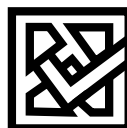


دفترچه

شماره

۳

صبح جمعه ۱۴۰۳/۰۲/۰۷



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری

دفترچه شماره ۳

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی
نوبت اول - اردیبهشت سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم تجربی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضی	۳۰	۱۱۱	۱۴۰	۶۰ دقیقه	۴۵ سؤال ۶۰ دقیقه
۲	زمین‌شناسی	۱۵	۱۴۱	۱۵۵		

این آزمون، نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز است و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می نمایم.

امضا:

۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه ای قطع نمی کنند. حدود m شامل چند

مقدار صحیح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۱۲- اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{4}, 3), (\frac{1}{4}, -3)\}$ ، $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $\log^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه

مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

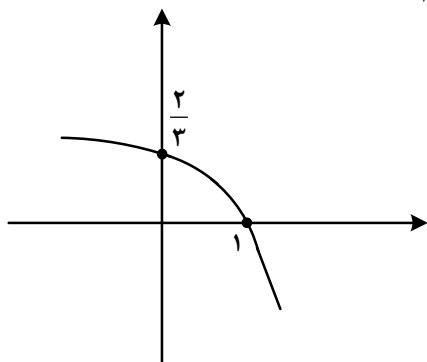
۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{9}$

- (۲) $\frac{8}{9}$

- (۳) $\frac{5}{3}$

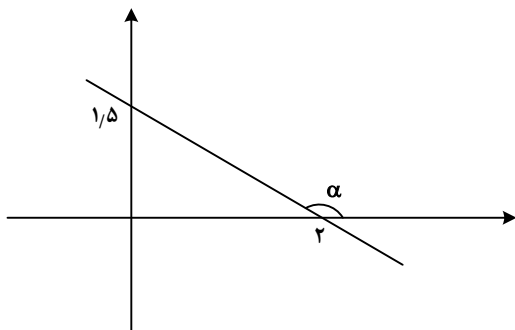
- (۴) $\frac{7}{8}$



۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $-\frac{3}{4}$
(۴) $-\frac{4}{3}$

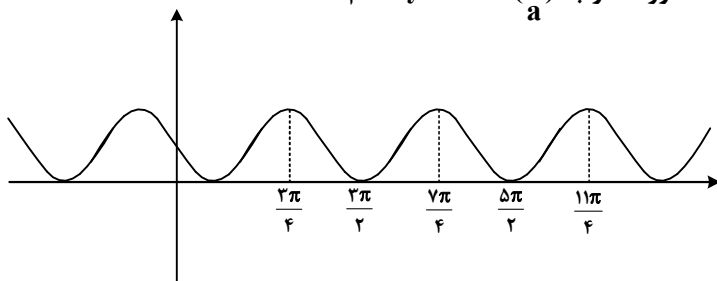
۱۱۹- حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) $-0/5$ (۳) $-2/5$ (۴) $2/5$

۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

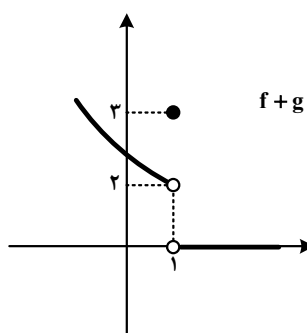
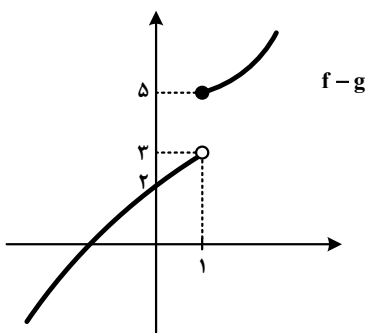
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟



- (۱) 4π
(۲) 6π
(۳) 3π
(۴) 2π

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



- (۱) حد ندارد.
(۲) $2/25$
(۳) $2/5$
(۴) $2/75$

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۲۴- تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۲۵- خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{9}{7}$

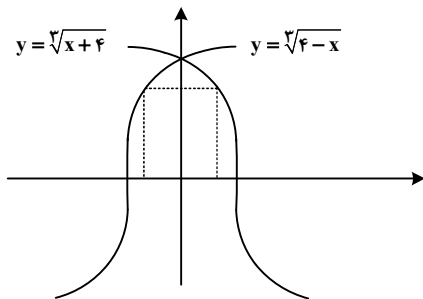
۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر -11 است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -1 (۳) ۸ (۴) -8

