

بخور جانم!
برات خوبه!



سوالات
موضوعی
نهایی



ریاضی و آمار ۳



مجموعه سوالات نهایی ریاضی و آمار ۳
پایه دوازدهم رشته ادبیات و علوم انسانی

رقیه پيله ور - میکائیل صدقی

بِسْمِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سوالات موضوعی نهایی (سمن)

ریاضی و آمار ۳

(۲۱ دوره سوال نهایی)

مؤلفین:

رقیه پیلهور نیار

میکائیل صدقی

سرشناسه	: پيله‌ور نيار، رقيه، ۱۳۶۰-
عنوان و نام پديدآور	: سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳/مولفین رقيه پيله‌ور نيار، ميكائيل صدقي.
مشخصات نشر	: اردبیل: گونش‌نگار، ۱۴۰۲.
مشخصات ظاهري	: ۱۱۶ ص: جدول، نمودار؛ ۲۲ × ۲۹ س.م.
شابک	: ۹۷۸-۶۲۲-۵۵۱۳-۴۶-۴: ۲۰۰۰۰۰۰۰ ريال
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
شناسه افزوده	: صدقي، ميكائيل، ۱۳۵۳-
شماره کتابشناسی ملی	: ۹۳۶۲۰۹۷
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فیپا

- ◀ نام کتاب : سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳
- ◀ مولفین : رقيه پيله‌ور و ميكائيل صدقي
- ◀ ناشر : انتشارات گونش‌نگار
- ◀ طراح روجلد : رباب حامدسلطانی
- ◀ رسم نمودارها : رقيه پيله‌ور و سحر طالبي
- ◀ نوبت چاپ : ویرایش دوم، ۱۴۰۳
- ◀ تیراژ : ۱۰۰۰ جلد
- ◀ قیمت : ۲۰۰۰۰۰۰۰ ريال
- ◀ شابک : ۹۷۸-۶۲۲-۵۵۱۳-۴۶-۴



آدرس: اردبیل، اول خیابان دانشگاه، روبروی اداره مخابرات، انتشارات گونش‌نگار

۰۹۱۴۳۵۸۵۶۲۸ — ۰۴۵ -۳۳۵۲۳۳۵۹

www.gunashnegarpub.ir

کلیه حقوق قانونی، مادی و معنوی برای مولفین و ناشر محفوظ است هیچ شخص حقوقی یا حقیقی حق تکثیر تمام یا قسمتی از این مجموعه را ندارد، در صورت مشاهده تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

تقدیم بہ

دیران فرہنگتھی ریاضی

و دانش آموزان برتر

و روح بلند مریم میرزاخانی

فهرست مطالب

۶	مقدمه
۸	۱ آمار و احتمال
۹	شمارش
۲۰	احتمال
۳۳	چرخه آمار در حل مسائل
۴۴	۲ الگوهای خطی
۴۵	مدلسازی و دنباله
۵۲	دنباله‌های حسابی
۶۲	۳ فصل سوم: الگوهای غیر خطی
۶۳	دنباله هندسی
۷۳	ریشه n ام و توان گویا
۸۲	تابع نمایی

سپاس بی‌کران خداوندی را که انسان را آفرید و او را به زیور علم آراست شاکریم این توفیق را یافتیم مجموعه سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳ را به صورت کتاب در آوریم. استفاده گسترده دانش‌آموزان و همکاران از این مجموعه سوالات و تشویق برخی همکاران مشوق ما در این راه بود. کتاب حاضر شامل ۲۱ دوره سوالات نهایی ریاضی و آمار ۳ از دی ۱۳۹۷ تا شهریور ۱۴۰۳ می‌باشد. مهمترین ویژگی منحصر به فرد این کتاب دسته‌بندی سوالات نهایی منطبق بر موضوعات کتاب درسی می‌باشد.

سوالات درس به درس تفکیک شده و به همراه نمره و تاریخ برگزاری آزمون دسته‌بندی شده است. در ابتدای هر درس خلاصه درسنامه‌ای از کتاب برای یادآوری مطالب و فرمول‌ها آورده شده است. حل سوالات نهایی سال‌های گذشته به ارتقاء نمره نهایی شما عزیزان کمک خواهد کرد.

توصیه ما به شما عزیزان این است که اول، کتاب درسی یا جزوه دبیرتان را با دقت بخوانید سپس به سراغ حل سوالات این کتاب بروید. تا علاوه بر تمرین و تکرار مطالب کتاب، مفاهیم نیز در ذهنتان تثبیت شود. نتیجه‌گیری از ریاضی سخت نیست کافی است سخت‌کوش باشید.

سخنی با همکاران و اساتید محترم ریاضی

همکار عزیز از این که کتاب حاضر را به عنوان مرجع کلاس خود انتخاب کرده‌اید به خود می‌بالیم شما می‌توانید با توجه به روند تدریس‌تان در کلاس درس با تمام هر درس، سوالات مربوط به همان درس را به عنوان تکلیف به دانش‌آموزان بدهید. یا خودتان با توجه به زمان کلاس تعدادی از سوالات را حین تدریس در کلاس حل کنید. تجربه ما در حل این سوالات در کلاس درس یا مهمتر از آن در طول سال تحصیلی، تکلیف کردن حل این سوالات در منزل، ارتقا نمره نهایی دانش‌آموزان را ثابت کرده است.

از شما همکاران فرهیخته و دانشمند تقاضا داریم که کاستی یا نقایص کتاب و حتی غلط‌های املایی و چاپی را به ما در سایت math-pilevar.ir اطلاع دهید تا در چاپ‌های بعدی مرتفع گردد.

با تشکر: پيله‌ور - صدقی

برای خرید فایل pdf کتاب به سایت math-pilevar.ir مراجعه کنید.





نمونه سوالات نهایی که در این کتاب به صورت موضوعی تفکیک شده است عبارتند از:

دی ۹۷	۱
خرداد ۹۸	۲
تیر ۹۸	۳
شهریور ۹۸	۴
دی ۹۸	۵
خرداد ۹۹	۶
خرداد ۹۹ خارج از کشور نوبت صبح	۷
خرداد ۹۹ خارج از کشور نوبت عصر	۸
شهریور ۹۹	۹
دی ۹۹	۱۰
خرداد ۱۴۰۰	۱۱
شهریور ۱۴۰۰	۱۲
دی ۱۴۰۰	۱۳
خرداد ۱۴۰۱	۱۴
شهریور ۱۴۰۱	۱۵
دی ۱۴۰۱	۱۶
خرداد ۱۴۰۲	۱۷
شهریور ۱۴۰۲	۱۸
دی ۱۴۰۲	۱۹
خرداد ۱۴۰۳	۲۰
شهریور ۱۴۰۳	۲۱



آمار و احتمال

- ۹ شمارش
- ۲۰ احتمال
- ۳۳ چرخه آمار در حل مسائل



درس

۱

شمارش

خلاصه درسنامه

اصل جمع

اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $m + n$ طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

برای مثال: به چند طریق می‌توان فقط یک خودکار یا یک مداد روان‌نویس را از بین ۱۰ خودکار مختلف، ۶ مداد مختلف و ۴ روان‌نویس مختلف انتخاب کرد؟

پاسخ:

$$20 = 10 + 6 + 4 = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

$\begin{array}{c} \text{خودکار} \\ \uparrow \\ 10 \\ \text{مداد} \\ \uparrow \\ 6 \\ \text{روان‌نویس} \\ \uparrow \\ 4 \end{array}$

اصل ضرب

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به m طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام‌پذیر باشند، در کل آن عمل به $m \times n$ طریق انجام‌پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.)

برای مثال: فرض کنید دانشجویی برای انتخاب واحد، می‌خواهد از بین ۴ درس عمومی ارائه شده، یک درس و از بین ۱۰ درس اختصاصی ارائه شده نیز یک درس را انتخاب کند، او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

پاسخ:

$$40 = 4 \times 10 = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

$\begin{array}{c} \text{عمومی} \\ \uparrow \\ 4 \\ \text{اختصاصی} \\ \uparrow \\ 10 \end{array}$

نماد فاکتوریل

برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگتر از ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچکتر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده می‌کنیم.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times \dots \times 1$$

عبارت‌های زیر پرکاربرد هستند

$0! = 1$	$1! = 1$	$2! = 2$	$3! = 6$	$4! = 24$	$5! = 120$	$6! = 720$
----------	----------	----------	----------	-----------	------------	------------



$$0! = 1, \quad 1! = 1$$

نکته: طبق قرارداد داریم:

تکنیک ساده کردن کسرهای شامل فاکتوریل

همیشه فاکتوریل بزرگتر را به فاکتوریل کوچکتر برسانید و سپس ساده کنید.

$$\frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 8 \times 7 = 56$$

برای مثال:

جایگشت



هر حالت از کنار هم قرار دادن n شیء متمایز را یک جایگشت n تایی از آن اشیاء می‌نامیم.

$$n! = \text{جایگشت } n \text{ شیء متمایز}$$

برای مثال: با حروف کلمه «آپلود» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که: (در این گونه سوالات، با معنی یا بی‌معنی بودن کلمات مهم نیست.)

(الف) $\boxed{5} \boxed{5} \boxed{5} \boxed{5} \boxed{5} \Rightarrow$ تعداد کل کلمات $= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

(الف) تکرار حروف مجاز باشد.

(ب) $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \boxed{5} \Rightarrow$ تعداد کل کلمات $= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 5! = 120$

(ب) تکرار حروف غیرمجاز باشد.

مثال

با حروف کلمه «answer» و بدون تکرار حروف:

(ج) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت که با a شروع و به r ختم شوند؟

(الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت؟

(ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان ساخت؟

(الف) $\boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \Rightarrow$ تعداد کلمات خواسته شده $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

(ب) $\boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \Rightarrow$ تعداد کلمات مطلوب $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

(ج) $\boxed{1} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \Rightarrow$ تعداد کلمات مطلوب $= 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

نکته: نکات ساختن اعداد

مثل زوج بودن، فرد بودن، کوچکتر یا بزرگتر از یک عدد خاص بودن و غیره.

برای حل سوالات به نکات زیر توجه کنید:

① عددی زوج است که یکان آن (رقم سمت راست آن) زوج باشد یعنی ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد.

② عددی فرد است که یکان آن، فرد باشد یعنی ۱ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹ باشد.

③ عددی مضرب ۵ هست که یکان آن صفر یا ۵ باشد.

④ در ساختن اعداد، اولین رقم سمت چپ، نمی‌تواند صفر باشد ولی مثلاً در ساختن رمز گاوصندوق می‌شود از صفر هم در اولین رقم سمت چپ، استفاده کرد.



برای مثال: با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و بدون تکرار ارقام:

- (الف) چند عدد ۶ رقمی می‌توان ساخت؟
 (ب) چند عدد ۵ رقمی زوج می‌توان ساخت؟
 (ج) چند عدد ۴ رقمی فرد می‌توان ساخت؟
 (د) چند عدد ۳ رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰ می‌توان ساخت؟
 (ه) چند عدد ۳ رقمی کوچک‌تر از ۵۰۰ می‌توان ساخت؟
 (و) چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت که یکان آن، عددی اول باشد؟

- (الف) $\boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \Rightarrow$ جواب = ۶!
 (ب) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{3} \Rightarrow$ جواب = $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 3 = 360$
 (ج) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{3} \Rightarrow$ جواب = $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$
 (د) $\boxed{4} \boxed{5} \boxed{4} \Rightarrow$ جواب = $4 \times 5 \times 4 = 80$
 (ه) $\boxed{3} \boxed{5} \boxed{4} \Rightarrow$ جواب = $3 \times 5 \times 4 = 60$
 (و) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{4} \Rightarrow$ جواب = $5 \times 4 \times 3 \times 4 = 240$

استراتژی ساختن اعداد زوج یا مضرب ۵ وقتی رقم صفر جزء ارقام داده شده باشد

اگر بخواهیم اعداد زوج (مضرب ۲) یا اعداد مضرب ۵ بسازیم و در ارقام داده شده، صفر هم وجود داشته باشد و ضمناً تکرار ارقام هم غیرمجاز باشد باید دوباره، خانه‌ها را رسم کنیم در **حالت اول، یکان صفر باشد** و در **حالت دوم یکان صفر نباشد** بعد از پر کردن خانه‌ها جواب‌های این دو حالت رو با هم جمع می‌کنیم. توجه کنید که اگر تکرار ارقام مجاز باشد و نیازی به دو حالت جداگانه نداریم.

