

نخور جانم!
برات خوبه!

۶

سوالات
موضوعی
نهایی
(سمن)



۷

ریاضی و آمار ۳

۸

۹

مجموعه سوالات نهایی ریاضی و آمار ۳
پایه دوازدهم رشته ادبیات و علوم انسانی

یاسخ
تشریحی

رقیه پيله ور - میکائیل صدقی

نسخه چاپی کتاب در وبسایت زیر قابل دریافت است

www.math-pilevar.com

بِسْمِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سوالات موضوعی نهایی (سمن)

ریاضی و آمار ۳

(۲۴ دوره سوال نهایی)

math-pilevar.ir
مؤلفین:

رقیه پیلهور نیار

میکائیل صدقی

سرشناسه	: پيله‌ور نيار، رقيه، ۱۳۶۰-
عنوان و نام پديدآور	: سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳/مولفین رقيه پيله‌ور نيار، ميكائيل صدقي.
مشخصات نشر	: اردبیل: گونش‌نگار، ۱۴۰۴.
مشخصات ظاهري	: ۱۱۶ ص: جدول، نمودار؛ ۲۲ × ۲۹ س.م.
شابک	: ۴-۴۶-۵۵۱۳-۶۲۲-۹۷۸: ۳۳۵۰۰۰۰ ريال
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
شناسه افزوده	: صدقي، ميكائيل، ۱۳۵۳-
شماره کتابشناسی ملی	: ۹۳۶۲۰۹۷
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فیپا



- ◀ نام کتاب : سوالات موضوعی نهایی ریاضی و آمار ۳
- ◀ مولفین : رقيه پيله‌ور و ميكائيل صدقي
- ◀ ناشر : انتشارات گونش‌نگار
- ◀ طراح روجلد : رباب حامدسلطانی
- ◀ رسم نمودارها : رقيه پيله‌ور و سحر طالبی
- ◀ نوبت چاپ : ویرایش سوم، ۱۴۰۴
- ◀ تیراژ : ۱۰۰۰ جلد
- ◀ قیمت : ۳۳۵۰۰۰۰ ريال
- ◀ شابک : ۴-۴۶-۵۵۱۳-۶۲۲-۹۷۸

آدرس: اردبیل، اول خیابان دانشگاه، روبروی اداره مخابرات، انتشارات گونش‌نگار

۰۹۱۴۳۵۸۵۶۲۸ — ۰۴۵ — ۳۳۵۲۳۳۵۹

www.gunashnegarpub.ir

کلیه حقوق قانونی، مادی و معنوی برای مولفین و ناشر محفوظ است هیچ شخص حقوقی یا حقیقی حق تکثیر تمام یا قسمتی از این مجموعه را ندارد، در صورت مشاهده تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

نسخه چاپی کتاب در وبسایت زیر قابل دریافت است

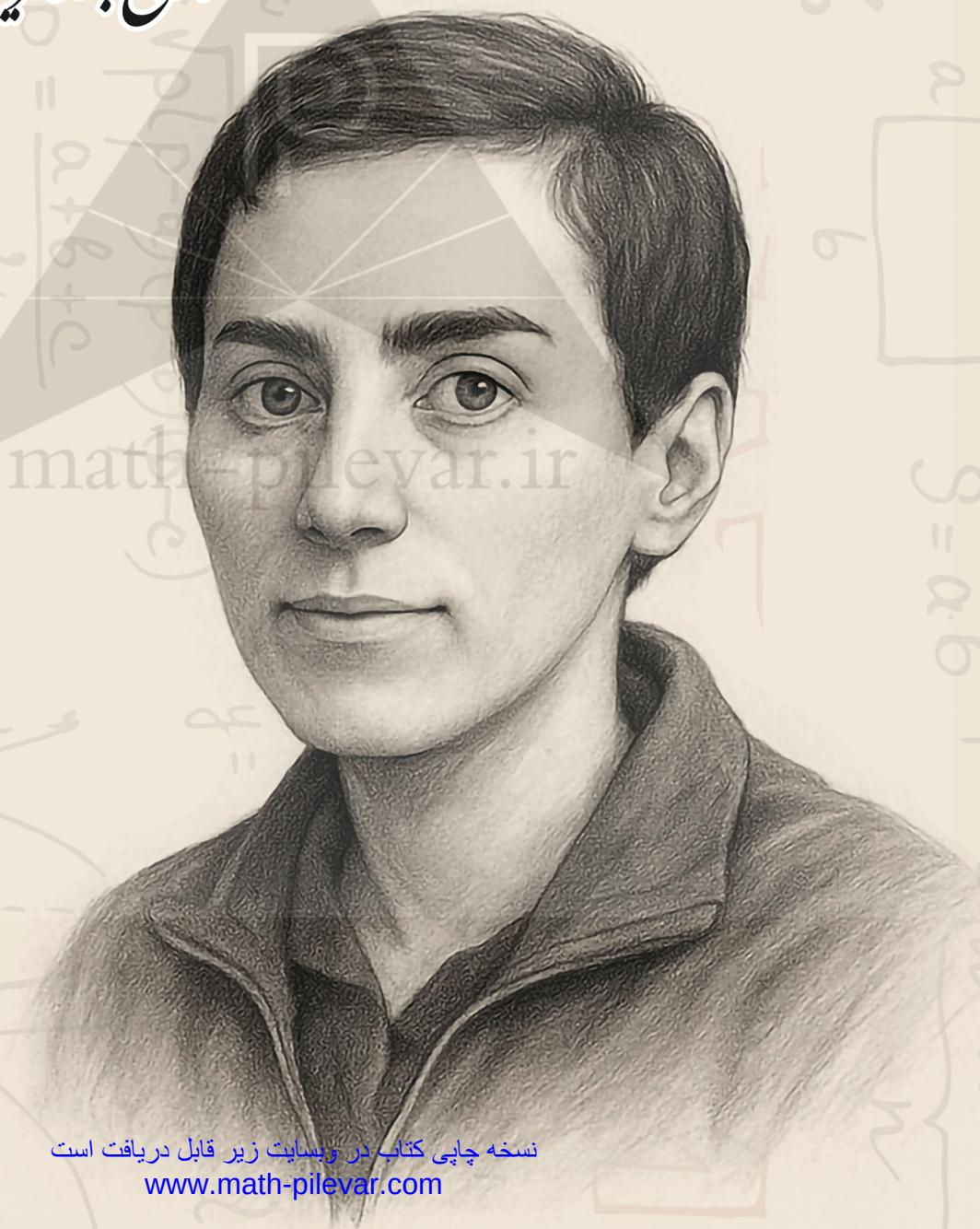
www.math-pilevar.com

تقدیم به

دیران فرهیخته‌ی ریاضی

ودانش آموزان برتر

و روح بلند مریم میرزاخانی



فهرست مطالب

۵	مقدمه
۹	۱ آمار و احتمال
۱۰	شمارش
۲۱	احتمال
۳۴	چرخه آمار در حل مسائل
۴۳	۲ الگوهای خطی
۴۴	مدلسازی و دنباله
۵۱	دنباله‌های حسابی
۶۱	۳ الگوهای غیر خطی
۶۲	دنباله هندسی
۷۳	ریشه n ام و توان گویا
۸۳	تابع نمایی

مقدمه

کتابی که اکنون در دست دارید، حاصل سال‌ها تدریس، تجربه، تلاش مستمر، و همراهی صمیمانه با دانش‌آموزانی است که در مسیر امتحانات نهایی گام برداشته‌اند. آنچه پیش رو دارید، جامع‌ترین مجموعه‌ی سوالات نهایی ریاضی و آمار ۳ پایه دوازدهم است؛ مجموعه‌ای که تمام سوالات رسمی برگزارشده از نخستین آزمون تا آخرین دوره (دی ۹۷ تا شهریور ۱۴۰۴) را بدون حذف، به‌صورت منظم، دسته‌بندی‌شده و درس‌به‌درس گردآوری کرده‌ایم تا دانش‌آموز با یک منبع کامل و مطمئن روبه‌رو باشد.

این مجموعه، برخاسته از دل کلاس‌های درس است. سال‌ها سوالات را به‌صورت جزوه‌های کلاسی حل و بررسی می‌کردیم، و تجربه نشان داد که کار با سوالات واقعی نهایی، مؤثرترین راه برای کسب نمره‌ی عالی است. با پیشنهاد همکاران ارجمند، این جزوه‌ها شکل کتاب به خود گرفت و خوشبختانه، در دو سال گذشته، با استقبال کم‌نظیری از سوی دبیران و دانش‌آموزان در سراسر کشور همراه شد. همین همراهی ارزشمند، انگیزه‌ای شد تا کتاب را در چاپ‌های بعدی با چینش بهتر، درس‌نامه‌های خلاصه و کاربردی، و طبقه‌بندی دقیق‌تر بازنگری و کامل‌تر کنیم.