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -14 (۲) -11 (۳) -9 (۴) -7

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۶

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) $21\frac{1}{8}$ (۳) ۴۵ (۴) $54\frac{1}{5}$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۷۲ (۳) ۱۴۴ (۴) ۲۱۶

۱۳۱- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهرشده متوالی و برابر نیستند؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

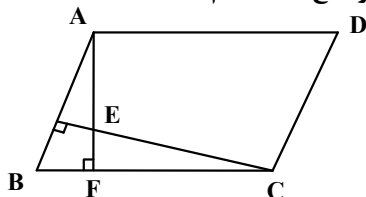
۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج‌شده از جعبه B آبی است؟

- (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{5}{32}$ (۳) $\frac{5}{28}$ (۴) $\frac{5}{24}$

۱۳۳- نقاط $A(2, 0)$ و $C(0, -1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

- (۱) $(0, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$

۱۳۴- در متوازی الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



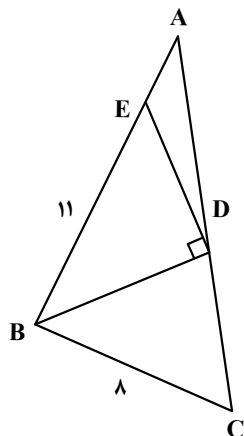
(۱) ۱۶

(۲) ۱۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۰

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



(۱) $6/6$

(۲) $5/4$

(۳) $3/6$

(۴) $2/4$

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{7}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{7}$

۱۳۷- اگر $n(A \cap B) = 2n(A - B) = 4n(B - A) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

(۱) ۳۳

(۲) ۳۶

(۳) ۴۵

(۴) ۴۸

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۲

(۴) ۶

۱۳۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases}$ ، ضابطه تابع f باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