برای مثال: با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ و بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

• روش اول:

حالت اول (یکان صفر باشد) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{1} \Rightarrow$ جواب = $5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$
 حالت دوم (یکان صفر نباشد) $\boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \Rightarrow$ جواب = $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$
 طبق اصل جمع \rightarrow جواب نهایی = $60 + 96 = 156$

• روش دوم: اصل متمم

تعداد حالت‌های نامطلوب - تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌های مطلوب

$\boxed{5} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \Rightarrow$ تعداد کل اعداد ۴ رقمی (بدون تکرار رقم) = $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$
 $\boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{3} \Rightarrow$ تعداد کل اعداد ۴ رقمی فرد (بدون تکرار رقم) = $4 \times 4 \times 3 \times 3 = 144$
 $156 = 300 - 144 =$ تعداد اعداد فرد ۴ رقمی - تعداد اعداد زوج ۴ رقمی

ترتیب

تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز را با نماد $P(n, r)$ نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم: $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ ، $(n \geq r)$

در رابطه بالا، ترتیب بین اشیاء مهم است و با جابجایی آن‌ها، حالت‌های مختلفی درست می‌شود.

مثال

در یک مسابقه دوی ۱۰۰ متر ۵ شرکت‌کننده با هم رقابت می‌کنند به چند حالت می‌توان به ۳ نفر اول جایزه داد؟ (جایزه‌ها با هم متفاوت است).

روش اول: $P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$ تعداد حالت‌ها

روش دوم: \Rightarrow تعداد حالت‌ها = $5 \times 4 \times 3 = 60$



ترکیب

تعداد راه‌های انتخاب r شیء از n شیء متمایز را ترکیب می‌گوییم که با $C(n, r)$ نمایش می‌دهیم و از رابطه مقابل محاسبه می‌شود.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

در این رابطه، ترتیب بین اشیاء مهم نیست.

برای مثال: اگر بخواهیم ۳ کتاب رو از بین ۷ کتاب انتخاب کرده و به دوستان هدیه بدیم باید از ترکیب استفاده کنیم

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 6} = 35$$

ترتیب مهم است	ترتیب مهم نیست	
<ul style="list-style-type: none"> ۱) چیدن تعدادی شیء ۲) ساختن عددهای چند رقمی با کمک رقم‌های داده شده ۳) ساختن کلمه با حروف داده شده. ۴) برداشتن اشیاء به ترتیب از یک ظرف (تا تمام شود...) 	<ul style="list-style-type: none"> ۱) ساختن یک گروه یا تیم ۲) انتخاب تعدادی شیء و خارج کردن آن‌ها... ۳) تعداد زیرمجموعه 	کلمات کلیدی در سوال
فاکتوریل و اصل ضرب	ترکیب $\binom{n}{r}$	محاسبه کن با ...

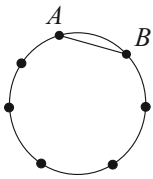
روابطی که محاسبات ترکیب را سریع‌تر می‌کنند

فرمول	$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$	$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$	$\binom{n}{n-1} = n$	$\binom{n}{1} = n$	$\binom{n}{n} = 1$	$\binom{n}{0} = 1$
مثال	$\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$	$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$	$\binom{8}{7} = 8$	$\binom{8}{1} = 8$	$\binom{8}{8} = 1$	$\binom{5}{0} = 1$

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر $\binom{n}{r}$ است.

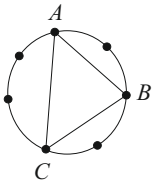
برای مثال: تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی از مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ برابر می‌شود با: $\binom{5}{4} = 5$

برای مثال: با ۷ نقطه روی محیط یک دایره، چند پاره‌خط و چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که نقاط داده شده دو سر پاره‌خط یا رأس‌های مثلث باشند؟



$$\text{تعداد پاره‌خطها (وترها)} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

برای رسم پاره‌خط به دو نقطه نیاز داریم:



$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

برای رسم مثلث به ۳ نقطه نیاز داریم:

تکنیک حداقل و حداکثر!

۱) گروهی با حداقل k عضو: یعنی گروه k نفره، $k+1$ نفره، $k+2$ نفره و ... را جدا جدا حساب کنید و با هم جمع کنید و تا موقعی جلو بروید که گروه تکمیل شود یا تعداد افراد تمام شوند.

۲) گروهی با حداکثر k عضو: یعنی گروه k نفره، $k-1$ نفره، $k-2$ نفره و ... را جدا جدا حساب کنید و با هم جمع کنید و تا گروه صفر نفره پیش بروید... به صورت خلاصه: لاقبل k تا یعنی k نفر را حساب کنید و بروید بالا و حداکثر k نفر هم، یعنی k نفر را بگیرید و بروید پایین ...

برای مثال: به چند طریق می‌توان از بین ۵ مرد و ۴ زن، ۶ نفر را انتخاب کرد. به طوری که:

الف) حداکثر ۳ زن باشد؟

ب) حداقل ۳ زن باشد؟

درس ۱

شمارش

$$\binom{4}{3} \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{5}{4} + \binom{4}{1} \binom{5}{5} = 40 + 30 + 4 = 74$$

$$\binom{4}{3} \binom{5}{3} + \binom{4}{4} \binom{5}{2} = 40 + 10 = 50$$

پاسخ: الف) حداکثر ۳ زن، یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ زن:

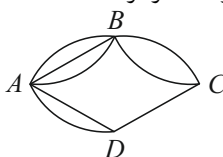
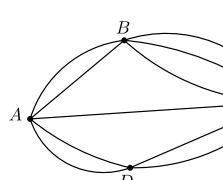
ب) حداقل ۳ زن، یعنی ۳ یا ۴ زن:

سوالات نهایی



ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. حاصل $1! + 4!$ برابر است با	۰/۲۵	شماره ۱۴۰۳
۲	مجموعه $A = \{1, 2, 5, 6, 7\}$ مفروض است. الف) با ارقام موجود در مجموعه A ، چند عدد سه رقمی فرد و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟ ب) مجموعه A چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد؟	۱/۷۵	شماره ۱۴۰۳



۱۴۰۳ خرداد	۰/۲۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید. تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از مجموعه $A = \{۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ که شامل عدد ۷ باشد، کدام است؟ ۴ (۴) ۶ (۳) ۸ (۲) ۱۰ (۱)	۳
۱۴۰۳ خرداد	۰/۷۵	مطابق شکل زیر، میان چهارشهر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر B به شهر D سفر کرد؟ 	۴
۱۴۰۳ خرداد	۱/۲۵	با ارقام ۱, ۰, ۳, ۵, ۷, ۹, و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی و مضرب ۵ می‌توان نوشت؟	۵
۱۴۰۲ دی	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $۰! = ۱$ و $۱! = ۱$ تعریف می‌کنیم. (درست - نادرست)	۶
۱۴۰۲ دی	۱/۵	دانش‌آموزی برای مطالعه به کتابخانه مدرسه می‌رود، او از بین ۴ کتاب روان‌شناسی، ۳ کتاب جغرافی و ۵ کتاب ریاضی به چند طریق می‌تواند: الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند. ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب روان‌شناسی و یک کتاب جغرافی انتخاب نماید.	۷
۱۴۰۲ دی	۱/۵	با ارقام ۰, ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟	۸
۱۴۰۲ شهریور	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. حاصل $۲! + ۳!$ برابر است با	۹
۱۴۰۲ شهریور	۱	میان چهار شهر A, B, C, D ، راه‌هایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟ 	۱۰
۱۴۰۲ شهریور	۱۰۵	با حروف کلمه «کوهستان» و بدون تکرار حروف: (بامعنی و بی معنی) الف) چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟ ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که با «ک» شروع و به «س» ختم شوند؟	۱۱



۱۲	درستی یا نادرستی جمله زیر را مشخص کنید. تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۲
۱۳	با ارقام ۳، ۲، ۷، ۹، ۴ و ۸ چند عدد سه رقمی زوج، بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۲
۱۴	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. تعداد جایگشت‌های مختلف ۴ کتاب متمایز می‌باشد.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۵	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی زوج می‌توان نوشت؟	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۶	مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید: الف) چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ ب) چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل دو عضو b و c می‌باشد؟	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۷	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. حاصل $\frac{5!}{3!}$ برابر است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۱
۱۸	علی سه کتاب علمی و ۴ کتاب داستانی دارد. او می‌خواهد از بین کتاب‌هایش، یک کتاب علمی و یک کتاب داستانی به دوستش هدیه دهد. او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۱
۱۹	با ارقام ۱ تا ۹ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۱	شهریور ۱۴۰۱
۲۰	درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر ۲! است.	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۱	مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت $\binom{5}{3}$ باشد.	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۲	جای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۷ شیء متمایز را یک جایگشت از آن ۷ شیء می‌نامیم.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰



دی ۱۴۰۰	۲	۲۳ با حروف کلمه «مهرسان» و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی معنی): الف) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت. ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که با «م» شروع شوند.
دی ۱۴۰۰	۱	۲۴ می‌خواهیم از بین ۲ سیب، ۳ کیوی و ۴ نارنگی یک میوه انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم این میوه را انتخاب کنیم؟
شهریور ۱۴۰۰	۰/۷۵	۲۵ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. الف: هر حالت از کنارهم قرار گرفتن ۵ شی متمایز را یک از آن ۵ شی می‌نامیم. ب: در انتخاب ۲ شی از بین n شی، جابجایی اشیا اهمیت ندارد. پ: مقدار $\frac{0!}{1!}$ برابر است.
شهریور ۱۴۰۰	۱	۲۶ از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می‌توان: الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد. ب: یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.
شهریور ۱۴۰۰	۱	۲۷ با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	۲۸ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. الف: برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت = $0!$ تعریف می‌کنیم. ب: اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به طریق انجام پذیر است. پ: تعداد جایگشت‌های n تایی از n شی برابر با است.
شهریور ۱۴۰۰	۰/۷۵	۲۹ گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف: حاصل $\frac{6!}{3!}$ کدام است؟ ۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۳۵ (۴) ب: با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟ ۴۲ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۵۶ (۴) ت: حاصل عبارت $p(2, 2)$ کدام است؟ ۱ (۱) ۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)



۳۰	ببین چهار شهر A, B, C, D مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰
۳۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. الف: پیشامد.....وقتی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد. ب: تعداد جایگشت های n تایی از n شی متمایز، برابر است با.....	۰/۵	دی ۹۹
۳۲	مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می تواند: الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟ ب: یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟	۱/۵	دی ۹۹
۳۳	با ارقام ۹، ۷، ۴، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۱	دی ۹۹
۳۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تساوی $2! = \frac{6!}{3!}$ همواره برقرار است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹
۳۵	به چند طریق می توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب مختلف، انتخاب کرد؟	۰/۷۵	خرداد ۹۹
۳۶	با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار می توان نوشت؟	۱	خرداد ۹۹
۳۷	به چند طریق می توان ۳ توپ هم رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟	۱	خرداد ۹۹
۳۸	روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟	۱	خرداد ۹۹
۳۹	مطابق شکل زیر بین شهرهای A, B, C, D راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟	۱	خرداد ۹۹



۴۰	به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟	۱	خرداد ۹۹
۴۱	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹ خ
۴۲	از بین ۵ دانش آموز سال دهم، ۶ دانش آموز سال یازدهم و ۴ دانش آموز دوازدهم، قرار است یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. تعداد اعضای پیشامد اینکه سه نفر منتخب از سه پایه‌ی مختلف باشند را مشخص کنید.	۱	خرداد ۹۹ خ
۴۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف: پیش بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده تصادفی است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹ خ
۴۴	جاهای خالی را با پاسخ درست کامل کنید. الف: به طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب انتخاب و در یک قفسه بچینیم. ب: مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ دارای زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی است.	۰/۵	خرداد ۹۹ خ
۴۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $1! = 1$ و $0! = 1$ تعریف می‌کنیم.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۴۶	با حروف کلمه "خورشید" و بدون تکرار حروف (بامعنی یا بی معنی) الف: چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که به "د" ختم شوند؟ ب: چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که با "ی" شروع و به "خ" ختم شوند؟	۲	شهریور ۹۹
۴۷	می‌خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون یک خودرو انتخاب کنیم، به چند طریق می‌توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟	۱	شهریور ۹۹
۴۸	مجموعه ۸ عضوی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد؟	۱	شهریور ۹۹
۴۹	حساب کنید که مجموعه هشت عضوی $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟	۱	خرداد ۹۸
۵۰	در منوی یک رستوران ۳ نوع غذا و ۵ نوع دسر وجود دارد. به چند طریق می‌توان یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟	۰/۵	تیر ۹۸



درس

۲

احتمال

خلاصه درسنامه

◆ پدیده‌های تصادفی

پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از رخ دادنشان، به طور قطعی مشخص نیست، پدیده‌های تصادفی (آزمایش‌های تصادفی) نام دارند.