در اینجا باید بر نکته‌ای کلیدی تأکید کنم:

به جرأت می‌توانم بگویم این مجموعه، تنها کتابی‌ست که تمام دانش‌آموزان، با هر سطح علمی و در هر نوع مدرسه‌ای، به آن نیاز دارند. تفاوتی ندارد که در مدرسه‌ای هیأت امنایی، نمونه دولتی، تیزهوشان یا عادی تحصیل می‌کنید؛ تأثیر نمرات نهایی در رتبه‌ی کنکور و تراز علمی برای همگان یکسان است. بنابراین، داشتن منبعی کامل از سوالات نهایی، نه یک انتخاب، بلکه یک ضرورت آموزشی برای همه دانش‌آموزان محسوب می‌شود. دانش‌آموز عزیز، این کتاب تنها یک مجموعه‌ی سوال نیست؛ نقشه‌ی راهی برای آمادگی کامل، مرور هدفمند، کاهش اضطراب امتحان و رسیدن به نتیجه‌ای مطلوب است. سوالات به ترتیب موضوعات کتاب درسی، همراه با نمره‌بندی، تاریخ برگزاری و نکات مهم جمع‌بندی شده‌اند تا مسیر یادگیری برای شما هموارتر شود.

همکار محترم، این کتاب می‌تواند همراه آموزشی مؤثری در کلاس درس باشد. با توجه به ساختار منظم آن، می‌توانید از سوالات به‌عنوان تمرین، آزمون کلاسی، یا تکالیف هدفمند استفاده کنید. بی‌شک، حل این سوالات به‌صورت مستمر در طول سال تحصیلی، نقش مؤثری در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان دارد. در پایان، از همه‌ی همکاران فرهیخته‌ای که با انتخاب این مجموعه به‌عنوان مرجع کلاس خود، به ما اعتماد کردند، صمیمانه سپاس‌گزاریم. این همراهی ارزشمند، دلگرمی بزرگی در مسیر تألیف و ارتقای کیفیت این اثر بوده است. در صورت مشاهده‌ی هرگونه اشکال، پیشنهاد یا اصلاح، لطفاً از طریق وبسایت math-pilevar.ir ما را در جریان بگذارید تا در چاپ‌های آینده بهبودهای لازم اعمال گردد.

با تشکر: پيله‌ور - صدقی

برای دریافت فایل pdf کتاب به سایت math-pilevar.ir مراجعه کنید.



هدیه ویژه برای خریداران مجموعه کتابهای سَمَن

از اینکه مجموعه کتابهای سَمَن را برای مطالعه و تمرین انتخاب کردید، صمیمانه سپاسگزاریم.
امسال برای همراهان مجموعه کتابهای سَمَن (سوالات موضوعی نهایی) یک سورپرایز خاص داریم!

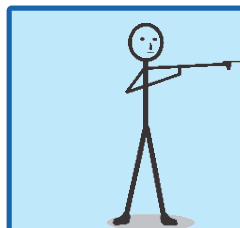
هدیه ۱: نسخه دیجیتالی PDF کتابها

خیلی از شما دوست دارید نسخه‌ی PDF کتاب همیشه همراهتان باشد؛ چه در مسیر، چه در زمان‌هایی که کتاب کاغذی در دسترس نیست.
خبر خوب این است که ما این امکان را برایتان فراهم کردیم:



- ۱- وارد سایت www.math-pilevar.com شوید.
- ۲- اپلیکیشن Pimath را از نوار بالای سایت دانلود و روی گوشی اندرویدی خود نصب کنید.
- ۳- یک حساب کاربری بسازید و وارد برنامه شوید.
- ۴- در بخش «PDF کتابها» کد تخفیف ۱۰۰ درصدی زیر را وارد کنید و فایل PDF همین کتاب و سایر کتابهای ارزشمند مجموعه سَمَن را به‌طور رایگان دریافت کنید.

کد تخفیف: off90k

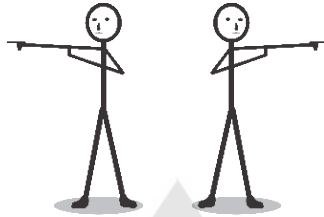


برای دسترسی سریعتر، کافی است
تصویر QR را اسکن کنید. و مستقیم
وارد دنیای کتابهای دیجیتال شوید.

🔗 اگر فایل باز نشد، اپلیکیشن را یک‌بار ببندید و دوباره اجرا کنید. در صورت مشکل، از بخش «پشتیبانی» داخل اپلیکیشن با ما در ارتباط باشید.

هدیه ۲: ویدیوهای رایگان حل تمرینات کتاب درسی

تمامی حل تمرینات کتاب درسی به صورت ویدیویی و کاملاً رایگان در اختیار شما قرار گرفته است. برای مشاهده کفایت کد QR زیر را اسکن کنید و مستقیم وارد بخش آموزشها شود.



هدیه ۳: پکیج جامع و کامل نهایی ریاضی و آمار ۳

این پکیج مخصوص امتحانات نهایی طراحی شده و شامل:

- ✓ آموزش گام به گام تمام مطالب کتاب
- ✓ حل بسیاری از سوالات نهایی همین کتاب
- ✓ مناسب حتی برای دانش آموزان با پایه ضعیف برای کسب بهترین نمره

کد تخفیف: rs2050

شما می‌توانید این پکیج فوق‌العاده را با ۵۰ درصد تخفیف ویژه تهیه کنید.

برای اطلاعات بیشتر درباره این پکیج، همین حالا کفایت کد QR زیر را اسکن کنید.



با این سه هدیه، شما همیشه:

- ✓ نسخه دیجیتال کتاب
- ✓ ویدیوهای آموزشی حل تمرینات
- ✓ پکیج کامل نهایی

را در کنار خود خواهید داشت؛ یک مجموعه کامل برای موفقیت در امتحانات نهایی!

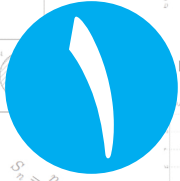
نسخه چاپی کتاب در ویسایت زیر قابل دریافت است

www.math-pilevar.com



نمونه سوالات نهایی که در این کتاب به صورت موضوعی تفکیک شده است عبارتند از:

دی ۹۷	۱
خرداد ۹۸	۲
تیر ۹۸	۳
شهریور ۹۸	۴
دی ۹۸	۵
خرداد ۹۹	۶
خرداد ۹۹ خارج از کشور نوبت صبح	۷
خرداد ۹۹ خارج از کشور نوبت عصر	۸
شهریور ۹۹	۹
دی ۹۹	۱۰
خرداد ۱۴۰۰	۱۱
شهریور ۱۴۰۰	۱۲
دی ۱۴۰۰	۱۳
خرداد ۱۴۰۱	۱۴
شهریور ۱۴۰۱	۱۵
دی ۱۴۰۱	۱۶
خرداد ۱۴۰۲	۱۷
شهریور ۱۴۰۲	۱۸
دی ۱۴۰۲	۱۹
خرداد ۱۴۰۳	۲۰
شهریور ۱۴۰۳	۲۱
دی ۱۴۰۳	۲۲
خرداد ۱۴۰۴	۲۳
شهریور ۱۴۰۴	۲۴



آمار و احتمال

شمارش ۱۰
احتمال ۲۱
چرخه آمار در حل مسائل ۳۴

درس

۱

شمارش

خلاصه درسنامه

اصل جمع



اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $m + n$ طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

برای مثال: به چند طریق می‌توان فقط یک خودکار یا یک مداد روان‌نویس را از بین ۱۰ خودکار مختلف، ۶ مداد مختلف و ۴ روان‌نویس مختلف انتخاب کرد؟

پاسخ:

$$\overset{\text{خودکار}}{10} + \overset{\text{روان‌نویس}}{4} + \overset{\text{مداد}}{6} = 20 = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

اصل ضرب



اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به m طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام‌پذیر باشند، در کل آن عمل به $m \times n$ طریق انجام‌پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.)

برای مثال: فرض کنید دانشجویی برای انتخاب واحد، می‌خواهد از بین ۴ درس عمومی ارائه شده، یک درس و از بین ۱۰ درس اختصاصی ارائه شده نیز یک درس را انتخاب کند، او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

پاسخ:

$$\overset{\text{عمومی}}{4} \times \overset{\text{اختصاصی}}{10} = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

نماد فاکتوریل

برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگتر از ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچکتر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده می‌کنیم.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$$

$$(n+1)! = (n+1) \times n \times (n-1) \times \cdots \times 1$$

عبارت‌های زیر پرکاربرد هستند

$0! = 1$	$1! = 1$	$2! = 2$	$3! = 6$	$4! = 24$	$5! = 120$	$6! = 720$
----------	----------	----------	----------	-----------	------------	------------



$$0! = 1, \quad 1! = 1$$

نکته: طبق قرارداد داریم:

تکنیک ساده کردن کسره‌های شامل فاکتوریل:

همیشه فاکتوریل بزرگ‌تر را به فاکتوریل کوچک‌تر برسانید و سپس ساده کنید.

$$\frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 8 \times 7 = 56$$

برای مثال:

جایگشت



هر حالت از کنار هم قرار دادن n شیء متمایز را یک جایگشت n تایی از آن اشیاء می‌نامیم.

$$n! = \text{جایگشت } n \text{ شیء متمایز}$$

برای مثال: با حروف کلمه «آپلود» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که: (در این گونه سوالات، با معنی یا بی‌معنی بودن کلمات مهم نیست).

