www.math-pilevar.com



۸ ۷

سوالات موضوعی نهایی (سمن)

ریاضی و آمار ۳

۷ ۸

مجموعه سؤالات نهایی ریاضی و آمار ۳
پایه دوازدهم رشته ادبیات و علوم انسانی

پاسخ تشریحی

رقیه پیله ور - میکائیل صدقی

بله @pimath روبیکا و تلگرام @pimath1

بسم الله الرحمن الرحیم

سوالات موضوعی نهایی (سمن)

ریاضی و آمار ۳

(۲۹ دوره سوال نهایی)

مؤلفین:

رقیه پیله‌ور نیار

میکائیل صدقی

www.math-pilevar.com

سرشناسه	: پیله‌ور نیار، رقیه، ۱۳۶۰-
عنوان و نام پدیدآور	: سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳/مولفین رقیه پیله‌ور نیار، میکائیل صدقی.
مشخصات نشر	: اردبیل: گونش‌نگار، ۱۴۰۵.
مشخصات ظاهری	: ۱۴۶ ص.: جدول، نمودار ؛ ۲۲ × ۲۹ س‌م.
شابک	: ۹۷۸-۶۲۲-۵۵۱۳-۴۶-۴: ۷۵۰۰۰۰۰ ریال
وضعیت‌فهرست نویسی	: فیپای مختصر
شناسه افزوده	: صدقی، میکائیل، ۱۳۵۳-
شماره‌کتابشناسی ملی	: ۹۳۶۲۰۹۷
اطلاعات رکوردکتابشناسی	: فیپا

- **نام کتاب : سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳**
- **مولفین : رقیه پیله‌ور و میکائیل صدقی**
- **ناشر : انتشارات گونش‌نگار**
- **طراح روجلد : رباب حامدسلطانی**
- **رسم نمودارها : رقیه پیله‌ور و سحر طالبی**
- **نوبت چاپ : ویرایش چهارم، ۱۴۰۵**
- **تیراژ : ۱۰۰۰ جلد**
- **قیمت : ۷۵۰۰۰۰۰ ریال**
- **شابک : ۹۷۸-۶۲۲-۵۵۱۳-۴۶-۴**

آدرس: اردبیـــل، اول خیابان دانشگاه، روبروی اداره مخابرات، انتشارات گونش‌نگار

۰۹۱۴۳۵۸۵۶۲۸ ــ ۰۴۵ -۳۳۵۲۳۳۵۹

www.gunashnegarpub.ir

کلیه حقوق قانونی، مادی و معنوی برای مولفین و ناشر محفوظ است هیچ شخص حقوقی یا حقیقی حق تکثیر تمام یا قسمتی از این مجموعه را ندارد، در صورت مشاهده تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

بله @pimath روبیکا و تلگرام @pimath1

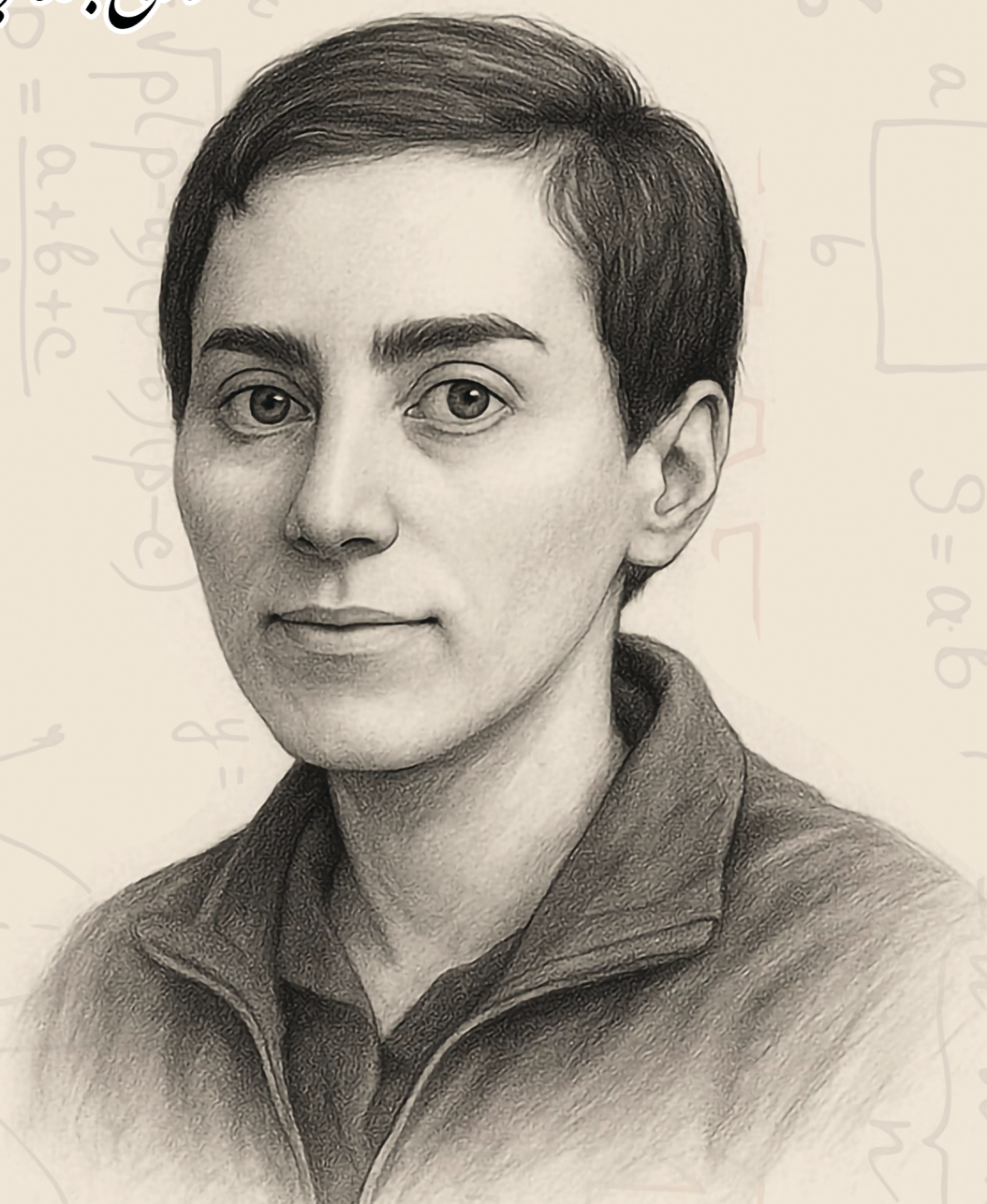
www.math-pilevar.com

تقدیم به

دبیران فرهیخته‌ی ریاضی

و دانش آموزان برتر

و روح بلند مریم میرزاخانی



@pimath بله

روبیکا و تلگرام @pimath1

www.math-pilevar.com

فهرست مطالب

مقدمه ۵

ویدیوهای آموزشی ۷

۱ آمار و احتمال ۱۰

شمارش ۱۱

احتمال ۲۲

چرخه آمار در حل مسائل ۳۶

۲ الگوهای خطی ۴۶

مدلسازی و دنباله ۴۷

دنباله‌های حسابی ۵۵

۳ الگوهای غیر خطی ۶۶

دنباله هندسی ۶۷

ریشه nام و توان گویا ۷۸

تابع نمایی ۸۸

سوالات آزمون هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۵ صبح ۱۲۸

سوالات آزمون هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۵ عصر ۱۳۷

بله @pimath روبیکا و تلگرام @pimath1

مقدمه

کتابی که اکنون در دست دارید، حاصل سال‌ها تدریس، تجربه، تلاش مستمر، و همراهی صمیمانه با دانش‌آموزانی است که در مسیر امتحانات نهایی گام برداشته‌اند. آنچه پیش رو دارید، جامع‌ترین مجموعه‌ی سوالات نهایی ریاضی و آمار ۳ پایه دوازدهم است؛ مجموعه‌ای که تمام سوالات رسمی برگزارشده از نخستین آزمون تا آخرین دوره (دی ۹۷ تا شهریور ۱۴۰۵) را بدون حذف، به‌صورت منظم، دسته‌بندی‌شده و درس‌به‌درس گردآوری کرده‌ایم تا دانش‌آموز با یک منبع کامل و مطمئن روبه‌رو باشد.

این مجموعه، برخاسته از دل کلاس‌های درس است. سال‌ها سوالات را به‌صورت جزوه‌های کلاسی حل و بررسی می‌کردیم، و تجربه نشان داد که کار با سوالات واقعی نهایی، مؤثرترین راه برای کسب نمره‌ی عالی است. با پیشنهاد همکاران ارجمند، این جزوه‌ها شکل کتاب به خود گرفت و خوشبختانه، در دو سال گذشته، با استقبال کم‌نظیری از سوی دبیران و دانش‌آموزان در سراسر کشور همراه شد. همین همراهی ارزشمند، انگیزه‌ای شد تا کتاب را در چاپ‌های بعدی با چینش بهتر، درس‌نامه‌های خلاصه و کاربردی، و طبقه‌بندی دقیق‌تر بازنگری و کامل‌تر کنیم.

در اینجا باید بر نکته‌ای کلیدی تأکید کنم:

به جرأت می‌توانم بگویم این مجموعه، تنها کتابی‌ست که تمام دانش‌آموزان، با هر سطح علمی و در هر نوع مدرسه‌ای، به آن نیاز دارند.

تفاوتی ندارد که در مدرسه‌ای هیأت امنایی، نمونه دولتی، تیزهوشان یا عادی تحصیل می‌کنید؛ تأثیر نمرات نهایی در رتبه‌ی کنکور و تراز علمی برای همگان یکسان است. بنابراین، داشتن منبعی کامل از سوالات نهایی، نه یک انتخاب، بلکه یک ضرورت آموزشی برای همه دانش‌آموزان محسوب می‌شود.

دانش‌آموز عزیز، این کتاب تنها یک مجموعه‌ی سوال نیست؛ نقشه‌ی راهی برای آمادگی کامل، مرور هدفمند، کاهش اضطراب امتحان و رسیدن به نتیجه‌ای مطلوب است. سوالات به ترتیب موضوعات کتاب درسی، همراه با نمره‌بندی، تاریخ برگزاری و نکات مهم جمع‌بندی شده‌اند تا مسیر یادگیری برایت هموارتر شود.

همکار محترم، این کتاب می‌تواند همراه آموزشی مؤثری در کلاس درس باشد. با توجه به ساختار منظم آن، می‌توانید از سوالات به‌عنوان تمرین، آزمون کلاسی، یا تکالیف هدفمند استفاده کنید. بی‌شک، حل این سوالات به‌صورت مستمر در طول سال تحصیلی، نقش مؤثری در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان دارد.

در پایان، از همه‌ی همکاران فرهیخته‌ای که با انتخاب این مجموعه به‌عنوان مرجع کلاس خود، به ما اعتماد کردند، صمیمانه سپاسگزاریم. این همراهی ارزشمند، دلگرمی بزرگی در مسیر تألیف و ارتقای کیفیت این اثر بوده است.

در صورت مشاهده‌ی هرگونه اشکال، پیشنهاد یا اصلاح، لطفاً از طریق وب‌سایت `math-pilevar.ir` ما را در جریان بگذارید تا در چاپ‌های آینده بهبودهای لازم اعمال گردد.

با تشکر: پیله‌ور - صدقی

بله @pimath روبیکا و تلگرام @pimath1

www.math-pilevar.com

math-pilevar.com

نمونه سوالات نهایی که در این کتاب به صورت موضوعی تفکیک شده است عبارتند از:

۱	دی ۹۷
۲	خرداد ۹۸
۳	تیر ۹۸
۴	شهریور ۹۸
۵	دی ۹۸
۶	خرداد ۹۹
۷	خرداد ۹۹ خارج از کشور نوبت صبح
۸	خرداد ۹۹ خارج از کشور نوبت عصر
۹	شهریور ۹۹
۱۰	دی ۹۹
۱۱	خرداد ۱۴۰۰
۱۲	شهریور ۱۴۰۰
۱۳	دی ۱۴۰۰
۱۴	خرداد ۱۴۰۱
۱۵	شهریور ۱۴۰۱
۱۶	دی ۱۴۰۱
۱۷	خرداد ۱۴۰۲
۱۸	شهریور ۱۴۰۲
۱۹	دی ۱۴۰۲
۲۰	خرداد ۱۴۰۳
۲۱	شهریور ۱۴۰۳
۲۲	دی ۱۴۰۳
۲۳	خرداد ۱۴۰۴
۲۴	شهریور ۱۴۰۴
۲۵	دی ۱۴۰۴
۲۶	تیر و مرداد ۱۴۰۵
۲۷	مرداد ۱۴۰۵ (ویژه استان‌های جنوبی)

www.math-pilevar.com

math-pilevar.com

ویدیوهای آموزشی

برای مشاهده ویدیو، کد جلسه مربوطه را اسکن کنید.

جلسه ۱ — فصل ۱

درس ۱: شمارش

مباحث این جلسه

- اصل ضرب
- اصل جمع

جلسه ۲ — فصل ۱

درس ۱: شمارش

مباحث این جلسه

- نماد فاکتوریل
- جایگشت

جلسه ۳ — فصل ۱

درس ۱: شمارش

مباحث این جلسه

- جایگشت‌های مشروط
- اصل ضرب در عددنویسی

جلسه ۴ — فصل ۱

درس ۱: شمارش

مباحث این جلسه

- اصل ضرب در عدد نویسی
- ترکیب

جلسه ۵ — فصل ۱

درس ۱: شمارش

مباحث این جلسه

- مباحث تکمیلی ترکیب
- جمع‌بندی

جلسه ۶ — فصل ۱

درس ۱: شمارش

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۱۰

جلسه ۷ — فصل ۱

درس ۲: احتمال

مباحث این جلسه

- فضای نمونه
- پیشامد

جلسه ۸ — فصل ۱

درس ۲: احتمال

مباحث این جلسه

- اعمال روی پیشامدها

جلسه ۹ — فصل ۱

درس ۲: احتمال

مباحث این جلسه

- محاسبه احتمال یک پیشامد

جلسه ۱۰ — فصل ۱

درس ۲: احتمال

مباحث این جلسه

- مباحث تکمیلی احتمال
- احتمال پیشامد متمم

جلسه ۱۱ — فصل ۱

درس ۲: احتمال

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۲۵

جلسه ۱۲ — فصل ۱

درس ۳: چرخه آمار در حل مسائل

مباحث این جلسه

- چرخه آمار در حل مسائل

www.math-pilevar.com

math-pilevar.com

ویدیوهای آموزشی

برای مشاهده ویدیو، کد جلسه مربوطه را اسکن کنید.

جلسه ۱۳ — فصل ۱

درس ۳: چرخه آمار در حل مسائل

مباحث این جلسه

- واریانس
- انحراف معیار
- نمودار جعبه‌ای
- نمودار دایره‌ای

جلسه ۱۴ — فصل ۱

درس ۳: چرخه آمار در حل مسائل

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۳۹

جلسه ۱۵ — فصل ۲

درس ۱: مدلسازی و دنباله

مباحث این جلسه

- نوشتن جملات دنباله
- پیدا کردن شماره جمله

جلسه ۱۶ — فصل ۲

درس ۱: مدلسازی و دنباله

مباحث این جلسه

- دنباله‌های دوضابطه‌ای
- الگویابی

جلسه ۱۷ — فصل ۲

درس ۱: مدلسازی و دنباله

مباحث این جلسه

- رابطه بازگشتی

جلسه ۱۸ — فصل ۲

درس ۱: مدلسازی و دنباله

مباحث این جلسه

- دنباله‌های خاص
- نمودار دنباله‌ها

جلسه ۱۹ — فصل ۲

درس ۱: مدلسازی و دنباله

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۵۹

جلسه ۲۰ — فصل ۲

درس ۲: دنباله حسابی

مباحث این جلسه

- جمله عمومی دنباله حسابی
- پیدا کردن شماره جمله

جلسه ۲۱ — فصل ۲

درس ۲: دنباله حسابی

مباحث این جلسه

- درج واسطه حسابی

جلسه ۲۲ — فصل ۲

درس ۲: دنباله حسابی

مباحث این جلسه

- رابطه بازگشتی دنباله حسابی
- مجموعه جملات دنباله حسابی

جلسه ۲۳ — فصل ۲

درس ۲: دنباله حسابی

مباحث این جلسه

- مسئله‌های دنباله حسابی

جلسه ۲۴ — فصل ۲

درس ۲: دنباله حسابی

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۷۱

ویدیوهای آموزشی

برای مشاهده ویدیو، کد جلسه مربوطه را اسکن کنید.

جلسه ۲۵ — فصل ۳

درس ۱: دنباله هندسی

مباحث این جلسه

- جمله عمومی دنباله هندسی
- رابطه بازگشتی دنباله هندسی

جلسه ۲۶ — فصل ۳

درس ۱: دنباله هندسی

مباحث این جلسه

- یافتن تعداد جملات یک دنباله هندسی
- سه جمله متوالی دنباله هندسی

جلسه ۲۷ — فصل ۳

درس ۱: دنباله هندسی

مباحث این جلسه

- درجه واسطه هندسی

جلسه ۲۸ — فصل ۳

درس ۱: دنباله هندسی

مباحث این جلسه

- مسائل نیمه عمر
- مجموع جملات دنباله هندسی

جلسه ۲۹ — فصل ۳

درس ۱: دنباله هندسی

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۸۳

جلسه ۳۰ — فصل ۳

درس ۲: ریشه nام و توان گویا

مباحث این جلسه

- یادآوری توان
- ریشه nام

جلسه ۳۱ — فصل ۳

درس ۲: ریشه nام و توان گویا

مباحث این جلسه

- توان‌های گویا

جلسه ۳۲ — فصل ۳

درس ۲: ریشه nام و توان گویا

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۹۳

جلسه ۳۳ — فصل ۳

درس ۳: تابع نمایی

مباحث این جلسه

- تابع نمایی

جلسه ۳۴ — فصل ۳

درس ۳: تابع نمایی

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۱۰۱

جلسه ۳۵ — فصل ۳

درس ۳: تابع نمایی

مباحث این جلسه

- رشد و زوال نمایی

جلسه ۳۶ — فصل ۳

درس ۳: تابع نمایی

مباحث این جلسه

- حل تمرینات صفحه ۱۰۴

۱

آمار و احتمال

شمارش ۱۱
احتمال ۲۲
چرخه آمار در حل مسائل ۳۶

math-pilevar.com

درس ۱

شمارش

خلاصه درسنامه

اصل جمع

اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $m+n$ طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

برای مثال: به چند طریق می‌توان فقط یک خودکار یا یک مداد روان‌نویس را از بین ۱۰ خودکار مختلف، ۶ مداد مختلف و ۴ روان‌نویس مختلف انتخاب کرد؟

پاسخ:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \overset{\text{خودکار}}{\uparrow}۱۰ + \underset{\text{مداد}}{\downarrow}۶ + \overset{\text{روان‌نویس}}{\uparrow}۴ = ۲۰$$

اصل ضرب

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که‌در مرحله اول به m طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام‌پذیر باشند، در کل آن عمل به $m \times n$ طریق انجام‌پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.)

برای مثال: فرض کنید دانشجویی برای انتخاب واحد، می‌خواهد از بین ۴ درس عمومی ارائه شده، یک درس و از بین ۱۰ درس اختصاصی ارائه شده نیز یک درس را انتخاب کند، او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

پاسخ:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \overset{\text{عمومی}}{\uparrow}۴ \times \underset{\text{اختصاصی}}{\downarrow}۱۰$$

نماد فاکتوریل

برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده می‌کنیم.

$$n! = n \times (n-۱) \times (n-۲) \times \cdots \times ۱$$

$$(n+۱)! = (n+۱) \times n \times (n-۱) \times \cdots \times ۱$$

عبارت‌های زیر پرکاربرد هستند

$۰! = ۱$	$۱! = ۱$	$۲! = ۲$	$۳! = ۶$	$۴! = ۲۴$	$۵! = ۱۲۰$	$۶! = ۷۲۰$

بله @pimath
روبیکا و تلگرام @pimath1

نکته: طبق قرارداد داریم: $\boxed{۱! = ۱}$, $\boxed{۰! = ۱}$.