◆ مفهوم برآمد

به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، یک برآمد گفته می‌شود.

برای مثال: در پرتاب یک تاس، تمام برآمدها عبارتند از ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ یا در پرتاب یک سکه، برآمدها عبارت است از: رو، پشت

◆ پدیده‌های قطعی

به آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از انجام آزمایش به طور قطعی مشخص باشد آزمایش‌های پدیده‌های قطعی (حتمی) گفته می‌شود.

برای مثال: اگر داخل یک لیوان آب، سنگی را بندازیم، قبل از انجام آزمایش می‌دانیم که سنگ، داخل آب حل نمی‌شود.

◆ فضای نمونه

همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای رو تشکیل می‌دهند که به آنها، فضای نمونه گفته می‌شود و آن را با حرف S نشان می‌دهیم.

برای مثال: در پرتاب یک تاس، فضای نمونه به صورت مقابل است:

تعداد عضوهای مجموعه S رو با نماد $n(S)$ نمایش می‌دهیم پس در پرتاب یک تاس $n(S) = 6$ است.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

◆ فضاهای نمونه‌ای معروف

پدیده تصادفی	پرتاب n سکه با هم یا پرتاب n بار یک سکه	پرتاب دو تاس با هم یا پرتاب دو بار یک تاس	پرتاب یک سکه و یک تاس با هم	حالت‌های جنسیت در خانواده‌ای با n فرزند	انتخاب n شیء از یک گروه m تایی
تعداد اعضای S	2^n	۳۶	۱۲	2^n	$\binom{m}{n}$

برای مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

• روش اول: نوشتن اعضای فضای نمونه

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 12$$

• روش دوم (استفاده از اصل ضرب)

سکه دو حالت و تاس شش حالت دارد، بنابراین فضای نمونه آزمایش، طبق اصل ضرب به این صورت است.

$$n(S) = 2 \times 6 = 12$$



♦ پدیده یا آزمایش تصادفی ($0 < P(A) < 1$)

به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از اجرای آزمایش به طور قطع مشخص نیست، پدیده یا آزمایش تصادفی گفته می‌شود. در پدیده‌های تصادفی از همه نتیجه‌های ممکن اطلاع داریم، اما از اینکه کدام حالت قطعاً رخ می‌دهد، اطمینان نداریم.

♦ پدیده یا آزمایش قطعی ($P(A) = 1$)

به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن قبل از انجام آزمایش مشخص است، آزمایش‌های قطعی می‌گوییم.

♦ پدیده غیرممکن ($P(A) = 0$)

پدیده‌هایی که امکان وقوع آن‌ها اصلاً وجود ندارد.

مثال

۱. یک تاس را پرتاب می‌کنیم پیشامدهای زیر را بنویسید و تعداد اعضای آن‌ها را مشخص کنید:

(الف) عدد رو شده، اول باشد. (ج) عدد رو شده، حداقل ۴ باشد.

(ب) عدد رو شده، مربع کامل باشد. (د) عدد رو شده، حداکثر ۳ باشد.

پاسخ: وقتی یک تاس رو میندازیم S برابر است با: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ حالا پیشامدهای خواسته شده رو باید از S انتخاب کنیم.

(الف) $A = \{2, 3, 5\} \Rightarrow n(A) = 3$
اعداد اول

(ب) $B = \{1, 4\} \Rightarrow n(B) = 2$
اعداد مربع کامل

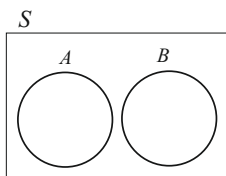
(ج) $C = \{4, 5, 6\} \Rightarrow n(C) = 3$
اعداد حداقل ۴

(د) $D = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(D) = 3$
اعداد حداکثر ۳



$A' = \{x \in S x \notin A\}$	$A - B = \{x \in S x \in B \wedge x \notin A\}$	$A \cup B = \{x \in S x \in A \vee x \in B\}$	$A \cap B = \{x \in S x \in A \wedge x \in B\}$	نمایش
متمم یک پیشامد	تفاضل پیشامدها	اجتماع پیشامدها	اشتراک پیشامدها	نام فارسی
				نمایش هندسی
پیشامد A رخ ندهد.	پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد. فقط A رخ دهد.	حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهند. (A یا B یا هر دو)	پیشامد A و B همزمان رخ دهند.	توصیف فارسی

♦ پیشامدهای ناسازگار: اگر دو پیشامد A و B هیچ اشتراکی نداشته باشند می‌گوییم ناسازگارند:



$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$

اگر A و B ناسازگار باشند می‌توان گفت: $\begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$



مثال

روی ۱۰ کارت یکسان، شماره‌های ۱ تا ۱۰ نوشته شده است، پیشامد A ، B و C به صورت زیر هستند:

$$A = \{\text{اعداد اول}\}, \quad B = \{\text{اعداد مضرب ۴}\}, \quad C = \{\text{اعداد مربع کامل}\}$$

الف) آیا A و B ناسازگارند؟ B و C چطور؟

ب) پیشامدهای $A \cup B$ ، $B \cup C$ ، $A - B$ را با اعضا مشخص کنید.

پاسخ:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, \quad B = \{4, 8\}, \quad C = \{1, 4, 9\}$$

الف) مجموعه‌های A و B اشتراکی باهم ندارند. پس ناسازگارند ولی B و C در عضو ۴ مشترکند پس سازگار هستند.

ب) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 7, 8\}$, $B \cup C = \{1, 4, 8, 9\}$, $A - B = \{2, 3, 5, 7\}$

احتمال رخ دادن یک پیشامد



فرض کنید S یک فضای نمونه قابل شمارش (متناهی) برای یک پدیده تصادفی باشد در این صورت، احتمال وقوع پیشامد A رو به صورت $P(A)$ نشان می‌دهیم و حاصل آن را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم.

$$P(A) = \frac{\text{تعداد عضوهای پیشامد } A}{\text{تعداد عضوهای فضای نمونه}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

توجه کنید که عدد احتمال، همیشه بین صفر و یک خواهد بود؛ یعنی $0 \leq P(A) \leq 1$.

اگر $A = \emptyset$ باشد $P(A) = 0$ و اگر $A = S$ باشد $P(A) = 1$ است.

درس ۲

احتمال

مثلاً در پرتاب یک تاس، احتمال اینکه عدد ظاهر شده ۷ باشد، برابر صفره؛ همچنین احتمال اینکه عدد ظاهر شده، کوچک‌تر از ۷ باشد، برابر ۱ خواهد بود.

مثال

اعداد ۱ تا ۱۰ را روی ۱۰ کارت مختلف نوشته، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه:

الف) عدد ظاهر شده، زوج باشد.

ب) عدد ظاهر شده، فرد و اول باشد.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$$

الف: $A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \Rightarrow n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

ب: $B = \{3, 5, 7\} \Rightarrow n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{10}$

ج: $C = \underbrace{\{2, 4, 6, 8, 10\}}_{\text{اعداد زوج}} \cup \underbrace{\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}}_{\text{اعداد بزرگتر از ۴}} = \underbrace{\{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}_{\text{اعداد ۱ و ۸ تکراری بودند پس فقط یکبار آنها را می‌نویسیم}} \Rightarrow n(C) = 8 \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

محاسبه احتمال به کمک پیشامد متمم



اگر $P(A)$ احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه S باشد، در این صورت احتمال رخ ندادن این پیشامد را با $P(A')$ نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(A') = 1 - P(A) \\ P(A) = 1 - P(A') \end{cases}$$

برای مثال: احتمال اینکه فردا باران بیاید $\frac{1}{3}$ است. احتمال اینکه فردا باران نیاید چقدر است؟
 $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

تذکر: کلمات لاقفل، حداقل، نباشد و حداکثر نشانه متمم مجموعه است، یعنی متمم حالت خواسته شده را حساب و از ۱ کم می‌کنیم.

برای مثال: در یک ظرف ۵ گوی قرمز از ۱ تا ۵ و چهار گوی آبی از ۱ تا ۴ قرار دارند، به طور تصادفی از هر رنگ یک گوی خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لاقفل شماره یکی از آن‌ها ۲ است؟

$$n(S) = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} = 5 \times 4 = 20$$

قرمز آبی

لاقفل شماره یکی از آن‌ها ۲ باشد، متمم آن یعنی، اصلاً ۲ نباشد و اعداد دیگر باشند:

$$n(A') = \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 3 = 12 \Rightarrow P(A') = \frac{12}{20} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{12}{20} = \frac{20 - 12}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

محاسبه احتمال رخ دادن $A \cup B$ 

اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه S باشند فرمول مقابل نحوه محاسبه $P(A \cup B)$ را نشان میدهد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0$$

البته اگر A و B ناسازگار باشند $A \cap B$ برابر \emptyset خواهد بود و در نتیجه داریم:

پس در این حالت فرمول بالا به شکل $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ تبدیل خواهد شد.

مثال

با فرض آن که $P(A') = \frac{3}{5}$ و $P(B') = \frac{1}{2}$ و همچنین $P(A \cap B) = \frac{3}{8}$ باشند، حاصل $P(A \cup B)$ را بدست آورید.
 پاسخ: ما به $P(A)$ و $P(B)$ احتیاج داریم پس باید حساب کنیم.

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}, \quad P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{16 + 20 - 15}{40} = \frac{21}{40}$$

استراتژی محاسبه احتمال در مسائل تاریخ تولد



بعضی سوال در مورد ارتباط زمان تولد چند نفر با هم صحبت می‌کنید در این جور سوالات باز هم از اصل ضرب استفاده می‌کنیم یعنی به تعداد آدم‌ها خانه‌های خالی می‌کشیم و با توجه به متن سوال، آن‌ها را پر می‌کنیم. اینجا هم اگر کلمه لاقفل دیدید یعنی از پیشامد متمم باید استفاده کنید.