(الف) تکرار حروف مجاز باشد. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$ تعداد کل کلمات $\Rightarrow 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(ب) تکرار حروف غیرمجاز باشد. $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ تعداد کل کلمات $\Rightarrow 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

مثال

با حروف کلمه «answer» و بدون تکرار حروف:

(الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت؟

(ج) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت که با a شروع و به r ختم شوند؟

(ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان ساخت؟

(الف) $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ تعداد کلمات خواسته شده $\Rightarrow 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

(ب) $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ تعداد کلمات مطلوب $\Rightarrow 6 \times 5 \times 4 \times 3$

(ج) $1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ تعداد کلمات مطلوب $\Rightarrow 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

نکته: نکات ساختن اعداد

مثل زوج بودن، فرد بودن، کوچکتر یا بزرگتر از یک عدد خاص بودن و غیره.

برای حل سوالات به نکات زیر توجه کنید:

① عددی زوج است که یکان آن (رقم سمت راست آن) زوج باشد یعنی ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد.

② عددی فرد است که یکان آن، فرد باشد یعنی ۱ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹ باشد.

③ عددی مضرب ۵ هست که یکان آن صفر یا ۵ باشد.

④ در ساختن اعداد، اولین رقم سمت چپ، نمی‌تواند صفر باشد ولی مثلاً در ساختن رمز گاوصندوق می‌شود از صفر هم در اولین رقم سمت چپ، استفاده کرد.

برای مثال: با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و بدون تکرار ارقام:

- (الف) چند عدد ۶ رقمی می‌توان ساخت؟
 (ب) چند عدد ۵ رقمی زوج می‌توان ساخت؟
 (ج) چند عدد ۴ رقمی فرد می‌توان ساخت؟
 (د) چند عدد ۳ رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰ می‌توان ساخت؟
 (ه) چند عدد ۳ رقمی کوچک‌تر از ۵۰۰ می‌توان ساخت؟
 (و) چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت که یکان آن، عددی اول باشد؟

- (الف) $\boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \Rightarrow \text{جواب} = 6!$
 (ب) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{3} \Rightarrow \text{جواب} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 3 = 360$
 (ج) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{3} \Rightarrow \text{جواب} = 5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$
 (د) $\boxed{4} \boxed{5} \boxed{4} \Rightarrow \text{جواب} = 4 \times 5 \times 4 = 80$
 (ه) $\boxed{3} \boxed{5} \boxed{4} \Rightarrow \text{جواب} = 3 \times 5 \times 4 = 60$
 (و) $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{4} \Rightarrow \text{جواب} = 5 \times 4 \times 3 \times 4 = 240$

استراتژی ساختن اعداد زوج یا مضرب ۵ وقتی رقم صفر جزء ارقام داده شده باشد

اگر بخواهیم اعداد زوج (مضرب ۲) یا اعداد مضرب ۵ بسازیم و در ارقام داده شده، صفر هم وجود داشته باشد و ضمناً تکرار ارقام هم غیرمجاز باشد باید دوبار، خانه‌ها را رسم کنیم در **حالت اول، یکان صفر باشد** و در **حالت دوم یکان صفر نباشد** بعد از پر کردن خانه‌ها جواب‌های این دو حالت رو با هم جمع می‌کنیم. توجه کنید که اگر تکرار ارقام مجاز باشد و نیازی به دو حالت جداگانه نداریم.

برای مثال: با ارقام ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۰ چند عدد زوج ۴ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

• روش اول:

$$\begin{aligned} \text{حالت اول (یکان صفر باشد)} \quad \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{1} &\Rightarrow \text{جواب} = 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60 \\ \text{حالت دوم (یکان صفر نباشد)} \quad \boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} &\Rightarrow \text{جواب} = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96 \end{aligned}$$

طبق اصل جمع $\rightarrow \text{جواب نهایی} = 60 + 96 = 156$

• روش دوم: اصل متمم

تعداد حالت‌های نامطلوب - تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌های مطلوب

$$\begin{aligned} \boxed{5} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} &\Rightarrow \text{تعداد کل اعداد ۴ رقمی (بدون تکرار رقم)} = 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300 \\ \boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{3} &\Rightarrow \text{تعداد کل اعداد ۴ رقمی فرد (بدون تکرار رقم)} = 4 \times 4 \times 3 \times 3 = 144 \\ 300 - 144 &= 156 = \text{تعداد اعداد زوج ۴ رقمی} = \text{تعداد اعداد ۴ رقمی} - \text{تعداد اعداد فرد ۴ رقمی} \end{aligned}$$

ترتیب



تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز را با نماد $P(n, r)$ نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم: $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ ، $(n \geq r)$

در رابطه بالا، ترتیب بین اشیاء مهم است و با جابجایی آن‌ها، حالت‌های مختلفی درست می‌شود.

مثال

در یک مسابقه دوی ۱۰۰ متر ۵ شرکت‌کننده با هم رقابت می‌کنند به چند حالت می‌توان به ۳ نفر اول جایزه داد؟ (جایزه‌ها با هم متفاوت است).

روش اول: $P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$ تعداد حالت‌ها

روش دوم: $\Rightarrow$ تعداد حالت‌ها $= 5 \times 4 \times 3 = 60$

ترکیب

تعداد راه‌های انتخاب r شیء از n شیء متمایز را ترکیب می‌گوییم که با $C(n, r)$ نمایش می‌دهیم و از رابطه مقابل محاسبه می‌شود.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

در این رابطه، ترتیب بین اشیاء مهم نیست.

برای مثال: اگر بخواهیم ۳ کتاب رو از بین ۷ کتاب انتخاب کرده و به دوستانمون هدیه بدیم باید از ترکیب استفاده کنیم

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 6} = 35$$

ترتیب مهم است	ترتیب مهم نیست	
۱ چیدن تعدادی شیء	۱ ساختن یک گروه یا تیم	کلمات کلیدی در سوال
۲ ساختن عددهای چند رقمی با کمک رقم‌های داده شده	۲ انتخاب تعدادی شیء و خارج کردن آن‌ها...	
۳ ساختن کلمه با حروف داده شده.	۳ تعداد زیرمجموعه	
۴ برداشتن اشیاء به ترتیب از یک ظرف (تا تمام شود...)		
فاکتوریل و اصل ضرب	ترکیب $\binom{n}{r}$	محاسبه کن با ...

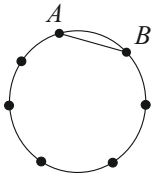
روابطی که محاسبات ترکیب را سریع‌تر می‌کنند

$\binom{n}{0} = 1$	$\binom{n}{n} = 1$	$\binom{n}{1} = n$	$\binom{n}{n-1} = n$	$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$	$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$	فرمول
$\binom{5}{0} = 1$	$\binom{5}{5} = 1$	$\binom{5}{1} = 5$	$\binom{5}{4} = 5$	$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$	$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$	مثال

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر $\binom{n}{r}$ است.

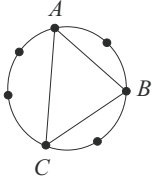
برای مثال: تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی از مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ برابر می‌شود با: $\binom{5}{4} = 5$

برای مثال: با ۷ نقطه روی محیط یک دایره، چند پاره‌خط و چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که نقاط داده شده دو سر پاره‌خط یا رأس‌های مثلث باشند؟



$$\text{تعداد پاره‌خطها (وترها)} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

برای رسم پاره‌خط به دو نقطه نیاز داریم:



$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

برای رسم مثلث به ۳ نقطه نیاز داریم:

تکنیک حداقل و حداکثر!

۱) گروهی با حداقل k عضو: یعنی گروه k نفره، $k+1$ نفره، $k+2$ نفره و ... را جدا جدا حساب کنید و با هم جمع کنید و تا موقعی جلو بروید که گروه تکمیل شود یا تعداد افراد تمام شوند.

۲) گروهی با حداکثر k عضو: یعنی گروه k نفره، $k-1$ نفره، $k-2$ نفره و ... را جدا جدا حساب کنید و با هم جمع کنید و تا گروه صفر نفره پیش بروید ... به صورت خلاصه: لاقبل k تا یعنی k نفر را حساب کنید و بروید بالا و حداکثر k نفر هم، یعنی k نفر را بگیرید و بروید پایین ...