(۱) ۴۶

(۲) ۳۲

(۳) ۲۵

(۴) ۱۴

۱۴۰- خط $3y + 2x = 9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

(۱) $3/5$

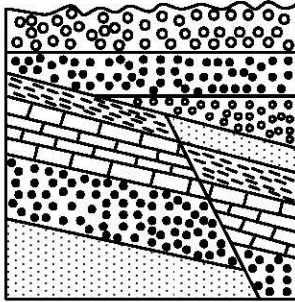
(۲) $-3/5$

(۳) $1/5$

(۴) $-1/5$

- ۱۴۱- در کدام رویدادهای زمین‌شناختی، مرتباً سنگ کرة جدید تشکیل می‌شود؟
 (۱) گسترش بستر اقیانوس‌ها و دور شدن ورقه‌های قاره‌ای از یکدیگر
 (۲) نزدیک شدن دو ورقه قاره‌ای به یکدیگر، فعالیت آتشفشان‌ها
 (۳) در کنار هم لغزیدن ورقه‌های اقیانوسی و برخورد دو ورقه قاره‌ای به هم
 (۴) دور شدن ورقه‌های اقیانوسی از یکدیگر و فرورانش ورقه اقیانوسی به زیر ورقه قاره‌ای
- ۱۴۲- قیر طبیعی حاصل کدام فرایند است؟
 (۱) تبخیر و اکسایش نفت در سطح زمین
 (۲) نبود آب در سنگ مخزن و غلیظشدگی نفت
 (۳) فشار طبقات بالایی و نفوذناپذیر بودن سنگ‌ها
 (۴) وجود موانع بر روی سنگ منشأ و جلوگیری از مهاجرت
- ۱۴۳- با دور شدن کدام خشکی‌ها از هم، دریای تتیس کهن، گسترش پیدا کرد؟
 (۱) ایران مرکزی از گندوانا (۲) ایران و عربستان (۳) آفریقا و عربستان (۴) لورازیا و گندوانا
- ۱۴۴- کدام شرایط خاص در تشکیل اکثر جواهرات تأثیرگذار هستند؟
 (۱) فرایندهای دگرگونی و گرمایی و حضور مواد کمیاب (۲) ماگمای در حال سرد شدن، حضور عناصر قیمتی
 (۳) دما و فشار زیاد، مواد فرار (۴) مواد مذاب، حضور فلزات کمیاب
- ۱۴۵- کدام ویژگی‌ها سبب شده تا از آزیست در تهیه لنت ترمز اتومبیل‌ها استفاده شود؟
 (۱) مقاومت زیاد در برابر کشش و گرما (۲) شکل‌پذیری خوب و اصطکاک بالا
 (۳) مقاومت در برابر خردشدگی و آتش (۴) مقاومت زیاد در برابر گرما و سازگاری با محیط
- ۱۴۶- علت ناتوانی در اندام‌های حرکتی به علت خشکی غضروف‌ها، می‌تواند ناشی از کدام مورد باشد؟
 (۱) استفاده از گیاهانی که بی‌هنجاری مثبت سلنیم دارند. (۲) قرار گرفتن در معرض بخار جیوه
 (۳) کمبود عنصر منیزیم در بدن (۴) وجود فلوراید زیاد در بدن
- ۱۴۷- کدام موارد، از فواید فعالیت‌های آتشفشانی هستند؟
 (۱) به‌وجود آوردن چشمه‌های آرتزین، تشکیل رگه‌های معدنی
 (۲) خروج انرژی درونی زمین، آرامش نسبی ورقه‌های سنگ‌کره
 (۳) تشکیل کانسنگ‌های مس و اورانیم داخل ماسه‌سنگ‌ها، تشکیل هواکره
 (۴) تشکیل پوسته جدید اقیانوسی، تشکیل سنگ‌های مقاومی چون هورنفلس
- ۱۴۸- کدام پهنه‌های زمین‌ساختی زیر، همگی دارای ذخایر فلزی مهمی هستند؟
 (۱) سهند - سیرجان، البرز، شرق و جنوب شرق (۲) ایران مرکزی، شرق و جنوب شرق، سهند - بزمان
 (۳) زاگرس، سهند - سیرجان، سهند - بزمان (۴) شرق و جنوب شرق، کپه داغ، ایران مرکزی
- ۱۴۹- کدام عبارت یا عبارات برای اصطلاح «رس» درست است؟
 a: نوعی کانی سیلیکاتی
 b: خاک‌هایی که فاقد تخلخل هستند و آب را از خود عبور نمی‌دهند.
 c: تمام ذراتی با جنس‌های مختلف که قطر آنها کمتر از 0.075 میلی‌متر است.
 (۱) a (۲) b (۳) a و c (۴) a, b و c
- ۱۵۰- با دور شدن از کانون زلزله، همه موارد زیر تغییر می‌کنند، بجز:
 (۱) مقدار انرژی دریافتی (۲) دامنه نوسانات امواج (۳) اندازه بزرگی (۴) میزان شدت
- ۱۵۱- بیشترین محصولات کشاورزی در کدام شرایط آبی - خاکی به‌دست می‌آید؟
 (۱) خاک ضخیم - گیاخاک فراوان - مواد محلول مناسب - بارندگی و رطوبت در حد متوسط
 (۲) خاک ضخیم - گیاخاک فراوان - مواد محلول کم به علت بارندگی شدید و رطوبت بالا
 (۳) خاک ضخیم - رس بسیار فراوان - آبیاری مناسب با آب باقیمانده روی سطح زمین
 (۴) خاک نازک - هوموس متوسط - مواد محلول بسیار زیاد به علت نبود بارندگی و رطوبت کم

۱۵۲- در شکل زیر، پس از رسوب‌گذاری اولیه به ترتیب از قدیم به جدید کدام رویدادهای زمین‌شناختی، اتفاق افتاده است؟

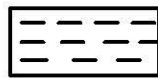


- (۱) رسوب‌گذاری - چین‌خوردگی - فرسایش - رسوب‌گذاری - ایجاد گسل
- (۲) رسوب‌گذاری - زلزله - فرسایش - چین‌خوردگی - رسوب‌گذاری مجدد
- (۳) چین‌خوردگی - فرسایش - زلزله - فرسایش - چین‌خوردگی مجدد
- (۴) چین‌خوردگی - فرسایش - زلزله - فرسایش - رسوب‌گذاری مجدد

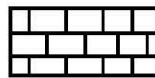
۱۵۳- لوله‌ای افقی به قطر ۲ متر، آب سدی را به شهری می‌رساند. اگر در حال حاضر لوله تا نیمه آب داشته باشد و آب با سرعت ۲ متر بر ثانیه در لوله جاری باشد، دبی آب عبوری از لوله چند مترمکعب بر ثانیه است؟