مثال

خانواده‌ای ۳ فرزند دارد با چه احتمالی:

(الف) هر ۳ نفر در فصل بهار متولد شده‌اند؟

(ب) هر ۳ نفر در یک فصل متولد شده‌اند؟

پاسخ: هر سال ۴ فصل دارد. پس تعداد عضوهای فضای نمونه برابر با:

$$n(S) = \overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{4}} \times \overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{4}} \times \overset{\text{نفر اول}}{\boxed{4}} = 4 \times 4 \times 4$$

(الف) برای هر ۳ نفر، فقط یک انتخاب (حالت) وجود دارد:

$$\overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{1}} \overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{1}} \overset{\text{نفر اول}}{\boxed{1}} \Rightarrow n(A) = 1 \times 1 \times 1 = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$$

(ب) نفر اول برای به دنیا آمده ۴ تا انتخاب دارد. ولی نفرات بعدی فقط ۱ انتخاب دارند یعنی باید از فصل تولد نفر اول تبعیت کنند

$$\overset{\text{نفر اول}}{\boxed{4}} \overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{1}} \overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{1}} \Rightarrow n(A) = 4 \times 1 \times 1 = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{16}$$

بهار
تابستان
پاییز
زمستان

همون فصل
که نفر اول
به دنیا
آمده است

(ج) باید فصل‌های تولد مختلف باشند پس بعد از پر کردن هر خانه، یکی از فصل‌ها رو به دلخواه حذف می‌کنیم:

$$\overset{\text{نفر اول}}{\boxed{4}} \overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{3}} \overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{2}} \Rightarrow n(A) = 4 \times 3 \times 2 \Rightarrow P(A) = \frac{4 \times 3 \times 2}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3}{8}$$

بهار
تابستان
پاییز
زمستان

تابستان
پاییز
زمستان

پاییز
زمستان

(د) کلمه «حداقل» نشان می‌دهد که باید از متمم استفاده کنیم:

هیچ کدام در یک فصل به دنیا نیامده باشند (همه فصل‌ها مختلف باشند) $\xrightarrow{\text{متم}}$ لااقل ۲ نفرشان در یک فصل به دنیا آمده باشند

A' همون قسمت «ج» است که حل کردیم بنابراین داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

سوالات نهایی



ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۵۸	درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. تعداد اعضای فضای نمونه‌ی آزمایشی تصادفی پرتاب یک سکه و یک تاس، با هم دارای ۸ عضو است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۳



شهریور ۱۴۰۳	۰/۲۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید. فرض کنید A, B, C سه پیشامد غیر تهی در فضای نمونه S باشد. عبارت مجموعه‌ای مربوط به پیشامد، «فقط پیشامد A رخ دهد و پیشامدهای B یا C رخ ندهد»، کدام است؟ (۱) $A - (B \cap C)$ (۲) $A - (B \cup C)$ (۳) $(B \cup C) - A$ (۴) $(B \cap C) - A$	۵۹
شهریور ۱۴۰۳	۱/۷۵	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. الف) پیشامد A این که فقط دو فرزند پسر باشد را مشخص کنید. ب) پیشامد B این که فرزندان هم‌جنس باشند را مشخص کنید. پ) آیا دو پیشامد A و B ناسازگارند؟ چرا؟	۶۰
شهریور ۱۴۰۳	۲	انجمن اولیا و مربیان یک مدرسه شامل ۴ زن و ۶ مرد است. می‌خواهیم گروهی سه نفره انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال این که: الف) دو نفر مرد و یک نفر زن باشند. ب) حداقل دو نفر زن باشند.	۶۱
شهریور ۱۴۰۳	۰/۲۵	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. هرگاه A و B دو پیشامد ناتهی در فضای نمونه S باشند، به طوری که $A - B = A$ و $B - A = B$. در این صورت، دو پیشامد A و B ناسازگار هستند. (درست - نادرست)	۶۲
شهریور ۱۴۰۳	۰/۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، می‌گویند. ب) احتمال اینکه از بین سه نفر دوست، تولد هیچ دوتای آنها در یک فصل نباشد، برابر است با	۶۳
شهریور ۱۴۰۳	۱	هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را روی کارت‌هایی می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، به طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف) عدد روی کارت، اول باشد ولی بزرگتر از ۴ نباشد. ب) عدد روی کارت، مجذور کامل و فرد باشد.	۶۴
شهریور ۱۴۰۳	۲	گروه المپیاد ادبی شهری، شامل ۵ دانش‌آموز دختر و ۴ دانش‌آموز پسر است. می‌خواهیم به طور تصادفی ۳ نفر را از بین آنها انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه، الف) دو دختر و یک پسر انتخاب شود. ب) حداقل ۲ پسر انتخاب شده باشد.	۶۵
دی ۱۴۰۲	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. احتمال اینکه فاطمه به سینما برود ۶٪ است بنابراین احتمال اینکه فاطمه به سینما نرود ۴٪ است. (درست-نادرست)	۶۶



دی ۱۴۰۲	۰/۲۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید. اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند در این صورت $P(A \cap B)$ برابر است با: $\frac{1}{2}(1)$ $1(2)$ $\frac{1}{4}(3)$ $0(4)$
دی ۱۴۰۲	۱/۵	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوبست: الف) پیشامد اینکه سکه پشت یا تاس حداقل ۵ بیاید را بنویسید. ب) احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد اول بیاید را محاسبه کنید.
دی ۱۴۰۲	۱/۵	با حروف کلمه «دانش پژوه» یک واژه شش حرفی با حروف متمایز می‌سازیم، با کدام احتمال، واژه ساخته شده به حروف نقطه‌دار ختم می‌شود؟
شهریور ۱۴۰۲	۱/۵	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. الف) فضای نمونه‌ای مناسب برای ترکیب جنسیتی فرزندان این خانواده را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن هر ۲ فرزند خانواده از یک جنس باشند را بنویسید.
شهریور ۱۴۰۲	۱/۵	از جعبه‌ای که شامل ۳ مداد و ۵ خودکار است، به طور تصادفی ۴ شیء خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه حداقل ۳ شیء انتخابی خودکار باشد.
شهریور ۱۴۰۲	۰/۵	احتمال اینکه دانش‌آموزی فردا به کتابخانه‌ی مدرسه نرود برابر با $\frac{7}{25}$ است. چقدر احتمال دارد او فردا به کتابخانه مدرسه برود؟
خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد B رخ دهد و پیشامد A رخ ندهد.
خرداد ۱۴۰۲	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر پیشامد A با فضای نمونه‌ای S برابر باشد، A را یک پیشامد می‌گویند.
خرداد ۱۴۰۲	۱	دو تاس را همزمان پرتاب می‌کنیم؛ هر یک از پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب اعداد رو شده از دو تاس بزرگتر یا مساوی ۳۰ باشد. ب) مجموعه اعداد رو شده از دو تاس برابر ۱۳ باشد.
خرداد ۱۴۰۲	۲	می‌خواهیم از بین ۵ فوتبالیست و ۴ والیبالیست یک گروه ۶ نفره به طور تصادفی تشکیل دهیم مطلوبست احتمال اینکه: الف) حداقل ۴ نفر فوتبالیست باشند. ب) به تعداد مساوی از هر دو رشته ورزشی انتخاب شوند.



دی ۱۴۰۱	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. مجموعه تهی را پیشامد..... می‌نامند.	۷۷
دی ۱۴۰۱	۱/۵	دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، A را پیشامد آنکه اعداد آمده از دو تاس یکسان باشند و B را پیشامد آنکه مجموع اعداد آمده از دو تاس مساوی ۸ باشند، در نظر می‌گیریم: الف) پیشامدهای A و B را مشخص کنید. ب) آیا A و B ناسازگارند؟ چرا؟	۷۸
دی ۱۴۰۱	۱/۵	از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره آبی و ۷ مهره قرمز است، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را حساب کنید که حداکثر ۲ مهره از مهره‌های انتخاب شده، قرمز باشند.	۷۹
دی ۱۴۰۱	۰/۵	اگر C و B و A سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد آنکه ” A یا C رخ دهد ولی B رخ ندهد” را در شکل مقابل سایه بزنید.	۸۰
شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. به هریک از نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی، می‌گویند.	۸۱
شهریور ۱۴۰۱	۱/۲۵	در پرتاب یک سکه به همراه یک تاس: الف: فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟ ب: پیشامد رو آمدن سکه و زوج بودن تاس را مشخص کنید.	۸۲
شهریور ۱۴۰۱	۲	از بین ۴ کارمند زن و ۶ کارمند مرد می‌خواهیم یک تیم بازرسی ۳ نفره انتخاب کنیم. احتمال اینکه یک زن و دو مرد انتخاب شود را بدست آورید.	۸۳
خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵	درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است.	۸۴
خرداد ۱۴۰۱	۰/۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) فضای نمونه برای ترکیب جنسیت فرزندان خانواده‌ای با ۳ فرزند، چند عضو دارد؟ ب) احتمال اینکه فردا بارانی باشد، ۱٪ است. احتمال اینکه فردا بارانی نباشد، چقدر است؟	۸۵
		<p style="text-align: center;"> 12 (۴) 9 (۳) 8 (۲) 6 (۱) </p> <p style="text-align: center;"> $0/99$ (۴) $0/9$ (۳) $0/1$ (۲) $0/09$ (۱) </p>	

۱۴۰۱ خرداد	۰/۵	۸۶ کدام یک از پدیده‌های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ (الف) مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس که روی هر شش وجه آن، عدد ۳ حک شده باشد. (ب) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سوالات آن را شانسی پاسخ داده‌ایم.
۱۴۰۱ خرداد	۱/۵	۸۷ از بین ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد، محاسبه کنید.
۱۴۰۰ دی	۰/۲۵	۸۸ جای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. (الف) مجموعه..... زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست.
۱۴۰۰ دی	۰/۵	۸۹ درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه ۹ عضو دارد. (ب) در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع عددی بیش تر از شش یک پیشامد حتمی است.
۱۴۰۰ دی	۰/۷۵	۹۰ در پرتاب دو تاس، پیشامد «مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۱۰ باشد» را بنویسید.
۱۴۰۰ دی	۰/۷۵	۹۱ هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور تصادفی یک کارت را بر می‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.
۱۴۰۰ دی	۱	۹۲ می‌خواهیم از جعبه‌ای شامل ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی، سه مهره به تصادف خارج کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال آن که ۲ مهره آبی و ۱ مهره قرمز باشد.
۱۴۰۰ شهریور	۰/۲۵	۹۳ جای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. پیشامد A' زمانی رخ می‌دهد که پیشامد رخ ندهد.
۱۴۰۰ شهریور	۰/۲۵	۹۴ احتمال پیشامد نشدنی برابر کدام است؟ الف: صفر ب: ۱ ج: $\frac{1}{2}$ د: $\frac{1}{6}$
۱۴۰۰ شهریور	۰/۵	۹۵ در شکل زیر پیشامد خواسته شده را سایه بزنید. ”پیشامد B یا A رخ دهد” 



شهریور ۱۴۰۰	۱	<p>یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم.</p> <p>الف: فضای نمونه‌ای این آزمایش را بنویسید.</p> <p>ب: پیشامد A که در آن سکه پشت و تاس عدد فرد بیاید را بنویسید.</p>	۹۶
شهریور ۱۴۰۰	۱	<p>خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه:</p> <p>الف: هر دو فرزند دختر باشند.</p> <p>ب: همه فرزندان دارای یک جنسیت باشند.</p>	۹۷
خرداد ۱۴۰۰	۰/۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.</p> <p>الف: اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال آن برابر با است.</p> <p>ب: هرگاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که در این صورت پیشامدهای A و B را ناسازگار می‌گوییم.</p>	۹۸
خرداد ۱۴۰۰	۰/۷۵	<p>از بین ۲ دانش آموز رشته ریاضی و ۳ دانش آموز رشته تجربی و ۲ دانش آموز رشته انسانی، ۳ دانش آموز را به تصادف برای اردوی مشهد انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد از هر رشته یک دانش آموز انتخاب شود؟</p>	۹۹
دی ۹۹	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی از عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>تهی را یک پیشامد حتمی می‌نامیم.</p>	۱۰۰
دی ۹۹	۱	<p>در کیسه‌ای ۴ مهره سفید، ۳ مهره زرد و ۲ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. مطلوبست احتمال اینکه رنگ سه مهره متفاوت باشد.</p>	۱۰۱
دی ۹۹	۱	<p>یک تاکسی دارای ۴ سرنشین است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه هر ۴ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند.</p>	۱۰۲
خرداد ۹۹	۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.</p> <p>الف: اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، دو پیشامد A و B را می‌گوییم.</p> <p>ب: فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه عضو دارد.</p> <p>پ: پیشامد وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد.</p>	۱۰۳
خرداد ۹۹	۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف: خارج کردن دو مهره سفید از جعبه‌ای که در آن ۵ مهره سفید است، یک پیشامد حتمی است.</p> <p>ب: در فضای نمونه پرتاب یک تاس، پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۶ نشدنی است.</p> <p>پ: نتیجه‌ی حل معادله $(x+1)^2 = 0$ یک پدیده تصادفی است.</p>	۱۰۴