برای مثال: به چند طریق می‌توان از بین ۵ مرد و ۴ زن، ۶ نفر را انتخاب کرد. به طوری که:

الف) حداکثر ۳ زن باشد؟

ب) حداقل ۳ زن باشد؟

درس ۱

شمارش

$$\binom{4}{3} \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{5}{4} + \binom{4}{1} \binom{5}{5} = 40 + 30 + 4 = 74$$

پاسخ: الف) حداکثر ۳ زن، یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ زن:

$$\binom{4}{3} \binom{5}{3} + \binom{4}{4} \binom{5}{2} = 40 + 10 = 50$$

ب) حداقل ۳ زن، یعنی ۳ یا ۴ زن:

سوالات نهایی



ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. (۱) تعداد کل جایگشت‌های ۵ شیء متمایز برابر ۵! است. (خرداد ۱۴۰۴) (۲) برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $0! = 1$ و $1! = 1$ تعریف می‌کنیم. (دی ۱۴۰۲) (۳) تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است. (خرداد ۱۴۰۲) (۴) حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر ۲! است. (خرداد ۱۴۰۱) (۵) تساوی $2! = \frac{6!}{3!}$ همواره برقرار است. (خرداد ۱۳۹۹)	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	



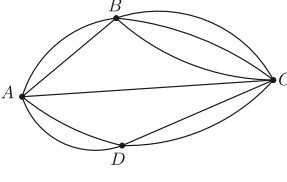
۰/۲۵	۰/۲۵	(۶) پیش‌بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده تصادفی است. (خرداد ۱۳۹۹ «خارج») (۷) برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $۱! = ۱$ و $۰! = ۱$ تعریف می‌کنیم. (شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۰/۲۵	۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۱) حاصل عبارت $\frac{۴! \times ۰!}{۲!}$ برابر است. (دی ۱۴۰۳) (۲) حاصل $۱! + ۴!$ برابر است با (شهریور ۱۴۰۳) (۳) حاصل $۲! + ۳!$ برابر است با (شهریور ۱۴۰۲) (۴) تعداد جایگشت‌های مختلف ۴ کتاب متمایز می‌باشد. (دی ۱۴۰۱) (۵) حاصل $\frac{۵!}{۳!}$ برابر است. (شهریور ۱۴۰۱) (۶) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۷ شیء متمایز را یک جایگشت از آن ۷ شیء می‌نامیم. (دی ۱۴۰۰) (۷) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک از آن ۵ شیء می‌نامیم. (شهریور ۱۴۰۰) (۸) در انتخاب r شیء از بین n شیء، جایجایی اشیا اهمیت ندارد. (شهریور ۱۴۰۰) (۹) مقدار $\frac{۰!}{۱!}$ برابر است. (شهریور ۱۴۰۰) (۱۰) برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت $۰! = ۱$ تعریف می‌کنیم. (خرداد ۱۴۰۰) (۱۱) اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به طریق انجام پذیر است. (خرداد ۱۴۰۰) (۱۲) تعداد جایگشت‌های n تایی از n شیء متمایز، برابر است با (شهریور ۱۳۹۸، خرداد ۱۳۹۹ خارج، دی ۱۳۹۹، خرداد ۱۴۰۰) (۱۳) به طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب انتخاب و در یک قفسه بچینیم. (خرداد ۱۳۹۹ خارج) (۱۴) مجموعه $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ دارای زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج) (۱۵) حاصل عبارت $(۶)!$ برابر می‌باشد. (شهریور ۱۳۹۸)
۰/۲۵	۰/۲۵	۳ گزینه صحیح را انتخاب کنید. (الف) اگر تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر ۱۲۰ باشد، n کدام است؟ (دی ۱۴۰۳) (ب) تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از مجموعه $A = \{۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ که شامل عدد ۷ باشد، کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۳) (پ) حاصل $\frac{۶!}{۳!}$ کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۰) (ت) با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟ (خرداد ۱۴۰۰) (ث) حاصل عبارت $p(۲, ۲)$ کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۰/۲۵	(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۳۵ (۱) ۴۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۵۶ (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴



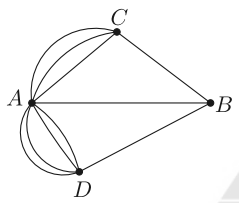
۴	به سوال زیر پاسخ کوتاه دهید. مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۴
۵	با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۰، چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).	۱	شهریور ۱۴۰۴
۶	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۰ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟	۱	خرداد ۱۴۰۴
۷	مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیر مجموعه چهار عضوی دارد؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۴
۸	بین چهار شهر A, B, C, D مطابق شکل زیر راههایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A بدون عبور از شهر B به شهر C سفر کرد؟	۱	دی ۱۴۰۳
۹	با حروف کلمه "گلستان" و بدون تکرار حروف (با معنی یا بدون معنی) الف) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟ ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که با حروف "گ" شروع و به حرف "ن" ختم شود؟	۱/۵	دی ۱۴۰۳
۱۰	مجموعه $A = \{1, 2, 5, 6, 7\}$ مفروض است. الف) با ارقام موجود در مجموعه A ، چند عدد سه رقمی فرد و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟ ب) مجموعه A چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد؟	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۳
۱۱	مطابق شکل زیر، میان چهار شهر راههایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر B به شهر D سفر کرد؟	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۳
۱۲	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۰ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی و مضرب ۵ می‌توان نوشت؟	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۳



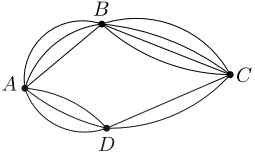
$$\begin{aligned} A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \\ A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \\ A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \\ A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \\ A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \end{aligned}$$

دی ۱۴۰۲	۱/۵	۱۳	دانش‌آموزی برای مطالعه به کتابخانه مدرسه می‌رود، او از بین ۴ کتاب روان‌شناسی، ۳ کتاب جغرافی و ۵ کتاب ریاضی به چند طریق می‌تواند: (الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند. (ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب روان‌شناسی و یک کتاب جغرافی انتخاب نماید.
دی ۱۴۰۲	۱/۵	۱۴	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟
شهریور ۱۴۰۲	۱	۱۵	میان چهار شهر A ، B ، C و D ، راه‌هایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟ 
شهریور ۱۴۰۲	۱۰۵	۱۶	با حروف کلمه «کوهستان» و بدون تکرار حروف: (بامعنی و بی معنی) (الف) چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟ (ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که با «ک» شروع و به «س» ختم شوند؟
خرداد ۱۴۰۲	۰/۷۵	۱۷	با ارقام ۳، ۲، ۷، ۹، ۴ و ۸ چند عدد سه رقمی زوج، بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
دی ۱۴۰۱	۱/۲۵	۱۸	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی زوج می‌توان نوشت؟
دی ۱۴۰۱	۱/۲۵	۱۹	مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید: (الف) A چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ (ب) A چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل دو عضو c و b می‌باشد؟
شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵	۲۰	علی سه کتاب علمی و ۴ کتاب داستانی دارد. او می‌خواهد از بین کتاب‌هایش، یک کتاب علمی و یک کتاب داستانی به دوستش هدیه دهد. او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟
شهریور ۱۴۰۱	۱	۲۱	با ارقام ۱ تا ۹ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
خرداد ۱۴۰۱	۰/۵	۲۲	مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت $\left(\frac{5}{3}\right)$ باشد.



۲۳	با حروف کلمه «مهرسان» و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی معنی): الف) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت. ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که با «م» شروع شوند.	۲	دی ۱۴۰۰
۲۴	می‌خواهیم از بین ۲ سیب، ۳ کیوی و ۴ نارنگی یک میوه انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم این میوه را انتخاب کنیم؟	۱	دی ۱۴۰۰
۲۵	از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می‌توان: الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد. ب: یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.	۱	شهریور ۱۴۰۰
۲۶	با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۱	شهریور ۱۴۰۰
۲۷	بین چهار شهر A, B, C, D مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟ 	۷۵/۰	خرداد ۱۴۰۰
۲۸	مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می‌تواند: الف: یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟ ب: یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟	۱/۵	دی ۹۹
۲۹	با ارقام ۹، ۷، ۴، ۲، ۱ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟	۱	دی ۹۹
۳۰	به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب مختلف، انتخاب کرد؟	۷۵/۰	خرداد ۹۹
۳۱	با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟	۱	خرداد ۹۹
۳۲	به چند طریق می‌توان ۳ توپ هم‌رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟	۱	خرداد ۹۹
۳۳	روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟	۱	خرداد ۹۹

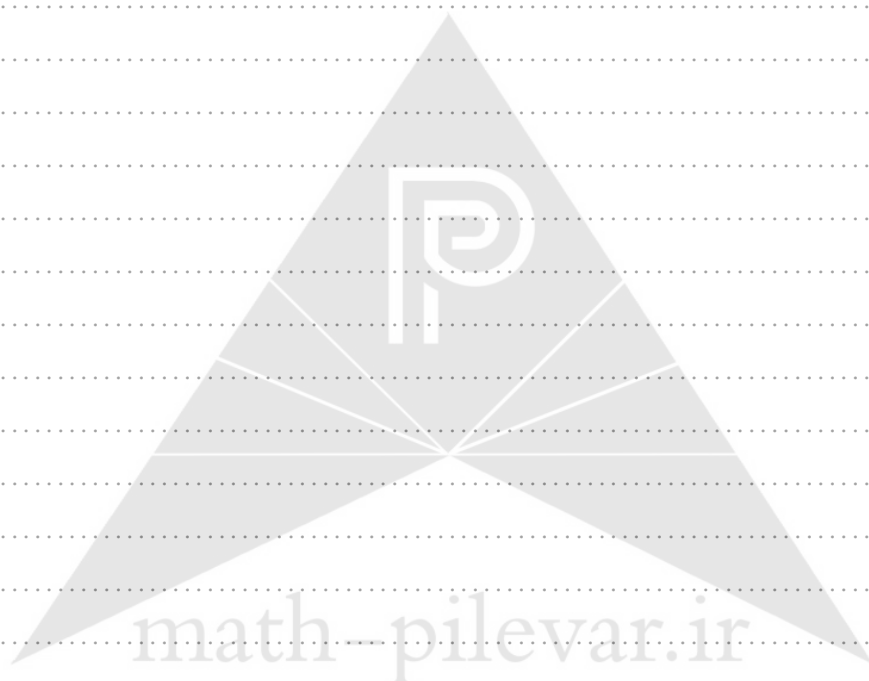


۳۴	مطابق شکل زیر بین شهرهای A, B, C, D راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟	۱	خرداد ۹۹
			
