاع H رها می‌شود. از لحظه رها شدن تا مدت زمانی که $\frac{1}{9}H$ را طی می‌کند، سرعت متوسط آن $\frac{4}{9}\frac{m}{s}$ است. این گلوله با

تندی (سرعت) چند متر بر ثانیه به زمین می‌رسد؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 9/8\frac{m}{s^2}$ است)

۳۹/۲ (۴)

۲۹/۴ (۳)

۱۹/۸ (۲)

۱۴/۷ (۱)

۱۶۳- معادلهٔ تکانهٔ جسمی برحسب زمان در SI به صورت $p = 15t^2 + 5t$ است. نیروی خالص (برایند) متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ چند نیوتون است؟

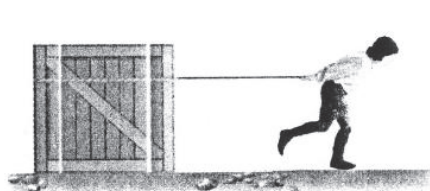
۱۹۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

۸۵ (۲)

۷۰ (۱)

۱۶۴- مطابق شکل زیر، شخصی جعبهٔ ساکنی به جرم $50kg$ را با نیروی ثابت و افقی $\vec{F} = (250N)\vec{i}$ می‌کشد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $0/3$ و $0/6$ باشد، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، در SI کدام است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)



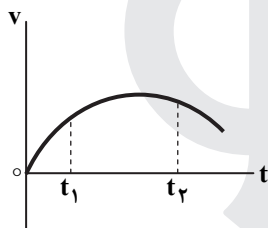
(۱) $(-500N)\vec{j}$

(۲) $(500N)\vec{j}$

(۳) $(-250N)\vec{i} + (500N)\vec{j}$

(۴) $(250N)\vec{i} + (-500N)\vec{j}$

۱۶۵- نمودار سرعت- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. بزرگی نیروی خالص وارد بر این متحرک (برایند نیروها) در بازهٔ زمانی بین t_1 تا t_2 چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) پیوسته ثابت

(۲) پیوسته افزایش

(۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش

(۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش

۱۶۶- فاصلهٔ ماهواره‌ای تا سطح زمین به اندازهٔ شعاع زمین است. اگر این ماهواره در مداری قرار گیرد که فاصله‌اش تا سطح زمین $1/5$ برابر شعاع زمین باشد، شتاب مرکزگرای آن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. (۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. (۳) ۳۶ درصد افزایش می‌یابد. (۴) ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

۱۶۷- نوسانگری به جرم $200g$ روی پاره‌خطی به طول $4cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در هر دقیقه 150 نوسان کامل انجام می‌دهد. در

لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $5\sqrt{2}\pi\frac{cm}{s}$ است، انرژی پتانسیل آن چند میلی‌ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۲/۵ (۱)

۱۶۸- نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. لحظه‌ای که جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند، بزرگی شتاب آن $0/8\pi^2\frac{m}{s^2}$ و

لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر صفر می‌شود، بزرگی سرعت آن به $0/2\pi\frac{m}{s}$ می‌رسد. بزرگی شتاب نوسانگر در مکان $x = 1cm$ ، چند متر بر مربع ثانیه است؟

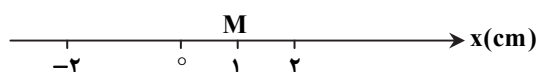
50π (۴)

5π (۳)

$0/36\pi^2$ (۲)

$0/16\pi^2$ (۱)

۱۶۹- نوسانگری به جرم $2kg$ به انتهای فیزی به ثابت k متصل است و مطابق شکل زیر روی سطح افقی بدون اصطکاک با دامنهٔ $2cm$ نوسان می‌کند. اگر بزرگی شتاب نوسانگر در نقطهٔ M ، $4\frac{m}{s^2}$ باشد، k چند نیوتون بر متر است؟



۴۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

۴۰ (۴)

۸۰ (۳)

۱۷۰- توان چشمهٔ صوتی 48 وات است. در فاصلهٔ چند متری این چشمه، تراز شدت صوت 80 دسی‌بل است؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر

شود، $\pi = 3$ و $I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$)

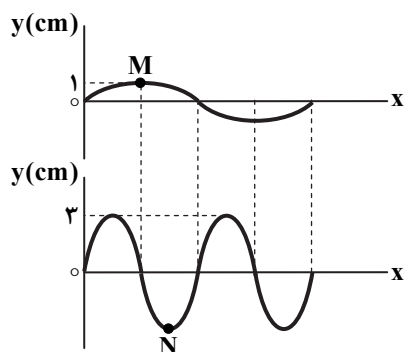
۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۷۱- در شکل زیر، دو موج عرضی با تندی‌های مساوی در دو طناب منتشر می‌شوند. در مدت زمانی که ذره M، دو نوسان انجام می‌دهد، ذره N چند نوسان انجام می‌دهد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۷۲- تار به طول ۵۰ cm بین دو نقطه محکم بسته شده و بسامد هماهنگ سوم آن ۲۱۰ هرتز است. اگر جرم تار ۵ گرم باشد، نیروی کشش آن چند نیوتون است؟

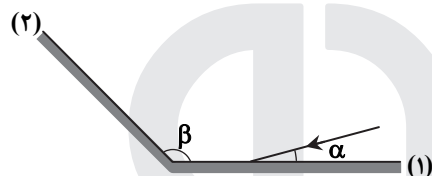
۲۴۱ (۴)

۱۴۷ (۳)

۹۸ (۲)

۴۹ (۱)

۱۷۳- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری تحت زاویه α به آینه (۱) می‌تابد و پس از بازتاب به آینه (۲) می‌تابد. پرتو بازتابیده از آینه (۲) چه زاویه‌ای با سطح آن آینه می‌سازد؟



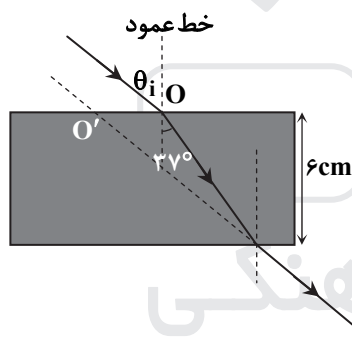
$\pi - \beta$ (۱)

$\beta - \alpha$ (۲)

$\pi - (\beta - \alpha)$ (۳)

$\pi - (\alpha + \beta)$ (۴)

۱۷۴- پرتو نوری، مطابق شکل زیر از هوا به یک تیغه متوازی‌السطوح می‌تابد و پس از شکست در محیط شفاف، دوباره وارد هوا می‌شود. اگر امتداد پرتو خروجی در O' به تیغه برخورد کند و $OO' = 3/5$ cm باشد، ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)



$\frac{5}{4}$ (۱)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۴)

۱۷۵- در آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز $2/8 \text{ eV}$ است. نوری با طول موج λ به فلز می‌تابد و سبب گسیل فوتوالکترون‌هایی با بیشینه انرژی جنبشی $4/4 \text{ eV}$ می‌شود. λ چند میکرومتر است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$, $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

$\frac{1000}{3}$ (۴)

$\frac{50}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۱۷۶- اختلاف طول موج دومین و سومین خط طیفی اتم هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) چند نانومتر است؟ ($R = \frac{1}{1.1} (\text{nm})^{-1}$)

۳۰۰ (۴)

$\frac{825}{4}$ (۳)

۱۵۰ (۲)

$\frac{825}{8}$ (۱)

۱۷۷- بار الکتریکی کره‌ای فلزی به شعاع ۵ cm برابر 157 nC است. بار الکتریکی موجود در هر سانتی‌متر مربع از سطح این کره چند پیکوکولن است؟

۵۰۰ (۴)

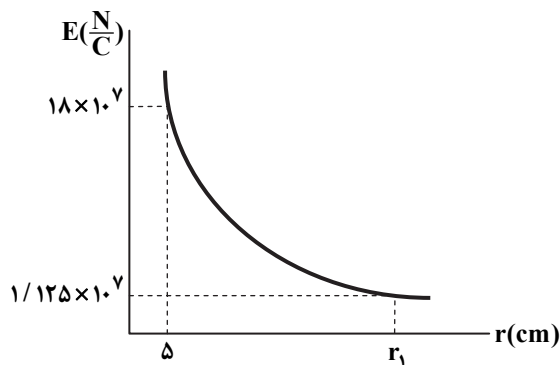
۲۰۰ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۱۷۸- نمودار تغییرات میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q بر حسب فاصله از آن به صورت شکل روبه‌رو است. اندازه q چند میکروکولن و r_1 چند

سانتی‌متر است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



(۱) ۱۰، ۵۰

(۲) ۲۰، ۵۰

(۳) ۱۰، ۲۵

(۴) ۲۰، ۲۵

۱۷۹- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار $q_1 = -2q$ و $q_2 = 6q$ در فاصله $3r$ از هم قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره در نقطه O برابر E_1 است. اگر ۵۰ درصد از بار q_2 به q_1 منتقل شود، بزرگی میدان الکتریکی خالص (برایند) در نقطه O برابر E_2 می‌شود. کدام است؟

$\frac{E_2}{E_1}$



(۱) $\frac{1}{14}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۱۸۰- اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن را $1/5$ برابر می‌کنیم و در نتیجه $20 \mu C$ بر بار ذخیره شده در آن اضافه می‌شود و انرژی آن نیز $200 \mu J$ افزایش می‌یابد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۵

(۲) ۱۰

(۱) ۵

۱۸۱- در مدار شکل زیر، ابتدا کلید در حالت (۱) قرار دارد و توان خروجی باتری P_1 است. اگر کلید در حالت (۲) قرار گیرد، توان خروجی باتری P_2 می‌شود. $\frac{P_2}{P_1}$ چقدر است؟

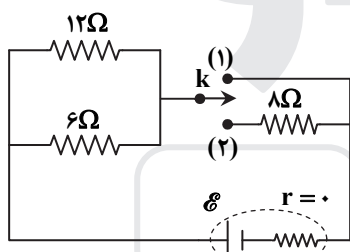
$\frac{P_2}{P_1}$

(۱) ۲

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{3}$



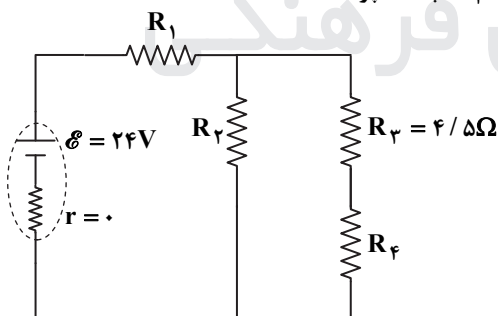
۱۸۲- در مدار زیر، توان مصرفی هریک از مقاومت‌ها یکسان است. جریان عبوری از مقاومت R_2 چند آمپر است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



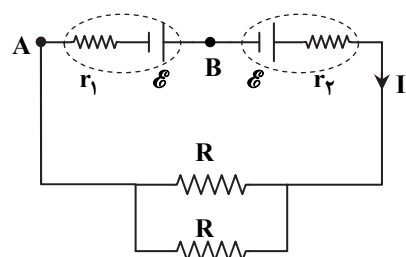
۱۸۳- در مدار زیر، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر صفر است. کدام مورد درست است؟

(۱) $R = 2r_1 = 2r_2$

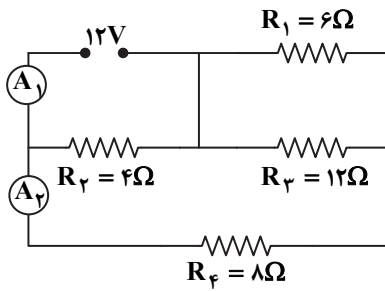
(۲) $R = 2(r_1 - r_2)$

(۳) $R = r_1 = r_2$

(۴) $R = r_1 - r_2$



۱۸۴- در مدار زیر، آمپرسنج‌های آرمانی A_1 و A_2 به ترتیب چند آمپر را نشان می‌دهند؟



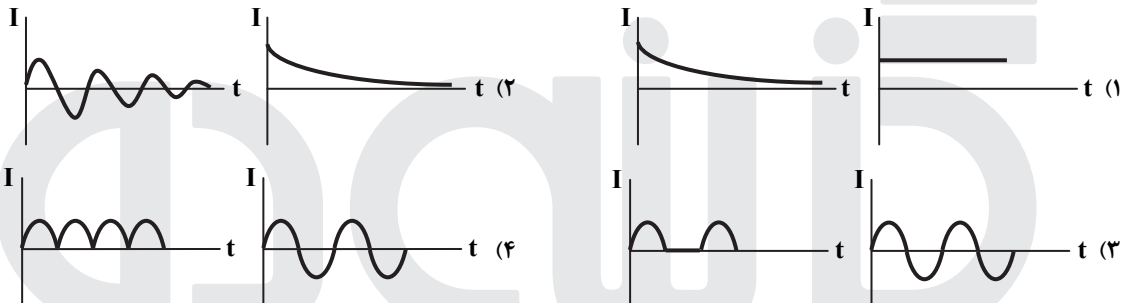
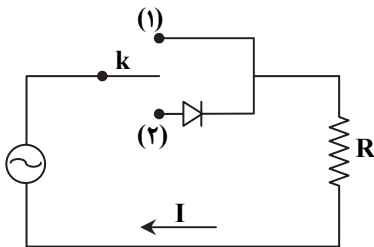
(۱) ۳ و ۱

(۲) ۳ و ۱/۵

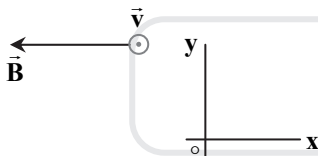
(۳) ۴ و ۱

(۴) ۴ و ۱/۵

۱۸۵- در شکل زیر، ابتدا کلید در حالت (۱) و سپس در حالت (۲) قرار می‌گیرد. نمودار جریان الکتریکی به ترتیب به کدام صورت خواهد بود؟



۱۸۶- مطابق شکل زیر، الکترونی با سرعتی به بزرگی $2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $40G$ و میدان الکتریکی یکنواخت بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد. $\vec{E}$ در SI کدام است؟ (از جرم الکترون صرف‌نظر کنید).



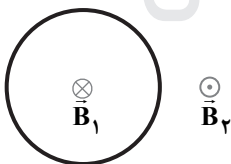
(۱) $(-2 \times 10^5) \vec{j}$

(۲) $(2 \times 10^5) \vec{j}$

(۳) $(-8 \times 10^2) \vec{j}$

(۴) $(8 \times 10^2) \vec{j}$

۱۸۷- شکل زیر، یک حلقه حامل جریان الکتریکی را نشان می‌دهد که $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ بردارهای میدان مغناطیسی داخل و بیرون حلقه‌اند. کدام مورد درباره جهت جریان الکتریکی حلقه و اندازه بردارهای میدان درست است؟



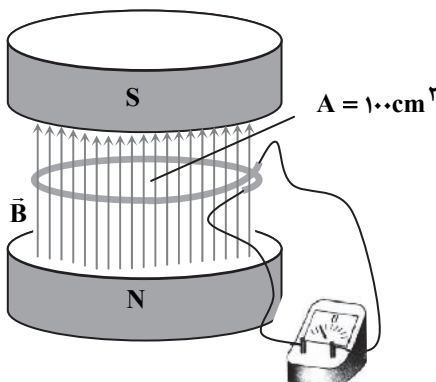
(۱) ساعت‌گرد، $B_1 = B_2$

(۲) ساعت‌گرد، $B_1 > B_2$

(۳) پادساعت‌گرد، $B_1 = B_2$

(۴) پادساعت‌گرد، $B_1 > B_2$

۱۸۸- در شکل روبه‌رو، میدان مغناطیسی بین قطب‌های یک آهن‌ربای الکتریکی که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می‌کند و در مدت $0.25s$ از 0.1 تسلا رو به بالا به 0.1 تسلا رو به پایین می‌رسد. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در این مدت چند میلی‌ولت است؟

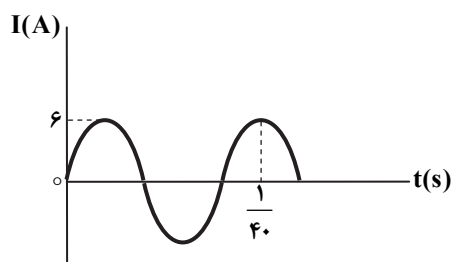


(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۸



۱۸۹- از یک سیم‌لوله آرمانی، جریان متناوب سینوسی که نمودار تغییرات آن برحسب زمان به صورت شکل زیر است، عبور می‌کند. اگر انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله در لحظه $\frac{1}{40}$ ثانیه برابر ۷۲ میلی‌ژول باشد، ضریب القاوری (خودالقایی) سیم‌لوله چند میلی‌هائری است؟

- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۳

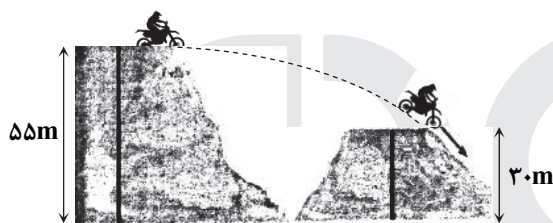
۱۹۰- مرتبه بزرگی تعداد مولکول‌های موجود در یک میکروگرم گاز هیدروژن کدام است؟ (عدد آووگادرو 6.02×10^{23} و جرم مولی گاز هیدروژن ۲ گرم بر مول است.)

- (۱) 10^{16} (۲) 10^{17} (۳) 10^{18} (۴) 10^{19}

۱۹۱- گلوله‌ای به جرم ۴۰g با سرعت افقی که بزرگی آن $300 \frac{m}{s}$ است، به دیواری برخورد می‌کند و پس از طی مسافت ۲۰cm داخل دیوار، متوقف می‌شود. کار نیرویی که دیوار به گلوله وارد می‌کند، چند ژول است؟

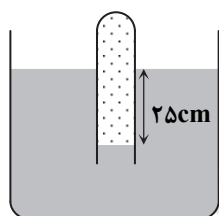
- (۱) -۱۸ (۲) -۱۸۰۰ (۳) -۶ (۴) -۶۰۰

۱۹۲- در شکل روبه‌رو، موتورسوار با سرعتی به بزرگی $20 \frac{m}{s}$ از تپه اول جدا می‌شود. اگر تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن باشد، بزرگی سرعت آن در لحظه رسیدن به تپه دوم چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۲۵ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۱۹۳- در شکل زیر، اگر چگالی مایع $2 \frac{g}{cm^3}$ باشد، فشار گاز محبوس درون لوله چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $P_0 = 10^5 Pa$)



- (۱) ۸۵
(۲) ۹۵
(۳) ۱۰۵
(۴) ۱۲۵

۱۹۴- طول و عرض شیشه پنجره اتاقی $2/5 m$ و $2 m$ و ضخامت آن $5 mm$ است. در یک روز زمستانی، دمای وجهی از شیشه که در تماس با هوای بیرون است، $-5^\circ C$ و دمای وجهی که در تماس با هوای درون اتاق است، $+5^\circ C$ است. با استفاده از یک بخاری برقی، گرمای هدررفته از

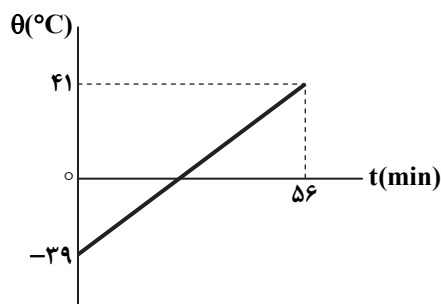
پنجره را جایگزین می‌کنیم. توان گرمایی این بخاری چند کیلووات است؟ ($k = \frac{W}{m \cdot K}$ شیشه $= 0.6$)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۱۹۵- دمای یک کره فلزی را 80 درجه سلسیوس افزایش می‌دهیم و حجم آن 0.08 درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای این کره را 60 درجه سلسیوس افزایش دهیم، سطح کره چند درصد افزایش می‌یابد؟

- (۱) 0.12 (۲) 0.08 (۳) 0.06 (۴) 0.04

۱۹۶- به مایعی به جرم 500 گرم در هر دقیقه $100 J$ گرما می‌دهیم. اگر نمودار تغییرات دما برحسب زمان به صورت شکل زیر باشد، گرمای ویژه مایع در SI، کدام است؟



- (۱) ۱۴۰
(۲) ۱۶۰
(۳) ۲۸۰
(۴) ۳۲۰

۱۹۷- در فشار ثابت $1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ ، دمای ۳ مول گاز آرمانی را چند درجه سلسیوس کاهش دهیم تا حجم آن ۴ لیتر کاهش پیدا کند؟

$$(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$$

۱۵ (۴)

۲۵ (۳)

۳۰ (۲)

۵۰ (۱)

۱۹۸- مقداری گاز دواتمی، در یک فرایند هم فشار ۵۰۰ J کار روی محیط انجام می دهد. انرژی درونی گاز چگونه تغییر می کند؟ ($C_V = \frac{5}{2}R$)

۱۷۵۰ J، افزایش (۴)

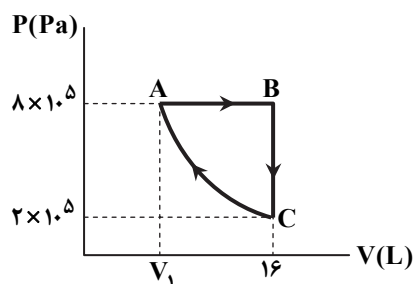
۱۷۵۰ J، کاهش (۳)

۱۲۵۰ J، افزایش (۲)

۱۲۵۰ J، کاهش (۱)

۱۹۹- مقداری گاز اکسیژن، چرخه ABCA را طی کرده است و فرایند CA هم دما است. این گاز در مسیر ABC، چند ژول گرما دریافت کرده است؟

$$(C_V = \frac{5}{2}R, C_P = \frac{7}{2}R, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$$



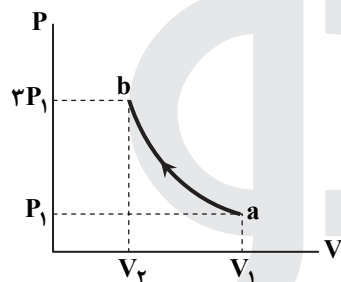
۵۷۶۰۰ (۱)

۳۳۶۰۰ (۲)

۲۴۰۰۰ (۳)

۹۶۰۰ (۴)

۲۰۰- مقداری گاز آرمانی، طی یک فرایند بی دررو، از حالت a به حالت b می رود. کدام مورد درست است؟



(۱) $V_2 > \frac{1}{3}V_1$ و دمای گاز کاهش می یابد.

(۲) $V_2 < \frac{1}{3}V_1$ و دمای گاز کاهش می یابد.

(۳) $V_2 > \frac{1}{3}V_1$ و دمای گاز افزایش می یابد.

(۴) $V_2 < \frac{1}{3}V_1$ و دمای گاز افزایش می یابد.

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

شیمی

۲۰۱- کدام مطلب درباره اتم درست است؟

(۱) انرژی لایه ها و تفاوت انرژی میان آن ها با دور شدن از هسته اتم بیشتر می شود.

(۲) اتم برانگیخته وضعیت ناپایداری دارد و با از دست دادن انرژی همواره به حالت پایه برمی گردد.