۹۹ خرداد	۱	۱۰۵ خانوادهای دارای سه فرزند است. الف: فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید. ب: مطلوبست محاسبه احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنسیت <u>نباشند</u> .
۹۹ خرداد	۰/۵	۱۰۶ یک تاس و یک سکه را پرتاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه تاس حداکثر ۳ یا سکه رو بیاید
۹۹ خرداد خ	۰/۷۵	۱۰۷ درستی یا نادرستی هرگزینه را مشخص کنید. الف: پیشامد A' وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ می‌دهد. ب: در پرتاب یک تاس و یک سکه، فضای نمونه‌ای ۱۲ عضو دارد. پ: اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، در این صورت دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند.
۹۹ خرداد خ	۱	۱۰۸ احتمال اینکه فردا بارانی باشد، برابر $\frac{3}{8}$ است. مطلوبست، محاسبه احتمال اینکه فردا بارانی نباشد.
۹۹ خرداد خ	۱/۲۵	۱۰۹ دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد.
۹۹ خرداد خ	۰/۲۵	۱۱۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. پیش بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده‌ی تصادفی است.
۹۹ خرداد خ	۰/۲۵	۱۱۱ جای خالی را با پاسخ درست کامل کنید. در پرتاب سه سکه باهم، فضای نمونه‌ای دارد.
۹۹ خرداد خ	۱/۵	۱۱۲ انجمن اولیا و مربیان یک دبیرستان ۱۰ عضو دارد. در یک رای‌گیری، ۵ نفر رای موافق، ۳ نفر رای مخالف و ۲ نفر رای ممتنع داده‌اند. از بین آنها ۳ نفر به طور تصادفی انتخاب می‌شوند. احتمال اینکه نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشد، چقدر است؟
۹۹ شهریور	۰/۷۵	۱۱۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف: به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی می‌گوییم. ب: فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه عضو دارد. پ: پیشامد وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A و B هر دو رخ دهند.
۹۹ شهریور	۰/۵	۱۱۴ درستی یا نادرستی هر یک عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف: نتیجه‌ی یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سئوالات را شانسی پاسخ داده‌ایم، یک پیشامد حتمی است. ب: تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه است.



شهریور ۹۹	۱/۵	می‌خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه دوازدهم و ۴ دانش آموز پایه یازدهم، یک تیم ۶ نفره‌ی والیبال تشکیل دهیم. مطلوبست، احتمال آنکه ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه‌ی دوازدهم و ۲ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه‌ی یازدهم باشند؟	۱۱۵
شهریور ۹۹	۱	هر یک از اعداد فرد طبیعی ۱ تا ۱۵ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.	۱۱۶
شهریور ۹۹	۱/۵	در پرتاب دو تاس پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: مجموع اعداد رو شده مساوی ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس یکسان و هر دو زوج باشند.	۱۱۷
شهریور ۹۹	۱	احتمال اینکه ریحانه امشب سریال شبکه‌ی یک سیما را تماشا نکند برابر با $\frac{۳۲}{۹۹}$ است. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه ریحانه سریال را تماشا کند.	۱۱۸
خرداد ۹۸	۱	تاسی را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد. ب: پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.	۱۱۹
خرداد ۹۸	۱	از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.	۱۲۰
خرداد ۹۸	۱/۵	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. الف: فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید. ب: احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را به دست آورید. ج: احتمال آنکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را بدست آورید.	۱۲۱
تیر ۹۸	۱/۵	یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای ای پدیده تصادفی را با اعضایش بنویسید. ب: احتمال آنکه تاس زوج بیاید، چقدر است؟ ج: احتمال آنکه تاس فرد و سکه پشت بیاید، چقدر است؟	۱۲۲
شهریور ۹۸	۲	دو تاس را پرتاب می‌کنیم. ابتدا هریک از پیشامدهای زیر را نوشته، سپس احتمال هر کدام را محاسبه کنید. الف: مجموع اعداد برآمده از دو تاس برابر ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس بر ۳ بخش پذیر باشد.	۱۲۳
دی ۹۸	۱/۵	تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: پیشامد اینکه مجموع دو عدد رو شده برابر چهار باشد. ب: پیشامد اینکه عدد رو شده در هر دو تاس یکسان باشد، ولی زوج نباشد.	۱۲۴



درس

۳

چرخه آمار در حل مسائل

خلاصه درسنامه

نمای کلی از چرخه حل مسئله به کمک آمار



- ۱ بیان مسئله: ابتدا مسئله‌ای رو که در دنیای واقعی وجود داره، به صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.
- ۲ طرح و برنامه‌ریزی: سپس راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.
- ۳ گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها: بعد از آن به گردآوری داده‌ها می‌پردازیم و تا حد ممکن از درستی اون‌ها مطمئن می‌شویم.
- ۴ تحلیل داده‌ها: سپس با استفاده از شاخص‌ها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم، نتایج رو متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.
- ۵ بحث و نتیجه‌گیری: در آخر به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

گام‌های چرخه آمار در حل مسائل



- گام ۱ بیان مسئله
طرح یک پرسش دقیق و شفاف، مهم‌ترین گام برای رسیدن به پاسخ است.
- گام ۲ طرح و برنامه‌ریزی
اندازه‌گیری یا سنجش، اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. در اندازه‌گیری، در واقع سعی می‌کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را تا حد ممکن به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم.
در مرحله طرح و برنامه‌ریزی علاوه بر توافق در مورد چگونگی اندازه‌گیری متغیرها، درباره چگونگی نمونه‌گیری و همچنین شیوه تحلیل داده‌ها تصمیم‌گیری می‌شود.
- گام ۳ گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
در هر مطالعه ممکن است در مرحله اندازه‌گیری، گردآوری یا ثبت داده‌ها و یا وارد کردن داده‌ها در نرم‌افزار اشتباهی رخ بدهد با بررسی دقیق داده‌ها می‌شود برخی از این اشتباهات را اصلاح کرد.
- گام ۴ تحلیل داده‌ها
در این مرحله داده‌ها تحلیل شده و نتایج ارائه می‌شوند منظور از تحلیل داده‌ها در واقع صرفاً گزارش شاخص‌ها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری است.
- گام ۵ بحث و نتیجه‌گیری
پس از تحلیل داده‌ها، باید بتوانیم با تفسیر نتایج، پاسخی برای مسئله اصلی پیدا کنیم.

گام اول	گام دوم	گام سوم	گام چهارم	گام پنجم
بیان مسئله	طرح و برنامه‌ریزی	گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها	تحلیل داده‌ها	بحث و نتیجه‌گیری
<ul style="list-style-type: none"> • فهم مسئله • تعریف دقیق مسئله 	<ul style="list-style-type: none"> • شیوه اندازه‌گیری • روش نمونه‌گیری • روش کار 	<ul style="list-style-type: none"> • گردآوری • سازماندهی • پاک‌سازی 	<ul style="list-style-type: none"> • مرتب کردن داده‌ها • معیارها • نمودارها و جدول‌ها 	<ul style="list-style-type: none"> • تفسیر نتایج • نتیجه‌گیری • نقد و بررسی • ایده‌های جدید



نکته: تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه و تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه می‌گویند هرچه اندازه جامعه بزرگتر باشد، برای این که نمونه بتواند به خوبی بیانگر ویژگی‌های جامعه باشد، اندازه نمونه بزرگتری لازم است ضمناً هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، برای حصول اطمینان از حضور تنوع در نمونه، اندازه نمونه بزرگتری لازم داریم.

مثال

در کدام مورد اندازه نمونه بزرگتری لازم است؟

- ۱) سن دانش‌آموزان یک کلاس
۲) وزن بچه‌های یک مدرسه
۳) مدت زمان مطالعه افراد یک محله
۴) میزان آب مصرفی خانواده‌های یک کشور

قطعاً پراکندگی افراد در کل کشور و همچنین تعداد اعضای آنها بسیار بیشتر از سایر گزینه‌هاست پس برای بررسی آب مصرفی خانواده‌های کشور، نیاز به نمونه بزرگتری خواهیم داشت.



تذکر: ۱) برای توصیف داده‌های کمی باید هر دو شاخص مرکزی و پراکندگی گزارش شوند شاخص‌های مرکزی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند تا بدانیم داده‌ها در کجا متمرکز هستند و شاخص‌های پراکندگی مانند دامنه تغییرات، انحراف معیار و دامنه میان چارکی به ما کمک می‌کنند تا بدانیم داده‌ها چگونه متمرکز یا پراکنده شده‌اند.

۲) اگر داده یا داده‌های دورافتاده داشته باشیم، میانگین و انحراف معیار، شاخص‌های مناسبی برای توصیف داده‌ها نخواهند بود و در این مواقع بهتره که از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کنیم.

واریانس و انحراف معیار



واریانس: واریانس همان میانگین مجذورات اختلاف داده‌ها از میانگین است. واریانس به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$(\text{واریانس}) = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

به جذر واریانس، انحراف معیار گفته می‌شود. ضمناً انحراف معیار را با نماد σ نمایش می‌دهند (σ سیگما خوانده می‌شود).

مثال

واریانس و انحراف معیار داده‌های ۱۳، ۱۸، ۱۶، ۲۷، ۲۱، ۲۵ را بدست آورید.

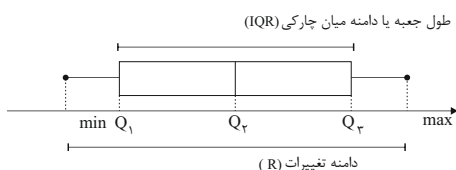
$$\bar{x} = \frac{13 + 18 + 16 + 27 + 21 + 25}{6} = \frac{120}{6} = 20$$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{(13-20)^2 + (18-20)^2 + (16-20)^2 + (27-20)^2 + (21-20)^2 + (25-20)^2}{6} \\ &= \frac{49 + 4 + 16 + 49 + 1 + 25}{6} = \frac{144}{6} = 24 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$$

انحراف معیار هم، جذر واریانس است، پس:

نمودار جعبه‌ای



نمودار جعبه‌ای روشی سودمند برای نمایش دامنه‌ها (دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی) و چارک‌های داده‌هاست. در شکل زیر محل قرارگیری چارک‌ها و مقادیر min و max داده‌ها نشان داده شده است.



نکته: اگر داده دورافتاده داشته باشیم بهتر است از نمودار جعبه‌ای استفاده کنیم.

در نمودار جعبه‌ای که گاهی اوقات به آن نمودار جعبه و سبیل هم گفته می‌شود ۵ عدد اصلی زیر را مشخص می‌کنیم:

- ۱) کوچکترین داده (min)
- ۲) چارک اول (Q_1)
- ۳) چارک دوم (Q_2) یا میانه
- ۴) چارک سوم (Q_3)
- ۵) بزرگترین داده (max)

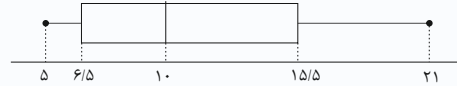
مثال

نمودار جعبه‌ای داده‌های ۲۱، ۲۰، ۱۸، ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۶، ۵ را رسم کنید.