۳۵	به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟	۱	خرداد ۹۹
۳۶	با حروف کلمه "خورشید" و بدون تکرار حروف (بامعنی یا بی معنی) الف: چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به "د" ختم شوند؟ ب: چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با "ی" شروع و به "خ" ختم شوند؟	۲	شهریور ۹۹
۳۷	می خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون یک خودرو انتخاب کنیم، به چند طریق می توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟	۱	شهریور ۹۹
۳۸	مجموعه ۸ عضو $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد؟ (تکرار در خرداد ۱۳۹۸)	۱	شهریور ۹۹
۳۹	در منوی یک رستوران ۳ نوع غذا و ۵ نوع دسر وجود دارد. به چند طریق می توان یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟	۵/۰	تیر ۹۸
۴۰	با توجه به ارقام ۲ و ۸ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ به سوالات زیر پاسخ دهید. (بدون تکرار ارقام) الف: چند عدد ۴ رقمی می توان نوشت؟ ب: چند عدد ۵ رقمی فرد می توان نوشت؟ ج: چند عدد ۴ رقمی، که رقم یکان آن فقط عدد ۸ باشد، می توان نوشت؟	۱/۵	تیر ۹۸
۴۱	با حروف کلمه "ولایت" و بدون تکرار حروف (بی معنی یا معنی) الف: چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟ ب: چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با "ل" شروع و به "و" ختم شوند؟	۱	تیر ۹۸
۴۲	به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب کنیم؟	۱	شهریور ۹۸
۴۳	به چند طریق می توان با ارقام ۱ تا ۷ عددی چهار رقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست).	۱	شهریور ۹۸



۴۴	مجموعه پنج عضوی $\{1, 2, 4, 6, 8\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟	۲	دی ۹۸
۴۵	ارقام ۱ تا ۹ مفروض اند. بدون تکرار ارقام الف: چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت؟ ب: چند عدد ۴ رقمی زوج می توان نوشت؟	۲	دی ۹۷

یادداشت ضروری دانش آموز:





درس

۲

احتمال

خلاصه درسنامه

♦ پدیده‌های تصادفی

پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از رخ دادنشان، به طور قطعی مشخص نیست، پدیده‌های تصادفی (آزمایش‌های تصادفی) نام دارند. ♦ مفهوم برآمد

به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، یک برآمد گفته می‌شود.

برای مثال: در پرتاب یک تاس، تمام برآمدها عبارتند از ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ یا در پرتاب یک سکه، برآمدها عبارت است از: رو، پشت

♦ پدیده‌های قطعی

به آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از انجام آزمایش به طور قطعی مشخص باشد آزمایش یا پدیده‌های قطعی (حتمی) گفته می‌شود.

برای مثال: اگر داخل یک لیوان آب، سنگی را بندازیم، قبل از انجام آزمایش می‌دانیم که سنگ، داخل آب حل نمی‌شود.

♦ فضای نمونه

همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای رو تشکیل می‌دهند که به آنها، فضای نمونه گفته می‌شود و آن را با حرف S نشان می‌دهیم.

برای مثال: در پرتاب یک تاس، فضای نمونه به صورت مقابل است:

تعداد عضوهای مجموعه S رو با نماد $n(S)$ نمایش می‌دهیم پس در پرتاب یک تاس $n(S) = 6$ است. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

♦ فضاهای نمونه‌ای معروف

پدیده تصادفی	پرتاب n سکه با هم یا پرتاب n بار یک سکه	پرتاب دو تاس با هم یا پرتاب دو بار یک تاس	پرتاب یک سکه و یک تاس با هم	حالت‌های جنسیت در خانواده‌ای با n فرزند	انتخاب n شیء از یک گروه m تایی
تعداد اعضای S	2^n	۳۶	۱۲	2^n	$\binom{m}{n}$

برای مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

• روش اول: نوشتن اعضای فضای نمونه

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 12$$

• روش دوم (استفاده از اصل ضرب)

سکه دو حالت و تاس شش حالت دارد، بنابراین فضای نمونه آزمایش، طبق اصل ضرب به این صورت است. $n(S) = 2 \times 6 = 12$

♦ پدیده یا آزمایش تصادفی ($0 < P(A) < 1$)

به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از اجرای آزمایش به طور قطع مشخص نیست، پدیده یا آزمایش تصادفی گفته می‌شود. در پدیده‌های تصادفی از همه نتیجه‌های ممکن اطلاع داریم، اما از اینکه کدام حالت قطعاً رخ می‌دهد، اطمینان نداریم.

♦ پدیده یا آزمایش قطعی ($P(A) = 1$)

به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن قبل از انجام آزمایش مشخص است، آزمایش‌های قطعی می‌گوییم.

♦ پدیده غیرممکن ($P(A) = 0$)

پدیده‌هایی که امکان وقوع آن‌ها اصلاً وجود ندارد.

مثال

۱. یک تاس را پرتاب می‌کنیم پیشامدهای زیر را بنویسید و تعداد اعضای آن‌ها را مشخص کنید:

(الف) عدد رو شده، اول باشد. (ج) عدد رو شده، حداقل ۴ باشد.

(ب) عدد رو شده، مربع کامل باشد. (د) عدد رو شده، حداکثر ۳ باشد.

پاسخ: وقتی یک تاس رو میندازیم S برابر است با: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ حالا پیشامدهای خواسته شده رو باید از S انتخاب کنیم.

(الف) $A = \{2, 3, 5\} \Rightarrow n(A) = 3$
اعداد اول

(ب) $B = \{1, 4\} \Rightarrow n(B) = 2$
اعداد مربع کامل

(ج) $C = \{4, 5, 6\} \Rightarrow n(C) = 3$
اعداد حداقل ۴

(د) $D = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(D) = 3$
اعداد حداکثر ۳

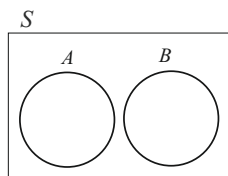
اعمال روی پیشامدها

درس ۲

احتمال

نمایش	$A \cap B =$ $\{x \in S x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cup B =$ $\{x \in S x \in A \vee x \in B\}$	$A - B =$ $\{x \in S x \in A \wedge x \notin B\}$	$A' = \{x \in S x \notin A\}$
نام فارسی	اشتراک پیشامدها	اجتماع پیشامدها	تفاضل پیشامدها	متمم یک پیشامد
نمایش هندسی				
توصیف فارسی	پیشامد A و B همزمان رخ دهند.	حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهند.	پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد. (فقط A رخ دهد.)	پیشامد A رخ ندهد.

♦ پیشامدهای ناسازگار: اگر دو پیشامد A و B هیچ اشتراکی نداشته باشند می‌گوییم ناسازگارند:



$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

اگر A و B ناسازگار باشند می‌توان گفت:

$$\begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$$

مثال

روی ۱۰ کارت یکسان، شماره‌های ۱ تا ۱۰ نوشته شده است، پیشامد A ، B و C به صورت زیر هستند:

$$A = \{\text{اعداد اول}\}, \quad B = \{\text{اعداد مضرب ۴}\}, \quad C = \{\text{اعداد مربع کامل}\}$$

الف) آیا A و B ناسازگارند؟ B و C چطور؟

ب) پیشامدهای $A \cup B$ ، $B \cup C$ ، $A - B$ را با اعضا مشخص کنید.

پاسخ:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, \quad B = \{4, 8\}, \quad C = \{1, 4, 9\}$$

الف) مجموعه‌های A و B اشتراکی‌باهم ندارند. پس ناسازگارند ولی B و C در عضو ۴ مشترکند پس سازگار هستند.

ب) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 7, 8\}$, $B \cup C = \{1, 4, 8, 9\}$, $A - B = \{2, 3, 5, 7\}$

احتمال رخ دادن یک پیشامد



فرض کنید S یک فضای نمونه قابل شمارش (متناهی) برای یک پدیده تصادفی باشد در این صورت، احتمال وقوع پیشامد A رو به صورت $P(A)$ نشان می‌دهیم و حاصل آن را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد عضوهای پیشامد } A}{\text{تعداد عضوهای فضای نمونه}}$$

توجه کنید که عدد احتمال، همیشه بین صفر و یک خواهد بود؛ یعنی $0 \leq P(A) \leq 1$.

اگر $A = \emptyset$ باشد $P(A) = 0$ و اگر $A = S$ باشد $P(A) = 1$ است.

مثلاً در پرتاب یک تاس، احتمال اینکه عدد ظاهر شده ۷ باشد، برابر صفره؛ همچنین احتمال اینکه عدد ظاهر شده، کوچک‌تر از ۷ باشد، برابر ۱ خواهد بود.

مثال

اعداد ۱ تا ۱۰ را روی ۱۰ کارت مختلف نوشته، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه:

الف) عدد ظاهر شده، زوج باشد.