تکنیک ساده کردن کسرهای شامل فاکتوریل

همیشه فاکتوریل بزرگ‌تر را به فاکتوریل کوچک‌تر برسانید و سپس ساده کنید.

برای مثال: $\frac{۸!}{۵!۳!} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۵! \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۸ \times ۷ = ۵۶$

جایگشت

هر حالت از کنار هم قرار دادن n شیء متمایز را یک جایگشت nتایی از آن اشیاء می‌نامیم.

$\boxed{\text{جایگشت } n \text{ شیء متمایز} = n!}$

برای مثال: با حروف کلمه «آپلود» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که: (در این گونه سوالات، با معنی یا بی‌معنی بودن کلمات مهم نیست.)

الف) تکرار حروف مجاز باشد. ب) تکرار حروف غیرمجاز باشد.

الف) $\boxed{۵}\boxed{۵}\boxed{۵}\boxed{۵}\boxed{۵} \Rightarrow$ تعداد کل کلمات $= ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۵^۵$

ب) $\boxed{۱}\boxed{۲}\boxed{۳}\boxed{۴}\boxed{۵} \Rightarrow$ تعداد کل کلمات $= ۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ = ۵! = ۱۲۰$

مثال

با حروف کلمه «answer» و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت؟ ج) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت که با a شروع و به r ختم شوند؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان ساخت؟

الف) $\boxed{۶}\boxed{۵}\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۲}\boxed{۱} \Rightarrow$ تعداد کلمات خواسته شده $= ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۷۲۰$

ب) $\boxed{۶}\boxed{۵}\boxed{۴}\boxed{۳} \Rightarrow$ تعداد کلمات مطلوب $= ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۳۶۰$

ج) $\boxed{۱}\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۲}\boxed{۱} \Rightarrow$ تعداد کلمات مطلوب $= ۱ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$

نکته: نکات ساختن اعداد

مثل زوج بودن، فرد بودن، کوچکتر یا بزرگتر از یک عدد خاص بودن و غیره.

برای حل سوالات به نکات زیر توجه کنید:

۱) عددی زوج است که یکان آن (رقم سمت راست آن) زوج باشد یعنی ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد.

۲) عددی فرد است که یکان آن، فرد باشد یعنی ۱ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹ باشد.

۳) عددی مضرب ۵ هست که یکان آن صفر یا ۵ باشد.

۴) در ساختن اعداد، اولین رقم سمت چپ، نمی‌تواند صفر باشد ولی مثلاً در ساختن رمز گاوصندوق می‌شود از صفر هم در اولین رقم سمت چپ، استفاده کرد.

برای مثال: با ارقام ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد ۶ رقمی می‌توان ساخت؟

ب) چند عدد ۵ رقمی زوج می‌توان ساخت؟

ج) چند عدد ۴ رقمی فرد می‌توان ساخت؟

د) چند عدد ۳ رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰ می‌توان ساخت؟

ه) چند عدد ۳ رقمی کوچک‌تر از ۵۰۰ می‌توان ساخت؟

و) چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت که یکان آن، عددی اول باشد؟

الف) ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ ⇒ جواب = ۶!

ب) ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۳ ⇒ جواب = ۵ × ۴ × ۳ × ۲ × ۳ = ۳۶۰

ج) ۵ | ۴ | ۳ | ۳ ⇒ جواب = ۵ × ۴ × ۳ × ۳ = ۱۸۰

د) ۴ | ۵ | ۴ ⇒ جواب = ۴ × ۵ × ۴ = ۸۰

ه) ۳ | ۵ | ۴ ⇒ جواب = ۳ × ۵ × ۴ = ۶۰

و) ۵ | ۴ | ۳ | ۴ ⇒ جواب ۵ × ۴ × ۳ × ۴ = ۲۴۰

استراتژی ساختن اعداد زوج یا مضرب ۵ وقتی رقم صفر جزء ارقام داده شده باشد

اگر بخواهیم اعداد زوج (مضرب ۲) یا اعداد مضرب ۵ بسازیم و در ارقام داده شده، صفر هم وجود داشته باشد و ضمناً تکرار ارقام هم غیرمجاز باشد باید دوبار، خانه‌ها را رسم کنیم در **حالت اول، یکان صفر باشد** و در **حالت دوم یکان صفر نباشد** بعد از پر کردن خانه‌ها جواب‌های این دو حالت رو با هم جمع می‌کنیم. توجه کنید که اگر تکرار ارقام مجاز باشد و نیازی به دو حالت جداگانه نداریم.

برای مثال: با ارقام ۷ و ۶ و ۵ و ۳ و ۲ و ۰ چند عدد زوج ۴ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

• روش اول:

۱ | ۳ | ۴ | ۵ ⇒ جواب = ۵ × ۴ × ۳ × ۱ = ۶۰ حالت اول (یکان صفر باشه)

۲ | ۳ | ۴ | ۴ ⇒ جواب = ۴ × ۴ × ۳ × ۲ = ۹۶ حالت دوم (یکان صفر نباشه)

طبق اصل جمع ⟵ جواب نهایی = ۶۰ + ۹۶ = ۱۵۶

• روش دوم: اصل متمم

تعداد حالت‌های نامطلوب − تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌های مطلوب

۳ | ۴ | ۵ | ۵ ⇒ تعداد کل اعداد ۴ رقمی (بدون تکرار رقم) = ۵ × ۵ × ۴ × ۳ = ۳۰۰

۳ | ۳ | ۴ | ۴ ⇒ تعداد کل اعداد ۴ رقمی فرد (بدون تکرار رقم) = ۴ × ۴ × ۳ × ۳ = ۱۴۴

تعداد اعداد زوج ۴ رقمی = تعداد اعداد ۴ رقمی − تعداد اعداد فرد ۴ رقمی = ۳۰۰ − ۱۴۴ = ۱۵۶

ترتیب

تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز را با نماد $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم و از رابطه‌زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!} \quad , \quad (n \geq r)$$

در رابطه بالا، ترتیب بین اشیاء مهم است و با جابجایی آن‌ها، حالت‌های مختلفی درست می‌شود.

مثال

در یک مسابقه دوی ۱۰۰ متر ۵ شرکت‌کننده با هم رقابت می‌کنند به چند حالت می‌توان به ۳ نفر اول جایزه داد؟ (جایزه‌ها با هم متفاوت است.)

روش اول:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$$

روش دوم:

رتبه اول ↑ [۵] رتبه دوم ↑ [۴] رتبه سوم ↑ [۳] $\Rightarrow$ تعداد حالت‌ها $= 5 \times 4 \times 3 = 60$

ترکیب

تعداد راه‌های انتخاب r شیء از n شیء متمایز را ترکیب می‌گوییم که با $C(n,r)$ نمایش می‌دهیم و از رابطه مقابل محاسبه می‌شود.

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

در این رابطه، ترتیب بین اشیاء مهم نیست.

برای مثال: اگر بخوایم ۳ کتاب رو از بین ۷ کتاب انتخاب کرده و به دوستمون هدیه بدیم باید از ترکیب استفاده کنیم

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 6} = 35$$

	ترتیب مهم نیست	ترتیب مهم است
کلمات کلیدی در سوال	۱) ساختن یک گروه یا تیم ۲) انتخاب تعدادی شیء و خارج کردن آن‌ها... ۳) تعداد زیرمجموعه	۱) چیدن تعدادی شیء ۲) ساختن عددهای چند رقمی با کمک رقم‌های داده شده ۳) ساختن کلمه با حروف داده شده. ۴) برداشتن اشیا به ترتیب از یک ظرف (تا تمام شود...)
محاسبه کن با ...	ترکیب $\binom{n}{r}$	فاکتوریل و اصل ضرب

روابطی که محاسبات ترکیب را سریع‌تر می‌کنند

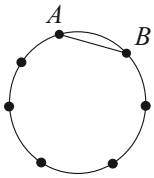
فرمول	$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$	$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$	$\binom{n}{n-1} = n$	$\binom{n}{1} = n$	$\binom{n}{n} = 1$	$\binom{n}{0} = 1$
مثال	$\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$	$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$	$\binom{8}{7} = 8$	$\binom{8}{1} = 8$	$\binom{8}{8} = 1$	$\binom{5}{0} = 1$

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر $\binom{n}{r}$ است.

برای مثال: تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی از مجموعه $\{a,b,c,d,e\}$ برابر می‌شود با: $\binom{5}{4} = 5$

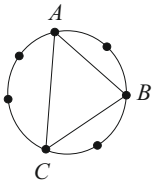
برای مثال: با ۷ نقطه روی محیط یک دایره، چند پاره‌خط و چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که نقاط داده شده دو سر پاره‌خط یا رأس‌های مثلث باشند؟

برای رسم پاره‌خط به دو نقطه نیاز داریم:



$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها (وترها)} = \binom{۷}{۲} = \frac{۷\times۶}{۲} = ۲۱$$

برای رسم مثلث به ۳ نقطه نیاز داریم:



$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{۷}{۳} = \frac{۷\times۶\times۵}{۶} = ۳۵$$

تکنیک حداقل و حداکثر!

۱) گروهی با حداقل k عضو: یعنی گروه k نفره، $k+۱$ نفره، $k+۲$ نفره و ... را جدا جدا حساب کنید و با هم جمع کنید و تا موقعی جلو بروید که گروه تکمیل شود یا تعداد افراد تمام شوند.

۲) گروهی با حداکثر k عضو: یعنی گروه kنفره، $k-۱$ نفره، $k-۲$ نفره و ... را جدا جدا حساب کنید و با هم جمع کنید و تا گروه صفر نفره پیش بروید... به صورت خلاصه: لااقل k تا یعنی k نفر را حساب کنید و بروید بالا و حداکثر k نفر هم، یعنی k نفر را بگیرید و بروید پایین ...

برای مثال: به چند طریق می‌توان از بین ۵ مرد و ۴ زن، ۶ نفر را انتخاب کرد. به طوری که:

الف) حداکثر ۳ زن باشد؟

ب) حداقل ۳ زن باشد؟

پاسخ: الف) حداکثر ۳ زن، یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ زن:

$$\binom{۴\text{ زن}}{۳}\binom{۵\text{ مرد}}{۳} + \binom{۴\text{ زن}}{۲}\binom{۵\text{ مرد}}{۴} + \binom{۴\text{ زن}}{۱}\binom{۵\text{ مرد}}{۵} = ۴۰ + ۳۰ + ۴ = ۷۴$$

ب) حداقل ۳ زن، یعنی ۳ یا ۴ زن:

$$\binom{۴\text{ زن}}{۳}\binom{۵\text{ مرد}}{۳} + \binom{۴\text{ زن}}{۴}\binom{۵\text{ مرد}}{۲} = ۴۰ + ۱۰ = ۵۰$$

سوالات نهایی

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. ۱) تعداد حالت‌های چیدن سه کتاب متمایز در یک قفسه، برابر ۶ است. (دی ۱۴۰۴) ۲) حاصل عبارت $۴!$ برابر ۲۴ است. (تیر و مرداد ۱۴۰۵) ۳) تعداد کل جایگشت‌های ۵ شیء متمایز برابر $۵!$ است. (خرداد ۱۴۰۴) ۴) برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $۰! = ۱$ و $۱! = ۱$ تعریف می‌کنیم. (دی ۱۴۰۲) ۵) تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است. (خرداد ۱۴۰۲) ۶) حاصل $\frac{۸!}{۴!}$ برابر $۲!$ است. (خرداد ۱۴۰۱) ۷) تساوی $\frac{۶!}{۳!} = ۲!$ همواره برقرار است. (خرداد ۱۳۹۹)	هر مورد ۰/۲۵	

۸) پیش‌بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده تصادفی است. (خرداد ۱۳۹۹ «خارج») ۰/۲۵

۹) برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $۰! = ۱$ و $۱! = ۱$ تعریف می‌کنیم. (شهریور ۱۳۹۹) ۰/۲۵

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. هر مورد ۰/۲۵

۱) حاصل عبارت $۰! \times ۲!$ برابر ..... است. (مرداد ۱۴۰۵)

۲) حاصل عبارت $\frac{۰! \times ۴!}{۲!}$ برابر ..... است. (دی ۱۴۰۳)

۳) حاصل $۱! + ۴!$ برابر است با ..... . (شهریور ۱۴۰۳)

۴) حاصل $۲! + ۳!$ برابر است با ..... . (شهریور ۱۴۰۲)

۵) تعداد جایگشت‌های مختلف ۴ کتاب متمایز ..... می‌باشد. (دی ۱۴۰۱)

۶) حاصل $\frac{۵!}{۳!}$ برابر..... است. (شهریور ۱۴۰۱)

۷) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۷ شیء متمایز را یک جایگشت..... از آن ۷ شیء می‌نامیم. (دی ۱۴۰۰)

۸) هر حالت از کنارهم قرار گرفتن ۵ شی متمایز را یک ..... از آن ۵ شی می‌نامیم. (شهریور ۱۴۰۰)

۹) در ..... انتخاب r شی از بین n شی، جابجایی اشیا اهمیت ندارد. (شهریور ۱۴۰۰)

۱۰) مقدار $\frac{۰!}{۱!}$ برابر..... است. (شهریور ۱۴۰۰)

۱۱) برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت ..... $= ۰!$ تعریف می‌کنیم. (خرداد ۱۴۰۰)

۱۲) اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به ..... طریق انجام پذیر است. (خرداد ۱۴۰۰)

۱۳) تعداد جایگشت‌های nتایی از n شی متمایز، برابر است با..... (شهریور ۱۳۹۸، خرداد ۱۳۹۹ خارج، دی ۱۳۹۹، خرداد ۱۴۰۰)

۱۴) به ..... طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب انتخاب و در یک قفسه بچینیم. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۱۵) مجموعه $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ دارای ..... زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۱۶) حاصل عبارت $\binom{۹}{۶}$ برابر..... می‌باشد. (شهریور ۱۳۹۸)

۳ گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) اگر تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر ۱۲۰ باشد، n کدام است؟ (دی ۱۴۰۳) ۰/۲۵

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

ب) تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از مجموعه $A = \{۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ که شامل عدد ۷ باشد، کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۳) ۰/۲۵

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

پ) حاصل $\frac{۶!}{۳!}$ کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۰) ۰/۲۵

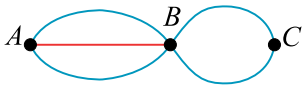
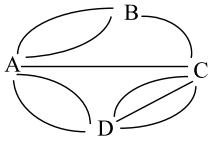
۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۳۵

ت) با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟ (خرداد ۱۴۰۰) ۰/۲۵

۱) ۴۲ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۵۶

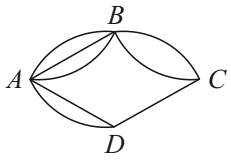
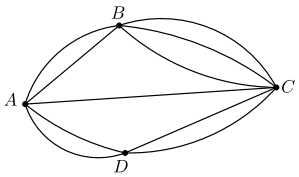
ث) حاصل عبارت $p(۲, ۲)$ کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۰) ۰/۲۵

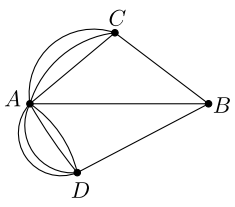
۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۴

۴	به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید. الف) با حروف کلمه «مدرسه» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۵ حرفی (با معنی یا بی‌معنی) می‌توان نوشت که به «م» ختم شود؟ ب) مجموعه $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ چند زیر مجموعه سه عضوی و شامل عدد ۴ دارد؟	۰/۵	دی ۱۴۰۴
۵	با ارقام ۱، ۲، ۴، ۶، ۸ و ۹ (بدون تکرار ارقام) چند عدد چهار رقمی و بزرگ‌تر از ۸۰۰۰ می‌توان نوشت؟	۱/۲۵	دی ۱۴۰۴
۶	به سؤال زیر پاسخ کوتاه دهید. مریم ۴ کیف و ۵ کفش دارد. برای رفتن به مهمانی به چند طریق می‌تواند کیف و کفش خود را انتخاب کند؟	۰/۵	تیر و مرداد ۱۴۰۵
۷	با ارقام $۹,۸,۶,۵,۴,۲$ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)	۱	تیر و مرداد ۱۴۰۵
۸	الف) بین سه شهر A، B و C مطابق شکل زیر مسیرهایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان نامه‌ای را از شهر A به شهر C ارسال کرد؟ ب) تعداد زیرمجموعه‌هایی ۲ عضوی از مجموعه $A=\{a,b,c,d,e\}$ را بنویسید. 	۱	مرداد ۱۴۰۵
۹	با حروف کلمه «سرزمین» و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی‌معنی) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان ساخت؟	۱	مرداد ۱۴۰۵
۱۰	به سوال زیر پاسخ کوتاه دهید. مجموعه $A=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۴
۱۱	با ارقام ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳، چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)	۱	شهریور ۱۴۰۴
۱۲	با ارقام $۰,۱,۲,۳,۴$ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟	۱	خرداد ۱۴۰۴
۱۳	مجموعه $A=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸\}$ چند زیر مجموعه چهار عضوی دارد؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۴
۱۴	بین چهار شهر A,B,C,D مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A بدون عبور از شهر B به شهر C سفر کرد؟ 	۱	دی ۱۴۰۳

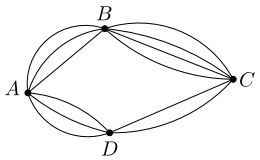
www.math-pilevar.com

math-pilevar.com

۱۵	با حروف کلمه "گلستان" و بدون تکرار حروف (با معنی یا بدون معنی) الف) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟ ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که با حرف "گ" شروع و به حرف "ن" ختم شود؟	۱/۵	دی ۱۴۰۳
۱۶	مجموعه $A=\{۱,۲,۵,۶,۷\}$ مفروض است. الف) با ارقام موجود در مجموعه A، چند عدد سه رقمی فرد و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟ ب) مجموعه A چند زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی دارد؟	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۷	مطابق شکل زیر، میان چهارشهر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر B به شهر D سفر کرد؟ 	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۳
۱۸	با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی و مضرب ۵ می‌توان نوشت؟	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۳
۱۹	دانش‌آموزی برای مطالعه به کتابخانه مدرسه می‌رود، او از بین ۴ کتاب روان‌شناسی، ۳ کتاب جغرافی و ۵ کتاب ریاضی به چند طریق می‌تواند: الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند. ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب روان شناسی و یک کتاب جغرافی انتخاب نماید.	۱/۵	دی ۱۴۰۲
۲۰	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟	۱/۵	دی ۱۴۰۲
۲۱	میان چهار شهر A، B، C و D، راه‌هایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟ 	۱	شهریور ۱۴۰۲
۲۲	با حروف کلمه «کوهستان» و بدون تکرار حروف: (بامعنی و بی معنی) الف) چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟ ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که با «ک» شروع و به «س» ختم شوند؟	۱.۵	شهریور ۱۴۰۲
۲۳	با ارقام ۳، ۲، ۷، ۹، ۴ و ۸ چند عدد سه رقمی زوج، بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۲