(۳) هر عنصر، طیف نشری خطی ویژه خود را دارد که با تفسیر آن می توان به انرژی لایه های الکترونی اتم آن پی برد.

(۴) اگر طول موج بازگشت الکترون از لایه چهارم به لایه سوم برابر 486 nm باشد، طول موج بازگشت الکترون از لایه سوم به لایه دوم می تواند حدود 432 nm باشد.

۲۰۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ در عنصرهای اصلی، به لایه آخر هر اتم، لایه ظرفیت گفته می شود.

■ انرژی زیرلایه ۵d از زیرلایه ۶p کمتر و از زیرلایه ۴f بیشتر است.

■ عنصری که اتم آن در لایه ظرفیت خود الکترون بیشتری دارد، واکنش پذیری بیشتری دارد.

■ گنجایش الکترونی زیرلایه $l = 4$ یک اتم، با شمار عنصرهای دوره پنجم جدول تناوبی، برابر است.

■ دو یا چند عنصر که شمار الکترون های ظرفیتی آن ها برابر باشد، در یک گروه جدول تناوبی جای دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰۳- شمار یون های موجود در 84°C گرم منیزیم سولفید، چند برابر شمار یون های مثبت موجود در $16/6^\circ \text{C}$ گرم سدیم نیتريد است؟

$$(N = 14, Na = 23, Mg = 24, S = 32 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

۵ (۴)

۳/۷۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۰/۲۷ (۱)

۲۰۴- در لایه استراتوسفر، به ازای هر کیلومتر ارتفاع، به تقریب پنج درجه سلسیوس افزایش دما رخ می دهد. اگر دما در ابتدای این لایه برابر 217°C

کلوین و در انتهای آن، برابر 7°C درجه سلسیوس باشد، ارتفاع تقریبی این لایه چند کیلومتر است؟

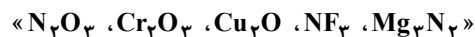
۲۵ (۴)

۲۳ (۳)

۱۲/۶ (۲)

۱۱/۶ (۱)

۲۰۵- نام ترکیب‌های زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) منیزیم نیتريد - نیتروژن تری فلوئوريد - مس (II) اكسيد - دی کروم تری اكسيد - نیتروژن اكسيد

(۲) تری منیزیم دی نیتريد - نیتروژن فلوئوريد - مس (II) اكسيد - کروم (III) اكسيد - نیتروژن اكسيد

(۳) منیزیم نیتريد - نیتروژن تری فلوئوريد - مس (I) اكسيد - کروم (III) اكسيد - دی نیتروژن تری اكسيد

(۴) دی منیزیم تری نیتريد - نیتروژن فلوئوريد - مس (I) اكسيد - دی کروم تری اكسيد - دی نیتروژن تری اكسيد

۲۰۶- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در چند گونه زیر، با هم برابر است و در ساختار چند ترکیب، پیوند سه گانه وجود دارد؟

■ اتین ■ گوگرد تری اكسيد ■ کربن دی سولفید

■ هیدروژن سیانید ■ کربن مونوکسید ■ یون فسفات

(۱) ۳، ۴ (۲) ۴، ۴ (۳) ۳، ۳ (۴) ۴، ۳

۲۰۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ ساختار فیزیکی هر ماده، تعیین کننده خواص و رفتار آن است.

■ افزایش مقدار کربن دی اكسيد در هواکره، سبب افزایش pH آب‌ها می‌شود.

■ میزان اثرگذاری هریک از انسان‌ها روی قسمت‌های مختلف کره زمین را ردپا می‌نامند.

■ روغن‌های گیاهی مانند پلاستیک‌های سبز، به وسیله جانداران ذره‌بینی در طبیعت تجزیه می‌شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۸- درصد جرمی پتاسیم نیترات در محلول سیر شده آن در دمای $40^\circ C$ ، برابر $37/5\%$ است. اگر 360 گرم محلول دارای 162 گرم این نمک در

دمای $50^\circ C$ را تا $40^\circ C$ سرد کنیم، به تقریب چند گرم از آن در محلول باقی می‌ماند و چند مول از آن رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به

چپ بخوانید و جرم مولی KNO_3 را به تقریب، برابر 100 گرم در نظر بگیرید.)

(۱) $0/27$ ، $118/8$ (۲) $0/27$ ، 135 (۳) $0/43$ ، 135 (۴) $0/43$ ، $118/8$

۲۰۹- اگر نیروهای بین مولکولی در اتانول، آب و بین اتانول و آب را به ترتیب با a ، b و c نشان دهیم، چند مورد از مقایسه‌های زیر، درست‌اند؟

■ $b > a$ ■ $c < a$ ■ $c > b - a$ ■ $c > b > a$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۰- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) KCl در هگزان، کم محلول است.

(ب) انحلال گازها در آب، با تولید گرما همراه است.

(پ) در یک دمای معین، انحلال پذیری گازها با فشار رابطه عکس دارد.

(ت) تأثیر دما بر انحلال پذیری پتاسیم نیترات در مقایسه با سدیم نیترات بسیار بیشتر است.

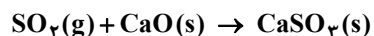
(۱) الف، پ (۲) الف، ب (۳) ب، ت (۴) پ، ب

۲۱۱- یک نیروگاه حرارتی در روز، 10 تن از یک نوع سوخت فسیلی را می‌سوزاند. اگر غلظت گوگرد در سوخت مصرفی برابر 6400 ppm باشد، با فرض

اینکه همه گوگرد به‌طور کامل بسوزد، چند کیلوگرم آهک (کلسیم اكسيد) برای جذب کامل گاز تولید شده لازم است و آهک لازم در این فرایند

را از تجزیه گرمایی چند کیلوگرم کلسیم کربنات با خلوص 80 درصد می‌توان تهیه کرد؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. $C = 12$ ، $O = 16$ ، $S = 32$ ، $Ca = 40$: g.mol^{-1})



(۱) 160 ، 112 (۲) 250 ، 112 (۳) 143 ، 115 (۴) 256 ، 115

۲۱۲- چند مورد از مطالب زیر، درباره عنصر X درست است؟

■ با عنصر Y هم‌گروه و با عنصر Z هم‌دوره است.

■ می‌تواند در تشکیل ترکیب‌های یونی و کووالانسی شرکت کند.

■ بزرگ‌ترین شعاع اتمی را در میان عنصرهای هم‌دوره خود دارد.

■ حالت فیزیکی متفاوت با عنصرهای هم‌دوره و هم‌گروه خود دارد.

■ بیشترین واکنش پذیری را در میان عنصرهای هم‌دوره و هم‌گروه خود دارد.

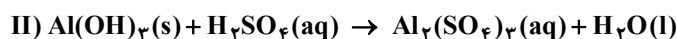
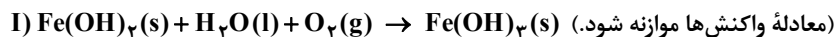
(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۳- کدام مطلب درباره نیکل (^{58}Ni) و تیتانیم (^{48}Ti)، نادرست است؟

(۱) نیکل عنصری واسطه و تیتانیم عنصری اصلی است. (۲) شعاع اتمی نیکل از شعاع اتمی تیتانیم کوچک‌تر است.

(۳) نیکل و تیتانیم، هر دو در یک دوره جدول تناوبی جای دارند. (۴) نیکل در گروه ۱۰ و تیتانیم در گروه ۴ جدول تناوبی جای دارند.

۲۱۴- با توجه به واکنش‌های زیر، پس از موازنه معادله آن‌ها، چند مطلب زیر درست است؟



- برای تشکیل ۱۰۷۰ گرم رسوب Fe(OH)_3 ، $12/04 \times 10^{23}$ مولکول آب نیاز است.
- واکنش I، از نوع اکسایش-کاهش و واکنش II، از نوع خنثی شدن اسید و باز است.
- از واکنش هر مول سولفوریک اسید با آلومینیم هیدروکسید کافی، ۳۶ گرم آب تشکیل می‌شود.
- مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در واکنش I با مجموع ضریب‌های استوکیومتری فراورده‌ها در واکنش II برابر است.

($\text{H} = 1$, $\text{O} = 16$, $\text{Fe} = 56$: g.mol^{-1})

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

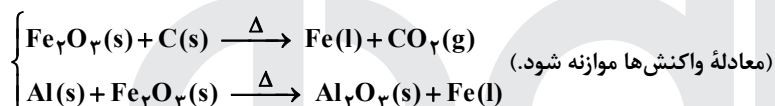
۲۱۵- با توجه به واکنش زیر، به ازای مصرف ۰/۳ مول HF، چند گرم NaF تولید و به تقریب چند گرم Na_2SiO_3 با خلوص ۸۰ درصد مصرف می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\text{Si} = 28$, $\text{Na} = 23$, $\text{F} = 19$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})



۱ (۱) ۵/۷، ۳/۱۵ (۲) ۷/۵، ۳/۱۵ (۳) ۵/۷، ۳/۱۵ (۴) ۷/۵، ۳/۱۵ (۵)

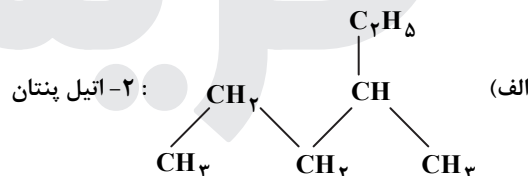
۲۱۶- از واکنش ۱/۸ کیلوگرم زغال با آهن (III) اکسید، چند کیلوگرم آهن، با بازده ۸۵ درصد می‌توان به دست آورد و این مقدار آهن را از واکنش چند کیلوگرم آلومینیم با آهن (III) اکسید خالص کافی در فرایند ترمیت می‌توان تهیه کرد؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$, $\text{Al} = 27$, $\text{Fe} = 56$: g.mol^{-1})



۱ (۱) ۴/۵۹، ۹/۵۲ (۲) ۶/۱۷، ۹/۵۲ (۳) ۴/۵۹، ۱۵/۸ (۴) ۶/۱۷، ۱۵/۸ (۵)

۲۱۷- کدام موارد از نام‌گذاری ترکیب‌های زیر، درست است؟



(ب) ۵- اتیل-۲، ۴، ۶- تری متیل اوکتان

(پ) $(\text{CH}_3)_2\text{CH}-\text{CH}_2\text{CH}(\text{CH}_3)_2$: ۲، ۴- دی متیل پنتان
 (ت) $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_2\text{CH}(\text{CH}_3)\text{CH}(\text{CH}_3)\text{CH}(\text{CH}_3)_2$: ۴، ۵، ۶- تری متیل هپتان

۱ (الف)، ت ۲ (ب)، پ ۳ (الف)، ب، پ ۴ (ب)، پ، ت

۲۱۸- ۸/۴ گرم از دومین خانواده آلکن‌ها در واکنش با کلر کافی، چند گرم ترکیب کلردار تشکیل می‌دهد؟

($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{Cl} = 35/5$: g.mol^{-1})

۱ (۱) ۲۶/۴ (۲) ۲۲/۶ (۳) ۲۹/۷ (۴) ۲۷/۹

۲۱۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) ظرفیت گرمایی هر نمونه ماده، برعکس ظرفیت گرمایی ویژه آن به جرم آن وابسته است.
- (ب) دمای یک نمونه از ماده، معیاری از میزان گرمی (میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده) آن است.
- (پ) علت دشوار بودن انجام واکنش: $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{C}(\text{s})$ ، گرماگیر بودن آن است.
- (ت) تغییر آنتالپی هر واکنش در حجم ثابت، برابر مقدار گرمایی است که سامانه واکنش با محیط دادوستد (مبادله) می‌کند.

۱ (الف)، ب ۲ (الف)، ت ۳ (ب)، پ ۴ (ب)، ت

۲۲۰- اگر از سوختن کامل ۰/۰۲ مول بنزن، ۶۴ kJ و از سوختن کامل ۰/۱ مول اتانول، ۱۳۸ kJ گرما تولید شود، ارزش سوختی بنزن، به تقریب چند برابر ارزش سوختی اتانول است و از سوختن این مقدار بنزن، چند مول گاز CO_2 تولید می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})

۱ (۱) ۰/۱۲، ۱/۲۵ (۲) ۰/۱۵، ۱/۳۷ (۳) ۰/۱۵، ۱/۲۵ (۴) ۰/۱۲، ۱/۳۷

۲۲۱- اگر آنالپی پیوندهای $H-H$ ، $N-H$ ، $N-N$ و $N \equiv N$ با یکای کیلوژول بر مول، به ترتیب برابر ۴۳۵، ۳۸۹، ۱۵۹ و ۹۴۱ باشد، مطابق

واکنش $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow H_2N-NH_2(g)$ ، به ازای مصرف $3/01 \times 10^{25}$ مولکول هیدروژن، چند کیلوژول انرژی جذب می شود؟

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۲۴۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴) ۴۸۰۰

۲۲۲- کدام ویژگی های یک محلول معین، در خواص آن مؤثرند؟

- (الف) وزن (ب) غلظت (پ) حجم
(ت) ماهیت حلال (ث) دما (ج) ماهیت حل شونده
(۱) الف، ب، ت (۲) الف، ث، ج (۳) ب، پ، ت (۴) ب، ت، ث، ج

۲۲۳- از یک واکنش فرضی در دمای معین، داده های جدول زیر به دست آمده است. نسبت ضریب استوکیومتری فراورده (ها) به واکنش دهنده (ها) در معادله موازنه شده واکنش، کدام است؟

غلظت (mol.L^{-1})			زمان (ثانیه)
D	E	A	
۰	۰	۰/۰۲۰۰	۰
۰/۰۰۱۶	۰/۰۰۶۳	۰/۰۱۶۹	۱۰۰
۰/۰۰۲۹	۰/۰۱۱۶	۰/۰۱۴۲	۲۰۰
۰/۰۰۴۰	۰/۰۱۶۰	۰/۰۱۲۰	۳۰۰
۰/۰۰۴۹	۰/۰۱۹۹	۰/۰۱۰۱	۴۰۰

(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) ۴

۲۲۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- پلی استرها و پلی آمیدها به آسانی تجزیه می شوند.
- یکی از مصارف عمده پلی لاکتیک اسید، در تهیه ظرف های یک بار مصرف است.
- استفاده از نشانه های ویژه روی کالاهای پلاستیکی، می تواند کار بازیافت مواد را آسان کند.
- برای تهیه صنعتی پلی لاکتیک اسید از فراورده هایی مانند سیب زمینی، نشاسته و شیرترش شده استفاده می شود.
- لباس های تهیه شده از پارچه های پلی آمیدی، ماندگاری بیشتری نسبت به لباس های تهیه شده از پلیمرهای حاصل از هیدروکربن های سیر نشده دارند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۲۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- از دید آرنیوس، جامدهای یونی اکسیژن دار، اسید به شمار می آیند.
- یک ترکیب کم محلول در آب، می تواند یک الکترولیت قوی باشد.
- برخی از ترکیب های مولکولی می توانند در آب یونیده شوند و رسانای الکتریکی به شمار آیند.
- فرایند یونش یک اسید ضعیف تا جایی پیش می رود که غلظت مولی یون ها با مولکول ها برابر شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۶- ثابت یونش اسید HA ، در محلول $0/2$ مولار آن برابر $0/1$ است، pH این محلول کدام و با pH محلول چند گرم بر لیتر نیتریک اسید برابر

است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید، $O = 16$ ، $N = 14$ ، $H = 1$ ، $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) $6/3$ ، (۲) $3/6$ (۳) $3/6$ ، (۴) $6/3$ ، (۱) $3/6$ ، (۲) $3/6$

۲۲۷- $4/8$ میلی لیتر محلول 50% جرمی $NaOH$ در دمای اتاق، با آب تا حجم 750 میلی لیتر رقیق می شود. غلظت یون $Na^+(aq)$ با یکای ppm کدام است و اگر برای خنثی کردن کامل این محلول، $7/3$ گرم HCl ناخالص مصرف شده باشد، درصد خلوص اسید کدام است؟

(هر میلی لیتر محلول آغازی و رقیق شده $NaOH$ به ترتیب $1/5$ و 1 گرم جرم دارد و $g \cdot mol^{-1}$: $H = 1$ ، $O = 16$ ، $Na = 23$ ، $Cl = 35/5$)

- (۱) 55 ، 1840 (۲) 45 ، 1840 (۳) 45 ، 2760 (۴) 55 ، 2760

۲۲۸- در 250 میلی لیتر از محلول باز قوی MOH در دمای اتاق، $2/5 \times 10^{-10}$ مول یون $H_3O^+(aq)$ وجود دارد، محلول این باز، چند مولار

است و غلظت یون OH^- در آن با غلظت این یون در محلول چند مولار باریم هیدروکسید برابر است؟

- (۱) 1×10^{-9} ، $2/5 \times 10^{-10}$ (۲) 1×10^{-9} ، 5×10^{-10} (۳) 1×10^{-5} ، 2×10^{-6} (۴) 1×10^{-5} ، 5×10^{-6}

۲۲۹- عنصر X که عدد اتمی آن 7 واحد کمتر از عدد اتمی دومین عنصر فراوان در پوسته جامد زمین است، به ترتیب با بیشترین و کمترین عدد

اکسایش خود، اسید و باز تولید می کند. فرمول شیمیایی این اسید و باز کدام است؟

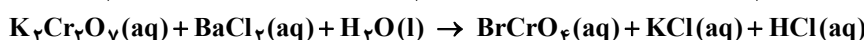
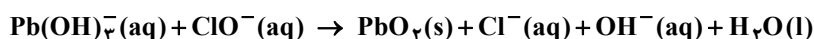
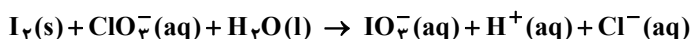
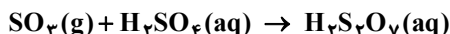
- (۱) XH_2 ، HXO_2 (۲) XOH ، H_3XO_4 (۳) XH_2OH ، H_3XO_3 (۴) XH_3 ، HXO_3

۲۳۰- اگر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور جامد یونی AD از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور جامد یونی AX_۲ بیشتر باشد، کدام مطالب زیر، می تواند درست باشد؟ (عنصرهای مولد یون های X و D در یک دوره از جدول تناوبی جای دارند).

(الف) شعاع اتمی D از شعاع اتمی X، بزرگ تر است.
 (ب) شعاع آنیون X از شعاع آنیون D کوچک تر است.
 (پ) بار الکتریکی آنیون D، از بار الکتریکی آنیون X بیشتر است.
 (ت) D می تواند عنصری از گروه ۱۷ و X عنصری از گروه ۱۶ باشد.

(۱) الف، ت (۲) ب، پ (۳) الف، ب، پ (۴) ب، پ، ت

۲۳۱- تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری در واکنش هایی که از نوع اکسایش- کاهش اند، کدام است؟



(۱) ۳۵ (۲) ۲۹ (۳) ۲۷ (۴) ۲۲

۲۳۲- درباره سلول گالوانی «سرب- پلاتین» چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

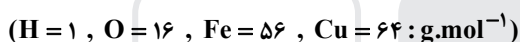
$$E^\circ [\text{Pb}^{2+}(\text{aq}) / \text{Pb}(\text{s})] = -0.13 \text{V}, \quad E^\circ [\text{Pt}^{2+}(\text{aq}) / \text{Pt}(\text{s})] = +1.20 \text{V}$$

- E° سلول برابر $+1.07$ ولت است و در واکنش کلی سلول، سرب نقش کاهنده را دارد.
- قدرت اکسندگی Pt^{2+} از Pb^{2+} بیشتر است و سطح تیغه در آند، دارای بار منفی می شود.
- الکتروود سرب، آند است و با انجام واکنش در سلول، غلظت کاتیون در بخش آندی کاهش می یابد.
- با پیشرفت واکنش سلول به میزان ۲۵٪، $3/01 \times 10^{23}$ الکترون میان دو الکتروود مبادله می شود.
- الکترون ها، با گذر از دیواره متخلخل بین دو محلول، از قطب منفی به قطب مثبت رفته، سبب کاهش $\text{Pt}^{2+}(\text{aq})$ می شوند.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۳۳- اگر الکترون های آزاد شده از اکسایش 80 گرم فلز در نیم واکنش آندی:

(معادله واکنش موازنه شود). $\text{Fe}^{3+}(\text{aq}) + \text{Cu}(\text{s}) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ ، در نیم واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن- اکسیژن مصرف شود، چند لیتر گاز اکسیژن (در شرایط STP) مصرف و چند گرم آب تولید می شود؟



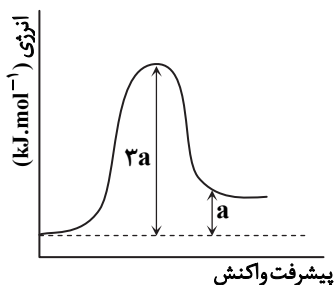
(۱) $11/25, 7$ (۲) $22/5, 7$ (۳) $11/25, 14$ (۴) $22/5, 14$

۲۳۴- بهره گیری از کاتالیزگر در فرایند تبدیل گازوئیل به هیدروکربن های سبک تر در پالایشگاه، سبب کاهش دمای انجام واکنش از 700°C به 500°C می شود. اگر ظرفیت گرمای ویژه گازوئیل برابر $1.8 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ باشد و برای تأمین گرمای لازم از سوختن گاز متان استفاده شود، با کاربرد کاتالیزگر در این فرایند، برای تبدیل یک کیلوگرم گازوئیل به فراورده های موردنظر، به تقریب در مصرف چند لیتر گاز متان (در شرایط STP) صرفه جویی و از انتشار چند گرم گاز CO_2 جلوگیری می شود؟

(ΔH سوختن گاز متان، -880 kJ.mol^{-1} در نظر گرفته شود، $\text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $8, 4/07$ (۲) $8/8, 4/07$ (۳) $6, 5/04$ (۴) $6/8, 5/04$

۲۳۵- با توجه به نمودار تغییر انرژی نسبت به پیشرفت واکنش: $\text{A}(\text{g}) + \text{X}(\text{g}) \rightarrow \text{D}(\text{g})$ که نشان داده شده است، کدام مطلب درست است؟



(۱) سرعت واکنش کم و $\Delta H - E_a = 2a$ است.

(۲) به ازای مصرف 0.1 مول گاز A، 1 kJ انرژی نیاز است.

(۳) با افزایش دمای واکنش، سرعت آن افزایش می یابد، زیرا $E_a < 3a$ می شود.

(۴) بیشترین مقدار انرژی لازم برای انجام واکنش، برابر 3 kJ و کمترین مقدار آن، برابر kJ است.

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۹

گروه آزمایشی علوم ریاضی
(خارج کشور)

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۳

۲- پاسخ: گزینه ۲

معنی صحیح واژه‌هایی که معنی آن‌ها نادرست است:

شرع: سایه‌بان، خیمه / عارضه: حادثه، بیماری / تشرع: شریعت، دین

۳- پاسخ: گزینه ۱

معنی کلان نادرست است و معنی آن «دارای سن بیشتر» است.

۴- پاسخ: گزینه ۲

در متن املاي مطابق و صورت نادرست است و شکل درست آن‌ها متابع (پیرو و تابع) و سورت (شدت و حدّت و تندی) است.

۵- پاسخ: گزینه ۱

موارد نادرست املاي:

حظار ← حضار / ذره ← زره / برخاستن ← برخاستن / شفقت ← شفقت / ذل‌زدن ← زل‌زدن / فرومایه‌گی ← فرومایگی

۶- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۴، «هواس» نادرست است و شکل درست آن «حواس» است.