ب) عدد ظاهر شده، فرد و اول باشد.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$$

الف: $A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \Rightarrow n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

ب: $B = \{3, 5, 7\} \Rightarrow n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{10}$

ج: $C = \underbrace{\{2, 4, 6, 8, 10\}}_{\text{اعداد زوج}} \cup \underbrace{\{5, 6, 7, 8, 9\}}_{\text{اعداد بزرگتر از ۴}} = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(C) = 8 \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$
اعداد ۸ و ۱۰ تکراری بودند. پس فقط یکبار آنها را می‌نویسیم

محاسبه احتمال به کمک پیشامد متمم



اگر $P(A)$ احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه S باشد، در این صورت احتمال رخ ندادن این پیشامد را با $P(A')$ نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(A') = 1 - P(A) \\ P(A) = 1 - P(A') \end{cases}$$

برای مثال: احتمال اینکه فردا باران بیاید $\frac{1}{3}$ است. احتمال اینکه فردا باران نیاید چقدر است؟
 $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

تذکر: کلمات لاقفل، حداقل، نباشد و حداکثر نشانه متمم مجموعه است، یعنی متمم حالت خواسته شده را حساب و از ۱ کم می‌کنیم.

برای مثال: در یک ظرف ۵ گوی قرمز از ۱ تا ۵ و چهارگوی آبی از ۱ تا ۴ قرار دارند، به طور تصادفی از هر رنگ یک گوی خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لاقفل شماره یکی از آن‌ها ۲ است؟

$$n(S) = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} = 5 \times 4 = 20$$

قرمز آبی

لاقفل شماره یکی از آن‌ها ۲ باشد، متمم آن یعنی، اصلاً ۲ نباشد و اعداد دیگر باشند:

$$n(A') = \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 3 = 12 \Rightarrow P(A') = \frac{12}{20} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{12}{20} = \frac{20-12}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

قرمز آبی

محاسبه احتمال رخ دادن $A \cup B$



اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه S باشند فرمول مقابل نحوه محاسبه $P(A \cup B)$ را نشان میدهد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0$$

البته اگر A و B ناسازگار باشند $A \cap B$ برابر $\emptyset$ خواهد بود و در نتیجه داریم:

پس در این حالت فرمول بالا به شکل $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ تبدیل خواهد شد.

مثال

با فرض آن که $P(A') = \frac{3}{5}$ و $P(B') = \frac{1}{2}$ و همچنین $P(A \cap B) = \frac{3}{8}$ باشند، حاصل $P(A \cup B)$ را بدست آورید.
 پاسخ: ما به $P(A)$ و $P(B)$ احتیاج داریم پس باید حساب کنیم.

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}, \quad P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{16+20-15}{40} = \frac{21}{40}$$

استراتژی محاسبه احتمال در مسائل تاریخ تولد



بعضی سوال در مورد ارتباط زمان تولد چند نفر با هم صحبت می‌کنید در این جور سوالات باز هم از اصل ضرب استفاده می‌کنیم یعنی به تعداد آدم‌ها خانه‌های خالی می‌کشیم و با توجه به متن سوال، آن‌ها را پر می‌کنیم. اینجا هم اگر کلمه لاقفل دیدید یعنی از پیشامد متمم باید استفاده کنید.



مثال

خانواده‌ای ۳ فرزند دارد با چه احتمالی:

(الف) هر ۳ نفر در فصل بهار متولد شده‌اند؟

(ب) هر ۳ نفر در یک فصل متولد شده‌اند؟

پاسخ: هر سال ۴ فصل دارد. پس تعداد عضوهای فضای نمونه برابر با:

$$n(S) = \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} = 4 \times 4 \times 4$$

(الف) برای هر ۳ نفر، فقط یک انتخاب (حالت) وجود دارد:

$$\boxed{1} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \Rightarrow n(A) = 1 \times 1 \times 1 = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$$

(ب) نفر اول برای به دنیا آمده ۴ تا انتخاب دارد. ولی نفرات بعدی فقط ۱ انتخاب دارند یعنی باید از فصل تولد نفر اول تبعیت کنند

$$\boxed{4} \quad \boxed{1} \quad \boxed{1} \Rightarrow n(A) = 4 \times 1 \times 1 = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{16}$$

بهار
تابستان
پاییز
زمستان

همون فصل
که نفر اول
به دنیا
آمده است

(ج) باید فصل‌های تولد مختلف باشند پس بعد از پر کردن هر خانه، یکی از فصل‌ها رو به دلخواه حذف می‌کنیم:

$$\boxed{4} \quad \boxed{3} \quad \boxed{2} \Rightarrow n(A) = 4 \times 3 \times 2 \Rightarrow P(A) = \frac{4 \times 3 \times 2}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3}{8}$$

بهار
تابستان
پاییز
زمستان

تابستان
پاییز
زمستان

پاییز
زمستان

(د) کلمه «حداقل» نشان می‌دهد که باید از متمم استفاده کنیم:

هیچ کدام در یک فصل به دنیا نیامده باشند (همه فصل‌ها مختلف باشند) $\xrightarrow{\text{متمم}}$ لااقل ۲ نفرشان در یک فصل به دنیا آمده باشند

A' همون قسمت «ج» است که حل کردیم بنابراین داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

سوالات نهایی



ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۴۶	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. (۱) تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب سه سکه با هم، برابر ۶ است. (شهریور ۱۴۰۴) (۲) اگر پیشامد A نشدنی باشد، مقدار $P(A)$ برابر یک است. (دی ۱۴۰۳) (۳) تعداد اعضای فضای نمونه‌ی آزمایشی تصادفی پرتاب یک سکه و یک تاس، با هم دارای ۸ عضو است. (شهریور ۱۴۰۳)	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	



۰/۲۵	۴) هرگاه A و B دو پیشامد ناتهی در فضای نمونه S باشند، به طوری که $A - B = A$ و $B - A = B$. در این صورت، دو پیشامد A و B ناسازگار هستند. (خرداد ۱۴۰۳)
۰/۲۵	۵) احتمال اینکه فاطمه به سینما برود $\frac{6}{10}$ است بنابراین احتمال اینکه فاطمه به سینما نرود $\frac{4}{10}$ است. (دی ۱۴۰۲)
۰/۲۵	۶) پیشامد $B - A$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد B رخ دهد و پیشامد A رخ ندهد. (خرداد ۱۴۰۲)
۰/۲۵	۷) احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است. (خرداد ۱۴۰۱)
۰/۲۵	۸) فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه ۹ عضو دارد. (دی ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۹) در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع عددی بیش تر از شش یک پیشامد حتمی است. (دی ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۱۰) تهی را یک پیشامد حتمی می‌نامیم. (دی ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۱) خارج کردن دو مهره سفید از جعبه‌ای که در آن ۵ مهره سفید است، یک پیشامد حتمی است. (خرداد ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۲) در فضای نمونه پرتاب یک تاس، پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۶ نشدنی است. (خرداد ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۳) نتیجه‌ی حل معادله $(x+1)^2 = 0$ یک پدیده تصادفی است. (خرداد ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۴) پیشامد A' وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ می‌دهد. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)
۰/۲۵	۱۵) در پرتاب یک تاس و یک سکه، فضای نمونه‌ای ۱۲ عضو دارد. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)
۰/۲۵	۱۶) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، در این صورت دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)
۰/۲۵	۱۷) پیش‌بینی نتیجه‌ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی یک پدیده‌ی تصادفی است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)
۰/۲۵	۱۸) نتیجه‌ی یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سئوالات را شانسی پاسخ داده‌ایم، یک پیشامد حتمی است. (شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۹) تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه است. (شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۴۷) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.
۰/۲۵	۱) اگر پیشامد A نشدنی باشد، آنگاه مقدار احتمال A برابر است. (شهریور ۱۴۰۴)
۰/۲۵	۲) اگر A یک پیشامد از فضای نمونه S باشد، آنگاه $A \cap A'$ یک پیشامد است. (حتمی - نشدنی) (خرداد ۱۴۰۴)
۰/۲۵	۳) در پرتاب یک تاس، پیشامدهای زوج آمدن و فرد آمدن عدد رو شده، دو پیشامد هستند. (ناسازگار-سازگار) (خرداد ۱۴۰۴)
۰/۲۵	۴) به هر یک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، می‌گویند. (شهریور ۱۳۹۹، شهریور ۱۴۰۱، خرداد ۱۴۰۳)
۰/۲۵	۵) احتمال اینکه از بین سه نفر دوست، تولد هیچ دوتای آنها در یک فصل نباشد، برابر است با (خرداد ۱۴۰۳)
۰/۲۵	۶) اگر پیشامد A با فضای نمونه‌ای S برابر باشد، A را یک پیشامد می‌گویند. (خرداد ۱۴۰۲)
۰/۲۵	۷) مجموعه تهی را پیشامد می‌نامند. (دی ۱۴۰۱)
۰/۲۵	۸) مجموعه زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست. (دی ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۹) پیشامد A' زمانی رخ می‌دهد که پیشامد رخ ندهد. (شهریور ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۱۰) اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال آن برابر با است. (خرداد ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۱۱) هرگاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که در این صورت پیشامدهای A و B را ناسازگار می‌گوییم. (خرداد ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۱۲) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، دو پیشامد A و B را می‌گوییم. (خرداد ۱۳۹۹)