پاسخ: چارک‌ها را پیدا کرده و نمودار جعبه‌ای را رسم می‌کنیم:

$$5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 18, 20, 21$$

$$Q_1 = \frac{6+7}{2} = 6.5 \quad Q_2 = 10 \quad Q_3 = \frac{13+18}{2} = 15.5$$

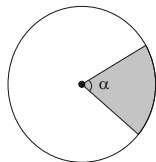


نحوه پخش داده‌ها در نمودار جعبه‌ای: نمودار جعبه‌ای، داده‌ها را به ۴ قسمت تقسیم می‌کند که هر قسمت، شامل تقریباً ۲۵ درصد داده‌هاست. با توجه به نمودار داده شده می‌توان گفت:



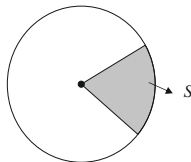
- ۱) تقریباً ۵۰٪ داده‌ها بین Q_1 و Q_3 هستند (داخل جعبه)
- ۲) تقریباً ۲۵٪ داده‌ها قبل از Q_1 هستند.
- ۳) تقریباً ۲۵٪ داده‌ها بعد از Q_3 هستند.
- ۴) تقریباً ۷۵٪ داده‌ها بعد از Q_1 هستند.
- ۵) تقریباً ۷۵٪ داده‌ها قبل از Q_3 هستند.

نمودار دایره‌ای



$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ$$

زاویه مرکزی



$$S = \frac{f}{n} \times 100$$

درصد مساحت

نمودارهای دایره‌ای یکی از پرکاربردترین نمودارها در آمار است. از این نمودار برای نمایش متغیرهای کیفی استفاده می‌شود. زاویه مربوط به هر دسته و درصد مساحت مربوط به هر دسته از روابط زیر به دست می‌آید:

تذکره: در نمودار دایره‌ای، به جای فرمول‌های بالا می‌توان از تناسب هم استفاده کرد.

مثال

در یک نمودار دایره‌ای مربوط به گروه‌های خونی افراد، زاویه متناظر با گروه خونی AB عدد 72° را نشان می‌دهد که اگر کل جمعیت مورد مطالعه ۸۰۰ نفر باشد، چند نفر گروه خونی AB دارند؟
روش اول (استفاده از فرمول):

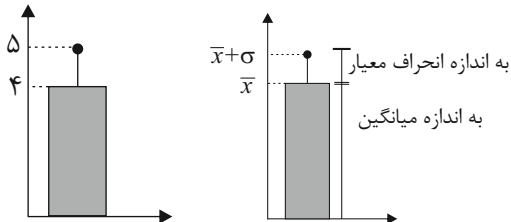
$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ \quad \alpha = 72^\circ \quad n = 800 \rightarrow 72^\circ = \frac{f}{800} \times 360^\circ \Rightarrow 360 \cdot f = 72 \times 800 \Rightarrow f = \frac{72 \times 800}{360} = 160$$

روش دوم (بدون استفاده از فرمول): کافیست با یک عمل تناسب، در دو ستون مختلف، تعداد را با زاویه مقایسه کنیم

کل گروه خونی AB	360°	زاویه	تعداد	800
	72°		x	

$$\Rightarrow x = \frac{72 \times 800}{360} = 160$$

بررسی یک نمودار مهم (نمودار مستطیل و میله خط)



در داده‌هایی که میانگین و انحراف معیار شاخص مناسبی برای توصیف اون‌ها هستن، می‌تونیم از نموداری استفاده کنیم که ارتفاع مستطیل اون، نشون دهنده میانگین و میله خطی روی اون، به اندازه انحراف معیار، روی مستطیل بالا اومده است.

مثلاً از نمودار مقابل نتیجه می‌گیریم که $\bar{x} = 4$ و $\sigma = 1$ است:

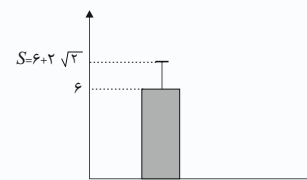
مثال

برای داده‌های $2, 4, 6, 8, 10$ نمودار مستطیل و میله خط را رسم کنید.

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5}$$

$$= \frac{16+4+0+4+16}{5} = \frac{40}{5} = 8 \Rightarrow \sigma = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$



پاسخ:

نکته: برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

مثال

دو مدرسه با تعداد دانش‌آموز مساوی داریم. مدرسه اول 30% درصد قبولی‌هایش رشد کرده و مدرسه دوم 50% درصد قبولی‌هایش افزایش یافته است. کدام مدرسه برای تحصیل مناسب‌تر است؟ (عملکرد کدام مدرسه بهتر است؟)
پاسخ: به نظر می‌رسد، مدرسه اول بهتر کار کرده ولی این فقط یک قضاوت زودهنگام است چون متغیر «عملکرد» یک متغیر کیفی و درصد تنها برای مقایسه عملکرد دو مدرسه کافی نیست بلکه تعداد هم باید گزارش شود (تعداد دانش‌آموزان دو مدرسه باید یکسان باشد)



سوالات نهایی



ردیف	سوال	بازم	تاریخ
۱۳۰	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. در گام از چرخه آمار، داده‌ها را تحلیل و نتایج را ارائه می‌دهیم.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۳۱	گزینه صحیح را انتخاب کنید. اگر داده دور افتاده نداشته باشیم، شاخص مرکزی و پراکندگی مناسب برای توصیف داده‌ها کدام است؟ (۱) میانگین - انحراف معیار (۲) میانگین - دامنه میان چارکی (۳) میانه - دامنه میان چارکی (۴) میانه - انحراف معیار	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۳۲	نمودار مقابل مربوط به قد دانش‌آموزان یک دبیرستان است. با توجه به نمودار، میانگین و انحراف معیار را مشخص کنید. 	۰/۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۳۳	برای بررسی وضعیت اجتماعی - اقتصادی خانوارهای یک شهر، در کدام یک از شیوه‌های نمونه‌گیری زیر، همه‌ی قشرهای جامعه شانس حضور ندارند؟ چرا؟ الف) انتخاب تصادفی خانوارها بر اساس رقم اول تلفن خانه‌ها ب) انتخاب تصادفی خانوارها بر اساس رقم آخر تلفن خانه‌ها	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۳۴	گزینه صحیح را انتخاب کنید. اگر اندازه‌گیری وزن افراد با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده باشد، اجرای نادرست کدام گام از چرخه آمار است؟ (۱) بیان مسئله (۲) طرح و برنامه‌ریزی (۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها (۴) تحلیل داده‌ها	۰/۲۵	۱۴۰۳



۱۴۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) کدام گزینه جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه حل مسائل آماری محسوب نمی‌شود؟ (۱) استفاده از نمودارها (۲) مرتب کردن داده‌ها (۳) گزارش معیارها (۴) تفسیر داده‌ها ب) در یک نمودار جعبه‌ای اگر چارک اول برابر ۳ و دامنه میان چارکی آن (IQR) برابر ۱۱ باشد، چارک سوم آن کدام است؟ ۱۴ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴)	۰/۵	خرداد ۱۴۰۲	
۱۴۴	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) در گام پنجم چرخه آمار، نتایج بدست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم. ب) در شکل مقابل انحراف معیار و میانگین به ترتیب ۶ و ۸ است.		۰/۵	دی ۱۴۰۱
۱۴۵	درصد قبولی دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در درس ریاضی، به ترتیب ۶۵ درصد و ۸۰ درصد بوده است. تعداد قبولی دانش‌آموزان کدام مدرسه بیشتر است؟ چرا؟	۰/۷۵	دی ۱۴۰۱	
۱۴۶	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. اگر داده‌ها برابر باشند دامنه تغییرات آنها می‌شود.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۱	
۱۴۷	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. برای جامعه آماری با داده دور افتاده، استفاده از میانگین و انحراف معیار کافی است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۱	
۱۴۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۱	
۱۴۹	در یک مطالعه آماری، برای اندازه‌گیری وزن افراد از دو واحد متفاوت استفاده شده است. الف: این مورد مربوط به اجرای نادرست کدام یک از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است؟ ب: این اجرای نادرست بر کدام گام‌های این چرخه آمار اثر می‌گذارد؟	۱	شهریور ۱۴۰۱	
۱۵۰	برای بررسی میزان مطالعه افراد یک شهر، آیا انتخاب نمونه از بین افراد عضو کتابخانه عمومی آن شهر، روش نمونه‌گیری مناسبی است؟ چرا؟	۱	شهریور ۱۴۰۱	
۱۵۱	گزینه صحیح را انتخاب کنید. تفسیر نتایج بدست آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟ (۱) بیان مسئله (۲) گردآوری داده‌ها (۳) تحلیل داده‌ها (۴) بحث و نتیجه‌گیری	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱	



۱۴۰۱ خرداد	۱/۲۵	۱۵۲ داده‌های زیر، میزان حقوق ماهیانه (بر حسب میلیون تومان) کارمندان یک شرکت خصوصی را نشان می‌دهد: ۱۰، ۱۲، ۳۵، ۸، ۹، ۲۰، ۱۱، ۵، ۶، ۶، ۸ الف) دامنه تغییرات و میانه داده‌های بالا را به دست آورید. ب) آیا میانه معیارگرایش به مرکز مناسبی برای توصیف این داده‌ها است؟ چرا؟
۱۴۰۰ دی	۰/۷۵	۱۵۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف: اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. ب: تعداد اعضای جامعه را جامعه می‌نامیم. ج: نمودار بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم تر و کجا پراکنده ترند.
۱۴۰۰ دی	۰/۷۵	۱۵۴ درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف: هنگامی که داده دور افتاده داشته باشیم، می‌توانیم از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کنیم. ب) گرد آوری و سازماندهی داده‌ها سومین گام در چرخه آمار است. ج) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد.
۱۴۰۰ شهریور	۰/۲۵	۱۵۵ جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. بیان یا مفهوم مساله، گام چرخه آماری در حل مسائل است.
۱۴۰۰ شهریور	۰/۷۵	۱۵۶ گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف: کدام نمودار، بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها متراکم تر و پراکنده‌تر است؟ ۱) مستطیلی ۲) دایره‌ای ۳) میله‌ای ۴) جعبه‌ای ب: گام سوم در چرخه آمار، در حل مسائل می‌باشد. ۱) بحث و نتیجه‌گیری ۲) گرد آوری و پاک سازی داده‌ها ۳) طرح و برنامه‌ریزی ۴) تحلیل داده‌ها ج: اگر در داده‌ها، داده دور افتاده وجود نداشته باشد کدام معیارگرایش به مرکز مناسب است. ۱) مد ۲) انحراف معیار ۳) میانگین ۴) میانه
۱۴۰۰ شهریور	۱/۲۵	۱۵۷ با توجه به داده‌های زیر میانگین و میانه آن‌ها را به دست آورید. ۳ - ۱ - ۵ - ۷ - ۳ - ۸ - ۲ - ۴ - ۳ - ۴
۱۴۰۰ خرداد	۰/۲۵	۱۵۸ جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. اگر داده دور افتاده داشته باشیم از نمودار استفاده می‌کنیم.