- (۱) ۷/۸۵ (۲) ۶/۲۸ (۳) ۳/۱۴ (۴) ۱/۵۷

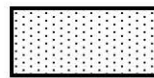
۱۵۴- در یک منطقه نفت‌خیز، سنگ‌های منطقه مانند کدام شکل باشند، امکان وجود نفت، بیشتر از بقیه است؟



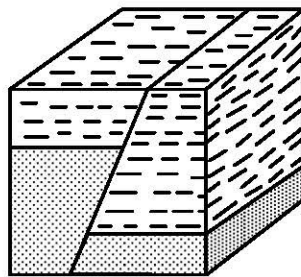
سنگ گچ



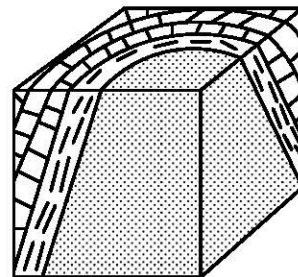
سنگ آهک متراکم



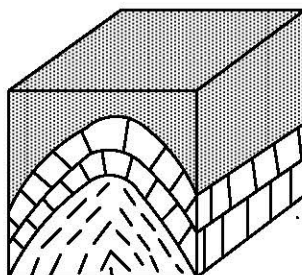
ماسه‌سنگ



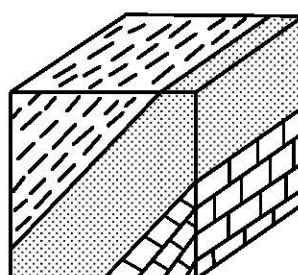
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۵۵- سنگ‌های شکل زیر، در قسمت بالایی سنگ کره قرار دارند و در حال حاضر تحت تأثیر تنش هستند. به ترتیب

پاسخ پرسش‌های a, b, c و d کدام‌اند؟

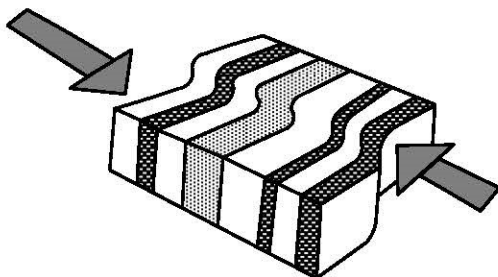
a: نوع تنش فعلی کدام است؟

b: در صورت ادامه تنش، واکنش سنگ کدام خواهد بود؟

c: همراه با واکنش سنگ، کدام پدیده زمین‌شناسی در این محل

رخ می‌دهد؟

d: ساختار به‌وجود آمده بعد از پدیده زمین‌شناسی کدام است؟



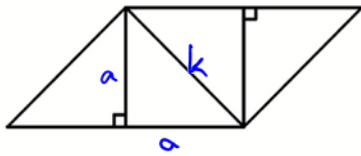
(۲) برشی - شکستگی - زلزله - گسل امتداد لغز

(۱) الاستیک - پلاستیک - زلزله - گسل عادی

(۴) فشاری - پلاستیک - چین‌خوردگی - ناودیس و تاقدیس

(۳) برشی - پلاستیک - ناودیس و تاقدیس - کوه و دره

- ۱- در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟

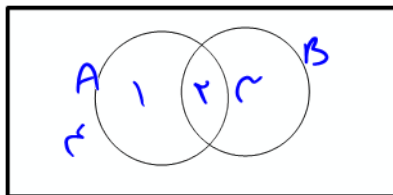


$$2a^2 - \frac{a^2}{2} = 3 \rightarrow 4a^2 - a^2 = 6 \rightarrow 3a^2 - 6 = a^2 = 2$$

$$k^2 - a^2 - a^2 = 4 \rightarrow k = 2$$

- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) ۳
(۴) $\sqrt{3}$

- ۲- اگر $C = (A' - B) \cup (A' - B')$ ، $D = (B' - A) \cup (B' - A')$ و $E = C \cup D$ باشد، E' کدام است؟
- (۱) $A' \cup B'$ (۲) $A' \cap B'$ (۳) $A \cup B$ (۴) $A \cap B$



$$A' \rightarrow 2, 4$$

$$B' \rightarrow 1, 4$$

- ۳- اگر $f = \{(m, 3m-1), (-1, k^2-k), (k^2-k, 2)\}$ تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه f کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۸ (۴) -۸

$$k^2 - k = 2$$

$$3m - 1 = 2 \rightarrow m = 1$$

$$\rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\} \rightarrow 1 \times (-1) \times 2 = -2$$