۷- پاسخ: گزینه ۴

موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «تمهیدات» منثور است.

گزینه ۲: «روزها» منثور است.

گزینه ۳: «قصه شیرین فرهاد» و «اسرارالتوحید» هر دو منثور هستند.

۸- پاسخ: گزینه ۳

نوا به دو معنی «نغمه، آهنگ، آواز» و «ساز و برگ زندگی» قابل قبول است و ایهام دارد. مخالف نیز در دو معنی «گوشه‌ای در موسیقی سنتی» و

«ناموافق و خلاف» قابل قبول است.

۹- پاسخ: گزینه ۲

بررسی آرایه‌های گزینه ۲:

کنایه: خنده خونین خود را نهان کردن کنایه از شرمساری است. / استعاره: غنچه استعاره از دهان یار است. / تشخیص: خجل شدن پسته و

خندیدن آن تشخیص و استعاره است. / حسن تعلیل: علت وجود داشتن پوست نرم پسته، پنهان کردن خنده پسته و خجالت کشیدن آن

دانسته شده است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

بررسی تشبیه در گزینه‌ها:

گزینه ۱: باغ رخ (اضافه تشبیهی) / بهار خط (اضافه تشبیهی): ۲ تشبیه

گزینه ۲: آیین جان (اضافه تشبیهی) / تخته تن (اضافه تشبیهی): ۲ تشبیه

گزینه ۳: میوه عیش (اضافه تشبیهی) / نخل مراد (اضافه تشبیهی) / باغ محبت (اضافه تشبیهی): ۳ تشبیه

گزینه ۴: دام نجات (اضافه تشبیهی) / خم طره دوست مانند حلقه دام است: ۲ تشبیه

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

بررسی هر کدام از گزینه‌ها:

گزینه ۱: اغراق: شاعر غم عشق خود را به اندازه کوه می‌داند و در میزان غم عشق اغراق کرده است. / جناس: ما و را

گزینه ۲: ایهام تناسب: «هزار»: ۱ عدد ۱۰۰۰ (معنی قابل قبول) ۲ بلب (معنی غیرقابل قبول و متناسب با گل و بلبل و بهار و چمن) / استعاره:

خطاب قراردادن دل تشخیص و استعاره است.

گزینه ۳: واج آرایی: تکرار مصوت /آ/ (۹ بار) و صامت /د/ (۶ بار) / استعاره: خاطر داشتن خورشید و گره داشتن خاطر آن تشخیص و استعاره است.

گزینه ۴: اسلوب معادله: تمام شرایط اسلوب معادله در بیت وجود دارد. / ایهام: ندارد.

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: طمع روی دل / صفت مضاف‌الیه: دشمن آیین بی‌زنگار

گزینه ۲: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: تماشاگاه اهل نظر / صفت مضاف‌الیه: ندارد.

گزینه ۳: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: عرق غیرت پیشانی خورشید / نفس صبح قیامت / صفت مضاف‌الیه: ندارد.

گزینه ۴: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: ندارد. / صفت مضاف‌الیه: قسمت یوسف بی‌جرم

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

برای مشخص کردن نقش کلمات ابتدا بیت را مرتب می‌کنیم:
برای آبله پایان (متمم) شوق، آرام (نهاد) نیست (= وجود ندارد)، حباب (نهاد) مانع از حرکت آب (مضاف الیه) نگردد.
«را» در مصراع اول «حرف اضافه» و در مصراع دوم «فک اضافه» است.

۱۴- پاسخ: گزینه ۴

صفت‌های پیشین: یک قرن / این کشور / این فاصله: ۳ صفت پیشین
ترکیب‌های وصفی: یک قرن / اختلافات داخلی / جنگ‌های داخلی / این کشور / این فاصله / قدم‌های بزرگ / کارگاه‌های متعدد / کارگاه‌های صنعتی: ۸ ترکیب وصفی

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

گزینه‌های ۱ و ۴، به دلیل داشتن منادا («صائب» در هر دو بیت منادا است) حذف می‌شود. در گزینه ۳، نیز فعل اسنادی وجود ندارد و حذف می‌شود. بررسی گزینه ۲:

همیشه فکرت صائب (نهاد) شکار دل (مفعول) می‌کرد (فعل): نهاد + مفعول + فعل
امروز، کمند ناله او (نهاد) دل‌شکار (مسند) نیست (فعل): نهاد + مسند + فعل
■ «همیشه» و «امروز» قید هستند و در ساختمان جمله حساب نمی‌شوند.

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

بررسی هر کدام از گزینه‌ها:

گزینه ۱: می‌دانی که «بی تو چون افتاده‌است»: این جمله مفعول «می‌دانی» است.
گزینه ۲: ترکیب‌های اضافی: دام غم / غمت / دلم / دلم: ۴ ترکیب اضافی وجود دارد و این گزینه نادرست است.
گزینه ۴: [تو] (نهاد) دلم (مفعول) را، شاد (مسند) کنی (فعل): نهاد + مفعول + مسند + فعل

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ مفهوم اصلی «برتر دانستن گرفتاری بر رهایی است» ولی در گزینه ۳ شاعر به دنبال رهایی از کمند عشق است، ولی ناتوان از این کار است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱، سخن از این است که هرکسی شایسته اسرار عشق نیست.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: به اسکندر آب حیات را نمی‌بخشند و او را بی‌نصیب می‌گذارند، پس یعنی بدون عنایت معشوق از زور و زر کاری بر نمی‌آید.
گزینه ۳: از اسرار الهی که هیچ‌کس محرم شنیدن آن نیست، باده‌فروش آگاهی یافته‌است، پس می‌توان نتیجه گرفت: اسرار الهی به قلب اهل معرفت الهام می‌شود.

گزینه ۴: عاشق گرفتار فراق به همان سرنوشتی مبتلا می‌شود که کاه در آتش سوخته بدان گرفتار می‌شود: فنا و نیست شدن عاشق

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲، همانند بیت سؤال سخن از این است که روزی بدون تلاش به دست نمی‌آید.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: دل از دنیا کردن سخت است، نه چشم‌پوشی ظاهری از تماشای ظاهری.

گزینه ۳: هرکس هر قدر فرمانبری کند به فرمانروایی می‌رسد.

گزینه ۴: سعی و تلاش بدون خواست تقدیر به جایی نمی‌رسد.

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم گزینه ۴، همانند بیت سؤال این است که رنج کشیدن و سختی دیدن مقدمه کمال و ارزشمندی است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: از خامی خود سوختن و آسیب دیدن (از ماست که بر ماست) / عاشق سبب حُسن یار می‌شود.

گزینه ۲: سختی فراق آرزوهای عاشق را از بین نمی‌برد.

گزینه ۳: عاشق سوخته‌جان از اسرار عشق آگاه است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱، همانند بیت سؤال سخن از این است که آنچه در جست‌وجوی آنیم در درون خودمان است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: اندک بودن کسانی که قدر و منزلت هنر را می‌شناسند (اندک بودن گوه‌رشناسان).

گزینه ۳: بی‌کسی و بی‌رونقی بالاترین منزلت و مقام است.

گزینه ۴: گله از خودبینی و غرور دیگران / فراگیری غرور و خودبینی

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۳، تکیه کردن به خود و توانایی‌های خود است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در اوج نیاز تلاشی برای مقصود خود نمی‌کنیم.

گزینه ۲: بدون زر و ثروت کاری انجام نمی‌شود.

گزینه ۴: بی‌نیازی سبب غرور است.

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۳ این است که کسی نمی‌تواند از سرنوشت مقدّر بگریزد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: غم‌های شاعر همه را غمگین می‌سازد.

گزینه ۲: شکایت کردن از بخت و اقبال خود

گزینه ۴: بدون می عیش تباه می‌شود.

۲۴- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۴، از خودبی خود شدن و بی‌خبری عارفانه است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: دین و مذهب عاشق، عاشقی است.

گزینه ۲: جاه و مقام مستان و بی‌خبران عالم معنا

گزینه ۳: از خودبی خود شدن عاشق با دیدن جلوه معشوق

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ همانند بیت سؤال سخن از این است که عاشق به امید وصال سختی‌های راه را تحمل می‌کند.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: توصیف شادی و پای کوبی عارف و عامی

گزینه ۳: فراموش شدن عشق و مستی

گزینه ۴: خوش داشتن شهادت و آزادی از وحشت‌سرای دنیا

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

وَلِيَ الَّذِينَ: ولی کسانی است که (رد سایر گزینه‌ها) // آمَنُوا: ایمان آوردند (رد سایر گزینه‌های ۱ و ۴) // يَخْرُجُهُم: آن‌ها را خارج می‌سازد

(رد گزینه‌های ۱ و ۳) // الظُّلُمَاتِ: تاریکی‌ها (رد سایر گزینه‌ها)

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

الجمال: زیبایی (رد گزینه‌های ۱ و ۳) // تَزْرَع: بکاری (رد گزینه‌های ۱ و ۳) // بستان: بوستانی، یک بوستان (رد گزینه‌های ۱ و ۳) // منه: از آن

(رد گزینه ۲) // أَنْ تَغْرَس: که بکاری (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۱

هؤلاء الأصدقاء: این دوستان (رد گزینه‌های ۳ و ۴) // عَوَّدُوا: عادت داده‌اند (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // الصَّراحة في الكلام: صراحت در سخن

(رد سایر گزینه‌ها)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

يُقْبَل... إقبالاً: قطعاً روی می‌آورند (رد سایر گزینه‌ها) // أَفكار: افکاری (رد گزینه‌های ۱ و ۲) // يرغبون... رغبة كثيرة: بسیاری علاقه‌مند

می‌شوند (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۴

هناك: وجود دارد (رد سایر گزینه‌ها) // تبنى: می‌سازند (رد گزینه ۲) // أعشاشها: آشیانه‌های خود را (رد گزینه ۲) // إرتفاعها أكثر من: ارتفاع

آن‌ها بیش از... است (رد سایر گزینه‌ها) // تتعلّم: یاد بگیرند (رد گزینه ۳)

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

هو أقرب شخص لي: او نزدیک‌ترین فرد به من است (رد سایر گزینه‌ها) // وإن كان: اگرچه، هرچند... باشد (رد سایر گزینه‌ها)

۳۲- پاسخ: گزینه ۱

قررت: قرار گذاشتم (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // الصَّغِير: کوچک (رد گزینه‌های ۲ و ۳) // آثار المتحف التَّاريخية: آثار تاریخی موزه (رد سایر گزینه‌ها)

۳۳- پاسخ: گزینه ۴

سبيل كسب رضاك: راه کسب رضایت

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

کَلَمَهُم: با آن‌ها سخن بگو/ علی ذلک القدر: به آن اندازه

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

شناخته شوید: تُعْرِفُوا، تُعْرِفَنَّ (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ شخص: المرء (رد گزینه‌های ۳ و ۴)/ زیر: تحت (رد سایر گزینه‌ها)

■ ترجمه متن:

«بسیاری از افراد در این زندگی به شکلی بی‌نظم زندگی می‌کنند! پس آن‌ها به زمان بیکاری که آن را بسیار بی‌فایده در زندگی خود می‌گذرانند، اهمیت نمی‌دهند! و این، نتیجه نادانی‌شان در چگونگی اداره زندگی و سامان دادن به آن است! به‌عنوان مثال این‌ها خود را در موقعیت‌هایی قرار می‌دهند که اوقات زیادی از آن‌ها را تباه می‌کند و آن‌ها نمی‌توانند با آن‌ها مواجه نشوند و این باعث رنج جسمی و روحی آنان می‌شود، همچنین تباه ساختن اوقات آنان به هنگام مواجهه با نزدیکان و خانواده و دوستان برایشان مشکلات زیادی ایجاد می‌کند در حالی که نحوه حل آن را نمی‌دانند! هرکسی باید سامان معینی برای زندگی‌اش قرار دهد، به‌طوری که بداند در روزش یا تعطیلاتش یا پایان هفته‌اش می‌خواهد چه کار کند، همچنین هدفی که در پایان سال می‌خواهد به آن برسد چیست؟ و این مسئله می‌طلبد که جدولی طراحی کند که بر اساس آن حرکت کند تا بتواند نظم را در زندگی‌اش تثبیت نماید!»

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

صورت سؤال: «از مهم‌ترین کارها در تنظیم زندگی»

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) تعیین هدف‌ها به‌خاطر دوری کردن از نظم در اداره زندگی است!
- (۲) ثبت کردن اوقات بیکاری و تعریف آن‌هاست تا آن‌ها را فراموش نکنیم!
- (۳) این است که انسان اقدام به تهیه برنامه‌ها یا جدول‌ها برای کارهای روزانه و هفتگی یا سالیانه خود نماید! ✓
- (۴) زیاد کردن علاقه در اهمیت دادن به کیفیت گذران اوقات بیکاری است که در زندگی زیاد است می‌باشد!

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

صورت سؤال: «کسی که طبق سامان معینی در زندگی حرکت می‌کند»

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) مشکلات و رنجش در پایان کارش کم می‌شود! ✓
- (۲) به جدول منظمی برای تقسیم اوقات تباه‌شده نیازی ندارد!
- (۳) از هرچیزی که می‌خواهد در روزهای آینده انجام دهد دور می‌شود!
- (۴) به آن در وقت بیکاری که از دستش می‌رود و آن را ثبت نمی‌کند، اعتنا نمی‌کند!

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

صورت سؤال: «نتایج نبود نظم در زندگی چیست؟» خطا را مشخص کن:

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) از دست دادن احساس راحتی!
- (۲) زیان ندیدن در اداره امور زندگی! ✗
- (۳) اقدام به کارهایی که سودمند نیست و نیازی را برطرف نمی‌کند!
- (۴) افزایش تباه کردن اوقات در مواجهه با دیگران!

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

آنچه برای عنوان متن مناسب نیست را انتخاب کن:

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) فرصت‌ها زود از دست می‌روند!
- (۲) زندگی دقیقه‌ها و ثانیه‌هاست!
- (۳) هرکس بدی بکارد، بدی درو می‌کند! ✓
- (۴) هرکس از هوس خود پیروی کند، اوقات بی‌کاری‌اش در زندگی زیاد می‌شود!

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) الحرفان زائدان «ت ی» ← حرف زائد واحد «ی»
- (۲) المذکر المخاطب ← المؤنث الغائب
- (۳) له حرفان زائدان ← له حرف زائد واحد

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مجهول ← معلوم

(۳) الماضي الثقلي ← المضارع التزامي

(۴) فاعله «النَّظْم» ← مفعوله «النَّظْم»

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) جمع مؤنث سالم ← جمع تکسیر

(۳) جمع سالم للمؤنث ← جمع تکسیر

(۴) مؤنث ← مذکر

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

«لکثیر» باید «لکثیر» باشد؛ زیرا «ل» حرف جر می‌باشد.

«مُلمَّعات» باید «مُلمَّعات» باشد؛ زیرا اسم مفعول مزید است.

۴۴- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) کتاب: بوستان دانا است که از آن نتیجه‌های گوناگونی می‌گیرد!

(۲) حاجی: حاجیان در هر سال برای عبادت خدا آهنگ آن می‌کنند! (حج)

(۳) روزنامه‌نگار: کسی است که روزنامه را هر صبح و شام می‌خواند!

(۴) ملافه: نوعی از پارچه که آن را برای خشک کردن صورت بعد از شستن استفاده می‌کنیم!

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

وارد اتاق شدم و آن را خالی یافتم، پس به چراغ‌ها اقدام کردم!

(۱) حفظ (۲) خاموش کردن (۳) شکستن (۴) خریدن

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

کلمه «شَر» هرگاه مضاف واقع شود یا قبل از حرف جر «من» بیاید و یا معنی «بدتر، بدترین» داشته باشد، اسم تفضیل است.

در این گزینه «شَر» بر سر حرف «إِلا» آمده و معنای «بدی» دارد.

در سایر گزینه‌ها به ترتیب «أعدائنا»، «الأشياء» و «الأعمال» مضاف الیه «شَر» می‌باشد.

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

«الزُّوَار» جمع «زائر» (اسم فاعل) می‌باشد.

در سایر گزینه‌ها به ترتیب «الکذاب»، «العلامة» و «اللوامة» اسم مبالغه می‌باشند.

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

(۱) ضرنی: حروف اصلی آن «ض ر ر» می‌باشد، پس نون وقایه داریم.

(۲) یتمنی: حروف اصلی آن «م ن ی» می‌باشد و نون دَوَم (تشدید) مربوط به باب «تفعّل» می‌باشد، پس نون وقایه نداریم.

(۳) تُعینی: حروف اصلی آن «ع و ن» می‌باشد، پس نون وقایه نداریم.

(۴) یبنی: حروف اصلی آن «ب ن ی» می‌باشد، پس نون وقایه نداریم.

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

(۱) من: کسی که (پس اسم شرط می‌باشد)

(۲) «ضحک» فعل شرط و «فإنه...» جواب شرط می‌باشد.

(۳) اول جمله ادات شرط نداریم.

(۴) من + فعل مضارعی که آخرش تغییر نکرده، «من» شرط می‌باشد.

۵۰- پاسخ: گزینه ۱

صورت سؤال «لا» نفی جنس را می‌خواهد.

نکته: «لا» نفی جنس بر سر اسم مفردی می‌آید که «ال» و «تنوین» نداشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) «لا» اوّل بر سر هیچ اسم یا فعلی نیامده/ «لا» دوّم بر سر فعل آمده است.

(۳) «لا» بر سر اسمی آمده است که تنوین دارد.

(۴) «لا» بر سر اسمی آمده است که «ال» دارد.

فرهنگ و معارف اسلامی

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

این عبارت زمانی ارزیابی می‌شود که فرد از دستورات خدا نیز پیروی کرده و تولی و تبری نیز داشته باشد (...فاتبعونی یحییکم الله).

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

این نیاز مقبولیت در دوران نوجوانی و جوانی نمود بیشتری دارد. (رد گزینه‌های ۱ و ۳) و سبب می‌شود که نوجوان و جوان بیشتر به خود پردازد و توانایی‌ها و استعدادهای خود را کشف و شکوفا کند. (رد گزینه ۲)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

با دقت و توجه به آیه (... استجیبوا لله و للرسول اذا دعاکم لما یحییکم)، می‌توان به اکسیر حیات که عامل حیات روح است، دست پیدا کرد.

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

امیرالمؤمنین (علیه السلام) مردم را از آمدن چنین روزی بیم می‌داد که: «به خدا سوگند بنی‌امیه چنان به ستمگری ادامه دهند که حرامی باقی نماند، مگر آنکه حلال شمارند... تا آنکه در حکومت‌شان دو دسته بگیرند، دسته‌ای بر دین خود که آن را از دست داده‌اند و دسته‌ای بر دنیای خود که به آن نرسیده‌اند.»

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

■ دعوت نفس لوامه: از ما می‌خواهد در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم. (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

■ خواسته نفس اماره: از ما می‌خواهد از تمایلات عالی و برتر غافل بمانیم. (رد گزینه ۴)

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

■ حدیث صورت سؤال با ابیات زیر قرابت دارد:

■ دلی کز معرفت نور و صفا دید... / به صحرا بنگرم... / به هرجا بنگرم کوه و در و دشت... (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

این هدف (دیدن خدا در هر چیز) قابل‌دسترس است، به‌خصوص برای جوانان و نوجوانان چون پاکی و صفای قلب دارند. (رد گزینه ۱)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

این سؤال از منابع کنکور ۱۴۰۰ حذف شده است.

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

این سؤال از منابع کنکور ۱۴۰۰ حذف شده است.

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

در روایات مردم را در این جهان خواب‌آلود توصیف کرده است «الناس نيام...». (رد گزینه‌های ۱ و ۲ به‌دلیل آیه قرآن)

و وجود نعمت حقیقی و حیات طیبه در آخرت در آیه «دار الاخرة لاهی الحيوان» توصیف شده (رد گزینه ۴)

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

تمایلات و گرایش‌ها و استعدادهای مختلف انسان و پاسخ‌گویی به این نیازها مربوط به ضرورت معاد در پرتو حکمت الهی است که آیه هم‌مفهوم با آن در گزینه ۱ یافت می‌شود.

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

آثار متأخر انسان از اعمال انسان است و طبق حدیث نبوی عمل انسان تا روز قیامت با انسان باقی می‌ماند و آیه گزینه ۳ مربوط به فضای قیامت و فضای آن است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: مجازات و کیفر مربوط به اعمال قراردادی انسان است، ولی هماهنگی و یزگی اعمال طبیعی انسان است.

گزینه ۲: اتفاقاً خداوند بر اساس سنت املاء و استدراج، بدکاران را مجازات می‌کند.

گزینه ۳: اعمال انسان در قیامت به‌صورت گزارش نیست، بلکه عین عمل در آنجا مشاهده می‌شود.

گزینه ۴: جمله‌ای کاملاً درست

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

انسان باتقوا می‌کوشد روزبه‌روز بر توانمندی خود بیفزاید تا اگر در شرایط گناه قرار گرفت، آن قوت و نیرو او را حفظ کرده و از آلودگی نکه دارد.

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

زنان ایرانی قبل از اسلام که عموماً پیرو آیین زرتشت بودند، با پوشش کامل در محل‌های عمومی رفت‌وآمد می‌کردند، طوری که برخی مورخان غربی ایران‌باستان را منشأ اصلی حجاب در جهان می‌دانستند.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

«أنا معاشر الانبياء امرنا ان نكلم الناس على قدر عقولهم»: رشد تدریجی سطح فکر مردم از عوامل تعدد انبیا

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

آیه صورت سؤال مربوط به عنوان «ضرورت پذیرش ولایت الهی و نفی طاغوت» می شود و براین اساس، کسانی که حکم و دستورشان نشأت گرفته از فرمان خدا نباشد، طاغوت نامیده شده و اطاعت از آنان حرام است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

﴿لقد کان لکم فی رسول الله اسوة لمن (۱) کان یرجو الله (۲) والیوم الآخر (۳) و ذکر الله کثیرا﴾

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

با روی کار آمدن بنی عباس و بنی امیه، شراب و قمار بار دیگر رواج پیدا کرد و مردم به دوران جاهلیت بازگشتند. ﴿انقلبتم علی اعقابکم و من ینقلب علی عقبیه...﴾ (رد گزینه های ۱ و ۲)

در حالی که شراب و قمار از گناهان کبیره شناخته شده بود ﴿قل فیهما اثم کبیر و...﴾. (رد گزینه ۴)

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

حدیث قدسی بیان شده در صورت سؤال مربوط است به عنوان «شناخت ارزش های خود و فروختن خویش به بهای اندک» از راه های تقویت عزت نفس می باشد و روایت هم مفهوم با آن از امیرالمؤمنین علیه السلام است که فرمودند:

«همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست، پس خود را به کمتر از آن نفروشید»

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

کسانی که هوای نفس خویش را بپرستند، زینت دنیا و لذات و شهوات در دلشان فزونی می یابد و در نتیجه از درک معنویت و نیایش با خدا (خلوت انس با خدا) محروم می مانند و غافل می شوند.

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

اگر فردی تنها برای سلامت جسم روزه بگیرد، چون نیت روزه اش برای رضای خدا و انجام احکام شرعی نیست (حسن فاعلی) روزه او باطل است.