۰/۲۵	۱۳	فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه عضو دارد. (خرداد ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۴	پیشامد وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد. (خرداد ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۵	در پرتاب سه سکه باهم، فضای نمونه‌ای دارد. (خرداد ۱۳۹۹ خارج و شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۶	پیشامد وقتی رخ می‌دهد که پیشامد B و A هر دو رخ دهند. (شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۷	پیشامد وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد. (دی ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۴۸	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) فرض کنید A, B, C سه پیشامد غیر تهی در فضای نمونه S باشد. عبارت مجموعه‌ای مربوط به پیشامد، «فقط پیشامد A رخ دهد و پیشامدهای B یا C رخ ندهد»، کدام است؟ (شهریور ۱۴۰۳) $(B \cap C) - A$ (۴) $(B \cup C) - A$ (۳) $A - (B \cup C)$ (۲) $A - (B \cap C)$ (۱) ب) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند در این صورت $P(A \cap B)$ برابر است با: (دی ۱۴۰۲) ۰ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) پ) فضای نمونه برای ترکیب جنسیت فرزندان خانواده‌ای با ۳ فرزند، چند عضو دارد؟ (خرداد ۱۴۰۱) ۱۲ (۴) ۹ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱) ت) احتمال اینکه فردا بارانی باشد، ۰/۰۱ است. احتمال اینکه فردا بارانی نباشد، چقدر است؟ (خرداد ۱۴۰۱) ۰/۹۹ (۴) ۰/۹ (۳) ۰/۱ (۲) ۰/۰۹ (۱) ث) احتمال پیشامد نشدنی برابر کدام است؟ (شهریور ۱۴۰۰) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) صفر (۱)
شهریور ۱۴۰۴	۴۹	به سوال زیر پاسخ کوتاه دهید. احتمال اینکه رضا در امتحان ریاضی و آمار قبول شود برابر ۰/۸ است. احتمال اینکه رضا در این درس قبول نشود، را محاسبه کنید.
شهریور ۱۴۰۴	۵۰	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. پیشامد اینکه حداقل دو فرزند پسر داشته باشند، را بنویسید.
شهریور ۱۴۰۴	۵۱	تاسی را دوبار پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای A و B به صورت زیر هستند. $A = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$ $B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ الف) پیشامد اینکه B رخ دهد ولی A رخ ندهد، را بنویسید. (۰/۷۵ نمره) ب) آیا پیشامدهای A و B ناسازگارند؟ چرا؟ (۰/۵ نمره) ج) احتمال پیشامد B را محاسبه کنید. (۰/۷۵ نمره)
شهریور ۱۴۰۴	۵۲	می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۳ دانش‌آموز پایه یازدهم، افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۳ نفره برای مسابقات گل بال تشکیل دهیم. احتمال اینکه، دو نفر از پایه دوازدهم و یک نفر از پایه یازدهم انتخاب شوند را محاسبه نمایید.



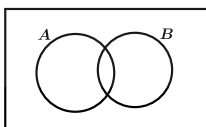
۵۳	به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (الف) فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه چند عضو دارد؟ (ب) احتمال اینکه سارا فردا به گردش علمی <u>نرود</u> $\frac{1}{2}$ است. احتمال اینکه او فردا به گردش علمی برود، چقدر است؟	۰/۵	خرداد ۱۴۰۴
۵۴	در پرتاب دو تاس، پیشامد اینکه «مجموع اعداد رو شده برابر ۶ بوده، ولی آن دو عدد برابر نباشند» را با اعضا بنویسید.	۱	خرداد ۱۴۰۴
۵۵	از کیسه‌ای که شامل ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز است، ۲ مهره به طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال اینکه هر دو مهره از یک رنگ باشند، را به دست آورید.	$\frac{1}{25}$	خرداد ۱۴۰۴
۵۶	یک تاکسی دارای ۳ سرنشین است؛ احتمال اینکه هر سه نفر آنها در ماه خرداد متولد شده باشند، چقدر است؟	$\frac{1}{75}$	خرداد ۱۴۰۴
۵۷	در پرتاب هم زمان دو تاس: (الف) پیشامد A که در آن، هر دو عدد رو شده کمتر از ۳ باشد را بنویسید. (ب) پیشامد B را طوری بنویسید که حاصل ضرب اعداد رو آمده برابر ۴ باشد ولی آن دو عدد، یکسان نباشند.	$\frac{1}{5}$	دی ۱۴۰۳
۵۸	از بین ۴ پیراهن قرمز، ۳ پیراهن آبی و ۲ پیراهن سفید به تصادف ۳ پیراهن انتخاب می‌کنیم. (الف) احتمال این که رنگ ۳ پیراهن متفاوت باشد را محاسبه کنید. (ب) احتمال این که حداکثر ۱ پیراهن سفید باشد را محاسبه کنید.	۲	دی ۱۴۰۳
۵۹	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. (الف) پیشامد A این که فقط دو فرزند پسر باشد را مشخص کنید. (ب) پیشامد B این که فرزندان هم‌جنس باشند را مشخص کنید. (پ) آیا دو پیشامد A و B ناسازگاراند؟ چرا؟	$\frac{1}{75}$	شهریور ۱۴۰۳
۶۰	انجمن اولیا و مربیان یک مدرسه شامل ۴ زن و ۶ مرد است. می‌خواهیم گروهی سه نفره انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه <u>احتمال</u> این که: (الف) دو نفر مرد و یک نفر زن باشند. (ب) حداقل دو نفر زن باشند.	۲	شهریور ۱۴۰۳
۶۱	هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را روی کارت‌هایی می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، به طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. (الف) عدد روی کارت، اول باشد ولی بزرگتر از ۴ نباشد. (ب) عدد روی کارت، مجذور کامل و فرد باشد.	۱	خرداد ۱۴۰۳



۶۲	گروه المپیاد ادبی شهری، شامل ۵ دانش‌آموز دختر و ۴ دانش‌آموز پسر است. می‌خواهیم به طور تصادفی ۳ نفر را از بین آن‌ها انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه، (الف) دو دختر و یک پسر انتخاب شود. (ب) حداقل ۲ پسر انتخاب شده باشد.	۲	خرداد ۱۴۰۳
۶۳	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوب است: (الف) پیشامد اینکه سکه پشت یا تاس حداقل ۵ بیاید را بنویسید. (ب) احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد اول بیاید را محاسبه کنید.	۱/۵	دی ۱۴۰۲
۶۴	با حروف کلمه «دانش پژوه» یک واژه شش حرفی با حروف متمایز می‌سازیم، با کدام احتمال، واژه ساخته شده به حروف نقطه‌دار ختم می‌شود؟	۱/۵	دی ۱۴۰۲
۶۵	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. (الف) فضای نمونه‌ای مناسب برای ترکیب جنسیتی فرزندان این خانواده را بنویسید. (ب) پیشامد A که در آن هر ۲ فرزند خانواده از یک جنس باشند را بنویسید.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۲
۶۶	از جعبه‌ای که شامل ۳ مداد و ۵ خودکار است، به طور تصادفی ۴ شیء خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه حداقل ۳ شیء انتخابی خودکار باشد.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۲
۶۷	احتمال اینکه دانش‌آموزی فردا به کتابخانه‌ی مدرسه نرود برابر با $\frac{7}{25}$ است. چقدر احتمال دارد او فردا به کتابخانه مدرسه برود؟	۰/۵	شهریور ۱۴۰۲
۶۸	دو تاس را همزمان پرتاب می‌کنیم؛ هر یک از پیشامدهای زیر را مشخص کنید. (الف) حاصل ضرب اعداد رو شده از دو تاس بزرگتر یا مساوی ۳۰ باشد. (ب) مجموعه اعداد رو شده از دو تاس برابر ۱۳ باشد.	۱	خرداد ۱۴۰۲
۶۹	می‌خواهیم از بین ۵ فوتبالیست و ۴ والیبالیست یک گروه ۶ نفره به طور تصادفی تشکیل دهیم مطلوب است احتمال اینکه: (الف) حداقل ۴ نفر فوتبالیست باشند. (ب) به تعداد مساوی از هر دو رشته ورزشی انتخاب شوند.	۲	خرداد ۱۴۰۲
۷۰	دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، A را پیشامد آنکه اعداد آمده از دو تاس یکسان باشند و B را پیشامد آنکه مجموع اعداد آمده از دو تاس مساوی ۸ باشند، در نظر می‌گیریم: (الف) پیشامدهای A و B را مشخص کنید. (ب) آیا A و B ناسازگارند؟ چرا؟	۱/۵	دی ۱۴۰۱