۲۴	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی زوج می‌توان نوشت؟	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲۵	مجموعه $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ را در نظر بگیرید: الف) A چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ ب) A چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل دو عضو c و b می‌باشد؟	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲۶	علی سه کتاب علمی و ۴ کتاب داستانی دارد. او می‌خواهد از بین کتاب‌هایش، یک کتاب علمی و یک کتاب داستانی به دوستش هدیه دهد. او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۱
۲۷	با ارقام ۱ تا ۹ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۱	شهریور ۱۴۰۱
۲۸	مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت $\binom{5}{3}$ باشد.	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۹	با حروف کلمه «مهرسان» و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی معنی): الف) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت. ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که با «م» شروع شوند.	۲	دی ۱۴۰۰
۳۰	می‌خواهیم از بین ۲ سیب، ۳ کیوی و ۴ نارنگی یک میوه انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم این میوه را انتخاب کنیم؟	۱	دی ۱۴۰۰
۳۱	از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می‌توان: الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد. ب: یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۳۲	با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۱	شهریور ۱۴۰۰
۳۳	بین چهار شهر A , B , C , D مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟ 	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰

math-pilevar.com

۳۴	مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می‌تواند: الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟ ب: یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟	۱/۵	دی ۹۹
۳۵	با ارقام ۹، ۷، ۴، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۱	دی ۹۹
۳۶	به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب مختلف، انتخاب کرد؟	۰/۷۵	خرداد ۹۹
۳۷	با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟	۱	خرداد ۹۹
۳۸	به چند طریق می‌توان ۳ توپ همرنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟	۱	خرداد ۹۹
۳۹	روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟	۱	خرداد ۹۹
۴۰	مطابق شکل زیر بین شهرهای A, B, C, D راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟ 	۱	خرداد ۹۹
۴۱	به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستمان هدیه بدهیم؟	۱	خرداد ۹۹
۴۲	با حروف کلمه "خورشید" و بدون تکرار حروف (بامعنی یا بی معنی) الف: چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که به "د" ختم شوند؟ ب: چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که با " ی" شروع و به "خ" ختم شوند؟	۲	شهریور ۹۹
۴۳	می خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون یک خودرو انتخاب کنیم، به چند طریق می‌توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟	۱	شهریور ۹۹
۴۴	مجموعه ۸ عضوی $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد؟ (تکرار در خرداد ۱۳۹۸)	۱	شهریور ۹۹
۴۵	در منوی یک رستوران ۳ نوع غذا و ۵ نوع دسر وجود دارد. به چند طریق می‌توان یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟	۰/۵	تیر ۹۸

۴۶	با توجه به ارقام ۲ و ۸ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ به سوالات زیر پاسخ دهید. (بدون تکرار ارقام) الف:چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت؟ ب: چند عدد ۵ رقمی فرد می‌توان نوشت؟ ج: چند عدد ۴ رقمی، که رقم یکان آن فقط عدد ۸ باشد، می‌توان نوشت؟	۱/۵	تیر ۹۸
۴۷	با حروف کلمه"ولایت" و بدون تکرار حروف (بی معنی با معنی) الف: چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت؟ ب: چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که با "ل" شروع و به "و" ختم شوند؟	۱	تیر ۹۸
۴۸	به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب کنیم؟	۱	شهریور ۹۸
۴۹	به چند طریق می‌توان با ارقام ۱ تا ۷ عددی چهار رقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست.)	۱	شهریور ۹۸
۵۰	مجموعه پنج عضوی $\{1,2,4,6,8\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟	۲	دی ۹۸
۵۱	ارقام ۱ تا ۹ مفروض اند. بدون تکرار ارقام الف: چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟ ب: چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟	۲	دی ۹۷

یادداشت ضروری دانش‌آموز:

www.math-pilevar.com

درس ۲

احتمال

خلاصه درسنامه

♦ پدیده‌های تصادفی

پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از رخ دادنشان، به طور قطعی مشخص نیست، **پدیده‌های تصادفی** (آزمایش‌های تصادفی) نام دارند.

♦ مفهوم برآمد

به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، یک برآمد گفته می‌شود.

برای مثال: در پرتاب یک تاس، تمام برآمدها عبارتند از ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ یا در پرتاب یک سکه، برآمدها عبارت است از: رو، پشت

♦ پدیده‌های قطعی

به آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از انجام آزمایش به طور قطعی مشخص باشد آزمایش یا پدیده‌های قطعی (حتمی) گفته می‌شود.

برای مثال: اگر داخل یک لیوان آب، سنگی را بندازیم، قبل از انجام آزمایش می‌دانیم که سنگ، داخل آب حل نمی‌شود.

♦ فضای نمونه

همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای رو تشکیل می‌دهند که به آنها، فضای نمونه گفته می‌شود و آن را با حرف S نشان می‌دهیم.

برای مثال: در پرتاب یک تاس، فضای نمونه به صورت مقابل است:

تعداد عضوهای مجموعه S رو با نماد $n(S)$ نمایش می‌دهیم پس در پرتاب یک تاس $n(S) = ۶$ است. $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$

❖ فضاهای نمونه‌ای معروف

پدیده تصادفی	پرتاب n سکه با هم یا پرتاب n بار یک سکه	پرتاب دو تاس با هم یا پرتاب دو بار یک تاس	پرتاب یک سکه و یک تاس با هم	حالت‌های جنسیت در خانواده‌ای با n فرزند	انتخاب n شیء از یک گروه mتایی
تعداد اعضای S	۲^n	۳۶	۱۲	۲^n	$\binom{m}{n}$

برای مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

- روش اول: نوشتن اعضای فضای نمونه

$S = \{(ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\} \Rightarrow n(S) = ۱۲$

- روش دوم (استفاده از اصل ضرب)

سکه دو حالت و تاس شش حالت داره، بنابراین فضای نمونه آزمایش، طبق اصل ضرب به این صورت است. $n(S) = ۲ \times ۶ = ۱۲$

♦ **پدیده یا آزمایش تصادفی** $(0 < P(A) < 1)$

به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از اجرای آزمایش به طور قطع مشخص نیست، پدیده یا **آزمایش تصادفی** گفته می‌شود. در پدیده‌های تصادفی از همه نتیجه‌های ممکن اطلاع داریم، اما از اینکه کدام حالت قطعاً رخ می‌دهد، اطمینان نداریم.

♦ **پدیده یا آزمایش قطعی** $(P(A) = 1)$

به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن قبل از انجام آزمایش مشخص است، **آزمایش‌های قطعی** می‌گوییم.

♦ **پدیده غیرممکن** $(P(A) = 0)$

پدیده‌هایی که امکان وقوع آن‌ها اصلاً وجود ندارد.

مثال

۱. یک تاس را پرتاب می‌کنیم پیشامدهای زیر را بنویسید و تعداد اعضای آن‌ها را مشخص کنید:

الف) عدد رو شده، اول باشد.

ب) عدد رو شده، مربع کامل باشد.

ج) عدد رو شده، حداقل ۴ باشد.

د) عدد رو شده، حداکثر ۳ باشد.

پاسخ: وقتی یک تاس رو میندازیم S برابر است با: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ حالا پیشامدهای خواسته شده رو باید از S انتخاب کنیم.

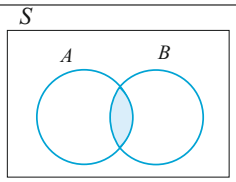
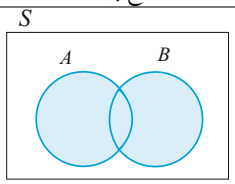
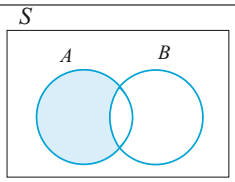
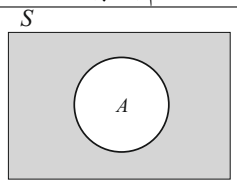
الف) $A = \{2,3,5\} \Rightarrow n(A) = 3$ (اعداد اول)

ب) $B = \{1,4\} \Rightarrow n(B) = 2$ (اعداد مربع کامل)

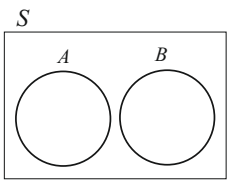
ج) $C = \{4,5,6\} \Rightarrow n(C) = 3$ (اعداد حداقل ۴)

د) $D = \{1,2,3\} \Rightarrow n(D) = 3$ (اعداد حداکثر ۳)

اعمال روی پیشامدها

نمایش	$A \cap B = \{x \in S \mid x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cup B = \{x \in S \mid x \in A \vee x \in B\}$	$A - B = \{x \in S \mid x \in A \wedge x \notin B\}$	$A' = \{x \in S \mid x \notin A\}$
نام فارسی	اشتراک پیشامدها	اجتماع پیشامدها	تفاضل پیشامدها	متمم یک پیشامد
نمایش هندسی				
توصیف فارسی	پیشامد A و B همزمان رخ دهند.	حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهند. (A یا B یا هردو)	پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد. (فقط A رخ دهد.)	پیشامد A رخ ندهد.

♦ پیشامدهای ناسازگار: اگه دو پیشامد A و B هیچ اشتراکی نداشته باشند می‌گوییم ناسازگارند:



$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$

اگر A و B ناسازگار باشند می‌توان گفت: $\begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$

مثال

روی ۱۰ کارت یکسان، شماره‌های ۱ تا ۱۰ نوشته شده است، پیشامد A، B و C به صورت زیر هستند:

$A=\{\text{اعداد اول}\}$, $B=\{\text{اعداد مضرب ۴}\}$, $C=\{\text{اعداد مربع کامل}\}$

الف) آیا A و B ناسازگارند؟ B و C چطور؟

ب) پیشامدهای $A\cup B$، $B\cup C$، $A-B$ را با اعضا مشخص کنید.

پاسخ:

$S=\{۱,۲,۳,\dots,۱۰\}$

$A=\{۲,۳,۵,۷\}$, $B=\{۴,۸\}$, $C=\{۱,۴,۹\}$

الف) مجموعه‌های A و B اشتراکی‌باهم ندارند. پس ناسازگارند ولی B و C در عضو ۴ مشترکند پس سازگار هستند.

ب) $A-B=\{۲,۳,۵,۷\}$, $B\cup C=\{۱,۴,۸,۹\}$, $A\cup B=\{۲,۳,۴,۵,۷,۸\}$

احتمال رخ دادن یک پیشامد

فرض کنید S یک فضای نمونه قابل شمارش (متناهی) برای یک پدیده تصادفی باشه در این صورت، احتمال وقوع پیشامد A رو به صورت $P(A)$ نشان می‌دهیم و حاصل آن را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم.

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{تعداد عضوهای پیشامد } A}{\text{تعداد عضوهای فضای نمونه}} : \text{احتمال رخ دادن پیشامد } A$$

توجه کنید که عدد احتمال، همیشه بین صفر و یک خواهد بود؛ یعنی $\boxed{۰\le P(A)\le ۱}$.

اگر $\boxed{A=\emptyset \text{ باشد } P(A)=۰}$ و اگر $\boxed{A=S \text{ باشد } P(A)=۱}$ است.

مثلاً در پرتاب یک تاس، احتمال اینکه عدد ظاهر شده ۷ باشد، برابر صفره؛ همچنین احتمال اینکه عدد ظاهر شده، کوچک‌تر از ۷ باشد، برابر ۱ خواهد بود.

مثال

اعداد ۱ تا ۱۰ را روی ۱۰ کارت مختلف نوشته، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه:

الف) عدد ظاهر شده، زوج باشد.

ب) عدد ظاهر شده، فرد و اول باشد.

ج) عدد ظاهر شده، زوج یا بزرگ‌تر از ۴ باشد.

$$S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰\}\Rightarrow n(s)=۱۰$$

الف: $A=\{۲,۴,۶,۸,۱۰\}\Rightarrow n(A)=۵\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}\Rightarrow P(A)=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$

ب: $B=\{۳,۵,۷\}\Rightarrow n(B)=۳\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۱۰}$

ج: $C=\underbrace{\{۲,۴,۶,۸,۱۰}_{\text{اعداد زوج}},\underbrace{۵,۶,۷,۸,۹,۱۰\}}_{\text{اعداد بزرگ‌تر از ۴}}=\underbrace{\{۲,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰\}}_{\substack{\text{اعداد ۸ و ۱۰ تکراری بودند.}\\ \text{پس فقط یکبار}\\ \text{آنها را می‌نویسیم}}}\Rightarrow n(C)=۸\Rightarrow P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{۸}{۱۰}=\frac{۴}{۵}$

math-pilevar.com

محاسبه احتمال به کمک پیشامد متمم

اگه $P(A)$ احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه S باشد، در این صورت احتمال رخ ندادن این پیشامد را با $P(A')$ نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$P(A)+P(A')=1 \Rightarrow \begin{cases} P(A')=1-P(A) \\ P(A)=1-P(A') \end{cases}$$

برای مثال: احتمال اینکه فردا باران بیاید $\frac{1}{3}$ است. احتمال اینکه فردا باران نیاید چقدر است؟

$$P(A')=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

تذکر: کلمات لااقل، حداقل، نباشد و حداکثر نشانه متمم مجموعه است، یعنی متمم حالت خواسته شده را حساب و از ۱ کم می‌کنیم.

برای مثال: در یک ظرف ۵ گوی قرمز از ۱ تا ۵ و چهار گوی آبی از ۱ تا ۴ قرار دارند، به طور تصادفی از هر رنگ یک گوی خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل شماره یکی از آن‌ها ۲ است؟

$$n(S)=\underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{قرمز}}\times\underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{آبی}}=5\times4=20$$

لااقل شماره یکی از آن‌ها ۲ باشد، متمم آن یعنی، اصلاً ۲ نباشد و اعداد دیگر باشند:

$$n(A')=\underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{قرمز}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{آبی}}=4\times3=12 \Rightarrow P(A')=\frac{12}{20} \Rightarrow P(A)=1-\frac{12}{20}=\frac{20-12}{20}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$$

محاسبه احتمال رخ دادن $A\cup B$

اگه A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه S باشن فرمول مقابل نحوه محاسبه $P(A\cup B)$ را نشان میدهد.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

البته اگه A و B ناسازگار باشند $A\cap B$ برابر $\varnothing$ خواهد بود و در نتیجه داریم: $P(A\cap B)=0$

پس در این حالت فرمول بالا به شکل $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ تبدیل خواهد شد.

مثال

با فرض آن که $P(A')=\frac{3}{5}$ و $P(B')=\frac{1}{2}$ و همچنین $P(A\cap B)=\frac{3}{8}$ باشند، حاصل $P(A\cup B)$ را بدست آورید.

پاسخ: ما به $P(A)$ و $P(B)$ احتیاج داریم پس باید حساب کنیم.

$$P(A)=1-P(A')=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5} \quad , \quad P(B)=1-P(B')=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{1}{2}-\frac{3}{8}=\frac{16+20-15}{40}=\frac{21}{40}$$

استراتژی محاسبه احتمال در مسائل تاریخ تولد

بعضی سوال در مورد ارتباط زمان تولد چند نفر با هم صحبت می‌کنید در این جور سوالات باز هم از اصل ضرب استفاده می‌کنیم یعنی به تعداد آدم‌ها خانه‌های خالی می‌کشیم و با توجه به متن سوال، آن‌ها را پر می‌کنیم. اینجا هم اگر کلمه لااقل دیدید یعنی از پیشامد متمم باید استفاده کنید.

مثال

خانواده‌ای ۳ فرزند دارد با چه احتمالی:

الف) هر ۳ نفر در فصل بهار متولد شده‌اند؟

ب) هر ۳ نفر در یک فصل متولد شده‌اند؟

ج) ۳ نفر در فصل‌های مختلف متولد شده‌اند؟

د) حداقل ۲ نفرشان در یک فصل به دنیا آمده‌اند؟

پاسخ: هر سال ۴ فصل دارد. پس تعداد عضوهای فضای نمونه برابر با:

$$n(S) = \overset{\text{نفر اول}}{\boxed{۴}} \times \overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{۴}} \times \overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{۴}} = ۴ \times ۴ \times ۴$$

الف) برای هر ۳ نفر، فقط یک انتخاب (حالت) وجود دارد:

$$\overset{\text{نفر اول}}{\boxed{۱}} \quad \overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{۱}} \quad \overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{۱}} \Rightarrow n(A) = ۱ \times ۱ \times ۱ = ۱ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱}{۴ \times ۴ \times ۴} = \frac{۱}{۶۴}$$

ب) نفر اول برای به دنیا آمده ۴ تا انتخاب دارد. ولی نفرات بعدی فقط ۱ انتخاب دارند یعنی باید از فصل تولد نفر اول تبعیت کنند

$$\underbrace{\overset{\text{نفر اول}}{\boxed{۴}}}_{\substack{\text{بهار}\\ \text{تابستان}\\ \text{پاییز}\\ \text{زمستان}}} \quad \underbrace{\overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{۱}} \quad \overset{\text{نفر سوم}}{\boxed{۱}}}_{\substack{\text{همون فصل}\\ \text{که نفر اول}\\ \text{به دنیا}\\ \text{آمده است}}} \Rightarrow n(A) = ۴ \times ۱ \times ۱ = ۴ \Rightarrow P(A) = \frac{۴}{۴ \times ۴ \times ۴} = \frac{۱}{۱۶}$$

ج) باید فصل‌های تولد مختلف باشند پس بعد از پر کردن هر خانه، یکی از فصل‌ها رو به دلخواه حذف می‌کنیم:

$$\underbrace{\overset{\text{نفر اول}}{\boxed{۴}}}_{\substack{\text{بهار}\\ \text{تابستان}\\ \text{پاییز}\\ \text{زمستان}}} \quad \underbrace{\overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{۳}}}_{\substack{\text{تابستان}\\ \text{پاییز}\\ \text{زمستان}}} \quad \underbrace{\overset{\text{نفر دوم}}{\boxed{۲}}}_{\substack{\text{پاییز}\\ \text{زمستان}}} \Rightarrow n(A) = ۴ \times ۳ \times ۲ \Rightarrow P(A) = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۴ \times ۴ \times ۴} = \frac{۳}{۸}$$

د) کلمه «حداقل» نشان می‌دهد که باید از متمم استفاده کنیم:

$$\underbrace{\text{لااقل ۲ نفرشان در یک فصل به دنیا آمده باشند}}_{A} \xrightarrow{\text{متمم}} \underbrace{\text{هیچ کدام در یک فصل به دنیا نیامده باشند (همه فصل‌ها مختلف باشند)}}_{A'}$$

A' همون قسمت «ج» است که حل کردیم بنابراین داریم:

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۳}{۸} = \frac{۵}{۸}$$

سوالات نهایی

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۵۲	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. ۱) فضای نمونه پرتاب ۳ سکه، ۹ عضو دارد. (دی ۱۴۰۴) ۲) وقتی یک سنگ را به سمت استخر پرتاب کنیم و به داخل آب فرو رود، یک پدیده تصادفی رخ داده است. (مرداد ۱۴۰۵) ۳) تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب سه سکه با هم، برابر ۶ است. (شهریور ۱۴۰۴) ۴) اگر پیشامد A نشدنی باشد، مقدار $P(A)$ برابر یک است. (دی ۱۴۰۳)	هر مورد ۰/۲۵	

هر مورد ۰/۲۵

۵) تعداد اعضای فضای نمونه‌ی آزمایشی تصادفی پرتاب یک سکه و یک تاس، با هم دارای ۸ عضو است. (شهریور ۱۴۰۳)

۶) هرگاه A و B دو پیشامد ناتهی در فضای نمونه S باشند، به طوری که $A-B=A$ و $B-A=B$. در این صورت، دو پیشامد A و B ناسازگار هستند. (خرداد ۱۴۰۳)

۷) احتمال اینکه فاطمه به سینما برود ۰/۶ است بنابراین احتمال اینکه فاطمه به سینما نرود ۰/۰۴ است. (دی ۱۴۰۲)

۸) پیشامد $B-A$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد B رخ دهد و پیشامد A رخ ندهد. (خرداد ۱۴۰۲)

۹) احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است. (خرداد ۱۴۰۱)

۱۰) فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه ۹ عضو دارد. (دی ۱۴۰۰)

۱۱) در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع عددی بیش تر از شش یک پیشامد حتمی است. (دی ۱۴۰۰)

۱۲) تهی را یک پیشامد حتمی می‌نامیم. (دی ۱۳۹۹)

۱۳) خارج کردن دو مهره سفید از جعبه‌ای که در آن ۵ مهره سفید است، یک پیشامد حتمی است. (خرداد ۱۳۹۹)

۱۴) در فضای نمونه پرتاب یک تاس، پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۶ نشدنی است. (خرداد ۱۳۹۹)

۱۵) نتیجه‌ی حل معادله $(x+1)^2=0$ یک پدیده تصادفی است. (خرداد ۱۳۹۹)