- ۴- اگر $f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & [x] < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\frac{1}{2}) + f(-\frac{1}{3})$ کدام است؟

(۴) $\frac{10}{3}$

(۳) $-\frac{5}{6}$

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

$$f(\frac{1}{2}) \xrightarrow{[\frac{1}{2}] = 0} |\frac{1}{2}| \operatorname{sign}(-\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})(-1) = -\frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{3}) \xrightarrow{[-\frac{1}{3}] = -1} 2 - \operatorname{sign}(-\frac{1}{3}) = 2 - 1 = 1$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

۵- نمودار دو تابع خطی $f(x) = -mx - h$ و $g(x) = ax + h$ از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرند. اگر $f(-\frac{5}{4}) = g(-5)$ باشد،

مقدار $\frac{m}{a}$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$f(-2) = 3 \rightarrow -2m - h = 3 \rightarrow -h = 3 + 2m$$

$$g(-2) = 3 \rightarrow -2a + h = 3 \rightarrow h = 3 + 2a$$

$$\frac{5}{4}m - h = -5a + h \rightarrow \frac{5}{4}m + 2m = -5a + 2a \rightarrow \frac{15}{4}m = -3a \rightarrow \frac{m}{a} = -\frac{4}{5}$$

۶- اگر توابع f و g به صورت زیر باشد، مجموعه برد تابع $\frac{f}{f \times g}$ کدام است؟

$$f = \{(1, -1), (\sqrt{2}, -2), (\sqrt{3}, -3), (2, 2), (\sqrt{5}, 1)\}$$

$$g = \{(3, -1), (\sqrt{2}, -1), (-3, 4), (\sqrt{5}, -2), (\sqrt{3}, 2)\}$$

$$\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1\} \quad (۴)$$

$$\{-3, 1, -2\} \quad (۳)$$

$$\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\} \quad (۲)$$

$$\{2, -3, -1\} \quad (۱)$$

$$\frac{f}{f \times g} = \left(\sqrt{2}, \frac{1}{-2 \times (-1)} \right), \left(\sqrt{3}, \frac{1}{-3 \times (-1)} \right), \left(\sqrt{5}, \frac{1}{-2 \times (-1)} \right) \Rightarrow -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$$

۷- اگر $\sqrt{3}$ واسطه هندسی ریشه‌های معادله $mx^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$ باشد، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

$$\alpha \cdot \beta = \sqrt{3} \rightarrow \frac{m^2 - 4}{m} = \sqrt{3} \rightarrow m^2 - 4 = \sqrt{3}m \rightarrow m^2 - \sqrt{3}m - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 & -n^2 - 4n - 4 = 0 \\ m = 4 & n^2 - 4n + 12 = 0 \end{cases} \rightarrow \Delta < 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4$$

۸- یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس چهار نفر این مهمانی را ترک

کردند و دوباره کیک به همان اندازه قبل را بین نفرات باقیمانده تقسیم کردیم که $\frac{1}{3}$ بیشتر از قبل به هر نفر رسید.

اگر نصف کیک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می‌کردیم به هر نفر چه سهمی از کیک می‌رسید؟

$$\frac{1}{24} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n-4} - \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{n} - \frac{1}{n-4} = -\frac{1}{4} \rightarrow \frac{(n)(n-4) - (n-4)}{(n)(n-4)} = -\frac{1}{4} \rightarrow 3(n-4) = -(n)(n-4) \rightarrow$$

$$3n - 12 - 4n = -n^2 + 4n \rightarrow n^2 - 4n - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -2 \end{cases} \times \quad \frac{1}{4} \div 6 = \frac{1}{24}$$

- ۹- اگر یکی از داده‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ را با یک عدد فرد که فقط کوچک‌تر از همان عدد است، جایگزین کنیم، به‌طوری‌که واریانس داده‌های جدید کمتر از واریانس داده‌های اولیه باشد. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