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

این سؤال از منابع کنکور ۱۴۰۰ حذف شده است.

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

﴿فَأَمَّا الَّذِينَ آمَنُوا بِاللَّهِ﴾ و ﴿وَأَعْتَصَمُوا بِهِ﴾ (در نتیجه) ﴿فَسَيُدْخِلُهُمْ فِي رَحْمَةٍ مِنْهُ وَفَضْلٍ وَيَهْدِيهِمْ إِلَى صِرَاطٍ مُسْتَقِيمٍ﴾، خداوند آنان را در رحمت و فضلش وارد کرده و آنان را به راه راست هدایت می کند.﴾.

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این آیه و آیه ﴿قد جاءکم بضائر من ربکم...﴾، متوجه می شویم که شواهدی وجود اختیار ما را به این نتیجه می رساند که خداوند قدرت اختیار و اراده را به ما عطا کرده و از ما خواسته است که با استفاده از آن برنامه ریزی کنیم و به قله های کمال برسیم.

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

اشرافی گری، تجمل گرایی برخی مسئولین و فساد اداری و مالی یکی از مهم ترین عوامل عقب ماندگی اقتصادی و فاصله طبقاتی است که علاوه بر آثار منفی اقتصادی، باعث بی اعتمادی عمومی و رواج تجمل گرایی و مصرف گرایی مردم می شود.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کارلوس با بیرون پریدن از پشت بوته ها، به خواهرش که ترسیده بود، داد زد و خندید.

نکته: در این تست نیاز به صفت مفعولی داریم، زیرا خواهر کارلوس بر اثر داد زدن ترسیده، لذا قسمت سوم فعل نیاز است و صفت قبل از اسم می آید.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: از وقتی او را در آخرین فیلمش دیدم، او تاکنون بازیگر موردعلاقه من بوده است، من اعتقاد دارم او بهترین است.

نکته: به دلیل کلمه since نیاز به حال کامل یا ماضی نقلی داریم، لذا گزینه ۳ جواب است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: هرساله تقریباً ۱۰۰ میلیون تن، ماهی از اقیانوس گرفته می شود.

نکته: کلمه million به دلیل اینکه صفت برای ton واقع شده است، نباید «s» بگیرد، پس گزینه های ۱ و ۳ نادرست هستند و مشکل گزینه ۴ این

است که عدد ۱۰۰ میلیون را با حرف اضافه به اسم متصل کرده است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: برای فیلم برداری مستقیم از صفحه نمایش رایانه، از یک دوربین می تواند استفاده شود، ولی برای تصاویری با بالاترین کیفیت ممکن، از دستگاه های گران قیمت ضبط فیلم استفاده می شود.

نکته: گزینه ۱ موصول اضافی دارد. گزینه ۲ بی معنی است. گزینه ۳ جمله به یک فاعل جمع نیاز دارد.

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: آیا شما جدی بودید یا فقط شوخی می کردید؛ وقتی گفتید که قصد دارید شغل فعلی خود را ترک کنید؟
(۱) طبیعی (۲) سرگرم کننده (۳) هیجان زده (۴) جدی

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: رابرت هینلین نویسنده، یک زمانی گفت که عشق آن حالتی است که شادی یک نفر دیگر برای شاد بودن شما ضروری می شود.
(۱) مهمان نواز (۲) ضروری، حیاتی (۳) جذاب (۴) خلاق

۸۲- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: آیا شما قصد دارید که تمام شب به کار کردن ادامه دهید؟ من فکر می کنم که شما نیاز دارید به خودتان یک استراحت بدهید.
(۱) ترک کردن (۲) افتادن، زمین خوردن (۳) ادامه دادن (۴) وابسته بودن

۸۳- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: روزی شخصی به شوخی گفت که کامپیوترها هرگز کاملاً جای انسان ها را نخواهند گرفت تا وقتی یاد بگیرند به لطیفه های رئیس شان بخندند.

(۱) مقایسه کردن (۲) بازنشسته کردن، بازنشسته شدن
(۳) احترام گذاشتن (۴) جایگزین کردن

۸۴- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: مردم به طور مداوم در حال خریدن محصولات بیشتر و ساختن خانه های بیشتر هستند. آب شیرین، نفت و گاز طبیعی فقط بعضی از منابعی هستند که مورد نیاز می باشند.

(۱) تقاضا، درخواست (۲) تنوع (۳) تخفیف (۴) اختلال، بیماری، بی نظمی
نکته: ترکیب in demand (مورد نیاز) بسیار معروف است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: غذا بخشی از هویت شماست، بنابراین وقتی هله هوله ای می خورید که نه تنها برای بدن، بلکه برای ذهنتان نیز بسیار مضر است، (این کار) چه چیزی درباره شخصیت شما بیان می کند؟

(۱) عملکرد، تابع (۲) اصل، قاعده (۳) هویت (۴) میراث

۸۶- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: اگر شما کشور من را ملاقات می کنید، من پیشنهاد می کنم حتماً یادتان باشد که مناطق شمالی را ملاقات کنید، همه چیز آنجا فوق العاده است.

(۱) بار خود را تحویل دادن (فرودگاه، هتل)، اتاق گرفتن (۲) مطلع کردن
(۳) وقف کردن، اختصاص دادن (۴) مطمئن شدن، (در خطاب) یادت باشد.

۸۷- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: وقتی که آن پسر در کلاس نتوانست نفس بکشد، نیاز بود یکی از افراد کلاس برای نجات جان او فوراً اقدام به CPR (تنفس مصنوعی) کند. (احیای قلبی تنفس)

(۱) اولیه، ابتدایی (۲) فوری، نزدیک (۳) در دسترس (۴) متوسط، میانی

■ ترجمه Cloze Test ■

بعضی از مردم بیشتر از بقیه به خرید می روند تا به محصولات مغازه ها نگاه کنند، حتی وقتی که پول کافی ندارند. این به عنوان ویتترین گردی نامیده می شود و اجازه می دهد که افراد برای آینده برنامه ریزی کنند و برای چیزهایی که می خواهند در آینده بخرند، پس انداز کنند یا صبر کنند تا اقلام و اجناس کاهش قیمت پیدا کنند. بعضی از مردم وقت زیادی را صرف چانه زدن می کنند، در حالی که بقیه به قیمت فکر نمی کنند و خوشحال هستند که زیاد پول خرج می کنند. بعضی از مردم اعتقاد دارند که هرچقدر اقلام و اجناس گران تر باشند، کیفیت نیز بهتر است، اما این همیشه درست نیست. این معقولانه است که اجناسی خریده شود که قابل خرید هستند (مقرون به صرفه هستند)، اما بعضی از مردم از کسارت اعتباری استفاده می کنند یا از بانک پول قرض می گیرند تا اینکه آن اقلام و اجناس را بتوانند بخرند، به جای اینکه صبر کنند.

۸۸- پاسخ: گزینه ۱

(۱) اجازه دادن (۲) پیشرفت کردن، ارتقا دادن (۳) تلاش کردن، اقدام کردن (۴) فراهم کردن

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته: جمله باید با فاعل و فعل شروع شود و قید زمان باید به انتهای جمله برود. به جز گزینه ۳ هیچ کدام از گزینه ها این ترتیب را رعایت نکرده اند، فقط دقت کنید که در این تست یک ضمیر موصولی به نام which یا that بعد از things وجود داشته که حذف شده است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۴

(۱) فهمیدن، متوجه شدن (۲) همراهی کردن، کنار آمدن با
(۳) مراقبت کردن (۴) فکر کردن

۹۱- پاسخ: گزینه ۲

(۴) مبدأ، منشأ

(۳) عکس

(۲) کیفیت

(۱) اقتصاد

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

(۲) کالاهایی که مقرون به صرفه هستند

(۱) کالای مقرون به صرفه‌ای که هستند

(۴) کدام کالاها مقرون به صرفه هستند

(۳) کالاهای مقرون به صرفه که آن‌ها هستند

■ ترجمه درک مطلب ۱:

تلاش برای توضیح اینکه پتروسورها چگونه می‌توانستند پرواز کنند به این نظرات منجر شده است که آن‌ها با پریدن از صخره‌ها، پایین انداختن خود از درختان یا حتی با خیز گرفتن در بادهای ملایم برآمده از تاج امواج به پرواز درمی‌آمدند. هر کدام از این توضیحات اشکالات خود را دارد.

اولی به اشتباه فرض می‌کند که پاهای عقبی پتروسورها شبیه پاهای خفاش بوده است و می‌توانسته مانند قلاب عمل کند تا حیوان هنگام آماده شدن برای پرواز از آن آویزان شود.

دومین توضیح نیز غیرمحتمل به نظر می‌رسد، چون پتروسورهای بزرگ نمی‌توانستند بدون آسیب دیدن بال‌هایشان بین درختان فرود بیایند. سومین توضیح نیز مستلزم وجود امواج بلندی است که پرواز را امکان‌پذیر کند، ولی احتمالاً بادی که چنین امواجی را تولید می‌کرده است، قوی‌تر از آن بوده که پتروسورها بتوانند روی هوا پروازشان را کنترل کنند.

۹۳- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: به کدام سؤال عمده متن مربوط می‌شود؟

(۱) اولین پرنده چه بود؟

(۲) آیا پتروسورها اصلاً وجود داشتند؟

(۴) چرا دانش ما از گذشته خیلی نامشخص است؟

(۳) چه چیزی باعث می‌شد تا پتروسورها بتوانند پرواز کنند؟

۹۴- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: لغت those در متن به پاهای برمی‌گردد.

(۴) پتروسورها

(۳) توضیحات

(۲) سختی‌ها

(۱) پاها

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: کدام یک از گزینه‌های زیر بهترین توصیف از طرز فکر نویسنده در مورد سه توضیح ارائه‌شده در متن است؟

(۴) نامطمئن

(۳) گیج، سردرگم

(۲) شوک‌زده

(۱) هیجان زده

۹۶- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام یک از جمله‌های زیر در صورت درستی، قدرت استدلال عرضه‌شده در مخالفت با توضیح دوم را کاهش می‌دهد؟

(۱) پتروسورها همیشه روی زمین فرود می‌آمدند.

(۲) پتروسورها بزرگ‌تر از آن بودند که اصلاً قادر به فرود آمدن باشند.

(۳) پتروسورها در مناطق دورافتاده و دور از جنگل‌های متراکم تخم می‌گذاشتند.

(۴) کالبدشناسی پتروسورها آن قدری که باید، مورد بررسی قرار نگرفته است.

■ ترجمه درک مطلب ۲:

مردمی که به زبان سواحیلی صحبت می‌کنند و می‌خواهند با استفاده از compyuta که معادل کامپیوتر در زبان سواحیلی است، ارتباط برقرار کنند، قادر نیستند که با زبان خودشان این کار را انجام دهند و فرقی ندارد که کامپیوترها هارد دیسک‌های عظیم و نرم‌افزارهای پیشرفته داشته باشند. آن‌ها نمی‌توانند به زبان سواحیلی یا سایر زبان‌های آفریقایی که صدها مورد از آن‌ها وجود دارد، کار کنند.

به‌زودی با این وجود، ممکن است قادر به این کار شوند. زبان‌شناسان در آفریقا در حال کار کردن با متخصصین تکنولوژی اطلاعات هستند تا کامپیوترها را برای آفریقایی‌هایی که هیچ کدام از زبان‌هایی که در حال حاضر در اینترنت استفاده می‌شوند را بلد نیستند، قابل کار کردن کنند. اقتصاد در حال پدید آوردن این تغییر است.

مایکروسافت احساس می‌کند بازاری برای نرم‌افزارش در میان سواحیلی‌زبانان شرق آفریقا وجود دارد. گوگل الان یک موتور جست‌وجوگر برای سواحیلی‌زبان در کنیا دارد. سایر شرکت‌های نرم‌افزاری به‌زودی احتمالاً محصولات را برای مصرف‌کنندگان آفریقایی توسعه می‌دهند. علاوه بر اقتصاد، دلیل دیگری نیز برای در دسترس قرار دادن کامپیوتر برای آفریقایی‌ها وجود دارد. صدها زبان آفریقایی در حال انقراض هستند و زبان‌شناسان کامپیوتر را به‌عنوان راهی برای نجات این زبان‌ها می‌بینند. طبق تخمین‌های یونسکو، ۹۰٪ از ۶۰۰۰ زبان دنیا در اینترنت نیستند و یک زبان هر روز در یک جای دنیا منقرض می‌شود. امید است که کامپیوترها بتوانند برای نجات آن‌ها کمک کنند.

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: طبق متن کدام گزینه راجع به مردم سواحیلی درست است؟

(۱) آن‌ها مهارت‌های کامپیوتری برای اینکه بتوانند از کامپیوتر استفاده کنند، کم دارند.

(۲) آن‌ها مایل نیستند که در زندگی‌هایشان از کامپیوتر استفاده کنند.

(۳) آن‌ها با زبانی صحبت می‌کنند که از طریق آن نمی‌توانند با کامپیوتر ارتباط برقرار کنند.

(۴) آن‌ها هارد درایو و نرم‌افزار لازم را ندارند تا استفاده از کامپیوتر را به یک واقعیت تبدیل کنند.

۹۸- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: متن نشان می‌دهد که تعداد زبان‌هایی که در آن مردم نمی‌توانند از طریق کامپیوتر کار کنند،
 (۱) به‌طور روزانه در حال افزایش است.
 (۲) بیشتر از یک عدد است.
 (۳) محدود فقط به کشورهای آفریقایی است.
 (۴) هنوز نامشخص است.

۹۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: از متن نتیجه گرفته می‌شود که آفریقایی‌هایی وجود دارند که
 (۱) به زبان‌هایی صحبت می‌کنند که اصلاً قالب نوشتاری ندارد.
 (۲) زبان‌هایی اختراع می‌کنند که مطمئناً منقرض خواهد شد.
 (۳) به نیت واقعی شرکت‌های خارجی اعتماد چندانی ندارند.
 (۴) با هیچ زبانی غیر از زبان مادریشان آشنا نیستند.

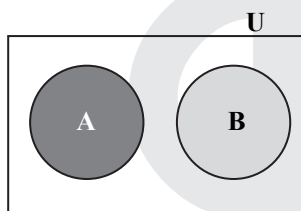
۱۰۰- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: نویسنده به یونسکو اشاره کرده است عمدتاً برای اینکه
 (۱) جمله قبلی را حمایت کند.
 (۲) تعداد زبان‌های اینترنت را نشان دهد.
 (۳) ثابت کند که این زبان‌های آفریقایی هستند که بیشتر نادیده گرفته می‌شود.
 (۴) تأکید کند که نجات زبان‌ها از انقراض یک وظیفه جهانی است.

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار و دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم A و B، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:



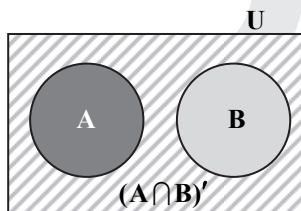
گزینه ۱: $A \subseteq B'$ ✓

گزینه ۲: $A - B' = A \cap B = \emptyset$ ✓

گزینه ۳: $A \cap B' = A - B = A$ ✓

گزینه ۴: $(A \cup B)' = \emptyset$ ✗

گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا نمودار و آن به‌صورت زیر خواهد بود و تهی نیست:



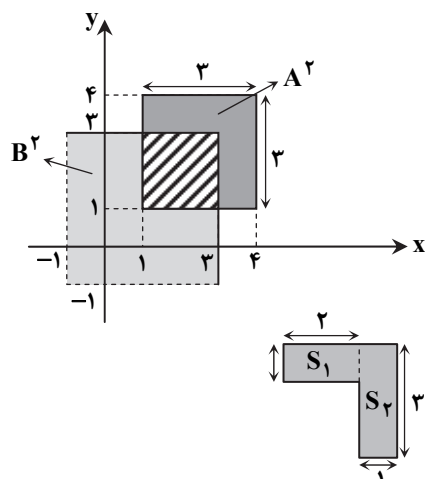
۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} [A \cap (A \cap B)'] \cup [B \cap (A' \cup B')] &= [A \cap (A' \cup B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] \\ &= [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup (A' \cap B) = (A \cap B) \cup (A' \cap B) = (A \cup A') \cap B = B \end{aligned}$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲

نمودارهای دکارتی A^2 و B^2 را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و مساحت مربوط به ناحیه حاصل از تفاضل آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 4\}$$

$$B \times B = B^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 < x \leq 3, -1 < y \leq 3\}$$

نمودار $A^2 - B^2$ از دو مستطیل تشکیل شده است یکی به‌طول ۳ و عرض ۱ و دیگری به‌طول ۲ و عرض ۱؛ پس مساحت آن مطابق شکل برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 = (1 \times 2) + (1 \times 3) = 5$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از قوانین هم‌ارزی گزاره‌ها داریم:

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv (p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (\sim q \wedge q) \equiv p \vee F \equiv p$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۱

باقیمانده $P(x)$ بر $ax+b$ برابر $P(-\frac{b}{a})$ است و چون $P(x)$ بر $2x-1$ بخش‌پذیر است، بنابراین باقیمانده $P(x)$ بر $2x-1$ ، صفر است:

پس:

$$P(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow 2(\frac{1}{2})^4 + a(\frac{1}{2})^3 + 2(\frac{1}{2})^2 - 3(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{8}a + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{8}a - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow a = 4$$

حال باقیمانده $P(x) = 2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 3x$ بر $x+2$ برابر است با $P(-2)$ و داریم:

$$P(-2) = 2(16) + 4(-8) + 2(4) - 3(-2) = -10$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا تابع $y = |x-2| + |x+1|$ را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$y = |x-2| + |x+1| = \begin{cases} x-2+x+1 & x > 2 \\ -x+2+x+1 & -1 \leq x \leq 2 \\ -x+2-x-1 & x < -1 \end{cases} = \begin{cases} 2x-1 & x > 2 \\ 3 & -1 \leq x \leq 2 \\ -2x+1 & x < -1 \end{cases}$$

حال محل تلاقی نمودار را با خط $y = x+7$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x > 2 : 2x-1 = x+7 \Rightarrow x=8 \checkmark \Rightarrow A(8,15) \\ -1 \leq x \leq 2 : 3 = x+7 \Rightarrow x=-4 \times \\ x < -1 : -2x+1 = x+7 \Rightarrow x=-2 \checkmark \Rightarrow B(-2,5) \end{cases}$$

بنابراین:

$$AB = \sqrt{(8+2)^2 + (15-5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

با فرض $a = (f^{-1} \circ \log^{-1})(-9)$ داریم:

$$f^{-1}(g^{-1}(-9)) = a \Rightarrow g^{-1}(-9) = f(a) \Rightarrow -9 = g(f(a))$$

از طرفی چون g تابعی یک‌به‌یک است، داریم:

$$\frac{3-x}{2} = -9 \Rightarrow 3-x = -18 \Rightarrow x = 21$$

بنابراین: $g(21) = -9$ و در نتیجه:

$$f(a) = 21 \Rightarrow a^2 - 4a + 9 = 21 \Rightarrow a^2 - 4a - 12 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \times \\ a = 6 \checkmark \end{cases}$$

راه حل دوم:

می‌توانیم با استفاده از نکته $f^{-1} \circ \log^{-1} = (g \circ f)^{-1}$ نیز مسئله را حل کنیم:

$$(f^{-1} \circ \log^{-1})(-9) = (g \circ f)^{-1}(-9) = a \Rightarrow -9 = g(f(a)) \Rightarrow g(f(a)) = \frac{3-f(a)}{2} = \frac{3-a^2+4a-9}{2} = -9$$

$$\Rightarrow -a^2 + 4a + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \times \\ a = 6 \checkmark \end{cases}$$

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نمودار $y = (x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم:

$$-y = (-x-1)^2 \Rightarrow y = -(x+1)^2$$

سپس نمودار حاصل را ۴ واحد به بالا منتقل می‌کنیم:

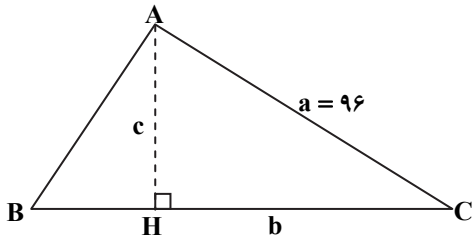
$$y = -(x+1)^2 + 4$$

از مساوی قرار دادن منحنی اخیر با منحنی اصلی، نقاط تلاقی را به دست می‌آوریم:

$$-(x+1)^2 + 4 = (x-1)^2 \Rightarrow (x+1)^2 + (x-1)^2 = 4 \Rightarrow 2(x^2+1) = 4 \Rightarrow x^2+1=2 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از تعریف نسبت مثلثاتی کتانژانت در مثلث AHC داریم:



$$\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{5}}{2}c$$

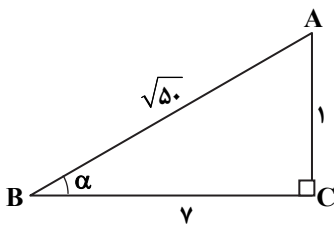
حال رابطه فیثاغورس را در مثلث AHC می‌نویسیم:

$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{2}c\right)^2 + c^2 = 96^2 \Rightarrow \frac{5}{4}c^2 + c^2 = 96^2 \Rightarrow \frac{9}{4}c^2 = 96^2 \Rightarrow \frac{3}{2}c = 96 \Rightarrow c = AH = 64$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که در ربع اول دایره مثلثاتی، سینوس و کسینوس هر دو مثبت‌اند و با توجه به

اینکه $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ، می‌توانیم مثلث روبه‌رو را رسم کنیم و داریم:



$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

حال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right) &= \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید که:

$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) &= \left(\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6}\right) + \left(\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \cos x \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\cos x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi : k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} : k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

دقت کنید که مجموعه جواب‌های حاصل از $x = \frac{2k\pi}{3}$ شامل جواب‌های به‌دست آمده از $x = 2k\pi$ نیز هست، پس دسته جواب کلی معادله

$$x = \frac{2k\pi}{3} \text{ است.}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

باید الگویی برای مشخص کردن جمله آخر هر دسته پیدا کنیم:

در دسته اول: عدد ۱، اولین عدد فرد است. ۱

در دسته دوم: عدد ۵ سومین عدد فرد است. $1+2=3$

در دسته سوم: عدد ۱۱، ششمین عدد فرد است. $1+2+3=6$

بنابراین جمله آخر واقع در دسته چهارم، $(1+2+3+\dots+40)$ - امین عدد فرد طبیعی است:

$$1+2+3+\dots+40 = \frac{40 \times 41}{2} = 820$$

پس ۸۲۰ امین عدد فرد طبیعی برابر است با:

$$2n-1 = (2 \times 820) - 1 = 1639$$

راه حل دوم:

می توانیم با بررسی جملات آخر هر دسته به الگوی $n^2 + (n-1)$ برسیم؛ یعنی:

$$n=1 \Rightarrow 1+(1-1)=1$$

$$n=2 \Rightarrow 4+(2-1)=5$$

$$n=3 \Rightarrow 9+(3-1)=11$$

بنابراین برای جمله آخر دسته چهارم داریم:

$$n^2 + (n-1) = 40^2 + (40-1) = 1639$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در هر مرحله غلظت محلول ۰/۹۶ غلظت محلول قبلی است، بنابراین پس از n مرحله غلظت محلول برابر $(0/96)^n$ محلول اولیه است، پس باید:

$$(0/96)^n A = \frac{1}{3} A \Rightarrow (0/96)^n = \frac{1}{3}$$

از دو طرف تساوی بالا لگاریتم می گیریم:

$$\log(0/96)^n = \log \frac{1}{3} \Rightarrow n \log 0/96 = -\log 3 \Rightarrow n = \frac{-\log 3}{\log 96 - \log 100}$$

$$\Rightarrow n = \frac{-\log 3}{\log(2^5 \times 3) - 2} = \frac{\log 3}{2 - (5 \log 2 + \log 3)} = \frac{0/48}{2 - 5(0/3) - (0/48)} = \frac{0/48}{0/02} = 24$$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۲

دقت کنید این سؤال در سرفصل های کتاب درسی نیست.