۱۶) پیشامد A' وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ می‌دهد. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۱۷) در پرتاب یک تاس و یک سکه، فضای نمونه‌ای ۱۲ عضو دارد. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۱۸) اگر $A\cap B=\emptyset$ باشد، در این صورت دو پیشامد B و A را ناسازگار گویند. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۱۹) پیش‌بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده‌ی تصادفی است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۲۰) نتیجه‌ی یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سئوالات را شانسی پاسخ داده‌ایم، یک پیشامد حتمی است. (شهریور ۱۳۹۹)

۲۱) تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه است. (شهریور ۱۳۹۹)

---

۵۳ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

هر مورد ۰/۲۵

۱) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار در فضای نمونه S باشند، آنگاه $P(A\cap B)$ برابر ..... است. (صفر یا یک) (دی ۱۴۰۴)

۲) احتمال این که فردا بارانی باشد، برابر ۰/۱ است. احتمال این که فردا بارانی نباشد، ..... است. (۰/۰۹ یا ۰/۹) (دی ۱۴۰۴)

۳) در پرتاب یک تاس، «رو شدن عدد ۷» یک پیشامد ..... است. (تیر و مرداد ۱۴۰۵)

۴) خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. تعداد اعضای فضای نمونهٔ ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده برابر ..... است. (تیر و مرداد ۱۴۰۵)

۵) اگر $A\cap B=\phi$ باشد آنگاه A و B دو پیشامد ..... در یک فضای نمونه‌ای S هستند. (مرداد ۱۴۰۵)

۶) احتمال اینکه مریم به کلاس خیاطی نرود ۰/۴ است. احتمال اینکه او به کلاس خیاطی برود ..... است. (مرداد ۱۴۰۵)

۷) اگر پیشامد A نشدنی باشد، آنگاه مقدار احتمال A برابر ..... است. (شهریور ۱۴۰۴)

۸) اگر A یک پیشامد از فضای نمونه S باشد، آنگاه $A\cap A'$ یک پیشامد ..... است. (حتمی - نشدنی) (خرداد ۱۴۰۴)

۹) در پرتاب یک تاس، پیشامدهای زوج آمدن و فرد آمدن عدد رو شده، دو پیشامد ..... هستند. (ناسازگار-سازگار) (خرداد ۱۴۰۴)

www.math-pilevar.com

math-pilevar.com

	۱۰) به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، ..... می‌گویند. (شهریور ۱۳۹۹، شهریور ۱۴۰۱، خرداد ۱۴۰۳) ۱۱) احتمال اینکه از بین سه نفر دوست، تولد هیچ دوتای آنها در یک فصل نباشد، برابر است با ..... . (خرداد ۱۴۰۳) ۱۲) اگر پیشامد A با فضای نمونه‌ای S برابر باشد، A را یک پیشامد ..... می‌گویند. (خرداد ۱۴۰۲) ۱۳) مجموعه تهی را پیشامد ..... می‌نامند. (دی ۱۴۰۱) ۱۴) مجموعه ..... زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست. (دی ۱۴۰۰) ۱۵) پیشامد A' زمانی رخ می‌دهد که پیشامد ..... رخ ندهد. (شهریور ۱۴۰۰) ۱۶) اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال آن برابر با..... است. (خرداد ۱۴۰۰) ۱۷) هرگاه B و A دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که..... در این صورت پیشامدهای B و A را ناسازگار می‌گوییم. (خرداد ۱۴۰۰) ۱۸) اگر $A\cap B=\varnothing$ باشد، دو پیشامد B و A را ..... می‌گوییم. (خرداد ۱۳۹۹) ۱۹) فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه ..... عضو دارد. (خرداد ۱۳۹۹) ۲۰) پیشامد ..... وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد. (خرداد ۱۳۹۹) ۲۱) در پرتاب سه سکه باهم، فضای نمونه‌ای ..... دارد. (خرداد ۱۳۹۹ خارج و شهریور ۱۳۹۹) ۲۲) پیشامد ..... وقتی رخ می‌دهد که پیشامد B و A هر دو رخ دهند. (شهریور ۱۳۹۹) ۲۳) پیشامد ..... وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد. (دی ۱۳۹۹)	هر مورد ۰/۲۵	
۵۴	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) فرض کنید C,B,A سه پیشامد غیر تهی در فضای نمونه S باشد. عبارت مجموعه‌ای مربوط به پیشامد، «فقط پیشامد A رخ دهد و پیشامدهای B یا C رخ ندهد»، کدام است؟ (شهریور ۱۴۰۳) ۱) $A-(B\cap C)$ ۲) $A-(B\cup C)$ ۳) $(B\cup C)-A$ ۴) $(B\cap C)-A$ ب) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند در این صورت $P(A\cap B)$ برابر است با: (دی ۱۴۰۲) ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۰ پ) فضای نمونه برای ترکیب جنسیت فرزندان خانواده‌ای با ۳ فرزند، چند عضو دارد؟ (خرداد ۱۴۰۱) ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲ ت) احتمال اینکه فردا بارانی باشد، ۰/۰۱ است. احتمال اینکه فردا بارانی نباشد، چقدر است؟ (خرداد ۱۴۰۱) ۱) ۰/۰۹ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۹۹ ث) احتمال پیشامد نشدنی برابر کدام است؟ (شهریور ۱۴۰۰) ۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{6}$	هر مورد ۰/۲۵	
۵۵	یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. پیشامد A که در آن «سکه رو و تاس زوج بیاید» را با نوشتن اعضا مشخص کنید.	۰/۷۵	دی ۱۴۰۴
۵۶	از جعبه‌ای که شامل ۷ پرتقال سالم و ۳ پرتقال لکه‌دار است، ۳ پرتقال را به طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال این که تعداد پرتقال‌های سالم از تعداد پرتقال‌های لکه‌دار بیشتر باشد را به دست آورید.	۱/۵	دی ۱۴۰۴

math-pilevar.com

۵۷	به سؤال زیر پاسخ کوتاه دهید. احتمال صعود تیم والیبال به مرحله بعد $\frac{۶}{۱۱}$ است. احتمال آن‌که این تیم به مرحله بعد صعود نکند، چقدر است؟	۰/۵	تیر و مرداد ۱۴۰۵
۵۸	سکه‌ای را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. الف) پیشامد A که در آن، دقیقاً سکه ۲ بار رو بیاید را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) پیشامد B که در آن، هر ۳ بار سکه به یک حالت ظاهر شود را با نوشتن اعضا مشخص کنید. پ) آیا پیشامدهای A و B ناسازگارند؟ چرا؟	۱/۷۵	تیر و مرداد ۱۴۰۵
۵۹	از بین ۵ تیم فوتبال از قاره آفریقا و ۴ تیم فوتبال از قاره آسیا برای مسابقات انتخابی جام جهانی ۳ تیم به تصادف انتخاب شده‌اند. احتمال آن‌که ۲ تیم از قاره آفریقا و ۱ تیم از قاره آسیا باشد، چقدر است؟	۱/۷۵	تیر و مرداد ۱۴۰۵
۶۰	۲ تاس را هم زمان پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید. الف) پیشامد A که در آن، مجموع دو عدد رو شده، برابر ۱۰ باشد. (۰/۷۵) ب) پیشامد B که در آن، هر دو عدد رو شده، یکسان و زوج باشد. (۰/۷۵) پ) پیشامد C که در آن، حاصل ضرب دو عدد رو شده، برابر ۳۷ باشد. (۰/۲۵)	۱/۷۵	مرداد ۱۴۰۵
۶۱	دانشجویی از بین ۵ استان جنوبی و ۳ استان شمالی کشور عزیزمان ایران می‌خواهد برای تحقیقات علمی به ۴ استان سفر کند. احتمال آن که به ۳ استان جنوبی و ۱ استان شمالی سفر کند، چقدر است؟	۱/۷۵	مرداد ۱۴۰۵
۶۲	به سوال زیر پاسخ کوتاه دهید. احتمال اینکه رضا در امتحان ریاضی و آمار قبول شود برابر ۰/۸ است. احتمال اینکه رضا در این درس قبول نشود، را محاسبه کنید.	۰/۵	شهریور ۱۴۰۴
۶۳	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. پیشامد اینکه حداقل دو فرزند پسر داشته باشند، را بنویسید.	۱	شهریور ۱۴۰۴
۶۴	تاسی را دوبار پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای A و B به صورت زیر هستند. $A = \{(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴)\}$ $B = \{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴)\}$ الف) پیشامد اینکه B رخ دهد ولی A رخ ندهد، را بنویسید. (۰/۷۵ نمره) ب) آیا پیشامدهای A و B ناسازگارند؟ چرا؟ (۰/۵ نمره) ج) احتمال پیشامد B را محاسبه کنید. (۰/۷۵ نمره)	۲	شهریور ۱۴۰۴
۶۵	می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۳ دانش‌آموز پایه یازدهم، افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۳ نفره برای مسابقات گل بال تشکیل دهیم. احتمال اینکه، دو نفر از پایه دوازدهم و یک نفر از پایه یازدهم انتخاب شوند را محاسبه نمایید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۴

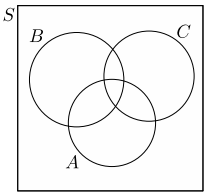
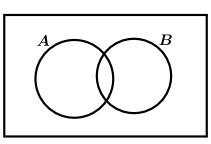
۶۶	به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید. الف) فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه چند عضو دارد؟ ب) احتمال اینکه سارا فردا به گردش علمی نرود ۰/۲ است. احتمال اینکه او فردا به گردش علمی برود، چقدر است؟	۰/۵	خرداد ۱۴۰۴
۶۷	در پرتاب دو تاس، پیشامد اینکه «مجموع اعداد رو شده برابر ۶ بوده، ولی آن دو عدد برابر نباشند.» را با اعضا بنویسید.	۱	خرداد ۱۴۰۴
۶۸	از کیسه‌ای که شامل ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز است، ۲ مهره به طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال اینکه هر دو مهره از یک رنگ باشند، را به دست آورید.	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۴
۶۹	یک تاکسی دارای ۳ سرنشین است؛ احتمال اینکه هر سه نفر آنها در ماه خرداد متولد شده باشند، چقدر است؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۴
۷۰	در پرتاب هم زمان دو تاس: الف) پیشامد A که در آن، هر دو عدد رو شده کمتر از ۳ باشد را بنویسید. ب) پیشامد B را طوری بنویسید که حاصل ضرب اعداد رو آمده برابر ۴ باشد ولی آن دو عدد، یکسان نباشند.	۱/۵	دی ۱۴۰۳
۷۱	از بین ۴ پیراهن قرمز، ۳ پیراهن آبی و ۲ پیراهن سفید به تصادف ۳ پیراهن انتخاب می‌کنیم. الف) احتمال این که رنگ ۳ پیراهن متفاوت باشد را محاسبه کنید. ب) احتمال این که حداکثر ۱ پیراهن سفید باشد را محاسبه کنید.	۲	دی ۱۴۰۳
۷۲	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. الف) پیشامد A این که فقط دو فرزند پسر باشد را مشخص کنید. ب) پیشامد B این که فرزندان همجنس باشند را مشخص کنید. پ) آیا دو پیشامد A و B ناسازگارند؟ چرا؟	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۳
۷۳	انجمن اولیا و مربیان یک مدرسه شامل ۴ زن و ۶ مرد است. می‌خواهیم گروهی سه نفره انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال این که: الف) دو نفر مرد و یک نفر زن باشند. ب) حداقل دو نفر زن باشند.	۲	شهریور ۱۴۰۳
۷۴	هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را روی کارت‌هایی می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، به طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف) عدد روی کارت، اول باشد ولی بزرگتر از ۴ نباشد. ب) عدد روی کارت، مجذور کامل و فرد باشد.	۱	خرداد ۱۴۰۳

math-pilevar.com

۷۵	گروه المپیاد ادبی شهری، شامل ۵ دانش‌آموز دختر و ۴ دانش‌آموز پسر است. می‌خواهیم به طور تصادفی ۳ نفر را از بین آن‌ها انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه، الف) دو دختر و یک پسر انتخاب شود. ب) حداقل ۲ پسر انتخاب شده باشد.	۲	خرداد ۱۴۰۳
۷۶	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوبست: الف) پیشامد اینکه سکه پشت یا تاس حداقل ۵ بیاید را بنویسید. ب) احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد اول بیاید را محاسبه کنید.	۱/۵	دی ۱۴۰۲
۷۷	با حروف کلمه «دانش پژوه» یک واژه شش حرفی با حروف متمایز می‌سازیم، با کدام احتمال، واژه ساخته شده به حروف نقطه‌دار ختم می‌شود؟	۱/۵	دی ۱۴۰۲
۷۸	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. الف) فضای نمونه‌ای مناسب برای ترکیب جنسیتی فرزندان این خانواده را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن هر ۲ فرزند خانواده از یک جنس باشند را بنویسید.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۲
۷۹	از جعبه‌ای که شامل ۳ مداد و ۵ خودکار است، به طور تصادفی ۴ شیء خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه حداقل ۳ شیء انتخابی خودکار باشد.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۲
۸۰	احتمال اینکه دانش‌آموزی فردا به کتابخانه‌ی مدرسه نرود برابر با $\frac{۷}{۲۵}$ است. چقدر احتمال دارد او فردا به کتابخانه مدرسه برود؟	۰/۵	شهریور ۱۴۰۲
۸۱	دو تاس را همزمان پرتاب می‌کنیم؛ هر یک از پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف) حاصل‌ضرب اعداد رو شده از دوتاس بزرگتر یا مساوی ۳۰ باشد. ب) مجموعه اعداد رو شده از دوتاس برابر ۱۳ باشد.	۱	خرداد ۱۴۰۲
۸۲	می‌خواهیم از بین ۵ فوتبالیست و ۴ والیبالیست یک گروه ۶ نفره به طور تصادفی تشکیل دهیم مطلوبست احتمال اینکه: الف) حداقل ۴ نفر فوتبالیست باشند. ب) به تعداد مساوی از هر دو رشته ورزشی انتخاب شوند.	۲	خرداد ۱۴۰۲
۸۳	دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، A را پیشامد آنکه اعداد آمده از دو تاس یکسان باشند و B را پیشامد آنکه مجموع اعداد آمده از دو تاس مساوی ۸ باشند، در نظر می‌گیریم: الف) پیشامدهای A و B را مشخص کنید. ب) آیا A و B ناسازگارند؟ چرا؟	۱/۵	دی ۱۴۰۱

www.math-pilevar.com

math-pilevar.com

۸۴	از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره آبی و ۷ مهره قرمز است، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را حساب کنید که حداکثر ۲ مهره از مهره‌های انتخاب شده، قرمز باشند.	۱/۵	دی ۱۴۰۱
۸۵	اگر C و B و A سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد آنکه "A یا C رخ دهد ولی B رخ ندهد" را در شکل مقابل سایه بزنید. 	۰/۵	دی ۱۴۰۱
۸۶	در پرتاب یک سکه به همراه یک تاس: الف: فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟ ب: پیشامد رو آمدن سکه و زوج بودن تاس را مشخص کنید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۱
۸۷	از بین ۴ کارمند زن و ۶ کارمند مرد می‌خواهیم یک تیم بازرسی ۳ نفره انتخاب کنیم. احتمال اینکه یک زن و دو مرد انتخاب شود را بدست آورید.	۲	شهریور ۱۴۰۱
۸۸	کدام یک از پدیده‌های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ الف) مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس که روی هر شش وجه آن، عدد ۳ حک شده باشد. ب) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سؤالات آن را شانسی پاسخ داده‌ایم.	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۸۹	از بین ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد، محاسبه کنید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۹۰	در پرتاب دو تاس، پیشامد «مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۱۰ باشد» را بنویسید.	۰/۷۵	دی ۱۴۰۰
۹۱	هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور تصادفی یک کارت را بر می‌داریم.مطلوب است محاسبه احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.	۰/۷۵	دی ۱۴۰۰
۹۲	می‌خواهیم از جعبه‌ای شامل ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی، سه مهره به تصادف خارج کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال آن که ۲ مهره آبی و ۱ مهره قرمز باشد.	۱	دی ۱۴۰۰
۹۳	در شکل زیر پیشامد خواسته شده را سایه بزنید. "پیشامد B یا A رخ دهد" 	۰/۵	شهریور ۱۴۰۰

math-pilevar.com

۹۴	یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای این آزمایش را بنویسید. ب: پیشامد A که در آن سکه پشت و تاس عدد فرد بیاید را بنویسید.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۹۵	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه: الف: هر دو فرزند دختر باشند. ب: همه فرزندان دارای یک جنسیت باشند.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۹۶	از بین ۲ دانش آموز رشته ریاضی و ۳ دانش آموز رشته تجربی و ۲ دانش آموز رشته انسانی، ۳ دانش آموز را به تصادف برای اردوی مشهد انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد از هر رشته یک دانش آموز انتخاب شود؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰
۹۷	در کیسه‌ای ۴ مهره سفید، ۳ مهره زرد و ۲ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. مطلوبست احتمال اینکه رنگ سه مهره متفاوت باشد.	۱	دی ۹۹
۹۸	یک تاکسی دارای ۴ سرنشین است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه هر ۴ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند.	۱	دی ۹۹
۹۹	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. الف: فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید. ب: مطلوبست محاسبه احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنسیت نباشند.	۱	خرداد ۹۹
۱۰۰	یک تاس و یک سکه را پرتاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه تاس حداکثر ۳ یا سکه رو بیاید	۰/۵	خرداد ۹۹
۱۰۱	احتمال اینکه فردا بارانی باشد، برابر $\frac{۳}{۸}$ است. مطلوبست، محاسبه احتمال اینکه فردا بارانی نباشد.	۱	خرداد ۹۹ خ
۱۰۲	از بین ۵ دانش آموز سال دهم، ۶ دانش آموز سال یازدهم و ۴ دانش آموز دوازدهم، قرار است یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. تعداد اعضای پیشامد اینکه سه نفر منتخب از سه پایه‌ی مختلف باشند را مشخص کنید.	۱	خرداد ۹۹ خ
۱۰۳	دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد.	۱/۲۵	خرداد ۹۹ خ
۱۰۴	انجمن اولیا و مربیان یک دبیرستان ۱۰ عضو دارد. در یک رای گیری، ۵ نفر رای موافق، ۳ نفر رای مخالف و ۲ نفر رای ممتنع داده‌اند. از بین آنها ۳ نفر به طور تصادفی انتخاب می‌شوند. احتمال اینکه نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشند، چقدر است؟	۱/۵	خرداد ۹۹ خ
۱۰۵	می‌خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه دوازدهم و ۴ دانش آموز پایه‌ی یازدهم، یک تیم ۶ نفره‌ی والیبال تشکیل دهیم. مطلوبست، احتمال آنکه ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه‌ی دوازدهم و ۲ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه‌ی یازدهم باشند؟	۱/۵	شهریور ۹۹

۱۰۶	هر یک از اعداد فرد طبیعی ۱ تا ۱۵ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.	۱	شهریور ۹۹
۱۰۷	در پرتاب دو تاس پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: مجموع اعداد رو شده مساوی ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس یکسان و هر دو زوج باشند.	۱/۵	شهریور ۹۹
۱۰۸	احتمال اینکه ریحانه امشب سریال شبکه‌ی یک سیما را تماشا نکند برابر با $\frac{۳۲}{۹۹}$ است. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه ریحانه سریال را تماشا کند.	۱	شهریور ۹۹
۱۰۹	تاسی را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد. ب: پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.	۱	خرداد ۹۸
۱۱۰	از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی بر می‌داریم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.	۱	خرداد ۹۸
۱۱۱	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. الف: فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید. ب: احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را به دست آورید. ج: احتمال آنکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را بدست آورید.	۱/۵	خرداد ۹۸
۱۱۲	یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای ای پدیده تصادفی را با اعضایش بنویسید. ب: احتمال آنکه تاس زوج بیاید، چقدر است؟ ج: احتمال آنکه تاس فرد و سکه پشت بیاید، چقدر است؟	۱/۵	تیر ۹۸
۱۱۳	دو تاس را پرتاب می‌کنیم. ابتدا هریک از پیشامدهای زیر را نوشته، سپس احتمال هر کدام را محاسبه کنید. الف: مجموع اعداد برآمده از دو تاس برابر ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس بر ۳ بخش پذیر باشد.	۲	شهریور ۹۸
۱۱۴	تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: پیشامد اینکه مجموع دو عدد رو شده برابر چهار باشد. ب: پیشامد اینکه عدد رو شده در هر دو تاس یکسان باشد، ولی زوج نباشد.	۱/۵	دی ۹۸

math-pilevar.com

۱۱۵	از جعبه‌ای شامل ۷ مهره قرمز و ۳ مهره‌ی سفید است، ۳ مهره را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوبست محاسبه‌ی اینکه دو مهره قرمز و یک مهره سفید باشد.	۲	دی ۹۸
۱۱۶	یک تاس و یک سکه را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای را بنویسید. ب: احتمال آنکه سکه پشت و تاس زوج بیاید را به دست آورید. پ: احتمال آنکه عدد ظاهر شده برای تاس حداکثر ۳ باشد را بدست آورید.	۲	دی ۹۸
۱۱۷	دو تاس را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: اعداد رو شده از دو تاس مانند هم باشند. ب: حاصل ضرب اعداد برآمده از دو تاس کمتر از ۴ باشد.	۱/۵	دی ۹۷
۱۱۸	خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. الف: فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان‌ای خانواده را بنویسید. ب: احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنس باشند را بدست آورید.	۱/۵	دی ۹۷
۱۱۹	از جعبه‌ای که شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه دار است. ۲ سیب را به طور تصادفی برمی داریم مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه: الف: هر دو سیب سالم باشند. ب: یک سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.	۲	دی ۹۷

یادداشت ضروری دانش‌آموز:

www.math-pilevar.com

درس ۳

چرخه آمار در حل مسائل

خلاصه درسنامه

نمای کلی از چرخه حل مسئله به کمک آمار

۱) بیان مسئله: ابتدا مسئله‌ای رو که در دنیای واقعی وجود داره، به صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.