۱۴۰۰ خرداد	۱	<p>۱۵۹ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف: وقتی داده دور افتاده داریم، میانه معیار مناسبی برای توصیف داده‌ها می‌باشد.</p> <p>ب: برای توصیف داده‌های کمی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد برابر باشد.</p> <p>پ: مرتب کردن داده‌ها در گام دوم چرخه آمار اتفاق می‌افتد.</p> <p>ت: طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهمترین گام رسیدن به پاسخ است که در مرحله بیان مسئله صورت می‌گیرد.</p>
۱۴۰۰ خرداد	۰/۲۵	<p>۱۶۰ روش نمونه‌گیری مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟</p> <p>(۱) طرح و برنامه‌ریزی (۲) بیان مسئله (۳) بحث و نتیجه‌گیری (۴) تحلیل داده‌ها</p>
۹۹ دی	۰/۷۵	<p>۱۶۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.</p> <p>الف: داده‌ی است که نصف داده‌ها از آن کمتر و نصف داده‌ها از آن بیشتر هستند.</p> <p>ب: بیان مسئله و فهم آن.....گام در چرخه آمار است.</p> <p>ج: هرچه پراکندگی متغیر در جامعه بیشتر باشد، برای اطمینان از وجود تنوع، به اندازه نمونه نیاز داریم.</p>
۹۹ دی	۱	<p>۱۶۲ درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف: معیارهایی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها در کجا متمرکزند.</p> <p>ب: برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید با گزارش تعداد همراه باشد.</p> <p>ج: دامنه تغییرات از معیارهای گرایش به مرکز می‌باشد.</p> <p>د: وقتی داده دور افتاده‌ای نداریم، میانه شاخص مناسب تری از میانگین برای توصیف داده‌ها می‌باشد.</p>
۹۹ دی	۱	<p>۱۶۳ در موارد زیر نام گام را بنویسید.</p> <p>الف: برگزاری آزمون‌های پیشرفت تحصیلی در مدارس و بررسی نمره دانش آموزان</p> <p>ب: بررسی علل پایین بودن سرانه مطالعه دانش آموزان کشور در مقطع متوسطه دوم</p>
۹۹ خرداد	۰/۲۵	<p>۱۶۴ جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها، گام در چرخه آمار است.</p>
۹۹ خرداد	۰/۵	<p>۱۶۵ با توجه به چرخه آماری، نام هر گام را بنویسید.</p> <p>الف: راهی برای رسیدن به پاسخ مساله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.</p> <p>ب: نتایج به دست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.</p>
۹۹ خرداد	۰/۵	<p>۱۶۶ جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف: اندازه‌گیری یا سنجش، گام برای دریافت داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است.</p> <p>ب: برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.</p>



۱۶۷	با توجه به داده‌ها جدول زیر را کامل کنید.	۱/۵	خرداد ۹۹										
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>متغیر</th> <th>داده‌ها</th> <th>میانگین</th> <th>دامنه میان چارکی</th> <th>دامنه تغییرات</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>سن (سال)</td> <td>۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸ ۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	متغیر	داده‌ها	میانگین	دامنه میان چارکی	دامنه تغییرات	سن (سال)	۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸ ۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶					
متغیر	داده‌ها	میانگین	دامنه میان چارکی	دامنه تغییرات									
سن (سال)	۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸ ۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶												
۱۶۸	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. الف: هنگامی که داده‌ی دورافتاده نداشته باشیم، میانگین و شاخص‌های مناسبی برای توصیف هستند. ب: مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر نمودار جعبه‌ای است.	۰/۵	شهریور ۹۹										
۱۶۹	درستی یا نادرستی هریک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید. الف: طرح و برنامه‌ریزی دومین گام در چرخه‌ی آمار است. ب: برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد.	۰/۵	شهریور ۹۹										
۱۷۰	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف: اگر در داده‌ها، داده‌ی دور افتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی مناسب است. ب: فعالیت "داده‌ها را گرد آوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می‌شویم"، مربوط به گام چرخه آمار است.	۰/۵	خرداد ۹۸										
۱۷۱	اولین و آخرین گام چرخه آمار را بنویسید.	۰/۵	تیر ۹۸										
۱۷۲	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد.	۰/۵	شهریور ۹۸										
۱۷۳	درستی یا نادرستی هر یک را مشخص کنید. الف: طرح و برنامه‌ریزی، دومین گام برای یافتن داده‌ها است. ب: هرچه جامعه بزرگتر شود، اندازه نمونه ثابت می‌ماند.	۱	شهریور ۹۸										
۱۷۴	در نمونه‌گیری زیر مصرف آب ۹ خانوار در یک دوره (برحسب مترمکعب) به دست آمده است. ۴۰، ۱۱۰، ۷۰، ۳۰، ۵۰، ۱۲۰، ۷۵، ۶۵، ۱۳۰ میان، چارک اول و چارک سوم را مشخص کنید.	۱/۵	شهریور ۹۸										
۱۷۵	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. الف: اندازه‌گیری یا سنجش گام برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. ب: تعداد اعضای جامعه را جامعه می‌نامند.	۰/۵	دی ۹۸										

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

ریاضی و آمار ۳





درس

۱

شمارش

۲۵-۱ صفحه ۵

۲- صفحه ۶

روش اول:

$$\text{الف) } \underbrace{4 \times 3 \times 3}_{75/0} = \underbrace{36}_{0/75}$$

روش دوم:

کل اعداد سه رقمی با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (۰/۲۵)

کل اعداد سه رقمی زوج با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $4 \times 3 \times 2 = 24$ (۰/۵)

کل اعداد سه رقمی فرد با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $60 - 24 = 36$ (۰/۲۵)

صفحه ۱۰

ب) $\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{10}{0/25}$

۳- گزینه ۳، (عدد ۶) (۰/۲۵) (صفحه ۳۰)

۴-

$$\underbrace{3 \times 2 + 2 \times 1}_{(0/25)} = \underbrace{8}_{(0/25)}$$

۵-

۱۰-۱) $5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$ (۰/۵) رقم یکان صفر باشد.

۱۰-۲) $4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$ (۰/۵) رقم یکان ۵ باشند.

$$\Rightarrow 6 + 48 = 108 \quad (0/25)$$

(صفحه ۶ و ۷)

روش دوم: کل اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده و بدون تکرار

$$\underbrace{5 \times 5 \times 4 \times 3}_{(0/5)} = 300$$

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده که مضرب ۵ نیستند و بدون تکرار ارقام

$$\underbrace{4 \times 4 \times 3 \times 4}_{(0/5)} = 192$$

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام

$$\underbrace{300 - 192}_{(0/25)} = 108$$

۶- نادرست (۰/۲۵)

۷- الف) حالت $4 + 3 + 5 = 12$ (۰/۷۵)

ب) حالت $4 \times 3 \times 5 = 60$ (۰/۷۵)

صفحه ۱۰ و ۱۱

۸-

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{5 \times 4 \times 3 \times 1}_{(0/5)} = 60 \\ \underbrace{4 \times 4 \times 3 \times 1}_{(0/5)} = 48 \end{array} \right. \quad \underbrace{60 + 48}_{(0/5)} = 108$$

صفحه ۶

۸-۹ (۰/۲۵)

$$\underbrace{2 \times 3 + 1}_{(0/25)} + \underbrace{2 \times 2}_{(0/25)} = \underbrace{11}_{(0/25)}$$

۱۰-۱) صفحه ۴

۱۱- الف)

۱۰-۲) 5040 یا $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ یا $7!$

$$\underbrace{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1}_{(0/75)} = \underbrace{120}_{(0/25)}$$

ب) صفحه ۱۱

۱۲- نادرست

۱۳- $5 \times 4 \times 3 = 60$

۱۴- $4! = 24$

۱۵- $\left\{ \begin{array}{l} \frac{6 \times 5 \times 1}{\Rightarrow 30} \\ \frac{5 \times 5 \times 3}{\Rightarrow 75} \end{array} \right\} \Rightarrow 30 + 75 = 105$
(اگر رقم یکان فقط صفر باشد)
(اگر رقم یکان ۶ یا ۴ یا ۲ باشد)

۱۶- الف) $\left(\frac{6}{3}\right) = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

ب) $\left(\frac{4}{2}\right) = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

۱۷- ۲۰

۱۸- $3 \times 4 = 12$

۱۹- $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$

۲۰- نادرست

۲۱- تمام مسائلی که انتخاب ۳ شی از ۵ شی باشد، به طوری که ترتیب در انتخاب آنها

اهمیت نداشته باشد.



مانند: به چند طریق میتوان از بین ۵ کتاب، ۳ کتاب را انتخاب کرد؟

-۲۲ ۷ تایی

-۲۳ الف: $6 \times 5 \times 4 = 120$ ب: $1 \times 5 \times 4 = 20$

-۲۴ $\binom{9}{1} = 9$

-۲۵ الف: جایگشت ب: ترکیب پ: ۱

-۲۶ الف $\binom{9}{1} = \frac{9!}{1! \times 8!} = 9$

ب) $\binom{3}{1} = 3$

-۲۷ $5 \times 4 \times 3 = 60$

-۲۸ الف: ۱ ب: $m \times n$ پ: $n!$

-۲۹ الف: گزینه ۳ ب: گزینه ۴ پ: گزینه ۳

-۳۰ $3 \times 4 = 12$

-۳۱ الف: $A - B$ ب: $n!$

-۳۲ الف: $3 + 2 + 4 = 9$ ب: $3 \times 2 \times 4 = 24$

-۳۳ $3 \times 4 \times 3 = 36$

-۳۴ نادرست

-۳۵ $\binom{9}{4} = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9!}{4! \times 5!}$
 $= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 126$

-۳۶ $7 \times 6 \times 5 = 210$

-۳۷ $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!}$
 $= 4 + 10 = 14$

-۳۸ $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$

-۳۹ $\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B \rightarrow C \quad 3 \times 4 = 12 \\ A \rightarrow D \rightarrow C \quad 3 \times 2 = 6 \end{array} \right\} \rightarrow 12 + 6 = 18$

-۴۰ $\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35$

-۴۱ $n!$

-۴۲ $\binom{5}{1} \binom{6}{1} \binom{4}{1} = 5 \times 6 \times 4 = 120$

-۴۳ درست

-۴۴ الف $5 \times 4 \times 3 = 60$
 ب) $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times (6-3)!} = 20$

-۴۵ درست

-۴۶ الف $1 \times 5 \times 4 = 20$
 ب) $1 \times 4 \times 3 \times 1 = 12$

-۴۷ $10 + 12 + 6 = 28$

-۴۸ $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times (8-3)!} = 56$

-۴۹ $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times (8-3)!} = 56$

-۵۰ $3 + 5 = 8$

-۵۱ الف $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

ب) $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 4 = 480$

ج) $5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$

-۵۲ الف $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

ب) $1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$

-۵۳ الف $\binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times (9-6)!} = 84$

ب) $n!$

-۵۴ $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times (8-3)!} = 56$

-۵۵ $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$

-۵۶ $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = 10$

-۵۷ الف $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$

ب) $8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344$



درس

۲

احتمال

روش دوم:

$$p(B) = 1 - p(B') = 1 - \frac{\binom{0,5}{4} \times \binom{0,25}{2} \times \binom{0,25}{3}}{\binom{0,5}{7}}$$

$$= 1 - \frac{4 \times 10 + 10}{84} = 1 - \frac{50}{84} = \frac{34}{84}$$

(صفحه ۲۷)

۶۶- نادرست (۰/۲۵)

۶۷- گزینه ۴ (۰/۲۵)

۶۸- الف) $A = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶),$

(الف)

$(رو, ۵), (رو, ۶)\}$ (۰/۷۵)

ب) $n(B) = ۳$

(ب)

$$n(S) = ۶ \times ۲ = ۱۲ \quad p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴}$$

درس ۲

احتمال

صفحه ۱۸ و ۱۹

$$p(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{2}$$

۶۹-

صفحه ۲۶

۷۰- الف) $S = \{(پسر, پسر), (دختر, پسر), (دختر, دختر), (پسر, دختر)\}$ فضای نمونه‌ای (۱)

هر زوج مرتب (۰/۲۵)

ب) $A = \{(دختر, دختر), (پسر, پسر)\}$ (۰/۵)

هر زوج مرتب (۰/۲۵) (صفحه ۲۶)

$$p(A) = \frac{\binom{0,5}{5} \times \binom{0,5}{3} + \binom{0,5}{4} \times \binom{0,5}{2}}{\binom{0,5}{7}} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$$

۷۱-

صفحه ۲۲ و ۲۶

$$p(A') = 1 - p(A) = 1 - \frac{7}{25} = \frac{18}{25}$$

۷۲-

(صفحه ۲۳)

۵۸- نادرست صفحه ۲۰

۵۹- گزینه ۲، $(A - (B \cup C))$ (۰/۲۵) صفحه ۱۸

۶۰- الف) $\{(پ, پ), (د, پ), (پ, د), (د, د), (پ, پ)\}$ (۰/۷۵)

ب) $\{(پ, پ), (د, د)\}$ (۰/۵)

پ) بله ناسازگارند. (۰/۲۵) زیرا $A \cap B = \phi$ (اشتراک دو مجموعه تهی است). (۰/۲۵)

(صفحه ۲۶)

$$۶۱- \text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{0,5}{6} \times \binom{0,25}{4}}{\binom{0,25}{10}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{0,5}{4} \times \binom{0,25}{6} + \binom{0,25}{4}}{\binom{0,25}{10}} = \frac{6 \times 6 + 4}{120} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

به سایر روش‌های درست به تناسب نمره تعلق گیرد.