راه حل اول:

وقتی $n \rightarrow +\infty$ حد تابع 3^{-2n+1} برابر صفر و حد تابع 3^{2n} بی نهایت است، پس در مقابل 3^{2n} می توان از 3^{-2n+1} صرف نظر کرد. در این صورت حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}(1 - 3^{-4n+1})}{3^{2n}(2 + 3^{-4n+1})} = \frac{1-0}{2+0} = \frac{1}{2}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۱

می دانیم:

$$\sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|$$

علامت عبارت $\sin \frac{\pi}{4}$ در همسایگی چپ صفر، منفی است. یعنی $\sqrt{1 - \cos x} = -\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}$ با جایگذاری این رابطه در مخرج و ضرب کردن

صورت و مخرج، در مزدوج صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}} \times \frac{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x}{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \times 2\sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{-\sin \frac{x}{2}} = -2$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۴

تابع $[x]$ در نقاط صحیح ناپیوسته و در سایر نقاط پیوسته است؛ پس تابع f در نقاط غیرصحیح پیوسته است؛ اما در نقاط صحیح ممکن است پیوسته یا ناپیوسته باشد. پیوستگی تابع را در نقطه صحیح $x=k$ بررسی می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow k^-} [x] \sin \pi x = \lim_{x \rightarrow k^-} (k-1) \sin \pi x = (k-1) \times 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow k^+} [x] \sin \pi x = \lim_{x \rightarrow k^+} k \sin \pi x = k \times 0 = 0 = f(k)$$

پس تابع در تمام نقاط صحیح نیز پیوسته است؛ پس تابع در هیچ نقطه ای ناپیوسته نیست.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

اگر $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج باشد، آنگاه $x = 2$ تنها مجانب قائم نمودار خواهد بود؛ پس:

$$2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2 = 2(x^2 - 4x + 4) \Rightarrow b = -8, c = 8$$

در این صورت $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2(x-2)^2}$ ، ضمناً باید:

$$f(2) = 6 \Rightarrow \frac{9a + 21}{2} = 6 \Rightarrow 9a + 21 = 12 \Rightarrow a = -1$$

پس $f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{2(x-2)^2}$ ، در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2 + 7x}{2x^2 - 8x + 8} = -\frac{1}{2}$$

پس $y = -\frac{1}{2}$ معادله مجانب افقی تابع است.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲

کافی است از رابطه داده شده مشتق بگیریم:

$$g(x) = f\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right) \Rightarrow g'(x) = f'\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right) \times \frac{-\cos x(1+\sin x) - \cos x(1-\sin x)}{(1+\sin x)^2}$$

$$\Rightarrow g'(x) = f'\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right) \times \frac{-2\cos x}{(1+\sin x)^2}$$

اینک $x = \frac{\pi}{6}$ را در رابطه اخیر جایگذاری می‌کنیم:

$$g'\left(\frac{\pi}{6}\right) = f'\left(\frac{1}{3}\right) \times \frac{-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{9}{4}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{4\sqrt{3}}{9} f'\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow f'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{4}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴

طول نقطه مشترک $x = 4$ است، پس به ازای $x = 4$ عرض نقاط دو نمودار با هم برابرند:

$$4^2 + 4a + b = 4\sqrt{4} \Rightarrow b = -4a - 8 \quad (*)$$

چون دو نمودار در $x = 4$ بر یک خط مشترک مماس‌اند، شیب خط مماس بر نمودار این دو تابع در $x = 4$ نیز با هم برابر است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار یک تابع برابر مقدار مشتق تابع در آن نقطه است؛ پس:

$$y = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x} \Rightarrow y'(4) = 3$$

$$y = x^2 + ax + b \Rightarrow y' = 2x + a \Rightarrow y'(4) = 8 + a$$

بنابراین:

$$8 + a = 3 \Rightarrow a = -5 \xrightarrow{(*)} b = 12$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۱

در یک همسایگی $x = 2$ داریم:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 6x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x + 6}{2\sqrt{x^2 + 6x}} = \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 6x}} \Rightarrow f'(2) = \frac{5}{4}$$

و در یک همسایگی $x = 5$ داریم:

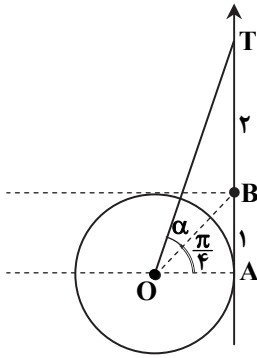
$$f(x) = \left[\frac{5}{4}\right](x^2 - 9x) = x^2 - 9x \Rightarrow f'(x) = 2x - 9 \Rightarrow f'(5) = 1$$

پس:

$$f'(2) - f'(5) = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4}$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل می توان نوشت:

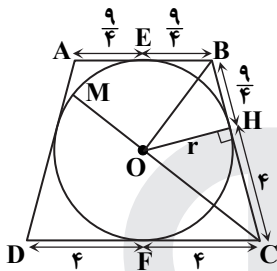


$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{2+1}{1} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \alpha}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan \alpha} = 3 \Rightarrow \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = 3$$

$$\Rightarrow 1 + \tan \alpha = 3 - 3 \tan \alpha \Rightarrow 4 \tan \alpha = 2 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۳

طبق شکل زیر طول CM را می خواهیم. می دانیم مرکز دایره محاطی نقطه همرسی نیمسازهای داخلی است، پس OB و OC نیمسازهای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ هستند و چون $AB \parallel CD$ ، پس بر هم عمودند و مثلث OBC در رأس O قائمه است. از آنجایی که طول مماس های رسم شده از یک نقطه خارج دایره با هم برابرند، پس:



$$BH = BE \Rightarrow BH = \frac{9}{2}, \quad CH = CF \Rightarrow CH = 4$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

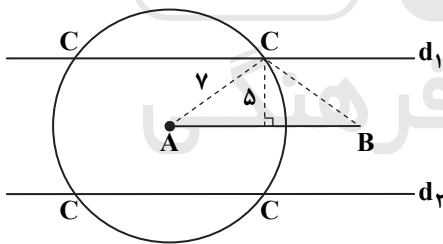
$$OH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow r^2 = \frac{9}{2} \times 4 = 9 \Rightarrow r = 3$$

$$OC^2 = CH \cdot CB = 4\left(4 + \frac{9}{2}\right) = 16 + 9 = 25 \Rightarrow OC = 5$$

$$CM = OC + OM = OC + r = 5 + 3 = 8$$

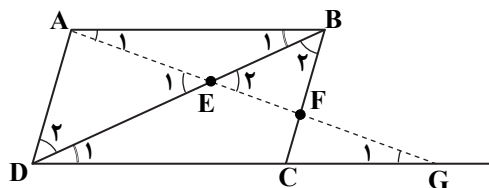
۱۲۳- پاسخ: گزینه ۴

ضلع AB را در نظر بگیرید. دایره ای به مرکز A و شعاع ۷ واحد رسم می کنیم. دو خط d_1 و d_2 را موازی AB و به فاصله ۵ واحد از آن در طرفین AB رسم می کنیم. محل برخورد خطوط d_1 و d_2 با دایره، رأس C است، پس ۴ نقطه برای رأس C وجود دارد.



۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

دو مثلث ABE و DEG متشابه اند، زیرا طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$\left. \begin{matrix} \hat{A}_1 = \hat{G}_1 \\ \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle DEG \Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{BE}{ED} \quad (1)$$

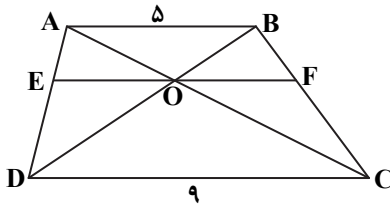
دو مثلث ADE و BEF نیز متشابه اند، زیرا:

$$\left. \begin{matrix} AD \parallel BF, \text{ مورب } DB \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{B}_2 \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle BEF \Rightarrow \frac{EF}{AE} = \frac{BE}{ED} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AE}{EG} = \frac{EF}{AE} \Rightarrow EF \times EG = AE^2$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۱

چون $AB \parallel EF \parallel DC$ ، در ذوزنقه $ABCD$ داریم:



$$\frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB} \quad (*)$$

با نوشتن تالس در مثلث‌های DAB و CAB داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \overset{\Delta}{\mathbf{DAB}} : \mathbf{OE} \parallel \mathbf{AB} \Rightarrow \frac{\mathbf{DE}}{\mathbf{DA}} = \frac{\mathbf{OE}}{\mathbf{AB}} \\ \overset{\Delta}{\mathbf{CAB}} : \mathbf{OF} \parallel \mathbf{AB} \Rightarrow \frac{\mathbf{CF}}{\mathbf{CB}} = \frac{\mathbf{OF}}{\mathbf{AB}} \end{array} \right\} \xrightarrow{(*)} \mathbf{OE} = \mathbf{OF}$$

در رابطه $\frac{CF}{CB} = \frac{OF}{AB}$ داریم: $\frac{CF}{CB} = \frac{OF}{5}$

حال مثلث BDC را در نظر بگیرید:

$$\overset{\Delta}{\text{BDC:OF}} \parallel \text{DC} \Rightarrow \frac{\text{BF}}{\text{BC}} = \frac{\text{OF}}{\text{DC}} \Rightarrow \frac{\text{BF}}{\text{CB}} = \frac{\text{OF}}{9}$$

اینک دو رابطہ $\frac{CF}{CB} = \frac{OF}{5}$ و $\frac{BF}{CB} = \frac{OF}{9}$ را با ہم جمع می کنیم:

$$\frac{CF}{CB} + \frac{BF}{CB} = \frac{OF}{\Delta} + \frac{OF}{9} \Rightarrow \frac{CB}{CB} = \frac{OF}{\Delta} + \frac{OF}{9} \Rightarrow 1 = \frac{9OF + \Delta OF}{9\Delta} \Rightarrow 12OF = 9\Delta \Rightarrow OF = \frac{9\Delta}{12}$$

$$\Rightarrow EF = 2OF = 2 \times \frac{9\Delta}{12} = \frac{9\Delta}{6}$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با استفاده از تالس در مثلث EDC داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{\Delta}{x} = \frac{3x-4}{4} \Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 \times 3(-20) = 256 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 16}{4} \xrightarrow{x > 0} x = \frac{20}{4} = 5$$

چون $AB \parallel DC$ ، پس مثلث EAB و EDC متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. یعنی:

$$\frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^r = \left(\frac{\Delta}{\Delta + x}\right)^r = \left(\frac{\Delta}{\Delta + \frac{1}{r}}\right)^r = \left(\frac{r\Delta}{r\Delta + 1}\right)^r = \left(\frac{r}{r+1}\right)^r = \frac{r}{r+1}$$

با تفصیل صورت از مخرج داریم:

$$\frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{EDC} - S_{EAB}} = \frac{9}{25 - 9} \Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{EAB}} = \frac{16}{9}$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۲

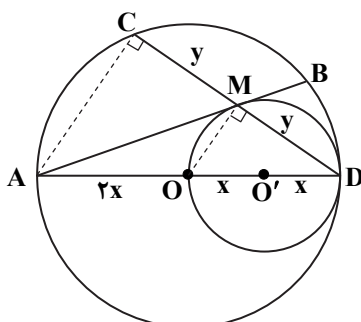
طبق قضیه استوارت داریم:

$$\mathbf{AB}^{\intercal} \cdot \mathbf{DC} + \mathbf{AC}^{\intercal} \cdot \mathbf{BD} = \mathbf{AD}^{\intercal} \cdot \mathbf{BC} + \mathbf{DB} \cdot \mathbf{DC} \cdot \mathbf{BC}$$

$$\Rightarrow 49 \times 6 + 6 \times 3 = AD^2 \times 9 + 3 \times 6 \times 9 \Rightarrow 294 + 18 = 9AD^2 + 162 \Rightarrow 9AD^2 = 324 \Rightarrow AD^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۳

شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. چون زاویهٔ محاطی رو به قطر برابر 90° است، داریم:



$$\widehat{OMD} = \widehat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow OM \parallel AC$$

با توجه به قضیه تالس در مثلث ADC داریم:

$$\frac{MD}{MC} = \frac{OD}{OA} = \frac{2x}{2x} = 1 \Rightarrow MD = MC = y$$

چون AM بر دایره کوچک تر مماس است، داریم:

$$AM^2 = AO \cdot AD = 2x \cdot 4x = 8x^2 \Rightarrow AM = 2\sqrt{2}x$$

رابطه فیثاغورس را در مثلث های ACD و ACM می نویسیم.

$$\triangle ACD : AC^2 = AD^2 - CD^2 = (4x)^2 - (2y)^2 = 16x^2 - 4y^2 \quad (1)$$

$$\triangle ACM : AC^2 = AM^2 - CM^2 = 8x^2 - y^2 \quad (2)$$

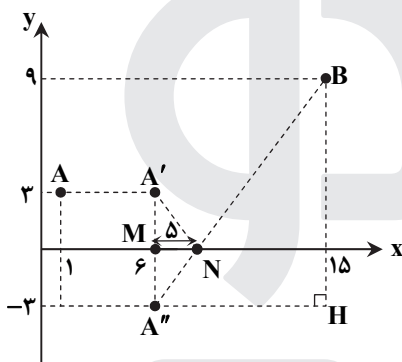
$$(1), (2) \Rightarrow 16x^2 - 4y^2 = 8x^2 - y^2 \Rightarrow 8x^2 = 3y^2 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

حال طبق رابطه طولی در دایره بزرگ تر داریم:

$$AM \cdot MB = CM \cdot MD \Rightarrow \frac{MC}{MB} = \frac{AM}{MD} = \frac{2\sqrt{2}x}{y} = 2\sqrt{2} \times \frac{x}{y} = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳

طبق شکل زیر نقاط M و N روی محور xها طوری قرار دارند که AMNB کمترین مقدار را داشته باشد.



چون $MN = 5$ ، پس A را در راستای افقی به اندازه ۵ واحد به راست انتقال می دهیم تا A' حاصل شود. بازتاب A' را نسبت به محور xها یافته و A'' می نامیم. A'' را به B وصل می کنیم تا محور xها را در نقطه N قطع کند. حال N را به اندازه ۵ واحد بر روی محور xها به سمت چپ منتقل می کنیم تا M حاصل شود. M را به A وصل می کنیم. طول خط شکسته AMNB برابر است با:

$$AMNB = AM + MN + NB = A'N + MN + NB = \underbrace{A'N}_{A''N} + 5 + NB$$

$$AMNB = A''N + NB + 5 = A''B + 5$$

در مثلث $A''HB$ داریم:

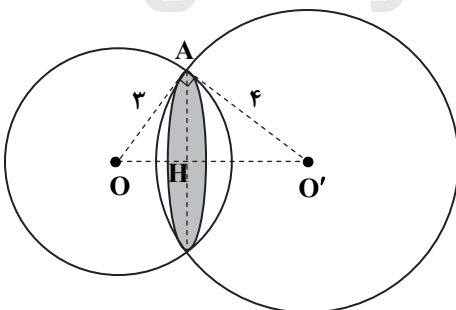
$$A''H = 15 - 6 = 9, BH = 9 + 3 = 12 \Rightarrow A''B^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow A''B = 15$$

پس:

$$AMNB = 15 + 5 = 20$$

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۴

در شکل زیر، مثلث $OA'O$ قائم الزاویه است، زیرا:



$$OO' = 5 \Rightarrow OA^2 + O'A'^2 = OO'^2 = 9 + 16 = 25$$

فصل مشترک دو کره، دایره ای به شعاع AH است، پس طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$OA \cdot O'A' = AH \cdot OO' \Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \Rightarrow AH = r = \frac{12}{5} = 2.4$$

مساحت دایره برابر است با:

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{12}{5} \right)^2 = \frac{144}{25} \pi$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴

در متوازی‌الاضلاع زوایای مقابل برابرند. پس: $\hat{D} = \hat{B}$ (۱)

از طرفی $\hat{N}$ و $\hat{D}$ زوایای محاطی رو به یک کمان هستند، پس داریم:

$$\hat{D} = \hat{N} = \frac{1}{2} \widehat{AMC} \xrightarrow{(1)} \hat{D} = \hat{B} = \hat{N} \quad (2)$$

چون $\hat{N} = \hat{B}$ پس مثلث ANB متساوی‌الساقین است. طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$NB \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B} \xrightarrow{(2)} \hat{C}_1 = \hat{N} = \hat{D} = \hat{B} \quad (3) \text{ مورب } AB \parallel DC,$$

چون $\hat{C}_1 = \hat{N}$ ، پس مثلث PCN متساوی‌الساقین است.

از طرفی زوایای $\hat{C}_1$ و $\hat{A}_1$ محاطی رو به یک کمان هستند، پس:

$$\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = \frac{1}{2} \widehat{DN} \xrightarrow{(3)} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = \hat{N} = \hat{D} = \hat{B}$$

چون $\hat{A}_1 = \hat{D}$ ، پس مثلث ADP متساوی‌الساقین است.

حال اگر تمام زوایای برابر را α فرض کنیم، یعنی $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = \hat{N} = \hat{D} = \hat{B} = \alpha$ داریم:

$$\hat{D} = \alpha \Rightarrow \frac{1}{2} \widehat{AMC} = \alpha \Rightarrow \widehat{AMC} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{ADNC} = 360^\circ - 2\alpha$$

همچنین زاویه M_1 محاطی رو به کمان $\widehat{ADNC}$ است، پس:

$$\hat{M}_1 = \frac{1}{2} \widehat{ADNC} = \frac{1}{2} (360^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \hat{M}_1 = \alpha$$

بنابراین $\hat{M}_1 = \hat{B}$ و مثلث MBC نیز متساوی‌الساقین است.

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۱

قضیه کسینوس‌ها را در دو مثلث ABC و DBC می‌نویسیم:

$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 25 + 49 - 2 \times 5 \times 7 \times \frac{1}{2} = 39$$

$$\triangle DBC: BC^2 = DB^2 + DC^2 - 2DB \cdot DC \cdot \cos 120^\circ$$

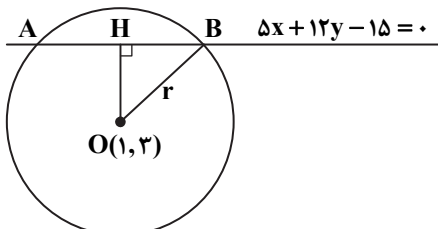
$$\Rightarrow BC^2 = 16 + x^2 - 2 \times 4 \times x \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 39 \Rightarrow 16 + x^2 + 4x = 39$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x = 23 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 23 + 4 \Rightarrow (x+2)^2 = 27$$

$$\Rightarrow x+2 = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل روبه‌رو، ابتدا اندازه OH یعنی فاصله مرکز دایره تا خط $5x + 12y - 15 = 0$ را به‌دست می‌آوریم:



$$OH = \frac{|5 + (12 \times 2) - 15|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{|5 + 24 - 15|}{13} = \frac{14}{13} = 2$$

می‌دانیم شعاع عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند؛ پس:

$$AB = 2\sqrt{21} \Rightarrow BH = \sqrt{21} \Rightarrow OH^2 + HB^2 = OB^2 \Rightarrow 4 + 21 = r^2 \Rightarrow r = 5$$

حال معادله دایره را می‌نویسیم و محل برخورد آن با محور x ها را می‌یابیم:

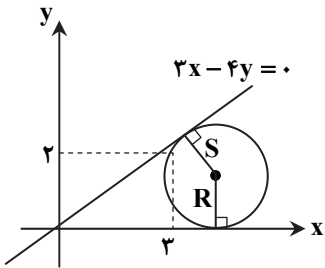
$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2 \xrightarrow{y=0} (x-1)^2 + 4 = 25 \Rightarrow (x-1)^2 = 21 \Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{21} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{21}, x = 1 - \sqrt{21}$$

طول وتر جداشده بر روی محور x ها برابر است با:

$$|1 - (1 - \sqrt{21})| = \sqrt{21}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل زیر، مرکز دایره نقطه‌ای با مختصات $S(\alpha, R)$ است که $\alpha > 0$. همچنین دایره بر محور y ها نیز مماس است، پس عرض مرکز دایره نیز برابر با شعاع دایره است.
از طرفی فاصله مرکز دایره تا خط $3x - 4y = 0$ برابر شعاع دایره است.



$$\frac{|\alpha - 4R|}{\sqrt{9+16}} = R \Rightarrow |\alpha - 4R| = 5R \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 4R = 5R \Rightarrow \alpha = 9R \\ \alpha - 4R = -5R \Rightarrow \alpha = -R \end{cases}$$

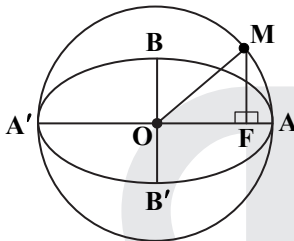
معادله دایره را نوشته و مختصات نقطه $(3, 2)$ را در آن قرار می‌دهیم:

$$(x - \alpha)^2 + (y - R)^2 = R^2 \xrightarrow{\alpha=3R, (3,2)} (3 - 3R)^2 + (2 - R)^2 = R^2 \Rightarrow 9 - 18R + 9R^2 + 4 - 4R + R^2 = R^2 \Rightarrow 9R^2 - 22R + 13 = 0 \Rightarrow R = 1, R = \frac{13}{9}$$

واضح است که کوچک‌ترین شعاع برابر ۱ است.