۲) طرح و برنامه‌ریزی: سپس راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می اندیشیم.

۳) گردآوری و پاک سازی داده‌ها: بعد از آن به گردآوری داده‌ها می‌پردازیم و تا حد ممکن از درستی اون‌ها مطمئن می‌شویم.

۴) تحلیل داده‌ها: سپس با استفاده از شاخص‌ها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم، نتایج رو متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.

۵) بحث و نتیجه‌گیری: در آخر به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

گام‌های چرخه آمار در حل مسائل

گام ۱ بیان مسئله

طرح یک پرسش دقیق و شفاف، مهم‌ترین گام برای رسیدن به پاسخ است.

گام ۲ طرح و برنامه‌ریزی

اندازه‌گیری یا سنجش، اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. در اندازه‌گیری، در واقع سعی می‌کنیم **اطلاعات توصیفی (کیفی)** را تا حد ممکن به **اطلاعات کمی (عددی)** تبدیل کنیم.

در مرحله طرح و برنامه‌ریزی علاوه بر توافق در مورد چگونگی **اندازه‌گیری متغیرها**، درباره چگونگی **نمونه‌گیری** و همچنین **شیوه تحلیل داده‌ها** تصمیم‌گیری می‌شود.

گام ۳ گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها

در هر مطالعه ممکن است در مرحله اندازه‌گیری، گردآوری یا ثبت داده‌ها و یا وارد کردن داده‌ها در نرم‌افزار اشتباهی رخ بدهد با بررسی دقیق داده‌ها می‌شود برخی از این اشتباهات را اصلاح کرد.

گام ۴ تحلیل داده‌ها

در این مرحله داده‌ها تحلیل شده و نتایج ارائه می‌شوند منظور از تحلیل داده‌ها در واقع **صرفاً گزارش شاخص‌ها و ارائه نمودارها** و دیگر نتایج آماری است.

گام ۵ بحث و نتیجه‌گیری

پس از تحلیل داده‌ها، باید بتوانیم با تفسیر نتایج، پاسخی برای مسئله اصلی پیدا کنیم.

گام اول	گام دوم	گام سوم	گام چهارم	گام پنجم
بیان مسئله	طرح و برنامه‌ریزی	گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها	تحلیل داده‌ها	بحث و نتیجه‌گیری
• فهم مسئله • تعریف دقیق مسئله	• شیوه اندازه‌گیری • روش نمونه‌گیری • روش کار	• گردآوری • سازماندهی • پاک‌سازی	• مرتب کردن داده‌ها • معیارها • نمودارها و جدول‌ها	• تفسیر نتایج • نتیجه‌گیری • نقد و بررسی • ایده‌های جدید

نکته: تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه و تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه می‌گویند هرچه اندازه جامعه بزرگ‌تر باشد، برای این که نمونه بتواند به خوبی بیانگر ویژگی‌های جامعه باشد، اندازه نمونه بزرگ‌تری لازم است ضمناً هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، برای حصول اطمینان از حضور تنوع در نمونه، اندازه نمونه بزرگ‌تری لازم داریم.

مثال

در کدام مورد اندازه نمونه بزرگ‌تری لازم است؟

۱) سن دانش‌آموزان یک کلاس
۲) وزن بچه‌های یک مدرسه
۳) مدت زمان مطالعه افراد یک محله
۴) میزان آب مصرفی خانواده‌های یک کشور

قطعاً پراکندگی افراد در کل کشور و همچنین تعداد اعضای آنها بسیار بیشتر از سایر گزینه‌هاست پس برای بررسی آب مصرفی خانواده‌های کشور، نیاز به نمونه بزرگ‌تری خواهیم داشت.

تذکر: ۱) برای توصیف **داده‌های کمی** باید هر دو شاخص **مرکزی** و **پراکندگی** گزارش شوند شاخص‌های مرکزی مانند **میانگین** و **میانه** به ما کمک می‌کنند تا بدانیم داده‌ها در کجا متمرکز هستند و شاخص‌های پراکندگی مانند **دامنه تغییرات**، **انحراف معیار** و **دامنه میان چارکی** به ما کمک می‌کنند تا بدانیم داده‌ها چگونه متراکم یا پراکنده شده‌اند.

۲) اگر داده یا داده‌های دورافتاده داشته باشیم، میانگین و انحراف معیار، شاخص‌های مناسبی برای توصیف داده‌ها نخواهند بود چون گزارش میانگین ممکن است گمراه کننده باشد. در این مواقع بهتر است از بین معیارهای گرایش به مرکز از «میانه» و از بین معیارهای پراکندگی از «دامنه میان‌چارکی» استفاده کنیم.

واریانس و انحراف معیار

واریانس: واریانس همان میانگین مجذورات اختلاف داده‌ها از میانگین است. واریانس به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$(\text{واریانس}) = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

به جذر واریانس، انحراف معیار گفته می‌شود. ضمناً انحراف معیار را با نماد σ نمایش می‌دهند (σ سیگما خوانده می‌شود.)

مثال

واریانس و انحراف معیار داده‌های ۲۵، ۲۱، ۲۷، ۱۶، ۱۸، ۱۳ را بدست آورید.

پاسخ:

$$\bar{x} = \frac{13+18+16+27+21+15}{6} = \frac{120}{6} = 20$$

$$S^2 = \frac{(13-20)^2 + (18-20)^2 + (16-20)^2 + (27-20)^2 + (21-20)^2 + (25-20)^2}{6}$$

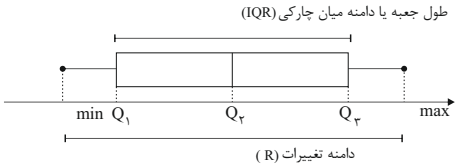
$$= \frac{49+4+16+49+1+25}{6} = \frac{144}{6} = 24$$

انحراف معیار هم، جذر واریانس است، پس:

$$S = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{3}$$

نمودار جعبه‌ای

نمودار جعبه‌ای روشی سودمند برای نمایش دامنه‌ها (دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی) و چارک‌های داده‌هاست. در شکل زیر محل قرارگیری چارک‌ها و مقادیر max و min داده‌ها نشان داده شده است.



www.math-pilevar.com

math-pilevar.ir

نکته: ۱) اگر داده دورافتاده داشته باشیم بهتر است از نمودار جعبه‌ای استفاده کنیم.

۲) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، نمودار جعبه‌ای است.

۳) نمودار جعبه‌ای بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم‌تر و کجا پراکنده‌تر است.

در نمودار جعبه‌ای که گاهی اوقات به آن نمودار جعبه و سبیل هم گفته می‌شود ۵ عدد اصلی زیر را مشخص می‌کنیم:

۱) کوچکترین داده (min)

۲) چارک اول (Q_1)

۳) چارک دوم (Q_2) یا میانه

۴) چارک سوم (Q_3)

۵) بزرگترین داده (max)

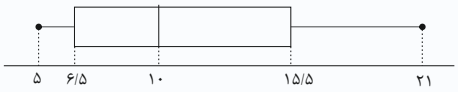
مثال

نمودار جعبه‌ای داده‌های ۲۱، ۲۰، ۱۸، ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۶، ۵ را رسم کنید.

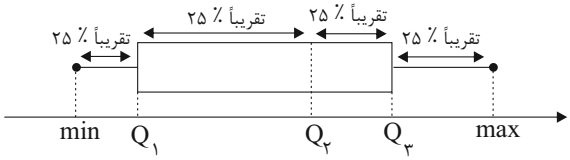
پاسخ: چارک‌ها را پیدا کرده و نمودار جعبه‌ای را رسم می‌کنیم:

۵, ۶, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۸, ۲۰, ۲۱

$Q_1 = \frac{6+7}{2} = 6/5$ ، $Q_2 = 10$ ، $Q_3 = \frac{13+18}{2} = 15/5$



نحوه پخش داده‌ها در نمودار جعبه‌ای: نمودار جعبه‌ای، داده‌ها را به ۴ قسمت تقسیم می‌کند که هر قسمت، شامل تقریباً ۲۵ درصد داده‌هاست. باتوجه به نمودار داده شده می‌توان گفت:



۱) تقریباً ٪۵۰ داده‌ها بین Q_1 و Q_3 هستند (داخل جعبه)

۲) تقریباً ٪۲۵ داده‌ها قبل از Q_1 هستند.

۳) تقریباً ٪۲۵ داده‌ها بعد از Q_3 هستند.

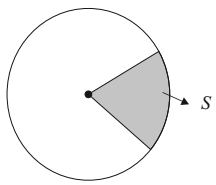
۴) تقریباً ٪۷۵ داده‌ها بعد از Q_1 هستند.

۵) تقریباً ٪۷۵ داده‌ها قبل از Q_3 هستند.

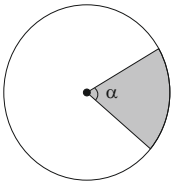
نمودار دایره‌ای

نمودارهای دایره‌ای یکی از پرکاربردترین نمودارها در آمار است. از این نمودار برای نمایش متغیرهای کیفی استفاده می‌شود. زاویه مربوط به هر دسته و درصد مساحت مربوط به هر دسته از روابط زیر به دست می‌آید:

f نشان دهنده فراوانی گروه n نشان دهنده مجموع فراوانی‌ها



درصد مساحت $S = \frac{f}{n} \times ۱۰۰$



زاویه مرکزی $\alpha = \frac{f}{n} \times ۳۶۰^\circ$

تذکر: در نمودار دایره‌ای، به جای فرمول‌های بالا می‌توان از تناسب هم استفاده کرد.

math-pilevar.com

مثال

در یک نمودار دایره‌ای مربوط به گروه‌های خونی افراد، زاویه متناظر با گروه خونی AB عدد ۷۲° را نشان می‌دهد که اگر کل جمعیت مورد مطالعه ۸۰۰ نفر باشد، چند نفر گروه خونی AB دارند؟

روش اول (استفاده از فرمول):

$$\alpha = \frac{f}{n} \times ۳۶۰^\circ \xrightarrow[n=۸۰۰]{\alpha=۷۲^\circ} ۷۲^\circ = \frac{f}{۲۰۰} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۳۶۰f = ۷۲ \times ۸۰۰ \Rightarrow f = \frac{۷۲ \times ۸۰۰}{۳۶۰} = ۱۶۰$$

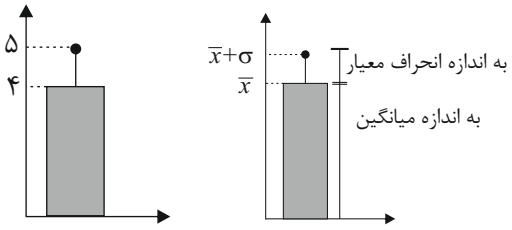
روش دوم (بدون استفاده از فرمول): کافیه با یک عمل تناسب، در دو ستون مختلف، تعداد را با زاویه مقایسه کنیم

	زاویه ↓	تعداد ↓
کل گروه خونی	۳۶۰°	۸۰۰
AB	۷۲°	x

$$\Rightarrow x = \frac{۷۲ \times ۸۰۰}{۳۶۰} = ۱۶۰$$

بررسی یک نمودار مهم (نمودار مستطیل و میله خطا)

در داده‌هایی که میانگین و انحراف معیار شاخص مناسبی برای توصیف اون‌ها هستن، می‌تونیم از نموداری استفاده کنیم که ارتفاع مستطیل اون، نشون دهنده میانگین و میله خطای روی اون، به اندازه انحراف معیار، روی مستطیل بالا اومده است.



مثلاً از نمودار مقابل نتیجه می‌گیریم که $\bar{x} = ۴$ و $\sigma = ۱$ است.

نکته: وقتی داده دور افتاده نداریم می‌توانیم از نمودار نمایش‌دهنده میانگین و انحراف معیار (نمودار مستطیل شکل) استفاده کنیم.

مثال

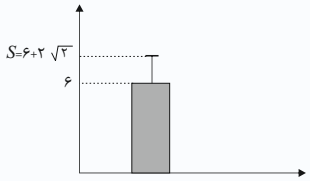
برای داده‌های ۱۰، ۸، ۶، ۴، ۲ نمودار مستطیل و میله خطا را رسم کنید.

پاسخ:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۲+۴+۶+۸+۱۰}{۵} = ۶$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۲-۶)^۲ + (۴-۶)^۲ + (۶-۶)^۲ + (۸-۶)^۲ + (۱۰-۶)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۱۶+۴+۰+۴+۱۶}{۵} = \frac{۴۰}{۵} = ۸ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۸} = \sqrt{۴ \times ۲} = ۲\sqrt{۲}$$



نکته: برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

مثال

دو مدرسه‌با تعداد دانش‌آموز مساوی داریم. مدرسه اول ۳۰۰ درصد قبولی‌هایش رشد کرده و مدرسه دوم ۵۰ درصد قبولی‌هایش افزایش یافته است. کدام مدرسه برای تحصیل مناسب‌تر است؟ (عملکرد کدام مدرسه بهتر است؟)

پاسخ:به نظر می‌رسد، مدرسه اول بهتر کار کرده ولی این فقط یک قضاوت زودهنگام است چون متغیر «عملکرد» یک متغیر کیفی و درصد تنها برای مقایسه عملکرد دو مدرسه کافی نیست بلکه تعداد هم باید گزارش شود (تعداد دانش‌آموزان دو مدرسه باید یکسان باشد)

سوالات نهایی

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱۲۰	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.	هر مورد ۰/۲۵	
	۱) درگام‌های چرخه آمار در حل مسائل،حذف داده اشتباه از اقدامات گام سوم (گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها) است.(تیرومرداد۱۴۰۵)		
	۲) معیارها و جدول‌ها مربوط به گام چهارم (تحلیل داده‌ها)، چرخه آمار است. (شهریور ۱۴۰۴)		
	۳) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمّی، نمودار جعبه‌ای است. (دی ۱۴۰۳)		
	۴) طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است. (شهریور ۱۴۰۲)		
	۵) درگام پنجم چرخه آمار، نتایج بدست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم. (دی ۱۴۰۱)		
	۶) در شکل مقابل انحراف معیار و میانگین به ترتیب ۶ و ۸ است. (دی ۱۴۰۱)		
	۷) برای جامعه آماری با داده دور افتاده، استفاده از میانگین و انحراف معیار کافی است. (شهریور ۱۴۰۱)		
	۸) هنگامی که داده دور افتاده داشته باشیم، می‌توانیم از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کنیم. (دی ۱۴۰۰)		
	۹) گرد آوری و سازماندهی داده‌ها سومین گام در چرخه آمار است. (دی ۱۴۰۰)		
	۱۰) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد. (شهریور ۱۳۹۹، دی ۱۴۰۰)		
	۱۱) وقتی داده دور افتاده داریم، میانه معیار مناسبی برای توصیف داده‌ها می‌باشد. (خرداد ۱۴۰۰)		
	۱۲) برای توصیف داده‌های کمی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد برابر باشد. (خرداد ۱۴۰۰)		
	۱۳) مرتب کردن داده‌ها درگام دوم چرخه آمار اتفاق می‌افتد. (خرداد ۱۴۰۰)		
	۱۴) طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهمترین گام رسیدن به پاسخ است که در مرحله بیان مسئله صورت می‌گیرد. (خرداد ۱۴۰۰)		
	۱۵) معیارهایی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها درکجا متمرکزند. (دی ۱۳۹۹)		
	۱۶) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید با با گزارش تعداد همراه باشد. (دی ۱۳۹۹)		
	۱۷) دامنه تغییرات از معیارهای گرایش به مرکز می‌باشد. (دی ۱۳۹۹)		
	۱۸) وقتی داده دور افتاده‌ای نداریم، میانه شاخص مناسب تری از میانگین برای توصیف داده‌ها می‌باشد. (دی ۱۳۹۹)		
	۱۹) طرح و برنامه‌ریزی دومین گام در چرخه‌ی آمار است. (شهریور ۱۳۹۹)		
	۲۰) طرح و برنامه‌ریزی، دومین گام برای یافتن داده‌ها است. (شهریور ۱۳۹۸)		
	۲۱) هرچه جامعه بزرگتر شود، اندازه نمونه ثابت می‌ماند. (شهریور ۱۳۹۸)		
۱۲۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.	هر مورد ۰/۲۵	
	۱) درگام ..... از چرخه آمار، داده‌ها را تحلیل و نتایج را ارائه می‌دهیم. (شهریور ۱۴۰۳)		
	۲) برای توصیف داده‌های ..... گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد. (دی ۱۴۰۲)		
	۳) بیان مساله و فهم آن، گام ..... در چرخه آمار است. (دی ۱۳۹۹، شهریور ۱۴۰۰، دی ۱۴۰۲)		
	۴) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، ..... است. (شهریور ۱۴۰۲)		
	۵) اگر داده‌ها برابر باشند دامنه تغییرات آنها ..... می‌شود. (دی ۱۴۰۱)		

math-pilevar.com

هر مورد ۰/۲۵

۶) برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش..... همراه باشد. (شهریور ۱۳۹۸، خرداد ۱۳۹۹ خارج، شهریور ۱۴۰۱)

۷) اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر ..... است. (دی ۱۴۰۰)

۸) تعداد اعضای جامعه را ..... جامعه می‌نامیم. (دی ۱۳۹۷، دی ۱۳۹۸، دی ۱۴۰۰)

۹) نمودار ..... بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم تر و کجا پراکنده ترند. (دی ۱۴۰۰)

۱۰) اگر داده دور افتاده داشته باشیم از نمودار..... استفاده می‌کنیم. (خرداد ۱۴۰۰)

۱۱) ..... داده‌ی است که نصف داده‌ها از آن کمتر و نصف داده‌ها از آن بیشتر هستند. (دی ۱۳۹۹)

۱۲) هرچه پراکندگی متغیر در جامعه بیشتر باشد، برای اطمینان از وجود تنوع، به اندازه نمونه ..... نیاز داریم. (دی ۱۳۹۹)

۱۳) گردآوری و پاک سازی داده‌ها، گام ..... در چرخه آمار است. (خرداد ۱۳۹۹)

۱۴) اندازه گیری یا سنجش، ..... گام برای دریافت داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)

۱۵) هنگامی که داده‌ی دورافتاده نداشته باشیم، میانگین و ..... شاخص‌های مناسبی برای توصیف هستند. (شهریور ۱۳۹۹)

۱۶) مطمئن ترین نمودار برای متغیر ..... نمودار جعبه‌ای است. (شهریور ۱۳۹۹)

۱۷) اگر در داده‌ها، داده‌ی دور افتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی ..... مناسب است. (خرداد ۱۳۹۸)

۱۸) فعالیت "داده‌ها را گرد آوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می‌شویم"، مربوط به گام ..... چرخه آمار است. (خرداد ۱۳۹۸)

۱۹) اندازه‌گیری یا سنجش ..... گام برای یافت داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. (دی ۱۳۹۸)

۲۰) راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم. به نمونه گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم، این گام چرخه آمار را گام ..... می‌نامند. (دی ۱۳۹۷)

هر مورد ۰/۲۵

۱۲۲ گزینه صحیح را انتخاب کنید.