۶۲- درست (صفحه ۱۷)

۶۳- الف) برآمد (صفحه ۱۲)

ب) $\frac{4}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$

(صفحه ۳۷)

۶۴- الف) $\{۲, ۳\}$ (۰/۵) ب) $\{۱, ۹\}$ (۰/۵) (صفحه ۲۵)

$$۶۵- \text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{0,5}{5} \times \binom{0,25}{4}}{\binom{0,25}{9}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{10}{21}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{0,5}{4} \times \binom{0,25}{5} \times \binom{0,25}{4}}{\binom{0,25}{9}} = \frac{6 \times 5 + 4}{84} = \frac{34}{84} = \frac{17}{42}$$

۸۶- صفحه ۱۳ کتاب

الف) قطعی (ب) تصادفی

۸۷- صفحه ۲۳ کتاب

$$n(s) = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

$$n(A) = \binom{4}{2} = 6 \quad P(A) = \frac{6}{21}$$

۸۸- نهی

۸۹- الف: نادرست (ب) نادرست

$$A = \{(5,6), (6,5), (6,6)\} \quad -90$$

$$A = \{3,6,9\} \quad P(A) = \frac{3}{10} \quad -91$$

$$n(s) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84 \quad -92$$

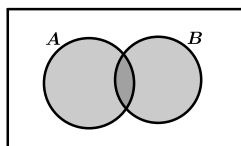
$$n(A) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 30$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{84}$$

۹۳- A

۹۴- الف: صفر

۹۵-



الف: $S = \{(p, 1)(p, 2)(p, 3)(p, 4)(p, 5)(p, 6)$

$(r, 1)(r, 2)(r, 3)(r, 4)(r, 5)(r, 6)\}$

ب: $A = \{(p, 1)(p, 3)(p, 5)\}$

الف) $P(A) = \frac{1}{4}$

ب) $P(B) = \frac{1}{4}$

۹۸- الف) ۱

ب) $A \cap B = \emptyset$

$$n(s) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35 \quad -99$$

۷۳- درست

۷۴- حتی

$$A = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}$$

۷۵- الف)

ب) تهی یا \emptyset

الف) $n(s) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{4}{2}}{\binom{9}{6}} = \frac{30 + 6}{84} = \frac{36}{84}$$

ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{1} \binom{4}{1}}{\binom{9}{6}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{40}{84}$

۷۷- غیرممکن (نشدنی)

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

۷۸- الف)

$$B = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

ب) ناسازگار نیستند $A \cap B = \{(4, 4)\} \rightarrow$

$$\frac{\binom{6}{1} \binom{5}{1} + \binom{5}{1} \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \binom{4}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{185}{220} = \frac{37}{44}$$

۷۹- راه اول:

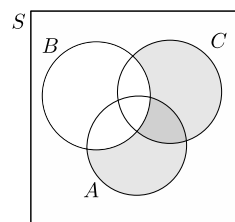
راه دوم: A متتم \Rightarrow هر ۳ مهره قرمز $\Rightarrow \frac{\binom{6}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$

$$P(A) = 1 - \frac{7}{44} = \frac{37}{44}$$

۲ درس

احتمال

۸۰-



۸۱- برآمد

الف) $n(s) = 2 \times 6 = 12$

۸۲-

ب) $A = \{(و, 2)(و, 4)(و, 6)\}$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1} \binom{5}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{4 \times 15}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

۸۳-

۸۴- درست

۸۵- الف) گزینه ۲ (ب) گزینه ۴



$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ -۱۱۶

$A = \{3, 9, 15\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

الف: $A = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\}$ -۱۱۷

ب: $B = \{(2, 2), (4, 4), (6, 6)\}$

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{32}{99} = \frac{67}{99}$ -۱۱۸

الف: $A = \{2\}$ -۱۱۹

ب: $B = \{3, 5\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{4}{1}} = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4}$ -۱۲۰

الف: $S = \{(d, p), (p, d), (p, p), (d, d)\}$ -۱۲۱

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4}$

ج: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4}$

الف: $S = \{(r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6),$ -۱۲۲

$(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6)\}$

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{12}$

ج: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{12}$

درس ۲

احتمال

الف: $n(s) = 36$ -۱۲۳

ب: $A = \{(6, 4), (4, 6), (5, 5)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$

$B = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36}$

الف: $A = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}$ -۱۲۴

ب: $B = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5)\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{3}{1}} = \frac{3 \times 1}{3} = \frac{1}{1}$ -۱۲۵

الف: $S = \{(r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6), (p, 1)$ -۱۲۶

$(p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6)\}$

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12}$

پ: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{12}$

الف: $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ -۱۲۷

$n(A) = \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 12$

$P(A) = \frac{12}{35}$

-۱۰۰ نادرست

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{4}{1}} = \frac{4 \times 3 \times 2}{84} = \frac{2}{7}$ -۱۰۱

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{12 \times 12 \times 12 \times 12} = \frac{1}{12^4}$ -۱۰۲

-۱۰۳ الف: ناسازگار ب: $2 \times 6 = 12$ پ: A'

-۱۰۴ الف: درست ب: درست پ: نادرست

الف: $S = \{(p, p, p), (p, p, d), (p, d, p), (d, p, p),$ -۱۰۵

$(d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (d, d, d)\}$

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{8}$

$A = \{(, 1), (, 2), (, 3), (, 4), (, 5),$ -۱۰۶

$(, 6), (پ, 1), (پ, 2), (پ, 3)\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

-۱۰۷ الف: نادرست ب: درست پ: درست

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ -۱۰۸

$A = \{(6, 4), (4, 6), (5, 5), (6, 6), (6, 5), (5, 6)\}$ -۱۰۹

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

-۱۱۰ درست

عضو $2 \times 2 \times 2 = 8$ -۱۱۱

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{5}{1}} = \frac{5 \times 3 \times 2}{120} = \frac{1}{4}$ -۱۱۲

-۱۱۳ الف: برآمد

$2 \times 2 \times 2 = 8$

$A \cap B$

-۱۱۴ الف: نادرست ب: درست

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{1}}{\binom{5}{1}} = \frac{5 \times 4}{84} = \frac{30}{84}$ -۱۱۵



ب: $B = \{(1, 1)(1, 3)(1, 2)(2, 1)(3, 1)\}$

الف: $S = \{(p, p, p)(p, p, d)(p, d, p)(d, p, p)(d, d, p)(d, p, d)(p, d, d)(d, d, d)\}$ -۱۲۸

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{8}$

الف: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{28}{66}$ -۱۲۹

ب: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{1}\binom{4}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{8 \times 4}{66} = \frac{32}{66}$

بدرشته ضروری دانش آموز:



درس

۳

چرخه آمار در حل مسائل

۱۴۵- نمی‌توان نظری داد، چون گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

۱۴۶- صفر

۱۴۷- نادرست

۱۴۸- تعداد

۱۴۹- الف: گام دوم: طرح و برنامه ریزی

ب: بر روی گام سوم، گام چهارم و گام پنجم اثر می‌گذارد.

۱۵۰- خیر، چون معرف خوبی از جامعه نیستند.

۱۵۱- گزینه ۴

۱۵۲- الف) دامنه تغییرات: $30 = 35 - 5$ ، میانه: ۹

ب) بله، زیرا در بین داده‌ها داده دور افتاده وجود دارد.

۱۵۳- الف: اندازه‌گیری یا سنجش

ب: اندازه

ج: جعبه‌ای

۱۵۴- الف: درست ب: درست ج: نادرست

۱۵۵- اولین

۱۵۶- الف: جعبه‌ای

ب: گرد آوری و پاک سازی داده‌ها

ج: میانگین

۱۵۷- $\bar{x} = \frac{40}{10} = 4$ میانه = $3/5$

۱۵۸- جعبه‌ای

۱۵۹- الف: درست ب: نادرست پ: نادرست ت: درست

۱۶۰- گزینه ۱

۱۶۱- الف: میانه

ب: اولین

ج: بزرگتری

۱۶۲- الف: درست

ب: درست

ج: نادرست

۱۳۰- گام چهارم (تحلیل داده‌ها) (صفحه ۳۴)

۱۳۱- گزینه ۱، (میانگین - انحراف معیار) (۰/۲۵) (صفحه ۳۴)

۱۳۲- (صفحه ۳۵)

۰/۲۵) میانگین = 160 یا $\bar{x} = 160$ ۰/۲۵) انحراف معیار = 5 یا $\sigma = 165 - 160 = 5$

۱۳۳- قسمت الف (۰/۲۵) زیرا شماره تلفن‌ها با رقم اول یکسان، همگی در یک منطقه از

شهر هستند و ساکنین دیگر مناطق این شهر، شانس انتخاب شدن ندارند.

(۵۰) (صفحه ۳۳)

۱۳۴- گزینه ۲: (طرح و برنامه‌ریزی) (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)

۱۳۵- الف) گروه دوم ب) گروه اول ج) گروه اول

هرمورد (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)

۱۳۶- الف) کیفی (اسمی یا ترتیبی) (۰/۲۵)

ب) گام اول (بیان مسئله) (۰/۲۵)

۱۳۷- گزینه ۳ (۰/۲۵)

۱۳۸- خیر (۰/۲۵) زیرا کسانی که در کتابخانه نیستند، شانس حضور در نمونه را ندارند و

چون فقط از افراد کتابخانه، نمونه‌گیری انجام شده است، میانگین داده‌های به دست آمده

(آماره نمونه) بزرگتر از میانگین آن در جامعه آماری (پارامتر جامعه) می‌شود چون افرادی

که اصلاً به کتابخانه نمی‌روند، در نظر گرفته نشده‌اند. (۰/۲۵)

صفحه ۳۳

۱۳۹- درست (۰/۲۵)

۱۴۰- نمودار جعبه‌ای (۰/۲۵)

۱۴۱- گزینه ۱ (نقد و بررسی) (۰/۲۵)

۱۴۲- میانه، معیار گرایش به مرکز مناسب (۰/۲۵) و دامنه میان چارکی، معیار پراکنندگی

مناسب (۰/۲۵) است. چون در میان داده‌ها، دو داده دور افتاده مانند ۳ و ۲۸ وجود دارد.

(۰/۵)

صفحه ۳۴

۱۴۳- الف) گزینه ۴ ب) گزینه ۱

۱۴۴- الف) درست ب) نادرست



یادداشت ضروری دانش آموز:

د: نادرست

۱۶۳- الف: طرح و برنامه ریزی

ب: بیان مسئله

۱۶۴- سوم

۱۶۵- الف: طرح و برنامه ریزی

ب: بحث و نتیجه گیری

۱۶۶- الف: اولین

ب: تعداد

۱۶۷-
$$\text{میانگین} = \frac{۱۹+۱۵+۱۸+۱۷+۱۶+۱۷+۱۶+۱۸+۱۷}{۹} = ۱۷$$

$$IQR = Q_2 - Q_1 = ۱۸ - ۱۶ = ۲$$

$$\text{دامنه تغییرات} = ۱۹ - ۱۵ = ۴$$

۱۶۸- الف: انحراف معیار

ب: کمی

۱۶۹- الف: درست

ب: نادرست

۱۷۰- الف: دامنه میان چارکی

ب: سوم

۱۷۱- اولین گام: بیان مسئله

آخرین گام: بحث و نتیجه گیری

۱۷۲- تعداد

۱۷۳- الف: درست

ب: نادرست

۱۷۴-
$$۳۰, ۴۰, ۵۰, ۶۵, ۷۰, ۷۵, ۱۱۰, ۱۲۰, ۱۳۰$$

$$\text{میانه} = ۷۰$$

$$Q_1 = \frac{۴۰+۵۰}{۲} = ۴۵ \quad Q_2 = \frac{۱۱۰+۱۲۰}{۲} = ۱۱۵$$

۱۷۵- الف: اولین

ب: اندازه جامعه

۱۷۶- الف: طرح و برنامه ریزی

ب: اندازه جامعه

۱۷۷- ب، چون تنوع بیشتری دارد.