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۲

شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید.



$$\begin{aligned} AA' = 2a = 14 &\Rightarrow a = 7 \\ BB' = 2b = 4\sqrt{6} &\Rightarrow b = 2\sqrt{6} \\ c^2 = a^2 - b^2 = 49 - 24 = 25 &\Rightarrow c = 5 \end{aligned}$$

$$OM = r = a = 7$$

چون دایره به قطر $AA' = 2a$ است، پس داریم:

$$\triangle OFM: FM^2 + OF^2 = OM^2 \Rightarrow FM^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow FM^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow FM = b = 2\sqrt{6}$$

می‌دانیم $AF = a - c = 7 - 5 = 2$ ، در مثلث AMF با نوشتن قضیه فیثاغورس داریم:

$$AM^2 = FM^2 + FA^2 = (2\sqrt{6})^2 + 2^2 = 24 + 4 = 28 \Rightarrow AM = 2\sqrt{7}$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۱

معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$y^2 + ay = -bx + 9 \Rightarrow y^2 + ay + \frac{a^2}{4} = -bx + 9 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow (y + \frac{a}{2})^2 = -bx + 9 + \frac{a^2}{4}$$

چون $y = 1$ محور تقارن سهمی است، پس:

$$y + \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow (y - 1)^2 = -bx + 9 + \frac{4}{4} \Rightarrow (y - 1)^2 = -bx + 10 = -b(x - \frac{10}{b})$$

$$\text{رأس سهمی} \Rightarrow (\frac{10}{b}, 1)$$

پارامتر سهمی برابر $\frac{b}{4}$ است و با توجه به گزینه‌ها، b مثبت است، پس سهمی افقی روبه‌چپ است و خط هادی آن برابر است با:

$$x = \frac{10}{b} + \frac{b}{4} = \frac{13}{4} \xrightarrow{\times 4b} 40 + b^2 = 13b \Rightarrow b^2 - 13b + 40 = 0 \Rightarrow (b - 5)(b - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ b = 8 \end{cases}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ماتریس A^2 را می‌یابیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطه $A^2 \cdot A^2 = A^4$ ، سطر اول ماتریس A^4 را می‌یابیم:

$$A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۲

چون $0 \neq \frac{-1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ ، پس A^{-1} وجود دارد و داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{4} \end{bmatrix} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{4} \end{bmatrix} = -4 \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$$

حال طرفین رابطه $AX = A^{-1}$ را از چپ در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I} \cdot X = A^{-1} \cdot A^{-1} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 & -14 \\ -56 & 25 \end{bmatrix}$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۳

دترمینان را بر حسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & x+5 \\ x-1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 1(-4-6(x+5)) - 2(2-(x-1)(x+5)) + 3(-12-4(x-1)) = 0$$

$$\Rightarrow -4-6x-30-4+2(x^2+4x-5)-36-12x+12=0$$

$$\Rightarrow -6x-28+2x^2+8x-10-12x-24=0 \Rightarrow 2x^2-10x-72=0 \Rightarrow x^2-5x-36=0$$

$$\Rightarrow (x-9)(x+4)=0 \Rightarrow x=9, x=-4$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۲

اگر عرض مستطیل را x در نظر بگیریم، طول آن $\frac{3}{2}x-2$ است و داریم:

$$S = x\left(\frac{3}{2}x-2\right) = 192 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 - 2x = 192 \xrightarrow{\times 2} 3x^2 - 4x - 384 = 0$$

$$\Delta = 16 - (4 \times 3 \times (-384)) = 4624 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 68}{6} \xrightarrow{x > 0} x = 12$$

بنابراین عرض مستطیل ۱۲ و طول آن $16 = \left(\frac{3}{2} \times 12\right) - 2$ است و محیط برابر است با: $2(12+16) = 2 \times 28 = 56$

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا کل اعداد چهاررقمی با ارقام غیرتکراری را می‌یابیم؛ دقت کنید رقم صفر در اولین جایگاه از سمت چپ قرار نمی‌گیرد:

کل حالات: $\begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & \times & 9 & \times & 8 & \times & 7 \end{matrix} = 4536$

حال اعداد چهاررقمی با ارقام غیرتکراری که شامل رقم ۵ نیستند را می‌یابیم:

$\begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & \times & 8 & \times & 7 & \times & 6 \end{matrix} = 2688$

$$4536 - 2688 = 1848$$

بنابراین پاسخ سؤال برابر است با:

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر $\binom{n+k-1}{k-1}$ است.

چون $x < 5$ ، حالات زیر را در نظر می‌گیریم.

$$x=0 \Rightarrow y+z+t=11 \Rightarrow \binom{13}{2} = \frac{13 \times 12}{2} = 78$$

$$x=1 \Rightarrow y+z+t=10 \Rightarrow \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

$$x=2 \Rightarrow y+z+t=9 \Rightarrow \binom{11}{2} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

$$x=3 \Rightarrow y+z+t=8 \Rightarrow \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

$$x=4 \Rightarrow y+z+t=7 \Rightarrow \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$78 + 66 + 55 + 45 + 36 = 280$$

راه حل دوم:

$$x + y + z + t = 11 \Rightarrow \binom{14}{3} = 364$$

ابتدا کل حالات را می‌یابیم:

$$x + y + z + t = 11 \Rightarrow \binom{11+4-1-5}{4-1} = \binom{9}{3} = 84$$

$$364 - 84 = 280$$

و در نهایت، پاسخ سؤال برابر است با:

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۲

طبق اصل لانه کبوتری ابتدا همه اعدادی را که دوه‌دو نسبت به هم اول هستند انتخاب می‌کنیم. این اعداد عبارتند از:

$$\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

که در میان این ۱۱ عدد، هیچ دوتایی از آن‌ها مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از ۱ ندارند.

حال اگر فقط یک عدد دیگر برداریم حداقل دو عدد موجود خواهند بود که مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از ۱ دارند.

پس حداقل باید $12 = 11 + 1$ عدد انتخاب کنیم.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۳

برای حل تست از احتمال متمم استفاده می‌کنیم:

$$P = 1 - \frac{5 \times 5 \times 5}{6^3} = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

۱۴۵- گزینه ۲

برای آنکه مجموع سه عدد فرد باشد یا باید هر سه فرد باشند یا اینکه یکی فرد و دوتا زوج باشند، پس فضای نمونه‌ای کاهش یافته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فرد فرد فرد} \\ \text{هر سه فرد: } 3 \times 3 \times 3 = 27 \\ \text{جایگاه} \\ \text{عدد فرد} \\ \text{فرد زوج زوج} \\ \text{یکی فرد و دو تا زوج: } 3 \times 3 \times (3 \times 3) = 81 \end{array} \right. \Rightarrow n(S) = 108$$

از طرفی برای آنکه حداقل یکی از تاس‌ها ۳ باشد می‌توانیم از متمم استفاده کنیم. یعنی کل حالت‌ها را از حالتی که اصلاً ۳ نیاید، کم کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فرد فرد فرد} \\ \text{هر سه فرد و ۳ نیاید: } 2 \times 2 \times 2 = 8 \\ \text{جایگاه} \\ \text{عدد فرد} \\ \text{فرد زوج زوج} \\ \text{یکی فرد و دو تا زوج و ۳ نیاید: } 3 \times 3 \times (2 \times 2) = 54 \end{array} \right. \Rightarrow n(A) = 62$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{62}{108} = \frac{46}{108} = \frac{23}{54}$$

و در نهایت خواهیم داشت:

که در هیچ یک از گزینه‌ها وجود ندارد!

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از قانون احتمال کل و به روش نمودار درختی داریم:

$$\frac{6}{9} \xrightarrow{\text{لااقل یکی از دو مهره خروجی از جعبه دوم سفید باشد}} 1 - \frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = 1 - \frac{10}{45} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{7}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{27}$$

$$\frac{3}{9} \xrightarrow{\text{لااقل یکی از دو مهره خروجی از جعبه دوم سفید باشد}} 1 - \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = 1 - \frac{15}{45} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۳

از آنجایی که A و B مستقل هستند از رابطه $P(A \cap B) = 0/1$ داریم:

$$P(A) \times P(B) = 0/1 \quad (1)$$

از طرفی با رابطه $P(A \cup B) = 0/6$ نیز داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0/6 = P(A) + P(B) - 0/1 \Rightarrow P(A) + P(B) = 0/7 \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) واضح است که باید دو عدد بیابیم که ضرب آن‌ها $0/1$ و جمع آن‌ها $0/7$ باشد که این دو عدد $0/5$ و $0/2$ هستند، اما از آنجایی که در صورت تست قید شده که $P(B') > P(B)$ پس خواهیم داشت:

$$P(A) = 0/5 \text{ و } P(B) = 0/2$$

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۴

مجموعاً ۴۰ داده داریم، پس میانه برابر است با میانگین داده‌های بیستم و بیست و یکم:

$$x_{20} = 9, x_{21} = 9 \Rightarrow \text{میانه: } M = \frac{9+9}{2} = 9$$

همچنین میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{(15 \times 7)}^{105} + \overbrace{(9 \times 9)}^{81} + \overbrace{(5 \times 11)}^{55} + \overbrace{(11 \times 13)}^{143}}{40} = \frac{384}{40} = 9/6$$

و تفاضل میانه از میانگین برابر است با:

$$9/6 - 9 = 0/6$$

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به قضیه تقسیم، داریم:

$$m = 29n + 17, n > 17 \quad (1)$$

از طرفی چون m سه رقمی است، پس $100 \leq 29n + 17 \leq 999$ و در نتیجه $2/8 \leq n \leq 33/8$

با توجه به رابطه (۱) نتیجه می‌شود $17 < n \leq 33$ (*)

چون m مضرب ۵ است، پس:

$$29n + 17 \equiv 0 \Rightarrow -n + 2 \equiv 0 \Rightarrow n \equiv 2 \Rightarrow n = 5k + 2 \xrightarrow{\text{با توجه به (*)}} n = \{22, 27, 32\}$$

پس تنها ۳ عدد سه رقمی در این شرایط صدق می‌کنند.

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تعریف عاد کردن داریم:

$$d \mid 3n + 5 \xrightarrow{\times n} d \mid 3n^2 + 5n$$

$$\text{داریم: } d \mid 3n^2 - 2n + 6$$

حال دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$d \mid 7n - 6 \xrightarrow{\times 3} d \mid 21n - 18$$

$$\text{داریم: } d \mid 3n + 5 \xrightarrow{\times 7} d \mid 21n + 35$$

مجدداً دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$d \mid 53 \xrightarrow{d \neq 1} d = 53$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم $105 = 3 \times 5 \times 7$ و همچنین با توجه به رابطه $b \mid c$ و $a \mid c \Rightarrow ab \mid c$ داریم:

$$105 \mid 2^n - 1 \Rightarrow 3 \times 5 \times 7 \mid 2^n - 1 \Rightarrow \begin{cases} 3 \mid 2^n - 1 \Rightarrow 2^2 - 1 \mid 2^{2k} - 1 \Rightarrow n = 2k \\ 5 \mid 2^n - 1 \Rightarrow 2^2 + 1 \mid 2^{4k'} - 1 \Rightarrow n = 4k' \\ 7 \mid 2^n - 1 \Rightarrow 2^3 - 1 \mid 2^{2k''} - 1 \Rightarrow n = 2k'' \end{cases}$$

پس n باید مضرب $3 \times 4 = 12$ باشد و داریم:

$$n = 12q \xrightarrow{\text{دورقمی}} q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

و تعداد ۸ عدد دورقمی در شرایط مسئله صدق می‌کند.

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۱

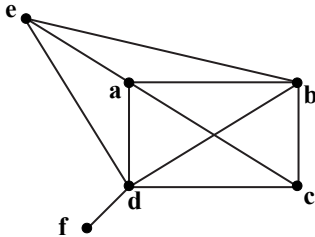
این تست به سادگی با عددگذاری قابل حل است.

فرض می کنیم $aa = 11$ در نتیجه $5aa = 55$ و در نتیجه عدد مورد نظر مسئله ۵۵۱۱ خواهد بود که بر ۱۸۳۷ بخش پذیر است، یعنی:

$$\begin{array}{r} 1837 \\ 5511 \equiv 0 \end{array}$$

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۴

گراف مورد نظر به شکل روبه رو است:



که دورهای به طول ۴ به شرح زیر هستند:

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ۱) abcd | ۲) abdca | ۳) bcadb | ۴) ebcae |
| ۵) ebdae | ۶) eabde | ۷) eacde | ۸) ebade |
| ۹) ebcde | | | |

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: مجموعه احاطه گر مینیمال مجموعه ای است که با حذف هریک از رئوسش دیگر احاطه گر نباشد.

نکته ۲: هر مجموعه احاطه گر مینیمم، یک مجموعه احاطه گر مینیمال است.

در گراف مدنظر عدد احاطه گری $\gamma = 3$ است و مجموعه های احاطه گر مینیمم عبارتند از:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| ۱) $\{m, e, d\}$ | ۲) $\{m, e, a\}$ | ۳) $\{m, d, g\}$ | ۴) $\{e, d, p\}$ |
| ۵) $\{m, g, a\}$ | ۶) $\{d, g, p\}$ | ۷) $\{e, p, a\}$ | ۸) $\{g, p, a\}$ |

قطعاً منظور سؤال مجموعه های احاطه گر مینیمم بوده، زیرا به غیر از مجموعه های فوق که احاطه گر مینیمم و مینیمال هستند، مجموعه های احاطه گر مینیمال غیرمینیمم هم وجود دارد:

$$\{b, c, n, q, f, h\}, \{b, c, q, n, g\}$$

چون در گزینه ها عدد بزرگ تر از ۸ وجود ندارد، پس منظور سؤال مجموعه های احاطه گر مینیمم بوده که تعداد آن ها ۸ تا است.

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۴

گراف K - منتظم مرتبه ۵ با بیشترین مقدار K همان گراف ۴- منتظم مرتبه ۵ یا گراف کامل K_5 است.

تعداد دورها به طول m در گراف K_p برابر است با:

$$\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2}$$

$$\binom{5}{4} \frac{3!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

پس تعداد دورها به طول ۴ در گراف K_5 برابر است با:

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} m = 11/5 \text{ g} \\ V = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL} \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5}{4/6 \times 10^{-3}} = 2/5 \times 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{1 \text{ g}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

توجه:

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۲

چون حرکت با شتاب ثابت است، داریم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_0}{2} \times \Delta t \Rightarrow v_5 = \frac{v_0 + v_0}{2} \times 5 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow v_5 = \frac{1}{2} a \times (5)^2 + 10 \times (5) \Rightarrow 25 = \frac{25}{2} a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_7 = a t + v_1 \Rightarrow v_7 = 2(5) + 10 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{v_1 + v_7}{2} = \frac{10 + 30}{2} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۳

حرکت متحرک با شتاب ثابت است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t \Rightarrow 36 - 27 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 36 - 27 = \frac{1}{2} a (3)^2 + 6(3) \Rightarrow 9 = \frac{9}{2} a + 18 \Rightarrow \frac{9}{2} a = -9 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

حالا مکان متحرک در لحظه $t = 10s$ را به دست می آوریم:

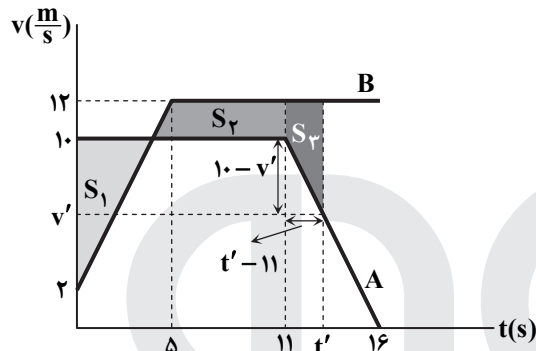
$$x_{(10)} = \frac{1}{2} \times (-2)(10)^2 + 6(10) + 27 \Rightarrow x_{(10)} = -100 + 60 + 27 = -13m$$

مسافت طی شده توسط متحرک از $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10s$ برابر است با:

$$\ell = |36 - 27| + |-13 - 36| = 9 + 49 = 58m$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B را رسم می کنیم:



$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_B = 2 \times 5 + 2 = 12 \frac{m}{s}$$

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{-10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 5s \quad (t = 16s \text{ تا } t = 11s)$$

نقطه شروع حرکت دو متحرک یکسان است، بنابراین در لحظه ای که به هم می رسند، جابه جایی آن ها برابر است. از طرفی می دانیم سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با اندازه جابه جایی متحرک است. اگر لحظه رسیدن دو متحرک به هم را t' در نظر بگیریم، داریم:

$$S_1 = S_2 + S_3 \Rightarrow \frac{4 \times 8}{2} = \frac{(7+6) \times 2}{2} + \frac{(2+12-v') \times (t'-11)}{2}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{4+10-v'}{2} \times (t'-11) \xrightarrow[\text{در قسمت دوم}]{\text{با توجه به شیب نمودار A}} 3 = \left(\frac{4+2(t'-11)}{2} \right) (t'-11) \Rightarrow (t'-11)^2 + 2(t'-11) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t'-11=1 \Rightarrow t'=12s \text{ قق} \\ t'-11=-3 \Rightarrow t'=8s \text{ غق} \end{cases}$$

تندی متحرک B در لحظه $t' = 12s$ برابر $v_B = 12 \frac{m}{s}$ است و تندی متحرک A برابر با v' است:

$$\frac{10-v'}{t'-11} = 2 \Rightarrow 10-v' = 2(t'-11) \xrightarrow{t'=12s} 10-v' = 2 \Rightarrow v' = 8 \frac{m}{s}$$

بنابراین تندی متحرک B، $12 - 8 = 4 \frac{m}{s}$ بیشتر از تندی متحرک A است.

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۱

حرکت متحرک در ۸ ثانیه ابتدایی به صورت شتاب ثابت است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12-0}{8-0} = \frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

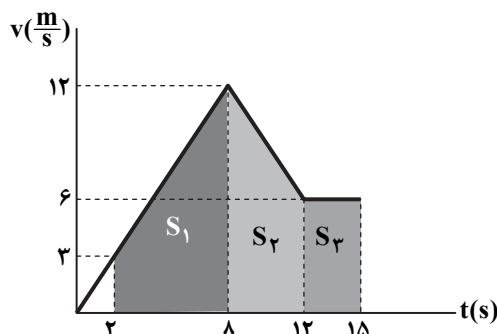
$$v = at + v_0 = \frac{3}{2} t \xrightarrow{t=2s} v_{(2)} = \frac{3}{2} \times 2 = 3 \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار روبه رو، جابه جایی متحرک در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 15s$ برابر با سطح زیر نمودار در این بازه است:

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3$$

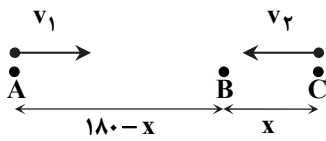
$$= \frac{(3+12) \times 6}{2} + \frac{(12+6) \times 4}{2} + (3 \times 6) = 45 + 36 + 18 = 99m$$

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \Rightarrow 99\vec{i} = \vec{x}_2 - (-6\vec{i}) \Rightarrow \vec{x}_2 = 93\vec{i}$$



۱۶۱- پاسخ: گزینه ۲

مطابق شکل، مدت زمان حرکت متحرک (۱) از نقطه A به نقطه B با مدت زمان حرکت متحرک (۲) از نقطه C به نقطه B برابر است:



$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{x}{180-x} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$x = vt \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک (۱): } x = v_1 \times 16 \\ \text{متحرک (۲): } 180-x = v_2 \times 25 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{180-x} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \quad \text{رابطه (۲)}$$

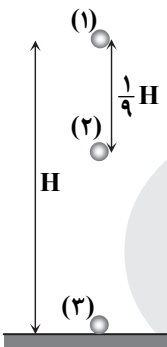
از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{180-x} \Rightarrow 4x = 720 - 5x \Rightarrow 9x = 720 \Rightarrow x = 80 \text{ m}$$

$$x_1 = v_1 \times 16 \Rightarrow 80 = 16v_1 \Rightarrow v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۳



$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \Rightarrow 4/9 = \frac{v_2 + 0}{2} \Rightarrow v_2 = 8/9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y_{1,2} \Rightarrow (8/9)^2 - 0 = 2 \times 9/8 \times \frac{1}{9} H \Rightarrow H = 44/1 \text{ m}$$

$$v_3^2 - v_1^2 = 2g\Delta y_{1,3} \Rightarrow v_3^2 = 2 \times 9/8 \times 44/1 \Rightarrow v_3 = 29/4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جهت مثبت حرکت را روبه پایین در نظر گرفتیم.

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۳

$$p_{(3)} = 15(3)^2 + 5(3) = 150 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$p_{(6)} = 15(6)^2 + 5(6) = 570 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در مدت $t = 3\text{s}$ تا $t = 6\text{s}$ برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{570 - 150}{6 - 3} = \frac{420}{3} = 140 \text{ N}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۴

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,\max} = \mu_s mg = 0.6 \times 50 \times 10 = 300 \text{ N}$$

است: بنابراین جعبه حرکت نمی کند: $F = 250 \text{ N} < f_{s,\max} = 300 \text{ N}$

$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

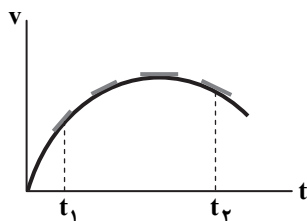
$$\vec{R} = \vec{f}_s + \vec{F}_N = (-250 \text{ N})\vec{i} + (500 \text{ N})\vec{j}$$

صورت سؤال، نیرویی که جعبه بر سطح وارد می کند (واکنش نیروی $\vec{R}$) را می خواهد؛ بنابراین داریم:

$$\vec{R}' = -\vec{R} = (+250 \text{ N})\vec{i} + (-500 \text{ N})\vec{j}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۴

شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر با شتاب متحرک است. با توجه به شکل، مشاهده می شود که از لحظه t_1 تا t_2 ، اندازه شیب خط مماس بر نمودار، ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است؛ بنابراین بزرگی شتاب متحرک و در نتیجه بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک نیز ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است.



۱۶۶- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a_{c(r)}}{a_{c(l)}} = \frac{g_r}{g_l} \xrightarrow{g=G \frac{M_e}{r^2}} \frac{g_r}{g_l} = \left(\frac{r_l}{r_r}\right)^2 = \left(\frac{R_e + h_l}{R_e + h_r}\right)^2 \xrightarrow{h_l=R_e, h_r=1/\Delta R_e} \frac{g_r}{g_l} = \left(\frac{R_e + R_e}{R_e + 1/\Delta R_e}\right)^2 = \left(\frac{2}{\Delta}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\text{درصد تغییرات شتاب مرکزگرا: } \frac{\Delta a_c}{a_{c(l)}} \times 100 = \frac{\frac{16}{25} a_{c(l)} - a_{c(l)}}{a_{c(l)}} = -\frac{9}{25} \times 100 = -36\%$$

علامت منفی به معنای کاهش است.

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۲

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{150}{60} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$A = \frac{f}{2} = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 = 2 \times 10 \times 10^{-3} \times (0.02)^2 \times (2.5)^2 = 0.01 \text{ J} = 10 \text{ mJ}$$

انرژی جنبشی نوسانگر برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 0.02 \times (\Delta \sqrt{2\pi \times 10^{-2}})^2 = 0.005 \text{ J} = 5 \text{ mJ}$$

$$E = K + U \Rightarrow 10 = 5 + U \Rightarrow U = 5 \text{ mJ}$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۱

در نقاط بازگشتی (دامنه‌ها)، بزرگی شتاب نوسانگر بیشینه است و در مرکز نوسان (جایی که نیروی وارد بر نوسانگر صفر است)، تندی نوسانگر بیشینه است:

$$F = -kx = ma \Rightarrow a = -\left(\frac{k}{m}\right)x \Rightarrow a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = \omega^2 x$$

$$\begin{cases} a_{\max} = A\omega^2 \\ v_{\max} = A\omega \end{cases} \Rightarrow \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{0.1\pi}{0.2\pi} = \frac{1}{2} \text{ rad/s}$$

بزرگی شتاب نوسانگر در $x = 1 \text{ cm}$ برابر است با:

$$|a| = \omega^2 \times x = \frac{1}{4} \times 10^{-2} = 0.0025 \text{ m/s}^2$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۱

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \frac{|a|}{x} = \frac{4}{10^{-2}} = 400 \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 400 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 800 \text{ N/m}$$

۱۷۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I = \frac{P_{\text{av}}}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{4\pi}{4\pi \times 3 \times r^2} \Rightarrow r^2 = 4 \times 10^4 \Rightarrow r = 200 \text{ m}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۴

طول موج طنابی که ذره M در آن واقع است، دو برابر طول موج طنابی است که ذره N در آن وجود دارد.