۱) کدام یک از موارد زیر جزء گام طرح و برنامه‌ریزی از چرخه آمار در حل مسائل نیست؟ (مرداد ۱۴۰۵)

۱) شیوه اندازه‌گیری ۲) نقد و بررسی ۳) روش اندازه‌گیری ۴) روش کار

۲) زمانی که داده دور افتاده بین داده‌ها وجود داشته باشد، مناسب‌ترین شاخص پراکندگی کدام است؟ (مرداد ۱۴۰۵)

۱) میانگین ۲) میانه ۳) دامنه میان چارکی ۴) انحراف معیار

۳) اگر داده دور افتاده نداشته باشیم، شاخص مرکزی و پراکندگی مناسب برای توصیف داده‌ها کدام است؟ (شهریور ۱۴۰۳)

۱) میانگین ـ انحراف معیار ۲) میانگین ـ دامنه میان چارکی

۳) میانه ـ دامنه میان چارکی ۴) میانه ـ انحراف معیار

۴) اگر اندازه‌گیری وزن افراد با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده باشد، اجرای نادرست کدام گام از چرخه آمار است؟ (خرداد ۱۴۰۳)

۱) بیان مسئله ۲) طرح و برنامه‌ریزی ۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها ۴) تحلیل داده‌ها

۵) کدام یک از موارد زیر جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه آمار نمی‌باشد. (دی ۱۴۰۲)

۱) گزارش معیارها ۲) رسم نمودار ۳) تفسیر داده‌ها ۴) مرتب کردن داده‌ها

۶) کدام گزینه جزء گام بحث و نتیجه‌گیری از چرخه حل مسائل آماری محسوب می‌شود؟ (شهریور ۱۴۰۲)

۱) نقد و بررسی ۲) سازماندهی ۳) شیوه اندازه‌گیری ۴) نمودارها و جدول‌ها

۷) کدام گزینه جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه حل مسائل آماری محسوب نمی‌شود؟ (خرداد ۱۴۰۲)

۱) استفاده از نمودارها ۲) مرتب کردن داده‌ها ۳) گزارش معیارها ۴) تفسیر داده‌ها

۸) در یک نمودار جعبه‌ای اگر چارک اول برابر ۳ و دامنه میان چارکی آن (IQR) برابر ۱۱ باشد، چارک سوم آن کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۲)

۱) ۱۴ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۵

۹) تفسیر نتایج بدست آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟ (خرداد ۱۴۰۱)

۱) بیان مسئله ۲) گردآوری داده‌ها ۳) تحلیل داده‌ها ۴) بحث و نتیجه‌گیری

۱۰) الف: کدام نمودار، بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها متراکم تر و پراکنده‌تر است؟ (شهریور ۱۴۰۰)

۱) مستطیلی ۲) دایره‌ای ۳) میله‌ای ۴) جعبه‌ای

۱۱) گام سوم در چرخه آمار، در حل مسائل ..... می‌باشد. (شهریور ۱۴۰۰)

۱) بحث و نتیجه‌گیری ۲) گرد آوری و پاک سازی داده‌ها

۳) طرح و برنامه‌ریزی ۴) تحلیل داده‌ها

۱۲) اگر در داده‌ها، داده دور افتاده وجود نداشته باشد کدام معیار گرایش به مرکز مناسب است. (شهریور ۱۴۰۰)

۱) مد ۲) انحراف معیار ۳) میانگین ۴) میانه

۱۳) روش نمونه گیری مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟ (خرداد ۱۴۰۰)

۱) طرح و برنامه‌ریزی ۲) بیان مسئله ۳) بحث و نتیجه‌گیری ۴) تحلیل داده‌ها

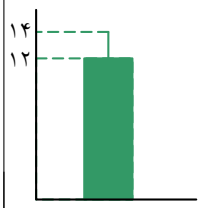
هر مورد ۰/۲۵

---

۱۲۳ به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید. ۱ دی ۱۴۰۴

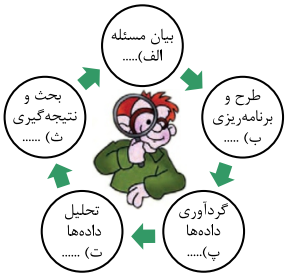
الف) در گام دوم چرخه آمار، اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر موردنظر چیست؟ (دی ۱۴۰۴)

ب) با توجه به نمودار مقابل، انحراف معیار را به دست آورید. (دی ۱۴۰۴)



---

۱۲۴ با توجه به چرخه زیر، هر یک از عبارت‌های داخل جدول را به گام نظیر آن مرتبط کرده و در پاسخبرگ بنویسید. (یک مورد در جدول اضافی است) ۱/۲۵ دی ۱۴۰۴



نقد و بررسی
تعریف مسئله
پاک‌سازی
معیارها
علم آمار
روش کار

math-pilevar.com

۱۲۵ | ۰/۷۵ | دی ۱۴۰۴

جدول زیر نشان‌دهنده تعداد تصادفات خودروها و سرعت حرکت آن‌ها در زمان تصادفات است.

همان‌طور که دیده می‌شود، تعداد تصادف خودروهایی که سرعتشان بیش از ۹۰ کیلومتر در ساعت بوده، کمتر است. پس: «هر چه سریعتر بروید، مطمئن‌تر و امن‌تر است.»

(کیلومتر در ساعت) سرعت	۰ – ۱۰	۱۰ – ۲۰	۲۰ – ۳۰	۳۰ – ۴۰	۴۰ – ۵۰	۵۰ – ۶۰	۶۰ – ۷۰	۷۰ – ۸۰	۸۰ – ۹۰	۹۰ – ۱۰۰	۱۰۰ – ۱۱۰	۱۱۰ – ۱۲۰
تعداد خودروهای تصادف کرده	۴۰	۱۳۰	۲۱۰	۲۵۰	۳۵۰	۲۴۰	۱۵۰	۷۰	۴۰	۲۰	۲۰	۱۰

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) نتیجه‌گیری بالا چه اشکالی دارد؟ ب) چرا این تصور ایجاد شده است؟

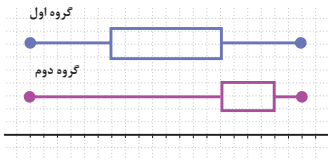
۱۲۶ | ۰/۵ | تیر و مرداد ۱۴۰۵

هر یک از جمله‌های ستون اول را با یک عبارت مناسب از ستون دوم مرتبط کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون دوم دو مورد اضافی است)

ستون اول	ستون دوم
الف) بهترین شاخص مرکزی، زمانی که داده دور افتاده در بین داده‌ها وجود داشته باشد.	a) دامنه میان چارکی
	b) میانگین.
ب) بهترین شاخص پراکندگی، زمانی که داده دور افتاده در بین داده‌ها وجود داشته باشد.	c) انحراف معیار
	d) میانه

۱۲۷ | ۰/۷۵ | شهریور ۱۴۰۴

با توجه به نمودارهای جعبه‌ای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) در کدام گروه، گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟

ب) در کدام گروه میانه و میانگین به هم نزدیک‌تر است؟

ج) دامنه میان‌چارکی کدام گروه بزرگ‌تر است؟

۱۲۸ | ۰/۲۵ | خرداد ۱۴۰۴

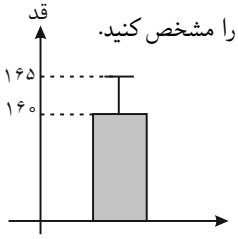
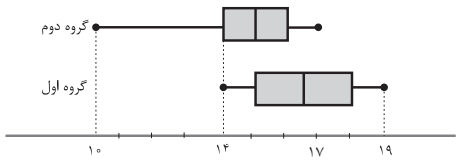
به سؤال زیر پاسخ کوتاه دهید.

وقتی داده دورافتاده، بین داده‌ها آماری باشد، کدام معیار گرایش به مرکز برای توصیف داده‌ها مناسب‌تر است؟

۱۲۹ | ۰/۲۵ | خرداد ۱۴۰۴

با توجه به گام‌های چرخه آمار در حل مسائل، هر یک از جملات ستون A را به یک عبارت مناسب از ستون B مرتبط کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون B، یک مورد اضافی است.)

ستون A	ستون B
الف) نتایج بدست آمده را تفسیر و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.	a) طرح و برنامه‌ریزی
ب) به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.	b) تحلیل داده‌ها
پ) با استفاده از معیارها و نمودارها، نتایج را متناسب با هدف‌ها، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.	c) گردآوری داده‌ها
	d) بحث و نتیجه‌گیری

۱۳۰	هر کدام از موارد زیر، مربوط به کدام گام از چرخه آمار است؟ الف) پاک‌سازی داده‌ها ب) تفسیر نتایج پ) رسم نمودارها ت) فهم مسئله	۱	دی ۱۴۰۳
۱۳۱	نمودار مقابل مربوط به قد دانش‌آموزان یک دبیرستان است. با توجه به نمودار، میانگین و انحراف معیار را مشخص کنید. 	۰/۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۳۲	برای بررسی وضعیت اجتماعی ـ اقتصادی خانوارهای یک شهر، در کدام یک از شیوه‌های نمونه‌گیری زیر، همه‌ی قشرهای جامعه شانس حضور ندارند؟ چرا؟ الف) انتخاب تصادفی خانوارها بر اساس رقم اول تلفن خانه‌ها ب) انتخاب تصادفی خانوارها بر اساس رقم آخر تلفن خانه‌ها	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۳۳	با توجه به نمودارهای جعبه‌ای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) در کدام گروه، گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟ ب) دامنه میان چارکی کدام گروه بزرگتر است؟ ج) در کدام گروه مقدار میانه و میانگین به هم نزدیکترند؟ 	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۳
۱۳۴	برای بررسی میزان مطالعه افراد یک شهر، آیا انتخاب نمونه از بین افراد عضو کتابخانه عمومی آن شهر، روش نمونه‌گیری مناسبی است؟ چرا؟ (تکرار در شهریور ۱۴۰۱)	۰/۵	دی ۱۴۰۲
۱۳۵	داده‌های ۵، ۲۸، ۵، ۸،۷، ۶، ۸، ۹، ۷، ۳۰، ۵ و ۶ متوسط ساعت‌های تماشای تلویزیون تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس در هفته را نشان می‌دهد. کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی، برای توصیف داده‌های «ساعت‌های تماشای تلویزیون» مناسب‌تر است؟ چرا؟	۱	شهریور ۱۴۰۲
۱۳۶	درصد قبولی دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در درس ریاضی، به ترتیب ۶۵ درصد و ۸۰ درصد بوده است. تعداد قبولی دانش‌آموزان کدام مدرسه بیشتر است؟ چرا؟	۰/۷۵	دی ۱۴۰۱
۱۳۷	در یک مطالعه آماری، برای اندازه گیری وزن افراد از دو واحد متفاوت استفاده شده است. الف: این مورد مربوط به اجرای نادرست کدام یک از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است؟ ب: این اجرای نادرست بر کدام گام‌های این چرخه آمار اثر می‌گذارد؟	۱	شهریور ۱۴۰۱

math-pilevar.com

۱۳۸	داده‌های زیر، میزان حقوق ماهیانه (بر حسب میلیون تومان) کارمندان یک شرکت خصوصی را نشان می‌دهد: ۸ ، ۶ ، ۶ ، ۵ ، ۱۱ ، ۲۰ ، ۹ ، ۸ ، ۳۵ ، ۱۲ ، ۱۰ الف) دامنه تغییرات و میانه داده‌های بالا را به دست آورید. ب) آیا میانه معیار گرایش به مرکز مناسبی برای توصیف این داده‌ها است؟ چرا؟	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۱
۱۳۹	با توجه به داده‌های زیر میانگین و میانه آن‌ها را به دست آورید. ۴ – ۳ – ۴ – ۲ – ۸ – ۳ – ۷ – ۵ – ۱ – ۳	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۱۴۰	در موارد زیر نام گام را بنویسید. الف: برگزاری آزمون‌های پیشرفت تحصیلی در مدارس و بررسی نمره دانش آموزان ب: بررسی علل پایین بودن سرانه مطالعه دانش آموزان کشور در مقطع متوسطه دوم	۱	دی ۹۹
۱۴۱	با توجه به چرخه آماری، نام هر گام را بنویسید. الف: راهی برای رسیدن به پاسخ مساله پیدا می‌کنیم و به نمونه گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم. ب: نتایج به دست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.	۰/۵	خرداد ۹۹
۱۴۲	با توجه به داده‌ها جدول زیر را کامل کنید. متغیر | داده‌ها | میانگین | دامنه میان چارکی | دامنه تغییرات سن (سال) | ۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸ ۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶	۱/۵	خرداد ۹۹ خ
۱۴۳	اولین و آخرین گام چرخه آمار را بنویسید.	۰/۵	تیر ۹۸
۱۴۴	در نمونه‌گیری زیر مصرف آب ۹ خانوار در یک دوره (برحسب مترمکعب) به دست آمده است. ۱۳۰، ۶۵، ۷۵، ۱۲۰، ۵۰، ۳۰، ۷۰، ۱۱۰، ۴۰ میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص کنید.	۱/۵	شهریور ۹۸
۱۴۵	در کدام یک از موارد زیر احتیاج به نمونه بیشتری داریم؟ چرا؟ الف: سن دانش آموزان یک کلاس ب: معدل دانش آموزان یک کلاس	۰/۵	دی ۹۷

درس ۳
چرخه آمار

یادداشت ضروری دانش آموز: .....

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

ریاضی و آمار ۳



درس ۱

شمارش

۱- ۱) درست (۰/۲۵)
۲) درست (۰/۲۵)
۳) درست (صفحه ۶)
۴) نادرست (۰/۲۵)
۵) نادرست (۰/۲۵)
۶) نادرست (۰/۲۵)
۷) نادرست (۰/۲۵)
۸) درست (۰/۲۵)
۹) درست (۰/۲۵)

۲- ۱) ۲ یا ۲×۱
۲) ۱۲ (۰/۲۵)
۳) ۲۵ (۰/۲۵) صفحه ۵
۴) ۸ (۰/۲۵)
۵) $۴! = ۲۴$ (۰/۲۵)
۶) ۲۰ (۰/۲۵)
۷) ۷ تایی (۰/۲۵)
۸) جایگشت (۰/۲۵)
۹) ترکیب (۰/۲۵)
۱۰) ۱ (۰/۲۵)
۱۱) ۱ (۰/۲۵)
۱۲) $m \times n$ (۰/۲۵)
۱۳) $n!$ (۰/۲۵)
۱۴) $۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$ (۰/۲۵)
۱۵) $\binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳! \times (۶-۳)!} = ۲۰$ (۰/۲۵)
۱۶) $\binom{۹}{۶} = \frac{۹!}{۶! \times (۹-۶)!} = ۸۴$ (۰/۲۵)

۳- الف) گزینه ۲ یا عدد ۵ (۰/۲۵) (صفحه ۶)
ب) گزینه ۳، (عدد ۶) (۰/۲۵) (صفحه ۳۰)
پ) گزینه ۳ (۰/۲۵)
ت) گزینه ۴ (۰/۲۵)
ث) گزینه ۳ (۰/۲۵)

۴- الف) $۴! = ۲۴$ (۰/۵) ب) $C(۴,۲) = ۶$ (۰/۵)

۵- روش اول: $\underbrace{۲}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۵}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۴}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۳}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

روش دوم: $\underbrace{۱ \times ۵ \times ۴ \times ۳}_{۰/۵} + \underbrace{۱ \times ۵ \times ۴ \times ۳}_{۰/۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

روش سوم: $\underbrace{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳}_{۰/۵} - \underbrace{(۴ \times ۵ \times ۴ \times ۳)}_{۰/۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

۶- ۲۰ یا ۵×۴ (۰/۲۵)

۷- روش اول: $\underbrace{۶}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۵}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۴}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

روش دوم: $\underbrace{P = (۶,۳) = \frac{۶!}{(۶-۳)!}}_{۰/۷۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

روش سوم: $\underbrace{\binom{۶}{۳}}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۳!}_{۰/۲۵} = \underbrace{۲۰ \times ۶}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

ملاحظات:
۱- در روش دوم، چنانچه دانش‌آموزی عبارت $P(۶,۳)$ را ننویسد، نمره کسر نگردد.
۲- اگر دانش‌آموز با درنظر گرفتن تکرار ارقام سؤال را حل کند، (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

۸- الف) ۶ یا ۳×۲ (۰/۵)
ب) ۱۰ یا $\binom{۵}{۲} = \frac{۵!}{۳! \times ۲!}$ (۰/۵)

۹- روش اول: $\underbrace{۶}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۵}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۴}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

روش دوم: $\underbrace{P(۶,۳) = \frac{۶!}{(۶-۳)!}}_{۰/۷۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

روش سوم: $\underbrace{\binom{۶}{۳}}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۳!}_{۰/۲۵} = \underbrace{۲۰ \times ۶}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱۲۰}_{۰/۲۵}$

تذکر:
۱- اگر دانش اموز در روش دوم، عبارت $P(۶,۳)$ را ننویسد، نمره کسر نگردد.
۲- اگر دانش‌آموز با تکرار حروف سوال را حل کند به صورت $\underbrace{۶ \times ۶ \times ۶}_{۰/۲۵} = \underbrace{۲۱۶}_{۰/۲۵}$ نمره تعلق گیرد.

۱۰- $\underbrace{\binom{۵}{۳} = \frac{۵!}{۳!(۵-۳)!}}_{۰/۵} = \underbrace{۱۰}_{۰/۲۵}$

۱۱- روش اول: $\underbrace{۵ \times ۴ \times ۳}_{۰/۷۵} = \underbrace{۶۰}_{۰/۲۵}$

روش دوم: $\underbrace{P(۵,۳) = \frac{۵!}{(۵-۳)!}}_{۰/۷۵} = \underbrace{۶۰}_{۰/۲۵}$

۱۲- روش اول: $\underbrace{۳}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۳}_{۰/۲۵} \times \underbrace{۲}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱۸}_{۰/۲۵}$

روش دوم: ۹ = ۱ × ۳ × ۳ : یکان ۱ باشد. (۰/۲۵)
۹ = ۳ × ۳ × ۱ : یکان ۳ باشد. (۰/۲۵)
$\Rightarrow \underbrace{۹+۹}_{۰/۲۵} = ۱۸$ (۰/۲۵)

روش سوم: با ارقام داده شده: (همه اعداد سه رقمی ممکن، منهای اعداد سه رقمی زوج)

$\underbrace{۴ \times ۴ \times ۳}_{۰/۲۵} - \underbrace{(۴ \times ۳ \times ۱ + ۳ \times ۳ \times ۲)}_{۰/۵} = \underbrace{۱۸}_{۰/۲۵}$ (صفحه ۶)

۱۳- روش اول: $C(۸,۴)=\binom{۸}{۴}=\frac{۸!}{۴!\times ۴!}=۷۰$ (۰/۲۵ + ۰/۲۵ + ۰/۲۵)

روش دوم: $\binom{۸}{۴}=\frac{۸\times ۷\times ۶\times ۵}{۴\times ۳\times ۲\times ۱}=۷۰$ (۰/۲۵ + ۰/۲۵)

روش سوم: $\frac{p(۸,۴)}{۴!}=۷۰$ (۰/۲۵ + ۰/۲۵)

(صفحه ۱۰)

(به پاسخی که به صورت $\binom{۸}{۴}=۷۰$ نوشته شود، نمره کامل تعلق گیرد.)