۴/۷۵ (۴)

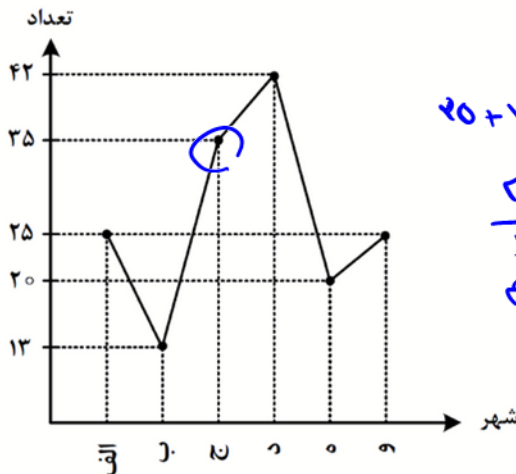
۴/۵ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۴ (۱)

$$۸, ۶, ۴, ۲ \rightarrow \checkmark, ۶, ۴, ۲ \rightarrow \bar{x} = \frac{۱۹}{۴} = ۴,۷۵$$

- ۱۰- نمودار زیر، جمعیت دانش‌آموزان ۶ شهر را برحسب هزار نفر نشان می‌دهد. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به جمعیت دانش‌آموزان شهر «ج»، چند درجه است؟



$$۲۵ + ۱۳ + ۳۵ + ۴۲ + ۲۰ + ۲۵ = ۱۸۰$$

$$\frac{۳۵}{۱۸۰} \times ۳۶۰ = \frac{۳۵}{۴} = ۷۸,۷۵$$

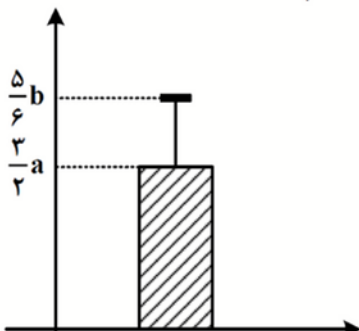
۷۸,۷۵ (۱)

۹۴/۵ (۲)

۵۶/۲۵ (۳)

۶۴/۵ (۴)

- ۱۱- نمودار زیر توصیف‌کننده شاخص‌های (مرکزی و پراکندگی) مناسب داده‌های $a, b, \frac{a}{۳}, ۱۲, ۶$ است. اگر انحراف معیار این داده‌ها $\frac{۱}{۴}$ میانگین باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟



$$\bar{x} = \frac{۳}{۲}a$$

$$\sigma = \frac{1}{4} \bar{x} \rightarrow \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2}a \right)$$

$$5b - 9a = 9a \rightarrow 5b = 18a \rightarrow 5b = 9a$$

$$\bar{x} = \frac{۱۸ + ۱۲ + \frac{9}{3} + a + \frac{5}{3}a}{5} = \frac{3}{2}a \rightarrow ۳۶ + ۱۵a = ۱۵a \rightarrow \frac{۱۲}{5} = \frac{۱۵}{3}a \rightarrow a = \frac{۲۴}{5}$$

$$\sigma = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} \times \frac{۲۴}{5} \right) = \frac{9}{5} = ۱,۸$$

۱/۲ (۱)

۱/۸ (۲)

۲/۴ (۳)

۳/۶ (۴)

۱۲- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز منطقی r است؟

$(p \Rightarrow q) \wedge r$ (۴) $(q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r$ (۳) $(p \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r$ (۲) $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$ (۱)

۱۳- شاخص اجاره‌بهای مسکن در سال ۹۵، ۶ واحد بیشتر از شاخص اجاره‌بها در سال ۹۴ و درصد تورم شاخص اجاره‌بها در سال ۹۶ نسبت به سال ۹۴، ۴۴ درصد است. اگر درصد تورم این شاخص در هر سال نسبت به سال قبل یکسان باشد، درصد تورم اجاره‌بهای مسکن در سال ۹۵ نسبت به سال ۹۴ کدام است؟

۱۶ (۴) ۱۸ (۳) ۲۰ (۲) ۲۲ (۱)