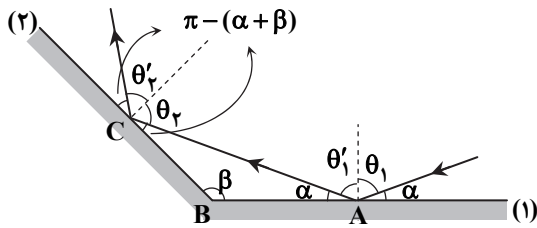
$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{ثابت } v \text{ یکسان}} \frac{\lambda_M}{\lambda_N} = \frac{f_N}{f_M} = 2 \xrightarrow{f = \frac{N}{\Delta t}} 2 = \frac{N_N}{N_M} \Rightarrow N_N = 4$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۱

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 210 = \frac{2v}{2 \times 0.5} \Rightarrow v = 105 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 105 = \sqrt{\frac{F \times 0.5}{5 \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = 49 \text{ N}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۴



$$(1) \text{ درآینه } 1: \theta_1 = \theta'_1 \Rightarrow \theta_1 + \alpha = \theta'_1 + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = \alpha$$

$$(2) \text{ درآینه } 2: \theta_2 = \theta'_2$$

در مثلث ABC داریم:

$$\alpha + \beta + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = \pi - (\alpha + \beta)$$

با توجه به اینکه $\theta'_2 = \theta_2$ است، زاویه پرتوی بازتابیده از آینه (۲) با سطح آینه برابر با $\pi - (\alpha + \beta)$ است.

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\cos 37^\circ = \frac{OB}{OC} \Rightarrow 0.8 = \frac{6}{OC} \Rightarrow OC = 7.5 \text{ cm}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{BC}{OC} \Rightarrow 0.6 = \frac{BC}{7.5} \Rightarrow BC = 4.5 \text{ cm}$$

دو مثلث OAO' و ABC متشابه‌اند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{4.5}{7.5} = \frac{AB}{6 - AB} \Rightarrow 3/5 AB = 27 - 4/5 AB$$

$$\Rightarrow 8AB = 27 \Rightarrow AB = \frac{27}{8} \text{ cm}$$

$$\tan \theta_i = \frac{BC}{AB} = \frac{4.5}{27/8} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta_i = 53^\circ$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times 0.8 = n_2 \times 0.6 \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$hf = K_{\max} + W_0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = K_{\max} + W_0 \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{K_{\max} + W_0} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{4/4 + 2/8} = \frac{1}{6} \times 10^{-6} = \frac{1}{6} \mu\text{m}$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۳

دومین خط رشته پاشن به‌ازای $n = 5$ و سومین خط آن به‌ازای $n = 6$ رخ می‌دهد.

$$\text{خط دوم: } \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{1}{100} \times \left(\frac{25-9}{9 \times 25} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \times \frac{25 \times 9}{16} = \frac{5625}{4} \text{ nm}$$

$$\text{خط سوم: } \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{27}{9 \times 36} \right) \Rightarrow \lambda' = 100 \times \left(\frac{9 \times 36}{27} \right) = 1200 \text{ nm}$$

$$\Delta \lambda = \frac{5625}{4} - 1200 = \frac{825}{4} \text{ nm}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۴

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} = \frac{157 \times 10^{-2} \text{ pC}}{4 \times 3.14 \times (5)^2 \text{ cm}^2} = 500 \frac{\text{pC}}{\text{cm}^2}$$

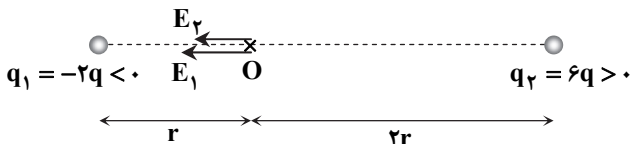
۱۷۸- پاسخ: گزینه ۲

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow |q| = \frac{Er^2}{k} = \frac{18 \times 10^7 \times 25 \times 10^{-4}}{9 \times 10^9} = 50 \times 10^{-6} = 50 \mu\text{C}$$

$$E_1 = \frac{k|q|}{r_1^2} \Rightarrow r_1^2 = \frac{k|q|}{E_1} = \frac{9 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-6}}{1/125 \times 10^7} = 4 \times 10^{-2} \Rightarrow r_1 = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۱

با فرض اینکه $q > 0$ است، ابتدا جهت و اندازه میدان الکتریکی ناشی از هریک از بارها را در نقطه O به‌دست می‌آوریم:



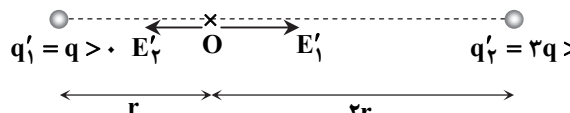
$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{k|-2q|}{r^2} = \frac{2k|q|}{r^2} \\ E_2 = \frac{k|6q|}{(2r)^2} = \frac{3}{2} \frac{k|q|}{r^2} \end{cases}$$

$$E_T = E_1 + E_2 = \frac{2k|q|}{r^2} + \frac{3}{2} \frac{k|q|}{r^2} = \frac{7}{2} \frac{k|q|}{r^2}$$

با انتقال ۵۰ درصد از بار q_2 به بار q_1 ، خواهیم داشت:

$$q'_1 = q_1 + \frac{50}{100} q_2 = -2q + \frac{1}{2} (6q) = q$$

$$q'_2 = q_2 - \frac{50}{100} q_2 = \frac{1}{2} q_2 = \frac{1}{2} (6q) = 3q$$



$$E' = \frac{k|q'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E'_1 = \frac{k|q'_1|}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \\ E'_2 = \frac{k|q'_2|}{(2r)^2} = \frac{k \times 3q}{4r^2} = \frac{3}{4} \frac{kq}{r^2} \end{cases}$$

$$E'_T = E'_1 - E'_2 = \frac{kq}{r^2} - \frac{3}{4} \frac{kq}{r^2} = \frac{1}{4} \frac{kq}{r^2}$$

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\frac{1}{4} \frac{kq}{r^2}}{\frac{1}{2} \frac{kq}{r^2}} = \frac{1}{2}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۱

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \left(\frac{1/5 V_1}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{25} \xrightarrow{U_2 = U_1 + 200 \mu J} \frac{U_1 + 200}{U_1} = \frac{1}{25} \Rightarrow U_1 = 160 \mu J$$

با ثابت ماندن ظرفیت خازن طبق رابطه $C = \frac{Q}{V}$ داریم:

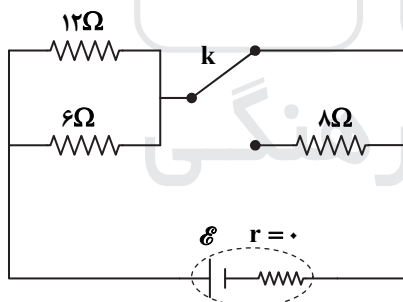
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} = 1/5 \xrightarrow{Q_2 = Q_1 + 20 \mu C} \frac{Q_1 + 20}{Q_1} = 1/5 \Rightarrow Q_1 = 40 \mu C$$

حالا با استفاده از رابطه $U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C}$ داریم:

$$160 = \frac{(40)^2}{2C} \Rightarrow C = 5 \mu F$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۴

وقتی کلید در حالت (۱) قرار دارد، مقاومت ۸ اهمی از مدار حذف می‌شود.



$$R_{eq1} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

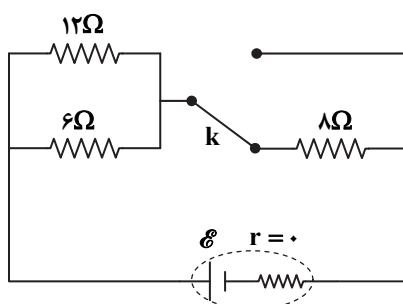
$$P_1 = \frac{V^2}{R_{eq1}} = \frac{E^2}{4}$$

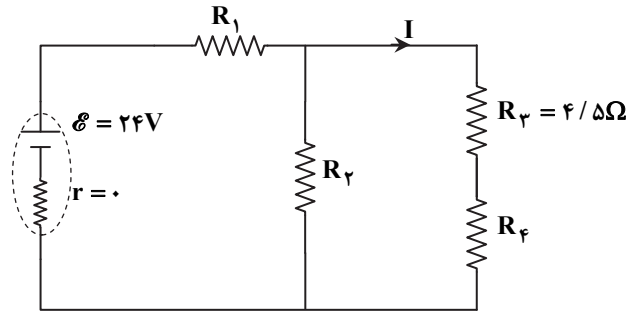
وقتی کلید در حالت (۲) قرار دارد، داریم:

$$R_{eq2} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 8 = 12 \Omega$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R_{eq2}} = \frac{E^2}{12}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{E^2}{12}}{\frac{E^2}{4}} = \frac{1}{3}$$





$$P_3 = P_4 \Rightarrow R_3 I_3^2 = R_4 I_4^2 \xrightarrow{I_3 = I_4 = I} R_3 = R_4 \Rightarrow R_4 = 4/5 \Omega$$

مقاومت معادل دو مقاومت R_3 و R_4 برابر $R_{3,4} = 4/5 + 4/5 = 9/5 \Omega$ و توان آن $P_{3,4} = P_3 + P_4 = 2P$ است.

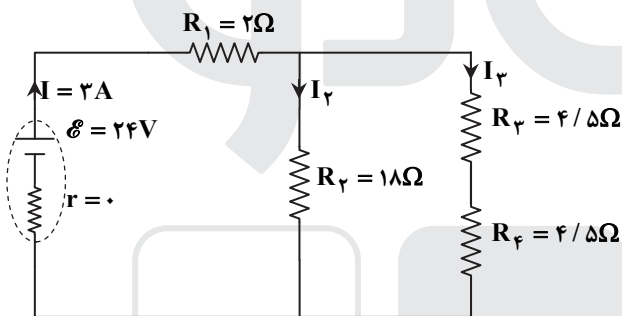
$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\text{در مقاومت‌های موازی } V \text{ یکسان است.}} \frac{P_2}{P_{3,4}} = \frac{R_{3,4}}{R_2} \Rightarrow \frac{P}{2P} = \frac{9}{R_2} \Rightarrow R_2 = 18 \Omega$$

$$R_{2,3,4} = \frac{18 \times 9}{18 + 9} = 6 \Omega$$

$$P_{2,3,4} = P + 2P = 3P$$

$$P = RI^2 \xrightarrow{\text{در مقاومت‌های متوالی } I \text{ یکسان است.}} \frac{P_{2,3,4}}{P_1} = \frac{R_{2,3,4}}{R_1} \Rightarrow \frac{3P}{P} = \frac{6}{R_1} \Rightarrow R_1 = 2 \Omega$$

حالا که مقدار همهٔ مقاومت‌ها را به دست آوردیم، مقاومت معادل مدار را می‌نویسیم:



$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3,4} = 2 + 6 = 8 \Omega$$

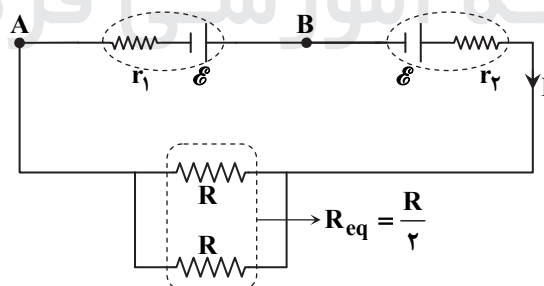
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{24}{8 + 0} = 3 \text{ A}$$

$$\begin{cases} \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_{3,4}}{R_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_3} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \\ I_2 + I_3 = 3 \text{ A} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_2 + 2I_2 = 3 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}, I_3 = 2 \text{ A}$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مقاومت معادل و جریان مدار را حساب می‌کنیم:



$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}}{\frac{R}{2} + r_1 + r_2} = \frac{2\mathcal{E}}{R + 2r_1 + 2r_2} \quad \text{رابطه (۱)}$$

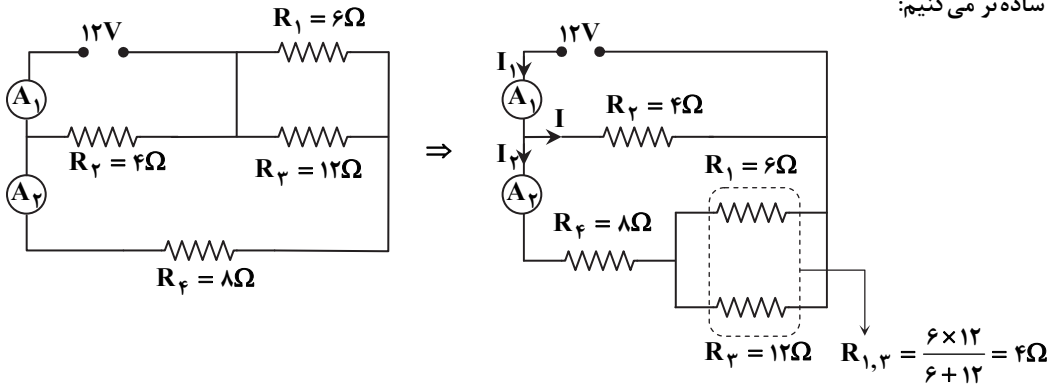
$$V_B + \mathcal{E} - r_2 I - \frac{R}{2} I = V_A \Rightarrow V_B - V_A = (r_2 + \frac{R}{2}) I - \mathcal{E} = 0 \Rightarrow (r_2 + \frac{R}{2}) I = \mathcal{E} \quad \text{رابطه (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$(r_2 + \frac{R}{2}) (\frac{2\mathcal{E}}{R + 2r_1 + 2r_2}) = \mathcal{E} \Rightarrow 2r_2 + R = R + 2r_1 + 2r_2 \Rightarrow R = 2r_1 - 2r_2 \Rightarrow R = 2(r_1 - r_2)$$

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا شکل مدار را کمی ساده تر می کنیم:



$$R_{1,2,3,4} = 8 + 4 = 12\Omega$$

مقاومت های $R_{1,2}$ و R_4 با هم متوالی اند:

با توجه به شکل بالا، $I = I_1 + I_2$ است و داریم:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{V}{R_4} = \frac{12}{4} = 3A \\ I_2 &= \frac{V}{R_{1,2,3,4}} = \frac{12}{12} = 1A \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = I - I_2 = 3 - 1 = 2A$$

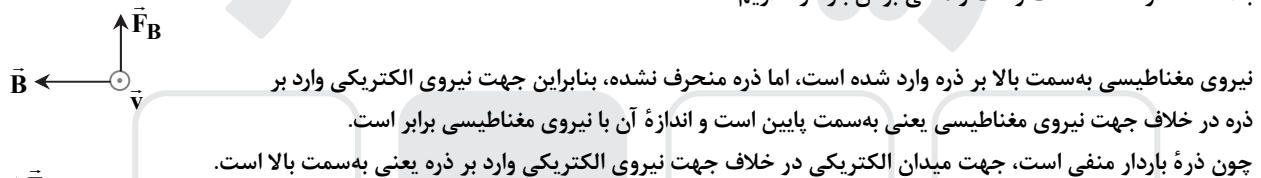
۱۸۵- پاسخ: گزینه ۳

هنگامی که کلید در حالت (۱) قرار دارد، همواره جریان سینوسی از مقاومت R عبور می کند و نمودار جریان عبوری از مقاومت R به صورت یک نمودار سینوسی کامل است.

هنگامی که کلید در حالت (۲) قرار می گیرد، دیود تنها اجازه عبور جریان از یک سو را می دهد، بنابراین جریان عبوری از مدار در هر دوره، به مدت نصف دوره صفر می شود.

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از قاعده دست راست و منفی بودن بار ذره داریم:

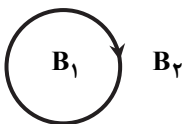


$$F_E = F_B \Rightarrow E|q| = |q| \times 2 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^{-4} \times 1$$

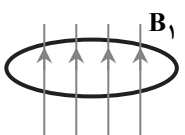
$$\Rightarrow E = 8 \times 10^{-2} \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E} = (8 \times 10^{-2} \frac{N}{C}) \vec{j}$$

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۲

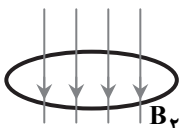
با استفاده از قاعده دست راست، جهت جریان در حلقه به صورت ساعت گرد است. از طرفی می دانیم که بزرگی میدان مغناطیسی در داخل حلقه، بیشتر از سایر جاها است؛ بنابراین $B_1 > B_2$ است.



۱۸۸- پاسخ: گزینه ۴



$$\Phi_1 = B_1 A \cos \theta \Rightarrow \Phi_1 = 0.1 \times 100 \times 10^{-4} \times 1 = 10^{-3} \text{ Wb}$$



$$\Phi_2 = B_2 A \cos \theta_2 \Rightarrow \Phi_2 = 0.1 \times 100 \times 10^{-4} \times (-1) = -10^{-3} \text{ Wb}$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -1 \times \frac{-10^{-3} - 10^{-3}}{0.25} \right| = 8 \times 10^{-3} \text{ V} = 8 \text{ mV}$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\Delta}{4} T = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{\Delta 0} s$$

$$I_m = 6 A$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 6 \sin\left(\frac{2\pi}{\frac{1}{\Delta 0}} t\right) = 6 \sin(100\pi t)$$

جریان الکتریکی در لحظه $t = \frac{1}{400} s$ برابر است با:

$$I = 6 \sin(100\pi \times \frac{1}{400}) = 6 \sin(\frac{\pi}{4}) = 3\sqrt{2} A$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow 72 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times L \times (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow L = 8 \times 10^{-3} H \Rightarrow L = 8 mH$$

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۲

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1 \times 10^{-6} g}{\frac{2 g}{mol}} = 5 \times 10^{-7} mol$$

$$n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow 5 \times 10^{-7} = \frac{N}{6.02 \times 10^{23}} \Rightarrow N = 5 \times 10^{-7} \times 6.02 \times 10^{23} = 3.01 \times 10^{17} \sim 10^{17}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

تنها نیرویی که روی گلوله کار انجام می‌دهد، نیرویی است که دیوار بر آن وارد می‌کند.

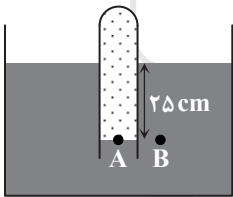
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{دیوار}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times (40 \times 10^{-3}) \times (0 - 9 \times 10^4) \Rightarrow W_{\text{دیوار}} = -1800 J$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۳

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg}} -mg\Delta h = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -g\Delta h = \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow -10 \times (-25) = \frac{1}{2} \times (v_2^2 - 400) \Rightarrow v_2 = 30 \frac{m}{s}$$

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۳



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{کف}} = P_0 + \rho gh = 10^5 + (2000 \times 10 \times \frac{1}{4}) = 105000 Pa = 105 kPa$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

آهنگ رسانش گرما توسط پنجره باید با توان گرمایی بخاری برابر باشد:

$$Q = Pt = \frac{kA\Delta\theta}{L} \Rightarrow P = \frac{kA\Delta\theta}{L} \Rightarrow \frac{0.6 \times (2 \times 2 / 5) \times (5 - (-5))}{5 \times 10^{-3}} = \frac{0.6 \times 5 \times 10}{5 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^3 W = 6 kW$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{درصد افزایش حجم: } \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1(3\alpha)\Delta\theta}{V_1} \times 100 = 3\alpha\Delta\theta \times 100 \Rightarrow 0.08 = 3\alpha \times 80 \times 100 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$$

$$\text{درصد افزایش مساحت: } \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{A_1(2\alpha)\Delta\theta}{A_1} \times 100 = 2\alpha\Delta\theta \times 100 = 2 \times \frac{1}{3} \times 10^{-5} \times 60 \times 100 = \%/0.4$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۱

گرمای داده‌شده به مایع در هر دقیقه برابر $100 J$ است؛ بنابراین گرمای داده‌شده به آن در هر ۵۶ دقیقه برابر $(56 \times 100) J$ خواهد بود:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 5600 = \frac{1}{2} \times c \times \underbrace{(41 - (-39))}_{80} \Rightarrow c = 140 \frac{J}{kg \cdot K}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۳

$$PV = nRT \xrightarrow{P \text{ ثابت است}} P\Delta V = nR\Delta T \Rightarrow (1/5 \times 10^5) \times (-4 \times 10^{-3}) = 3 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = -25 \text{ K} = -25^\circ \text{C}$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۲

کار انجام شده توسط گاز روی محیط، $W' = 500 \text{ J}$ است؛ بنابراین کار انجام شده توسط محیط روی گاز برابر $W = -W' = -500 \text{ J}$ می‌شود.

$$\frac{\Delta U}{W} = \frac{nC_V \Delta T}{-nR\Delta T} \Rightarrow \frac{\Delta U}{W} = \frac{C_V}{-R} \xrightarrow{C_V = \frac{5}{2}R} \frac{\Delta U}{-500} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \Delta U = 1250 \text{ J}$$

$\Delta U > 0$ است؛ بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته است.

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم تغییر انرژی درونی در هر چرخه ترمودینامیکی صفر است:

$$\Delta U_{CA} + \Delta U_{ABC} = 0 \xrightarrow{\Delta U_{CA} = 0 \text{ فرایند CA هم‌دما است.}} \Delta U_{ABC} = 0 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\text{فرایند CA هم‌دماست.} \quad P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow 8 \times 10^5 \times V_1 = 2 \times 10^5 \times 16 \Rightarrow V_1 = 4L$$

$$W_{ABC} = W_{AB} + W_{BC} \xrightarrow{\text{فرایند AB هم‌فشار است.}} W_{ABC} = -P_{AB} \Delta V_{AB} + 0 = -(8 \times 10^5) \times (16 - 4) \times 10^{-3} = -9600 \text{ J}$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:

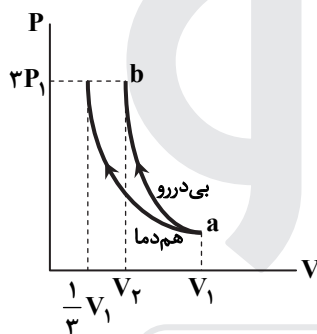
$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} 0 = Q_{ABC} + (-9600) \Rightarrow Q_{ABC} = +9600 \text{ J}$$

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که انحنای نمودار $P-V$ برای فرایند هم‌دما کمتر از فرایند بی‌دررو است؛ بنابراین اگر نمودار هم‌دما را از نقطه a رسم کنیم، منحنی آن زیر منحنی بی‌دررو قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه

در منحنی هم‌دما، با ۳ برابر شدن فشار، حجم گاز $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود، واضح است که $V_2 > \frac{1}{3} V_1$ است.

از طرفی می‌دانیم فرایند ab یک تراکم بی‌دررو است:



$$\left. \begin{array}{l} Q = 0 \\ W > 0 \\ \Delta U = Q + W \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = W \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته و در نتیجه دمای آن نیز حتماً افزایش می‌یابد.

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۳

عبارت گزینه ۳ در کتاب درسی آورده شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تفاوت انرژی میان لایه‌ها با دور شدن از هسته کاهش می‌یابد.

(۲) اتم برانگیخته لزوماً به حالت پایه برنمی‌گردد.