۱۴- $۱+۲\times ۳=۷$ (۰/۲۵ + ۰/۵ + ۰/۲۵)

(صفحه ۴)

۱۵- روش اول:

الف) $۶\times ۵\times ۴\times ۳=۳۶۰$ (۰/۵ + ۰/۲۵)

ب) $۱\times ۴\times ۳\times ۲\times ۱\times ۱=۲۴$ (۰/۵ + ۰/۲۵)

روش دوم:

الف) $p(۶,۴)=\frac{۶!}{۲!}=۳۶۰$ (۰/۵ + ۰/۲۵)

ب) $۱\times ۴!\times ۱=۲۴$ (۰/۵ + ۰/۲۵)

۱۶- صفحه ۶

روش اول:

الف) $۴\times ۳\times ۳=۳۶$ (۰/۷۵ + ۰/۲۵)

روش دوم:

کل اعداد سه رقمی با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $۵\times ۴\times ۳=۶۰$ (۰/۲۵)

کل اعداد سه رقمی زوج با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $۴\times ۳\times ۲=۲۴$ (۰/۵)

کل اعداد سه رقمی فرد با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $۶۰-۲۴=۳۶$ (۰/۲۵)

صفحه ۱۰

ب) $\binom{۵}{۳}=۱۰$ (۰/۵ + ۰/۲۵)

۱۷- $۳\times ۲+۲\times ۱=۸$ (۰/۲۵ + ۰/۲۵ + ۰/۲۵)

۱۸- $۵\times ۴\times ۳\times ۱=۶۰$ حالت اول: رقم یکان صفر باشد. (۰/۵)

$۴\times ۴\times ۳\times ۱=۴۸$ حالت دوم: رقم یکان ۵ باشند. (۰/۵)

$\Rightarrow ۶+۴۸=۱۰۸$ (۰/۲۵)

(صفحه ۶ و ۷)

روش دوم: کل اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده و بدون تکرار $۵\times ۵\times ۴\times ۳=۳۰۰$ (۰/۵)

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکرشده که مضرب ۵ نیستند و بدون تکرار ارقام

$۴\times ۴\times ۳\times ۴=۱۹۲$ (۰/۵)

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام $۳۰۰-۱۹۲=۱۰۸$ (۰/۲۵)

۱۹- الف) حالت ۱۲ = $۴+۳+۵$ (۰/۷۵)

ب) حالت ۶۰ = $۴\times ۳\times ۵$ (۰/۷۵) صفحه ۱۰ و ۱۱

۲۰- $\begin{cases}۵\times ۴\times ۳\times ۱=۶۰ & (۰/۵)\\ ۴\times ۴\times ۳\times ۱=۴۸ & (۰/۵)\end{cases}$ $۶۰+۴۸=۱۰۸$ (۰/۵)

صفحه ۶

۲۱- صفحه ۴

$۲\times ۳+۱+۲\times ۲=۱۱$ (۰/۲۵)(۰/۲۵)(۰/۲۵)(۰/۲۵)

۲۲- الف) $۷\times ۶\times ۵\times ۴\times ۳\times ۲\times ۱$ یا $۷!$ یا ۵۰۴۰ (۰/۵)

ب) $۱\times ۲\times ۳\times ۴\times ۵\times ۱=۱۲۰$ (۰/۷۵ + ۰/۲۵)

صفحه ۱۱

۲۳- $۵\times ۴\times ۳=۶۰$

۲۴- $\left.\begin{array}{ll}۶\times ۵\times ۱ & \Rightarrow ۳۰\\ \text{(اگر رقم یکان فقط صفر باشد)} & \\ ۵\times ۵\times ۳ & \Rightarrow ۷۵\\ \text{(اگر رقم یکان ۶ یا ۴ یا ۲ باشد)} & \end{array}\right\}\Rightarrow ۳۰+۷۵=۱۰۵$

۲۵- الف) $\binom{۶}{۳}=\frac{۶!}{۳!۳!}=\frac{۶\times ۵\times ۴}{۳\times ۲\times ۱}=۲۰$

ب) $\binom{۴}{۲}=\frac{۴!}{۲!۲!}=\frac{۴\times ۳}{۲\times ۱}=۶$

۲۶- $۳\times ۴=۱۲$

۲۷- $۹\times ۸\times ۷\times ۶=۳۰۲۴$

۲۸- تمام مسائلی که انتخاب ۳ شی از ۵ شی باشد، به طوری که ترتیب در انتخاب آنها اهمیت نداشته باشد.

مانند: به چند طریق میتوان از بین ۵ کتاب، ۳ کتاب را انتخاب کرد؟

۲۹- الف: $۶\times ۵\times ۴=۱۲۰$ ب: $۱\times ۵\times ۴=۲۰$

۳۰- $\binom{۹}{۱}=۹$

۳۱- الف) $\binom{۹}{۱}=\frac{۹!}{۱!\times ۸!}=۹$

ب) $\binom{۳}{۱}=۳$

۳۲- $۵\times ۴\times ۳=۶۰$

۳۳- $۳ \times ۴ = ۱۲$

۳۴- الف: $۳ + ۲ + ۴ = ۹$ ب: $۳ \times ۲ \times ۴ = ۲۴$

۳۵- $۳ \times ۴ \times ۳ = ۳۶$

۳۶- $\binom{۹}{۴} = \frac{۹!}{۴!(۹-۴)!} = \frac{۹!}{۴! \times ۵!}$
$= \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۵!} = ۱۲۶$

۳۷- $۷ \times ۶ \times ۵ = ۲۱۰$

۳۸- $\binom{۴}{۳} + \binom{۵}{۳} = \frac{۴!}{۳!(۴-۳)!} + \frac{۵!}{۳!(۵-۳)!} = ۴ + ۱۰ = ۱۴$

۳۹- $\binom{۵}{۲} = \frac{۵!}{۲!(۵-۲)!} = \frac{۵ \times ۴ \times ۳!}{۲ \times ۱ \times ۳!} = ۱۰$

۴۰- $\left.\begin{matrix} A \to B \to C & ۳ \times ۴ = ۱۲ \\ A \to D \to C & ۳ \times ۲ = ۶ \end{matrix}\right\} \to ۱۲ + ۶ = ۱۸$

۴۱- $\binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{۳!(۷-۳)!} = ۳۵$

۴۲- الف) $۱ \times ۵ \times ۴ = ۲۰$
ب) $۱ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۱۲$

۴۳- $۱۰ + ۱۲ + ۶ = ۲۸$

۴۴- $\binom{۸}{۳} = \frac{۸!}{۳! \times (۸-۳)!} = ۵۶$

۴۵- $۳ + ۵ = ۸$

۴۶- الف) $۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۳۶۰$
ب) $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۴ = ۴۸۰$
ج) $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۶۰$

۴۷- الف) $۵! = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$
ب) $۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$

۴۸- $\binom{۸}{۳} = \frac{۸!}{۳!(۸-۳)!} = ۵۶$

۴۹- $۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ = ۸۴۰$

۵۰- $\binom{۵}{۲} = \frac{۵!}{۲! \times (۵-۲)!} = ۱۰$

۵۱- الف) $۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ = ۱۵۱۲۰$
ب) $۸ \times ۷ \times ۶ \times ۴ = ۱۳۴۴$

یادداشت ضروری دانش‌آموز:

درس ۲

احتمال

۵۲- ۱) نادرست (۰/۲۵)
۲) نادرست (۰/۲۵)
۳) نادرست (۰/۲۵)
۴) نادرست (صفحه ۶)
۵) نادرست صفحه ۲۰
۶) درست (صفحه ۱۷)
۷) نادرست (۰/۲۵)
۸) درست (۰/۲۵)
۹) درست (۰/۲۵)
۱۰) نادرست (۰/۲۵)
۱۱) نادرست (۰/۲۵)
۱۲) نادرست (۰/۲۵)
۱۳) درست (۰/۲۵)
۱۴) درست (۰/۲۵)
۱۵) نادرست (۰/۲۵)
۱۶) نادرست (۰/۲۵)
۱۷) درست (۰/۲۵)
۱۸) درست (۰/۲۵)
۱۹) درست (۰/۲۵)
۲۰) نادرست (۰/۲۵)
۲۱) درست (۰/۲۵)

۵۳- ۱) صفر (۰/۲۵)
۲) ۰/۹ (۰/۲۵)
۳) نشدنی یا غیرممکن
۴) ۴ یا $۲^۲$
۵) ناسازگار یا جدا از هم
۶) ۰/۶ یا ۰/۴ − ۱
۷) صفر (صفحه ۱۹)
۸) نشدنی (صفحه ۱۷ و ۱۵)
۹) ناسازگار (صفحه ۱۸)
۱۰) برآمد (صفحه ۱۲)
۱۱) $\frac{۳}{۸} = \frac{۲۴}{۶۴} = \frac{۲}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۴}$
۱۲) حتمی
۱۳) غیرممکن (نشدنی)
۱۴) تهی
۱۵) A
۱۶) ۱
۱۷) $A \cap B = \emptyset$
۱۸) ناسازگار
۱۹) $۲ \times ۶ = ۱۲$
۲۰) A'
۲۱) عضو $۸ = ۲ \times ۲ \times ۲$
۲۲) $A \cap B$
۲۳) $A - B$ (۰/۲۵)

۵۴- الف) گزینه ۲، $(A - (B \cup C))'$ (۰/۲۵) صفحه ۱۸
ب) گزینه ۴ (۰/۲۵)
پ) گزینه ۲ (۰/۲۵)
ت) گزینه ۴ (۰/۲۵)
ث) گزینه ۱ (صفر) (۰/۲۵)

۵۵- $A = \{(ر,ر), (ر,۲), (ر,۴), (ر,۶)\}$ هر مورد (۰/۲۵)

۵۶-

روش اول: $P(A) = \frac{\overbrace{\binom{۷}{۲} \times \binom{۳}{۱} + \binom{۷}{۳}}^{۰/۷۵}}{\underbrace{\binom{۱۰}{۳}}_{۰/۲۵}} = \overbrace{\frac{۶۳+۳۵}{۱۲۰} = \frac{۹۸}{۱۲۰} = \frac{۴۹}{۶۰}}^{۰/۵}$

روش دوم: $P(A) = ۱ - \frac{\overbrace{\binom{۷}{۱} \times \binom{۳}{۲} + \binom{۳}{۳}}^{۰/۷۵}}{\underbrace{\binom{۱۰}{۳}}_{۰/۲۵}} = \underbrace{۱ - \frac{۲۲}{۱۲۰} = \frac{۹۸}{۱۲۰} = \frac{۴۹}{۶۰}}_{۰/۵}$

«ذکر تنها یک مورد به عنوان پاسخ پایانی کافی است.

۵۷- $\frac{۵}{۱۱}$ یا $۱ - \frac{۶}{۱۱} = \frac{۵}{۱۱}$

۵۸- الف) $A = \{(ر,ر,پ), (ر,پ,ر), (پ,ر,ر)\}$ (هر مورد (۰/۲۵))

ب) $B = \{(پ,پ,پ), (ر,ر,ر)\}$ (هر مورد (۰/۲۵))

پ) بله (۰/۲۵)، زیرا اشتراک ندارند. یا $A \cap B = \phi$ یا پیشامدهای A و B جدا از هم هستند. (۰/۲۵)

ملاحظات:

چنانچه دانش‌آموز هر یک از قسمت‌های الف یا ب و یا هر دو را اشتباه پاسخ دهد قسمت «پ» را با توجه به پاسخ‌های اشتباه قبلی خود، درست پاسخ دهد، نمره کسر نگردد.

۵۹- روش اول:

$$\underbrace{P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}}_{۰/۲۵} = \frac{\overbrace{\binom{۴}{۱}}^{۰/۲۵} \overbrace{\times}^{۰/۲۵} \overbrace{\binom{۵}{۲}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{\binom{۹}{۳}}_{۰/۲۵}} = \underbrace{\frac{۴ \times ۱۰}{۸۴}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{۴۰}{۸۴} = \frac{۱۰}{۲۱}}_{۰/۲۵}$$

ملاحظات:

در صورتی که دانش‌آموز بدون نوشتن علامت ضرب (×)، در صورت کسر به عدد ۴۰ برسد، نمره آن قسمت تعلق گیرد.

روش دوم: (روش متمم)

$$\underbrace{P(A) = ۱ - P(A')}_{۰/۲۵} = ۱ - \frac{\overbrace{\binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۱}}^{۰/۲۵} + \overbrace{\binom{۴}{۳} \times \binom{۵}{۰}}^{۰/۲۵} + \overbrace{\binom{۴}{۰} \times \binom{۵}{۳}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{\binom{۹}{۳}}_{۰/۲۵}}$$

$= ۱ - \underbrace{\frac{۳۰+۴+۱۰}{۸۴}}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱ - \frac{۴۴}{۸۴}}_{۰/۲۵} = \frac{۱۰}{۲۱}$

ملاحظات:

۱- نوشتن یکی از موارد به عنوان جواب آخر کفایت می‌کند.

۲- در صورتی که دانش‌آموز از مرحله جای گذاری به بعد فرمول را به طرز صحیح استفاده کند. نمره‌ای برای ننوشتن فرمول کسر نگردد.

روش سوم:

۱) آفریقا، آفریقا، آسیا $\frac{۵}{۹} \times \frac{۴}{۸} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۱۰}{۶۳}$ (۰/۵)

۲) آفریقا، آسیا، آفریقا $\frac{۵}{۹} \times \frac{۴}{۸} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۱۰}{۶۳}$ (۰/۵)

۳) آسیا، آفریقا، آفریقا $\frac{۴}{۹} \times \frac{۵}{۸} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۱۰}{۶۳}$ (۰/۵)

بنابراین $P(A) = ۳ \times \frac{۱۰}{۶۳} = \frac{۱۰}{۲۱}$ (۰/۲۵)

۶۰- الف) $A = \{(۴,۶),(۵,۵),(۶,۴)\}$ (۰/۲۵)

ب) هر مورد $B = \{(۲,۲),(۴,۴),(۶,۶)\}$ (۰/۲۵)

تذکر:

اگر دانش آموز عضو اضافه اشتباه بنویسد به ازای هر عضو (۰/۲۵) از نمره کسب شده در این قسمت کم شود، به طور مثال اگر ۳ مورد درست و ۲ مورد اشتباه بنویسد، تنها (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. (نمره منفی منظور نگردد)

پ) $C = \{\}$ یا نشدنی یا غیرممکن یا ϕ یا عضوی وجود ندارد یا تهی (۰/۲۵)

۶۱- روش اول:

$$P(A) = \underbrace{\frac{n(A)}{n(S)}}_{۰/۲۵} = \frac{\overbrace{\binom{۵}{۳}}^{۰/۲۵} \underbrace{\times}_{۰/۲۵} \overbrace{\binom{۳}{۱}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{\binom{۸}{۴}}_{۰/۲۵}} = \underbrace{\frac{۱۰ \times ۳}{۷۰}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{۳۰}{۷۰}}_{(۰/۲۵)*} = \frac{۳}{۷}$$

تذکر:

اگر دانش‌آموز بدون نوشتن علامت ضرب (×)، در صورت کسر به عدد ۳۰ برسد، نمره آن قسمت تعلق گیرد.

روش دوم: (روش متمم)

$$P(A) = \underbrace{۱ - P(A')}_{۰/۲۵} = ۱ - \frac{\overbrace{\binom{۵}{۴} \times \binom{۳}{۰}}^{۰/۲۵} + \overbrace{\binom{۵}{۲} \times \binom{۳}{۲}}^{۰/۲۵} + \overbrace{\binom{۵}{۱} \times \binom{۳}{۳}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{\binom{۸}{۴}}_{۰/۲۵}}$$

$$= \underbrace{۱ - \frac{۵+۳۰+۵}{۷۰}}_{۰/۲۵} = \underbrace{۱ - \frac{۴۰}{۷۰}}_{(۰/۲۵)*} = \frac{۳۰}{۷۰} = \frac{۳}{۷}$$

تذکر:

۱- در موارد * نوشتن یکی از موارد به عنوان جواب آخر کفایت می‌کند.

۲- اگر دانش‌آموز از مرحله جای‌گذاری به بعد فرمول را به درستی استفاده کند، نمره‌ای برای ننوشتن فرمول کسر نگردد.

روش سوم: (۴ حالت (۱/۵) نمره)

۱) جنوبی-جنوبی-جنوبی-شمالی $\frac{۳}{۸} \times \frac{۵}{۷} \times \frac{۴}{۶} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۳}{۲۸}$

۲) جنوبی-جنوبی-شمالی-جنوبی $\frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} \times \frac{۴}{۶} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۳}{۲۸}$

۳) جنوبی-شمالی-جنوبی-جنوبی $\frac{۵}{۸} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۳}{۶} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۳}{۲۸}$

۴) شمالی-جنوبی-جنوبی-جنوبی $\frac{۵}{۸} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۳}{۶} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۳}{۲۸}$

$$\underbrace{P(A) = ۴ \times \frac{۳}{۲۸}}_{۰/۲۵} = \frac{۳}{۷}$$

بنابراین:

تذکر:

۱- اگر دانش‌آموز پاسخ نهایی را به صورت اعشاری یعنی ۰/۴ نوشت نمره کسر نگردد.

۲- اگر دانش‌آموز در روش سوم یکی از حالت‌ها را محاسبه کند و بنویسد بقیه به شکل مشابه انجام می‌شود، نمره (۱/۵) تعلق گیرد.

۶۲- $\frac{۲}{۱۰}$ یا $۰/۲ = ۰/۸ - ۱$ (۵۰)

۶۳- هر مورد (۰/۲۵) $A = \{(پ، پ، پ)،(پ، د، پ)،(د، پ، پ)،(پ، پ، د)\}$

۶۴- الف) $B - A = \{(۱,۱),(۳,۳),(۴,۴)\}$ هر مورد (۰/۲۵)

در صورتی که عضو اضافه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسر شود.

ب) خیر (۰/۲۵)، زیرا اشتراک دارند. یا $A \cap B \neq \phi$ یا $A \cap B = \{(۲,۲)\}$ (۰/۲۵)

ج) $P(A) = \underbrace{\frac{n(B)}{n(S)}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{۴}{۳۶}}_{۰/۲۵} \simeq ۰/۱۱$

در صورتی که دانش‌آموز بدون اشاره به فرمول احتمال پاسخ نوشته است، نمره‌ای کسر نگردد.