$۹\% = \text{تورم سال } ۹۵ \rightarrow ۶ + \text{شاخص } ۹۴ = \text{شاخص } ۹۵$
 $۹۴ \rightarrow ۴۴\% \rightarrow \text{تورم } ۹۶$
 $\frac{\text{شاخص } ۹۵ - \text{شاخص } ۹۴}{\text{شاخص } ۹۴} = \frac{k - a}{a} \rightarrow ۰.۴۴ \rightarrow \frac{k - a}{a} = ۰.۴۴$
 $\frac{k}{a} = ۱.۴۴ \rightarrow k = ۱.۴۴a \rightarrow k - a = ۰.۴۴a$

$\frac{t_{95} - t_{94}}{t_{94}} = \frac{t_{94} - t_{95}}{t_{95}} \Rightarrow \frac{t_{95}}{t_{94}} = \frac{t_{94}}{t_{95}} = \frac{1.44 t_{94}}{t_{95}} \rightarrow \left(\frac{t_{95}}{t_{94}}\right)^2 = 1.44$

$\frac{t_{95}}{t_{94}} = 1.2 \rightarrow ۲۰\%$

۱۴- اگر $P(x) = 200(-x^2 - 540x + 112000)$ ، سود حاصل از فروش تعداد x کالای تولیدی یک شرکت باشد، این شرکت با فروش چند کالا، نه سود و نه ضرر می‌کند؟

۱۴۰ (۴) ۱۶۰ (۳) ۷۰۰ (۲) ۸۰۰ (۱)

$P(x) = 0 \rightarrow 200(-x^2 - 540x + 112000) = 0 \rightarrow -x^2 - 540x + 112000 = 0$
 $x = 200$ و $x = -560$

۱۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۴، ۵، ۷ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار رقم‌ها که مضرب ۵ نباشد، می‌توان نوشت؟

۳۲ (۴) ۳۶ (۳) ۴۰ (۲) ۴۸ (۱)

$\frac{4}{1} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = ۳۲$

۱۶- مریم می‌خواهد ۶ کتاب متمایز را به تعداد یکسان در دو ردیف یک قفسه به تصادف قرار دهد. با کدام احتمال مریم دو کتاب با عناوین ریاضی و ادبیات را کنار هم در یک ردیف قرار می‌دهد؟

$\frac{4}{15}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{9}{10}$ (۴)

ادبیات ریاضی
 ردیف ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶
 ردیف ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

$$\frac{\binom{4}{1} \times 1! \times 2! \times 3! \times 4!}{6!} = \frac{4! \times 3! \times 2! \times 1!}{6!} = \frac{4}{15}$$

۱۷- اگر دنباله‌های $a_n = \frac{1}{n^2 + 1}$ و $b_n = \frac{2n+1}{n+1}$ باشند، حاصل $b_4 - a_3$ کدام است؟

$-1/7$ (۴) $1/7$ (۳) $-1/2$ (۲) $1/2$ (۱)

$$(b_4 = \frac{9}{5}) - (a_3 = \frac{1}{10}) = \frac{17}{10}$$

۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و بیست و هشتم از جمله پنجم، ۶۱ واحد بیشتر است. جمله بیست و ششم این دنباله کدام است؟

43 (۴) 55 (۳) 61 (۲) 76 (۱)

$$(a_5 + a_{28}) - (a_6) = 61 \rightarrow 2a + 29d - a - 4d = 61 \rightarrow a + 25d = 61 \rightarrow a_{26} = 61$$

۱۹- جمله اول و نسبت مشترک یک دنباله هندسی به ترتیب برابر ۱۴۵۸ و $\frac{1}{3}$ است. اگر جمله n ام این دنباله برابر ۲ باشد، n کدام است؟

7 (۴) 6 (۳) 8 (۲) 9 (۱)

$$1458 \times (\frac{1}{3})^{n-1} = 2 \rightarrow 2^6 \times (\frac{1}{3})^{n-1} = 2 \rightarrow n = 7$$

۲۰- در تساوی $\frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2} = 7^3$ مقدار x کدام است؟

5 (۴) $4/5$ (۳) 3 (۲) $2/5$ (۱)

$$\frac{2^5 \times 3^5 \times 7^3}{3^3 \times 5^2} = 7^3 \rightarrow \frac{2^5 \times 3^2}{5^2} = 1 \rightarrow 2^5 \times 3^2 = 5^2 \rightarrow 2^5 \times 9 = 25 \rightarrow n = \frac{5}{2}$$

موفق باشید