(۴) در اتم هیدروژن، طول موج پرتو مربوط به انتقال $n=3 \rightarrow n=4$ در گستره مرئی ($400 - 700 \text{ nm}$) قرار نمی‌گیرد.

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

عبارت اول: در عنصرهای اصلی (دسته s و دسته p)، لایه ظرفیت همان لایه آخر اتم‌ها است. الکترون‌های ظرفیت در عنصرهای دسته s در زیرلایه ns و در عنصرهای دسته p در زیرلایه‌های nsnp هستند که n شماره لایه آخر است.

عبارت دوم: حاصل $(n+1)$ برای هر سه زیرلایه برابر ۷ است. در این حالت، زیرلایه‌ای که n کمتری دارد، انرژی آن کمتر است.

عبارت چهارم: به‌طور مثال همه عنصرهای گروه‌های ۵ و ۱۵، الکترون ظرفیت دارند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: به‌طور مثال گاز نجیب هلیوم ۲ الکترون ظرفیت و لیتیم ۱ الکترون ظرفیت دارد، اما لیتیم واکنش‌پذیرتر است.

عبارت پنجم: گنجایش الکترون یک زیرلایه از رابطه $2l + 1$ پیروی می‌کند:

$$4(4) + 2 = 18$$

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{MgS} \quad \text{شمار مول یون ها در } ۸۴ \text{ g MgS} \times \frac{1 \text{ mol MgS}}{56 \text{ g MgS}} \times \frac{2 \text{ mol ion}}{1 \text{ mol MgS}} = 3 \text{ mol ion}$$

$$\text{Na}_3\text{N} \quad \text{شمار مول کاتیون ها در } ۱۶ / ۶ \text{ g Na}_3\text{N} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{N}}{۸۳ \text{ g Na}_3\text{N}} \times \frac{3 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol Na}_3\text{N}} = ۰ / ۶ \text{ mol Na}^+$$

$$\frac{3}{۰ / ۶} = ۵$$

۲۰۴- پاسخ: گزینه ۲

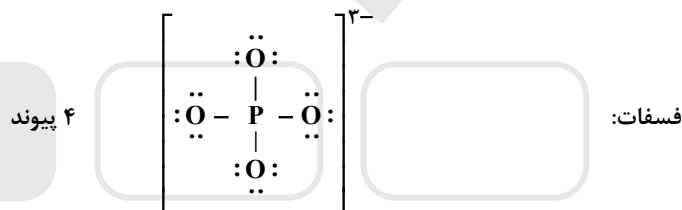
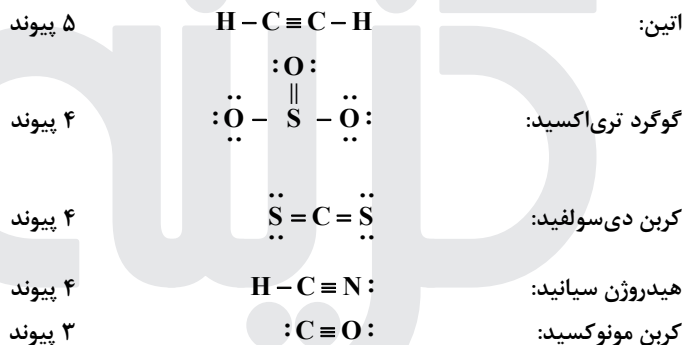
$$\begin{cases} \theta_1 = ۲۱۷ - ۲۷۳ = -۵۶^\circ\text{C} \\ \theta_2 = ۷^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta\theta = ۷ - (-۵۶) = ۶۳^\circ\text{C}$$

$$۶۳^\circ\text{C} \times \frac{1 \text{ km}}{۵^\circ\text{C}} = ۱۲ / ۶ \text{ km}$$

۲۰۵- پاسخ: گزینه ۳

Cr_2O_3 و Cu_2O ، Mg_3N_2 جزء ترکیب‌های یونی هستند و در نام آن‌ها، باید از نام کاتیون + نام آنیون استفاده کنیم. NF_3 و N_2O_3 جزء ترکیب‌های مولکولی هستند و در نام آن‌ها باید از پیشوندهای یونانی استفاده شود.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۱



۲۰۷- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.
بررسی عبارت‌های نادرست:
عبارت اول: ساختار شیمیایی هر ماده، تعیین‌کننده خواص و رفتار آن است، به‌طور مثال اکسیژن و اوزون به‌دلیل تفاوت در ساختار شیمیایی، خواص متفاوتی دارند.
عبارت دوم: کربن دی‌اکسید یک اکسید نافلزتی و اسیدی است و با حل شدن در آب، سبب کاهش pH آب می‌شود.

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{محلول } ۳۶۰ \text{ g : دمای } ۵۰^\circ\text{C} \quad \begin{cases} ۱۶۲ \text{ g KNO}_3 \\ ۳۶۰ - ۱۶۲ = ۱۹۸ \text{ g H}_2\text{O} \end{cases}$$

$$۴۰^\circ\text{C} \quad \text{دمای : درصد جرمی} = ۳۷ / ۵ \Rightarrow \frac{S}{S+۱۰۰} \times ۱۰۰ = ۳۷ / ۵ \Rightarrow S = ۶۰ \text{ (انحلال پذیری)}$$

$$۴۰^\circ\text{C} \quad \text{جرم } \text{KNO}_3 \text{ قابل حل در دمای } ۱۹۸ \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{۶۰ \text{ g KNO}_3}{۱۰۰ \text{ g H}_2\text{O}} = ۱۱۸ / ۸ \text{ g KNO}_3$$

$$\text{جرم رسوب} = ۱۶۲ - ۱۱۸ / ۸ = ۴۳ / ۲ \text{ g}$$

$$۴۳ / ۲ \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{۱۰۰ \text{ g KNO}_3} \approx ۰ / ۴۳ \text{ mol KNO}_3$$

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۳

قدرت پیوندهای هیدروژنی در آب- اتانول، قوی تر از آب- آب و آن هم قوی تر از اتانول- اتانول است:

اتانول- اتانول > آب- آب > اتانول : قدرت نیروهای بین مولکولی

(a) (b) (c)

موارد اول، سوم و چهارم درست هستند.

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳

عبارت های «ب» و «ت» درست هستند.

(ب) انحلال گازها در آب گرماده است.

(ت) شیب نمودار انحلال پذیری پتاسیم نیترات بیشتر از سدیم نیترات است.

بررسی عبارت های نادرست:

(الف) KCl در هگزان نامحلول است. ترکیب های یونی در آب حل می شوند.

(پ) طبق قانون هنری، انحلال پذیری گازها با فشار رابطه مستقیم دارد.

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به غلظت گوگرد در سوخت می توان گفت که در ۱۰۶ گرم سوخت، ۶۴۰۰ گرم گوگرد وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$10 \times 10^6 \text{ g سوخت} \times \frac{6400 \text{ g S}}{10^6 \text{ g سوخت}} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{1 \text{ mol S}} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol SO}_2} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{1 \text{ kg CaO}}{1000 \text{ g CaO}} = 112 \text{ kg CaO}$$

حال باید جرم کلسیم کربنات با خلوص ۸۰ درصد برای تولید ۱۱۲ kg کلسیم اکسید را حساب کنیم:

$$112 \text{ kg CaO} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{56 \text{ g CaO}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3 \text{ ناخالص}}{80 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}} = 250 \text{ kg CaCO}_3 \text{ ناخالص}$$

$$\frac{x \times \frac{80}{100}}{1 \times 100} = \frac{112}{1 \times 56} \Rightarrow x = 250 \text{ kg}$$

راه حل دوم:

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۳

عبارت های اول، دوم و چهارم درست هستند.

۳۵X همان نافلز برم (۳۵Br) است.

عبارت اول: برم مانند ۱۷Y (کلر) در گروه ۱۷ و مانند ۲۰Z (کلسیم) در دوره چهارم قرار دارد.

عبارت دوم: برم نافلز است و در واکنش ها با فلزها، می تواند ترکیب یونی تشکیل دهد و در ترکیب با نافلزها، با اشتراک الکترون، ترکیب مولکولی تشکیل می دهد.

عبارت چهارم: برم در دمای اتاق، مایع است، اما هیچ کدام از عنصرهای دوره چهارم و یا گروه ۱۷، به حالت مایع نیستند.

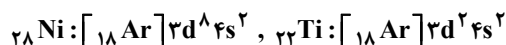
بررسی عبارت های نادرست:

عبارت سوم: در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می یابد؛ بنابراین بزرگ ترین شعاع اتمی در دوره چهارم متعلق به ۱۹K است.

عبارت پنجم: در گروه ۱۷، فلوئور بیشترین واکنش پذیری را دارد.

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۱

هر دو عنصر نیکل و تیتانیوم جزء عنصرهای واسطه دوره چهارم هستند. نیکل در گروه ۱۰ و تیتانیوم در گروه ۴ قرار دارد.



۲۱۴- پاسخ: گزینه ۳

عبارت های دوم، سوم و چهارم درست هستند.



عبارت دوم: در واکنش (I)، عدد اکسایش آهن و اکسیژن تغییر کرده است؛ بنابراین از نوع اکسایش- کاهش است. در واکنش (II)، باز Al(OH)_3 و اسید H_2SO_4 با هم واکنش داده اند.

$$1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{6 \text{ mol H}_2\text{O}}{3 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 36 \text{ g H}_2\text{O}$$

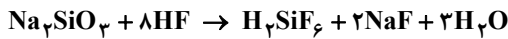
عبارت سوم:

عبارت چهارم: مجموع ضریب های استوکیومتری واکنش دهنده ها در واکنش (I) با مجموع ضریب های استوکیومتری فرآورده ها در واکنش (II) یکسان و برابر با ۷ است.

بررسی عبارت نادرست:

$$1070 \text{ g Fe(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_3}{107 \text{ g Fe(OH)}_3} \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{4 \text{ mol Fe(OH)}_3} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 3 / 0.1 \times 10^{24} \text{ H}_2\text{O}$$

۲۱۵- پاسخ: گزینه ۱



معادله موازنه شده واکنش به صورت روبه رو است:

راه حل اول:

$$0.3 \text{ mol HF} \times \frac{2 \text{ mol NaF}}{8 \text{ mol HF}} \times \frac{42 \text{ g NaF}}{1 \text{ mol NaF}} = 3.15 \text{ g NaF}$$

راه حل دوم:

$$\frac{0.3}{8 \times 1} = \frac{x}{2 \times 42} \Rightarrow x = 3.15 \text{ g}$$

قسمت دوم:

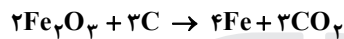
راه حل اول:

$$0.3 \text{ mol HF} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SiO}_3}{8 \text{ mol HF}} \times \frac{122 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ خالص}}{1 \text{ mol Na}_2\text{SiO}_3} \times \frac{100 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ ناخالص}}{80 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ خالص}} = 5.7 \text{ g Na}_2\text{SiO}_3 \text{ ناخالص}$$

راه حل دوم:

$$\frac{0.3}{8 \times 1} = \frac{x \times \frac{100}{122}}{1 \times 122} \Rightarrow x = 5.7 \text{ g}$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۱



$$\text{Fe مول } 1/8 \times 10^3 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{3 \text{ mol C}} \times \frac{56}{100} = 170 \text{ mol Fe}$$

$$\text{Fe جرم } 170 \text{ mol} \times \frac{56 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 9.52 \text{ kg}$$

طبق معادله موازنه شده ترمیت خواهیم داشت:

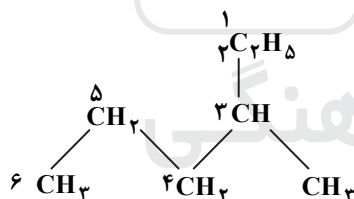
$$\text{Al جرم } 170 \text{ mol Fe} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 4.59 \text{ kg Al}$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۲

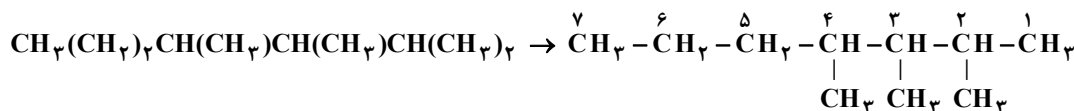
موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) زنجیر اصلی ۶ اتم کربن دارد و نام درست ترکیب، ۳- متیل هگزان است.



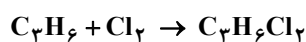
ت) ۲، ۳، ۴- تری متیل هپتان



۲۱۸- پاسخ: گزینه ۲

دومین عضو خانواده آلکن ها، پروپن با فرمول C_3H_6 است.

راه حل اول:



$$8/4 \text{ g C}_3\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6}{42 \text{ g C}_3\text{H}_6} \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{Cl}_2}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6} \times \frac{113 \text{ g C}_3\text{H}_6\text{Cl}_2}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{Cl}_2} = 22/6 \text{ g C}_3\text{H}_6\text{Cl}_2$$

راه حل دوم:

$$\frac{8/4}{1 \times 42} = \frac{x}{1 \times 113} \Rightarrow x = \frac{113 \times 8}{4 \times 42} = 22/6 \text{ g C}_3\text{H}_6\text{Cl}_2$$

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) این واکنش، گرماده است و تأمین شرایط بهینه برای انجام آن بسیار دشوار و پرهزینه است.

ت) فشار ثابت درست است و نه حجم ثابت!

۲۲۰- پاسخ: گزینه ۴

ارزش سوختی یعنی گرمای آزاد شده به ازای سوختن یک گرم ماده.

$$\text{بنزن: } 1 \text{ g C}_6\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_6}{78 \text{ g C}_6\text{H}_6} \times \frac{64 \text{ kJ}}{0.02 \text{ mol C}_6\text{H}_6} \approx 41 \text{ kJ}$$

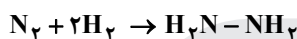
$$\text{اتانول: } 1 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{O}}{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{O}} \times \frac{138 \text{ kJ}}{0.1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{O}} = 30 \text{ kJ}$$

$$\frac{\text{ارزش سوختی بنزن}}{\text{ارزش سوختی اتانول}} = \frac{41}{30} \approx 1.37$$

از سوختن هر مول بنزن (C_6H_6)، ۶ مول CO_2 تولید می‌شود:

$$0.02 \text{ mol C}_6\text{H}_6 \times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_6} = 0.12 \text{ mol CO}_2$$

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۲



$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\Delta H(\text{N} \equiv \text{N}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{H})] - [\Delta H(\text{N}-\text{N}) + 4\Delta H(\text{N}-\text{H})] = [941 + 2(435)] - [159 + 4(389)] = 96 \text{ kJ}$$

$$3/01 \times 10^{25} \text{ H}_2 \text{ مولکول} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{6/02 \times 10^{23} \text{ H}_2 \text{ مولکول}} \times \frac{96 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2} = 2400 \text{ kJ}$$

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۴

غلظت محلول، ماهیت حلال و حل‌شونده و دما بر خواص یک محلول تأثیر دارند.

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۱

A واکنش‌دهنده و E و D فراورده هستند، زیرا غلظت A با گذشت زمان کاهش و غلظت E و D افزایش یافته است.

تغییرات غلظت مواد در یک بازه زمانی دلخواه (مانند ۰ تا ۳۰۰ ثانیه) حساب می‌کنیم:

$$|\Delta[A]| = |0.012 - 0.020| = 0.008 \Rightarrow 2$$

$$|\Delta[E]| = |0.016 - 0| = 0.016 \Rightarrow 4 \Rightarrow 2A \rightarrow 4E + D$$

$$|\Delta[D]| = |0.004 - 0| = 0.004 \Rightarrow 1$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به‌کندی تجزیه می‌شوند.

عبارت چهارم: پلی‌لاکتیک اسید را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. شیر ترش‌شده دارای لاکتیک اسید است، اما برای تهیه آن به کار نمی‌رود.

عبارت پنجم: پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده، ماندگارند و نسبت به پارچه‌های پلی‌آمیدی بیشتر در طبیعت باقی می‌مانند.

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

عبارت دوم: یک ترکیب کم‌محلول (مانند کلسیم سولفات) و حتی یک ترکیب نامحلول در آب (مانند نقره کلرید) می‌توانند الکترولیت قوی باشند، زیرا همان مقدار کمی که از آن‌ها در آب حل می‌شود، به‌طور کامل به یون‌های سازنده تفکیک می‌شود.

عبارت سوم: برخی از ترکیب‌های مولکولی مانند HCl در آب یون تولید می‌کنند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: جامدهای یونی اکسیژن‌دار مانند Na_2O و BaO ، باز آرنیوس هستند، زیرا با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهند.

عبارت چهارم: در لحظه برقراری تعادل در سامانه اسیدهای ضعیف، لزوماً مول یون‌ها ($M\alpha$) با غلظت مولکول‌ها ($M - M\alpha$) برابر نیست.

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۴

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow [H^+]^2 + 0.1[H^+] - 0.2 = 0 \Rightarrow [H^+] = 0.1$$

$$pH = -\log[H^+] = 1$$

اگر pH محلول نیتریک اسید برابر با ۱ باشد، غلظت نیتریک اسید در محلول، ۰/۱ مولار است:

$$\frac{0.1 \text{ mol}}{L} \times \frac{63 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 6.3 \text{ g} \cdot L^{-1}$$

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۳

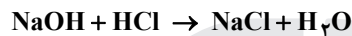
چگالی محلول اولیه $1/5 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است:

$$\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} = \frac{10 \times 50 \times 1/5}{40} \Rightarrow [NaOH] = 18.75 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$M_1 V_1 = M_2 V_2 \Rightarrow 4/8 \times 18.75 = M_2 \times 750 \Rightarrow M_2 = 0.125 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$0.12 = \frac{10 \times \text{درصد جرمی}}{40} \Rightarrow \text{درصد جرمی NaOH} = 0.48 \Rightarrow \text{ppm} = 0.48 \times 10^4 = 4800$$

$$4800 \text{ g NaOH} \times \frac{23 \text{ g Na}^+}{40 \text{ g NaOH}} = 2760 \text{ g Na}^+ \Rightarrow \text{ppm}(\text{Na}^+) = 2760$$



$$\frac{750}{1000} L \times \frac{0.125 \text{ mol NaOH}}{1 L} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{36.5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} = 3.375 \text{ g HCl}$$

$$\text{درصد خلوص HCl} = \frac{3.375}{7.5} \times 100 = 45$$

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۴

$$[H^+] = \frac{2/5 \times 10^{-10} \text{ mol}}{0.25 L} = 10^{-9} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-9}} = 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با توجه به اینکه MOH یک باز قوی است، غلظت مولی باز با غلظت یون هیدروکسید برابر است.
در محلول باز قوی باریوم هیدروکسید، غلظت یون هیدروکسید دو برابر غلظت محلول است:

$$[OH^-] = 2[Ba(OH)_2] \Rightarrow [Ba(OH)_2] = \frac{10^{-5}}{2} = 5 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۴

X همان نیتروژن است $\Rightarrow 14 - 7 = 7 \Rightarrow$ عدد اتمی $X \Rightarrow Si$: دومین عنصر فراوان پوسته جامد زمین

نیتروژن، اسید HNO_3 و باز NH_3 تولید می کند. در HNO_3 ، عدد اکسایش نیتروژن بیشترین مقدار (۵+) و در NH_3 ، عدد اکسایش نیتروژن کمترین مقدار ممکن (۳-) برای آن است.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۳

یون های موجود در ترکیب های داده شده را می توان به صورت روبه رو در نظر گرفت:
 $AD \Rightarrow A^{2+}D^{2-}$ $AX \Rightarrow A^{2+}X^{-}$
D می تواند در گروه ۱۶ و X در گروه ۱۷ قرار داشته باشد. با توجه به اینکه D و X در یک دوره قرار دارند و در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می یابد. شعاع اتمی D از X بزرگ تر است.

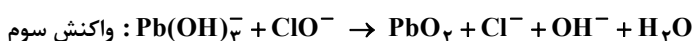
در یون های یک دوره، هرچه مقدار بار آنیون بیشتر باشد، شعاع آن بزرگ تر است؛ بنابراین شعاع X^{-} از D^{2-} کوچک تر است.

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۴

واکنش های اول و چهارم از نوع اکسایش-کاهش نیستند، زیرا در آن عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است.



مجموع ضرایب گونه ها = ۲۸



مجموع ضرایب گونه ها = ۶

$$28 - 6 = 22$$

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

عبارت دوم: E° نیم‌واکنش Pt^{2+} / Pt نسبت به نیم‌واکنش Pb^{2+} / Pb بیشتر است؛ بنابراین گونه سمت راست آن، اکسندۀ قوی‌تر است. در سلول‌های گالوانی، با اکسایش فلز در آند و تولید الکترون، سطح تیغه دارای بار منفی می‌شود. عبارت چهارم: با انجام کامل واکنش، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود؛ پس با پیشرفت واکنش به‌ازای ۲۵ درصد، خواهیم داشت:

$$e^- \text{ شمار} = \frac{25}{100} \times 2 \text{ mol } e^- \times \frac{6/02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = 3/01 \times 10^{23} e^-$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول:

$$E^\circ(\text{سلول}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(Pt^{2+} / Pt) - E^\circ(Pb^{2+} / Pb) = 1/2 - (-0/13) = 1/33V$$

عبارت سوم: با انجام نیم‌واکنش آندی ($Pb \rightarrow Pb^{2+} + 2e^-$)، غلظت کاتیون در بخش آندی افزایش می‌یابد.

عبارت پنجم: الکترون‌ها توسط مدار بیرونی (سیم) جابه‌جا می‌شوند نه از طریق دیواره متخلخل!

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۴



$$80g \text{ Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64g \text{ Cu}} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol Cu}} = 2/5 \text{ mol } e^-$$

نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن به‌صورت زیر است:



$$2/5 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } e^-} \times \frac{22/4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 14 \text{ L } O_2$$

$$2/5 \text{ mol } e^- \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{4 \text{ mol } e^-} \times \frac{18g \text{ H}_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 22/5 g \text{ H}_2O$$

۲۳۴- پاسخ: گزینه ۱

مقدار گرمای صرفه‌جویی شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 1000 \times 0/8 \times (700 - 500) = 160 \times 10^3 g = 160 \text{ kJ}$$

$$160 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{880 \text{ kJ}} = \frac{2}{11} \text{ mol } CH_4$$

حال باید مول متان را به حجم متان در شرایط STP تبدیل کرده و حساب کنیم که از سوختن این مقدار متان، چند گرم CO_2 تولید می‌شود:

$$\frac{2}{11} \text{ mol } CH_4 \times \frac{22/4 \text{ L } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 4/07 \text{ L } CH_4$$

$$\frac{2}{11} \text{ mol } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{44g \text{ CO}_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 8g \text{ CO}_2$$

۲۳۵- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار، واکنش گرماگیر و ΔH آن، $a \text{ kJ}$ است. با توجه به معادله واکنش، برای مصرف ۱ مول A ، a کیلوژول گرما نیاز است؛ بنابراین به‌ازای مصرف ۰/۱ مول A ، $a/10$ کیلوژول گرما نیاز خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\Delta H - E_a = a - 2a = -2a \quad (1)$$

(۳) دما انرژی فعال‌سازی را تغییر نمی‌دهد.

(۴) انرژی فعال‌سازی واکنش $2a$ است که کمترین انرژی لازم برای انجام واکنش است.