۶۵-

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\overbrace{\binom{۵}{۲}}^{۰/۲۵} \underbrace{\times}_{۰/۲۵} \overbrace{\binom{۳}{۱}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{\binom{۸}{۳}}_{۰/۲۵}} = \underbrace{\frac{۱۰ \times ۳}{۵۶} = \frac{۳۰}{۵۶}}_{۰/۲۵} \simeq ۰/۵۳$$

۶۶- الف) ۱۲ (صفحه ۱۴) ب) ۰/۸ (صفحه ۲۲)

۶۷- (هر مورد ۰/۲۵) $A = \{(۱,۵),(۵,۱),(۲,۴),(۴,۲)\}$

(در هر پاسخی که علاوه بر عضوهای پیشامد A، عضو (۳,۳) نیز نوشته شده باشد، به علت عدم اعمال تفاضل پیشامدها، (۰/۲۵) کسر گردد.) (صفحه ۱۶)

۶۸- روش اول:

$$P(A) = \frac{\overbrace{\binom{۲}{۲}}^{۰/۲۵} \underbrace{+}_{۰/۲۵} \overbrace{\binom{۴}{۲}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{\binom{۷}{۲}}_{۰/۲۵}} = \underbrace{\frac{۹}{۲۱} = \frac{۳}{۷}}_{۰/۲۵}$$

روش دوم:

$$P(A)=1-\frac{\binom{3}{1}\times\binom{4}{1}}{\binom{7}{1}}=1-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$$

(صفحه ۲۶)

۶۹- روش اول:

$$\begin{cases} n(S)=12\times12\times12=12^3 & (0/25)\\ n(A)=1\times1\times1=1 & (0/25)\end{cases}\Rightarrow P(A)=\frac{1}{12^3}\quad(0/25)$$

روش دوم:

$$\frac{1}{12}\times\frac{1}{12}\times\frac{1}{12}=\left(\frac{1}{12}\right)^3$$

(صفحه ۲۰)

در صورتی که دانش‌آموز فقط جواب آخر را بنویسید (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

در صورتی که فقط به $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ اشاره کرده است، (۰/۲۵) تعلق گیرد.

۷۰-

الف) $A=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$ (۱)

ب) $B=\{(1,4),(4,1)\}$ (۰/۵)

۷۱- صفحه ۲۳

الف) $P(A)=\frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{3}}=\frac{24}{84}=\frac{2}{7}$

ب) $P(B)=\frac{\binom{2}{1}\binom{7}{2}+\binom{7}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{77}{84}=\frac{11}{12}$

روش اول

روش دوم $P(B)=1-\frac{\binom{2}{2}\binom{7}{1}}{\binom{9}{3}}=\frac{77}{84}=\frac{11}{12}$

۷۲-

الف) $=\{(پ,پ),(د,پ),(پ,د),(د,پ)\}$ (۰/۷۵)

ب) $=\{(پ,پ),(د,د)\}$ (۰/۵)

پ) به ناسازگارند. (۰/۲۵) زیرا $A\cap B=\phi$ (اشتراک دو مجموعه تهی است.) (۰/۲۵)

۷۳-

الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{6}{2}\times\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}}=\frac{15\times4}{120}=\frac{1}{2}$

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{4}{2}\times\binom{6}{1}+\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}}=\frac{6\times6+4}{120}=\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$

به سایر روش‌های درست به تناسب نمره تعلق گیرد.

۷۴- الف) $\{2,3\}$ (۰/۵) ب) $\{1,9\}$ (۰/۵) (صفحه ۲۵)

۷۵-

الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{2}\times\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}=\frac{10\times4}{84}=\frac{10}{21}$

ب) $p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{4}{2}\times\binom{5}{1}+\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{6\times5+4}{84}=\frac{34}{84}=\frac{17}{42}$

روش دوم:

$$p(B)=1-p(B')=1-\frac{\binom{4}{1}\times\binom{5}{2}+\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}$$

$$=1-\frac{4\times10+10}{84}=1-\frac{50}{84}=\frac{34}{84}$$

۷۶- الف)

$A=\{(پ,۱),(پ,۲),(پ,۳),(پ,۴),(پ,۵),(پ,۶),$

$(رو,۵),(رو,۶)\}$ (۰/۷۵)

ب)

$n(B)=3$

$n(S)=6\times2=12$ (۰/۵)

$p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ (۰/۲۵)

۷۷-

$$p(A)=\frac{7\times6\times5\times4\times3\times4}{8\times7\times6\times5\times4\times3}=\frac{1}{2}$$

(۰/۵) (۰/۵)

۷۸- الف) $S=\{(پسر,پسر),(دختر,پسر),(پسر,دختر),(دختر,دختر)\}$ فضای نمونه‌ای (۱)

هر زوج مرتب (۰/۲۵)

ب) $A=\{(دختر,دختر),(پسر,پسر)\}$ (۰/۵) هر زوج مرتب (۰/۲۵)

۷۹-

$$p(A)=\frac{\binom{5}{3}\times\binom{3}{1}+\binom{5}{4}\times\binom{3}{0}}{\binom{8}{4}}=\frac{35}{70}=\frac{1}{2}$$

(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۰- $p(A') = ۱ - p(A) = ۱ - \frac{۷}{۲۵} = \frac{۱۸}{۲۵}$ (۰/۵)
(صفحه ۲۳)

۸۱- الف) $A = \{(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$

ب) تهی یا $\emptyset$ یا $\{\ \}$

۸۲- الف) $n(s) = \binom{۹}{۶} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = ۸۴$

$$p(A) = \frac{\binom{۵}{۴}\binom{۴}{۲} + \binom{۵}{۵}\binom{۴}{۱}}{\binom{۹}{۶}} = \frac{۳۰ + ۴}{۸۴} = \frac{۳۴}{۸۴}$$

ب) $p(B) = \frac{\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۳}}{\binom{۹}{۶}} = \frac{۱۰ \times ۴}{۸۴} = \frac{۴۰}{۸۴}$

۸۳- الف) $A = \{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$

$B = \{(۲,۶),(۳,۵),(۴,۴),(۵,۳),(۶,۲)\}$

ب) ناسازگار نیستند $\rightarrow A \cap B = \{(۴,۴)\}$

۸۴- راه اول:

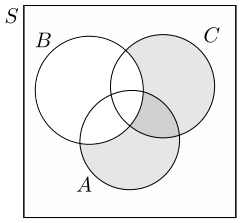
$$\frac{\binom{۷}{۰}\binom{۵}{۳} + \binom{۷}{۱}\binom{۵}{۲} + \binom{۷}{۲}\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۱۸۵}{۲۲۰} = \frac{۳۷}{۴۴}$$

راه دوم:

$$A \text{ متمم} \Rightarrow \text{هر ۳ مهره قرمز} \Rightarrow \frac{\binom{۷}{۳}\binom{۵}{۰}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۳۵}{۲۲۰} = \frac{۷}{۴۴}$$

$$P(A) = ۱ - \frac{۷}{۴۴} = \frac{۳۷}{۴۴}$$

۸۵-



۸۶- الف: $n(s) = ۲ \times ۶ = ۱۲$

ب: $A = \{(رو,۲)(رو,۴)(رو,۶)\}$

۸۷- $P(A) = \frac{\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۴ \times ۱۵}{۱۲۰} = \frac{۶۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۲}$

۸۸- صفحه ۱۳ کتاب

الف) قطعی ب) تصادفی

۸۹- صفحه ۲۳ کتاب

$$n(s) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷!}{۲! \times ۵!} = ۲۱$$

$$n(A) = \binom{۴}{۲} = ۶ \qquad P(A) = \frac{۶}{۲۱}$$

۹۰- $A = \{(۵,۶)(۶,۵)(۶,۶)\}$

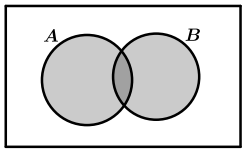
۹۱- $A = \{۳,۶,۹\}$ $P(A) = \frac{۳}{۱۰}$

۹۲- $n(s) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۶! \times ۳!} = ۸۴$

$$n(A) = \binom{۴}{۲} \times \binom{۵}{۱} = ۳۰$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۰}{۸۴}$$

۹۳-



۹۴- الف: $S = \{(p,۱)(p,۲)(p,۳)(p,۴)(p,۵)(p,۶)$
$(r,۱)(r,۲)(r,۳)(r,۴)(r,۵)(r,۶)\}$

ب: $A = \{(p,۱)(p,۳)(p,۵)\}$

۹۵- الف) $p(A) = \frac{۱}{۴}$

ب) $p(B) = \frac{۱}{۲}$

۹۶- $n(s) = \binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{۳! \times ۴!} = ۳۵$

$$n(A) = \binom{۲}{۱} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۲}{۱} = ۱۲$$

$$P(A) = \frac{۱۲}{۳۵}$$

۹۷- $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۸۴} = \frac{۲}{۷}$

۹۸- $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱ \times ۱ \times ۱ \times ۱}{۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲} = \frac{۱}{۱۲^۴}$

۹۹- الف: $S = \{(p,p,p),(p,p,d),(p,d,p),(d,p,p),$
$(d,d,p),(d,p,d),(p,d,d),(d,d,d)\}$

ب: $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۸}$

-۱۰۰ $A=\{(ر,۱),(ر,۲),(ر,۳),(ر,۴),(ر,۵),(ر,۶),(پ,۱),(پ,۲),(پ,۳)\}$

$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۳}{۴}$

-۱۰۱ $P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$

-۱۰۲ $\binom{۵}{۱}\binom{۶}{۱}\binom{۴}{۱}=۵\times۶\times۴=۱۲۰$

-۱۰۳ $A=\{(۶,۴),(۴,۶),(۵,۵),(۶,۶),(۶,۵),(۵,۶)\}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$

-۱۰۴ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۵}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۵\times۳\times۲}{۱۲۰}=\frac{۱}{۴}$

-۱۰۵ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۵}{۴}\binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۶}}=\frac{۵\times۶}{۸۴}=\frac{۳۰}{۸۴}$

-۱۰۶ $S=\{۱,۳,۵,۷,۹,۱۱,۱۳,۱۵\}$

$A=\{۳,۹,۱۵\}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۸}$

-۱۰۷ الف: $A=\{(۴,۶),(۶,۴),(۵,۵)\}$

ب: $B=\{(۲,۲),(۴,۴),(۶,۶)\}$

-۱۰۸ $P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۳۲}{۹۹}=\frac{۶۷}{۹۹}$

-۱۰۹ الف: $A=\{۲\}$

ب: $B=\{۳,۵\}$

-۱۱۰ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۹}{۳}\binom{۲}{۱}}{\binom{۱۱}{۴}}=\frac{۸۴\times۲}{۳۳۰}=\frac{۱۶۸}{۳۳۰}$

-۱۱۱ الف: $S=\{(d,p),(p,d),(p,p),(d,d)\}$

ب: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۴}$

ج: $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۳}{۴}$

-۱۱۲ الف: $S=\{(r,۱)(r,۲)(r,۳)(r,۴)(r,۵)(r,۶),(p,۱)(p,۲)(p,۳)(p,۴)(p,۵)(p,۶)\}$

ب: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۱۲}$

ج: $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۲}$

-۱۱۳ الف: $n(s)=۳۶$

ب: $A=\{(۶,۴)(۴,۶)(۵,۵)\}\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۳۶}$

$B=\{(۳,۳)(۳,۶)(۶,۳)(۶,۶)\}$

$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۴}{۳۶}$

-۱۱۴ الف: $A=\{(۱,۳)(۳,۱)(۲,۲)\}$

ب: $B=\{(۱,۱)(۳,۳)(۵,۵)\}$

-۱۱۵ $P(A)=\frac{n(A)}{n(B)}=\frac{\binom{۷}{۲}\binom{۳}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۲۱\times۳}{۱۲۰}=\frac{۶۳}{۱۲۰}$

-۱۱۶ الف: $S=\{(r,۱)(r,۲)(r,۳)(r,۴)(r,۵)(r,۶)(p,۱)(p,۲)(p,۳)(p,۴)(p,۵)(p,۶)\}$

ب: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۲}$

پ: $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۶}{۱۲}$

-۱۱۷ الف: $A=\{(۱,۱)(۲,۲)(۳,۳)(۴,۴)(۵,۵)(۶,۶)\}$

ب: $B=\{(۱,۱)(۱,۳)(۱,۲)(۲,۱)(۳,۱)\}$

-۱۱۸ الف: $S=\{(p,p,p)(p,p,d)(p,d,p)(d,p,p)(d,d,p)(d,p,d)(p,d,d)(d,d,d)\}$

ب: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۸}$

-۱۱۹ الف: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۸}{۲}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۲۸}{۶۶}$

ب: $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{۸}{۱}\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۸\times۴}{۶۶}=\frac{۳۲}{۶۶}$

یادداشت ضروری دانش‌آموز:

درس ۳

چرخه آمار در حل مسائل

۱۲۰- ۱) درست (۰/۲۵)
۲) درست (۰/۲۵)
۳) درست (۰/۲۵)
۴) درست (۰/۲۵)
۵) درست (۰/۲۵)
۶) نادرست (۰/۲۵)
۷) نادرست (۰/۲۵)
۸) درست (۰/۲۵)
۹) درست (۰/۲۵)
۱۰) نادرست (۰/۲۵)
۱۱) درست (۰/۲۵)
۱۲) نادرست (۰/۲۵)
۱۳) نادرست (۰/۲۵)
۱۴) درست (۰/۲۵)
۱۵) درست (۰/۲۵)
۱۶) درست (۰/۲۵)
۱۷) نادرست (۰/۲۵)
۱۸) نادرست (۰/۲۵)
۱۹) درست (۰/۲۵)
۲۰) درست (۰/۲۵)
۲۱) نادرست (۰/۲۵)

۱۲۱- ۱) گام چهارم (تحلیل داده‌ها) (صفحه ۳۴)
۲) کیفی (اسمی یا ترتیبی) (۰/۲۵)
۳) گام اول (بیان مسئله) (۰/۲۵)
۴) نمودار جعبه‌ای (۰/۲۵)
۵) صفر (۰/۲۵)
۶) تعداد (۰/۲۵)
۷) اندازه‌گیری یا سنجش (۰/۲۵)
۸) اندازه (۰/۲۵)
۹) جعبه‌ای (۰/۲۵)
۱۰) جعبه‌ای (۰/۲۵)
۱۱) میانه (۰/۲۵)
۱۲) بزرگتری (۰/۲۵)
۱۳) سوم (۰/۲۵)
۱۴) اولین (۰/۲۵)
۱۵) انحراف معیار (۰/۲۵)
۱۶) کمی (۰/۲۵)
۱۷) دامنه میان چارکی (۰/۲۵)
۱۸) سوم (۰/۲۵)
۱۹) اولین (۰/۲۵)
۲۰) طرح و برنامه‌ریزی (۰/۲۵)

۱۲۲- ۱) نقد و بررسی یا ۲
۲) دامنه میان چارکی یا ۳
۳) گزینه ۱، (میانگین ـ انحراف معیار) (۰/۲۵) (صفحه ۳۴)
۴) گزینه ۲: (طرح و برنامه‌ریزی) (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)
۵) گزینه ۳ (۰/۲۵)
۶) گزینه ۱ (نقد و بررسی) (۰/۲۵)
۷) گزینه ۴ (تفسیر داده‌ها) (۰/۲۵)
۸) گزینه ۱ (۱۴) (۰/۲۵)
۹) گزینه ۴ (بحث و نتیجه‌گیری) (۰/۲۵)
۱۰) گزینه ۴ (جعبه‌ای) (۰/۲۵)
۱۱) گزینه ۲ (گردآوری و پاک سازی داده‌ها) (۰/۲۵)
۱۲) گزینه ۳ (میانگین) (۰/۲۵)
۱۳) گزینه ۱ (طرح و برنامه‌ریزی) (۰/۲۵)

۱۲۳- الف) اندازه‌گیری یا سنجش ب) $۲ = ۱۲ - ۱۴$

۱۲۴- الف) تعریف مسئله ب) روش کار پ) پاکسازی ت) معیارها ث) نقد و بررسی‌ها هر مورد (۰/۲۵)

۱۲۵- الف) در هر بازه سرعت، تعداد خودروهایی که با آن سرعت حرکت کرده است، مشخص نشده است. (۰/۲۵)
(اگر دانش‌آموزی با ذکر مثال به مورد بالا اشاره کند نمره تعلق گیرد.)
ب) برای تحلیل صحیح داده‌ها نباید فقط فراوانی گزارش شود، بلکه باید نسبت تعداد تصادف‌های هر دسته به تعداد خودروهایی که با سرعت آن دسته حرکت می‌کرده‌اند، گزارش شود. (۰/۲۵)

۱۲۶- الف) میانه یا d ب) دامنه میان چارکی یا a هر مورد (۰/۲۵)

۱۲۷- الف) گروه دوم (۰/۲۵) ب) گروه اول (۰/۲۵) ج) گروه اول (۰/۲۵)

۱۲۸- میانه (صفحه ۳۴)

۱۲۹- الف) d یا (بحث و نتیجه‌گیری)
ب) a یا (طرح و برنامه‌ریزی)
پ) b یا (تحلیل داده‌ها) هر مورد (۰/۲۵) (صفحه ۳۱)

۱۳۰- (صفحه ۳۰) (نوشتن شماره گام یا اسم گام کافی است)
الف) گام سوم یا گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها (۰/۲۵)
ب) گام پنجم یا بحث و نتیجه‌گیری (۰/۲۵)
پ) گام چهارم یا تحلیل داده‌ها (۰/۲۵) پ) گام اول یا بیان مسئله (۰/۲۵)

۱۳۱- (صفحه ۳۵)

$\bar{x} = ۱۶۰$ یا میانگین $= ۱۶۰$ (۰/۲۵)

$\sigma = ۱۶۵ - ۱۶۰ = ۵$ یا انحراف معیار $= ۵$ (۰/۲۵)

۱۳۲- قسمت الف (۰/۲۵) زیرا شماره تلفن‌ها با رقم اول یکسان، همگی در یک منطقه از شهر هستند و ساکنین دیگر مناطق این شهر، شانس انتخاب شدن ندارند.
(۵۰) (صفحه ۳۳)

۱۳۳- الف) گروه دوم ب) گروه اول ج) گروه اول
هرمورد (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)

۱۳۴- خیر (۰/۲۵) زیرا کسانی که در کتابخانه نیستند، شانس حضور در نمونه را ندارند و چون فقط از افراد کتابخانه، نمونه‌گیری انجام شده است، میانگین داده‌های به دست آمده (آماره نمونه) بزرگ‌تر از میانگین آن در جامعه آماری (پارامتر جامعه) می‌شود چون افرادی که اصلاً به کتابخانه نمی‌روند، در نظر گرفته نشده‌اند. (۰/۲۵)
صفحه ۳۳

math-pilevar.com

۱۳۵- میانه، معیار گرایش به مرکز مناسب (۰/۲۵) و دامنه میان چارکی، معیار پراکندگی مناسب (۰/۲۵) است. چون در میان داده‌ها، دو داده دور افتاده مانند ۳۰ و ۲۸ وجود دارد. (۰/۵)

صفحه ۳۴

۱۳۶- نمی‌توان نظری داد، چون گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

۱۳۷- الف: گام دوم: طرح و برنامه ریزی

ب: بر روی گام سوم، گام چهارم و گام پنجم اثر می گذارد.

۱۳۸- الف) دامنه تغییرات: $۳۰ - ۵ = ۳۵$ ، میانه: ۹

ب) بله، زیرا در بین داده‌ها دادهٔ دور افتاده وجود دارد.

۱۳۹- $\overline{x} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$ میانه $= ۳/۵$

۱۴۰- الف: طرح و برنامه‌ریزی

ب: بیان مسئله

۱۴۱- الف: طرح و برنامه‌ریزی

ب: بحث و نتیجه گیری

۱۴۲-

$$\text{میانگین} = \frac{۱۹+۱۵+۱۸+۱۷+۱۶+۱۷+۱۶+۱۸+۱۷}{۹} = ۱۷$$

$$IQR = Q_۳ - Q_۱ = ۱۸ - ۱۶ = ۲$$

دامنه تغییرات $= ۱۹ - ۱۵ = ۴$

۱۴۳- اولین گام: بیان مسئله

آخرین گام: بحث و نتیجه گیری

۱۴۴- $۳۰, ۴۰, ۵۰, ۶۵, ۷۰, ۷۵, ۱۱۰, ۱۲۰, ۱۳۰$

میانه $= ۷۰$

$$Q_۱ = \frac{۴۰ + ۵۰}{۲} = ۴۵ \qquad Q_۲ = \frac{۱۱۰ + ۱۲۰}{۲} = ۱۱۵$$

۱۴۵- ب، چون تنوع بیشتری دارد.

یادداشت ضروری دانش‌آموز:

www.math-pilevar.com

«مجموعه کتاب های سمن»











math-pilevar.ir

انتشارات گونش نگار

math-pilevar.ir @plv.math

978-622-5513-46-4

@pimath1 روبیکا و تلگرام بله @pimath