دی ۱۴۰۱	۱/۵	۷۱	از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره آبی و ۷ مهره قرمز است، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را حساب کنید که حداکثر ۲ مهره از مهره‌های انتخاب شده، قرمز باشند.
دی ۱۴۰۱	۰/۵	۷۲	اگر A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد آنکه " A یا C رخ دهد ولی B رخ ندهد" را در شکل مقابل سایه بزنید.
شهریور ۱۴۰۱	۱/۲۵	۷۳	در پرتاب یک سکه به همراه یک تاس: الف: فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟ ب: پیشامد رو آمدن سکه و زوج بودن تاس را مشخص کنید.
شهریور ۱۴۰۱	۲	۷۴	از بین ۴ کارمند زن و ۶ کارمند مرد می‌خواهیم یک تیم بازرسی ۳ نفره انتخاب کنیم. احتمال اینکه یک زن و دو مرد انتخاب شود را بدست آورید.
خرداد ۱۴۰۱	۰/۵	۷۵	کدام یک از پدیده‌های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ الف) مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس که روی هر شش وجه آن، عدد ۳ حک شده باشد. ب) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سؤالات آن را شانسی پاسخ داده‌ایم.
خرداد ۱۴۰۱	۱/۵	۷۶	از بین ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد، محاسبه کنید.
دی ۱۴۰۰	۰/۷۵	۷۷	در پرتاب دو تاس، پیشامد «مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۱۰ باشد» را بنویسید.
دی ۱۴۰۰	۰/۷۵	۷۸	هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور تصادفی یک کارت را بر می‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.
دی ۱۴۰۰	۱	۷۹	می‌خواهیم از جعبه‌ای شامل ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی، سه مهره به تصادف خارج کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال آن که ۲ مهره آبی و ۱ مهره قرمز باشد.
شهریور ۱۴۰۰	۰/۵	۸۰	در شکل زیر پیشامد خواسته شده را سایه بزنید. "پیشامد A یا B رخ دهد"





۱۴۰۰ شهریور	۱	۸۱	یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای این آزمایش را بنویسید. ب: پیشامد A که در آن سکه پشت و تاس عدد فرد بیاید را بنویسید.
۱۴۰۰ شهریور	۱	۸۲	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه: الف: هر دو فرزند دختر باشند. ب: همه فرزندان دارای یک جنسیت باشند.
۱۴۰۰ خرداد	۰/۷۵	۸۳	از بین ۲ دانش آموز رشته ریاضی و ۳ دانش آموز رشته تجربی و ۲ دانش آموز رشته انسانی، ۳ دانش آموز را به تصادف برای اردوی مشهد انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد از هر رشته یک دانش آموز انتخاب شود؟
۹۹ دی	۱	۸۴	در کیسه‌ای ۴ مهره سفید، ۳ مهره زرد و ۲ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. مطلوبست احتمال اینکه رنگ سه مهره متفاوت باشد.
۹۹ دی	۱	۸۵	یک تاکسی دارای ۴ سرنشین است. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه هر ۴ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند.
۹۹ خرداد	۱	۸۶	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. الف: فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید. ب: مطلوبست محاسبه احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنسیت نباشند.
۹۹ خرداد	۰/۵	۸۷	یک تاس و یک سکه را پرتاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه تاس حداکثر ۳ یا سکه رو بیاید.
۹۹ خرداد	۱	۸۸	احتمال اینکه فردا بارانی باشد، برابر $\frac{3}{8}$ است. مطلوبست، محاسبه احتمال اینکه فردا بارانی نباشد.
۹۹ خرداد	۱	۸۹	از بین ۵ دانش آموز سال دهم، ۶ دانش آموز سال یازدهم و ۴ دانش آموز دوازدهم، قرار است یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. تعداد اعضای پیشامد اینکه سه نفر منتخب از سه پایه‌ی مختلف باشند را مشخص کنید.
۹۹ خرداد	۱/۲۵	۹۰	دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد.
۹۹ خرداد	۱/۵	۹۱	انجمن اولیا و مربیان یک دبیرستان ۱۰ عضو دارد. در یک رای‌گیری، ۵ نفر رای موافق، ۳ نفر رای مخالف و ۲ نفر رای ممتنع داده‌اند. از بین آنها ۳ نفر به طور تصادفی انتخاب می‌شوند. احتمال اینکه نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشد، چقدر است؟
۹۹ شهریور	۱/۵	۹۲	می‌خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه دوازدهم و ۴ دانش آموز پایه یازدهم، یک تیم ۶ نفره‌ی والیبال تشکیل دهیم. مطلوبست، احتمال آنکه ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه‌ی دوازدهم و ۲ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه‌ی یازدهم باشند؟



شهریور ۹۹	۱	۹۳	هر یک از اعداد فرد طبیعی ۱ تا ۱۵ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.
شهریور ۹۹	۱/۵	۹۴	در پرتاب دو تاس پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: مجموع اعداد رو شده مساوی ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس یکسان و هر دو زوج باشند.
شهریور ۹۹	۱	۹۵	احتمال اینکه ریحانه امشب سریال شبکه‌ی یک سیما را تماشا نکند برابر با $\frac{۳۲}{۹۹}$ است. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه ریحانه سریال را تماشا کند.
خرداد ۹۸	۱	۹۶	تاسی را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد. ب: پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.
خرداد ۹۸	۱	۹۷	از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی بر می‌داریم. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.
خرداد ۹۸	۱/۵	۹۸	خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. الف: فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید. ب: احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را به دست آورید. ج: احتمال آنکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را بدست آورید.
تیر ۹۸	۱/۵	۹۹	یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای ای پدیده تصادفی را با اعضایش بنویسید. ب: احتمال آنکه تاس زوج بیاید، چقدر است؟ ج: احتمال آنکه تاس فرد و سکه پشت بیاید، چقدر است؟
شهریور ۹۸	۲	۱۰۰	دو تاس را پرتاب می‌کنیم. ابتدا هریک از پیشامدهای زیر را نوشته، سپس احتمال هر کدام را محاسبه کنید. الف: مجموع اعداد برآمده از دو تاس برابر ۱۰ باشد. ب: اعداد رو شده از هر دو تاس بر ۳ بخش پذیر باشد.
دی ۹۸	۱/۵	۱۰۱	تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: پیشامد اینکه مجموع دو عدد رو شده برابر چهار باشد. ب: پیشامد اینکه عدد رو شده در هر دو تاس یکسان باشد، ولی زوج نباشد.



دی ۹۸	۲	از جعبه‌ای شامل ۷ مهره قرمز و ۳ مهره سفید است، ۳ مهره را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوبست محاسبه‌ی اینکه دو مهره قرمز و یک مهره سفید باشد.
دی ۹۸	۲	۱۰۳ یک تاس و یک سکه را باهم پرتاب می‌کنیم. الف: فضای نمونه‌ای را بنویسید. ب: احتمال آنکه سکه پشت و تاس زوج بیاید را به دست آورید. پ: احتمال آنکه عدد ظاهر شده برای تاس حداکثر ۳ باشد را بدست آورید.
دی ۹۷	۱/۵	۱۰۴ دو تاس را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید. الف: اعداد رو شده از دو تاس مانند هم باشند. ب: حاصل ضرب اعداد برآمده از دو تاس کمتر از ۴ باشد.
دی ۹۷	۱/۵	۱۰۵ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. الف: فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان‌ای خانواده را بنویسید. ب: احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنس باشند را بدست آورید.
دی ۹۷	۲	۱۰۶ از جعبه‌ای که شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه دار است. ۲ سیب را به طور تصادفی برمی داریم مطلوبست محاسبه‌ی احتمال اینکه: الف: هر دو سیب سالم باشند. ب: یک سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.

درس ۲

احتمال

برداشت ضروری دانش آموز:

math-pilevar.ir

درس

۳

چرخه آمار در حل مسائل

خلاصه درسنامه

نمای کلی از چرخه حل مسئله به کمک آمار



- ۱ بیان مسئله: ابتدا مسئله‌ای رو که در دنیای واقعی وجود داره، به صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.
- ۲ طرح و برنامه‌ریزی: سپس راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.
- ۳ گردآوری و پاک سازی داده‌ها: بعد از آن به گردآوری داده‌ها می‌پردازیم و تا حد ممکن از درستی اون‌ها مطمئن می‌شویم.
- ۴ تحلیل داده‌ها: سپس با استفاده از شاخص‌ها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم، نتایج رو متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.

- ۵ بحث و نتیجه‌گیری: در آخر به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

گام‌های چرخه آمار در حل مسائل



- گام ۱ بیان مسئله
طرح یک پرسش دقیق و شفاف، مهم‌ترین گام برای رسیدن به پاسخ است.
- گام ۲ طرح و برنامه‌ریزی
اندازه‌گیری یا سنجش، اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. در اندازه‌گیری، در واقع سعی می‌کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را تا حد ممکن به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم.
- گام ۳ گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
در هر مطالعه ممکن است در مرحله اندازه‌گیری، گردآوری یا ثبت داده‌ها و یا وارد کردن داده‌ها در نرم‌افزار اشتباهی رخ بدهد با بررسی دقیق داده‌ها می‌شود برخی از این اشتباهات را اصلاح کرد.
- گام ۴ تحلیل داده‌ها
در این مرحله داده‌ها تحلیل شده و نتایج ارائه می‌شوند منظور از تحلیل داده‌ها در واقع صرفاً گزارش شاخص‌ها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری است.
- گام ۵ بحث و نتیجه‌گیری
پس از تحلیل داده‌ها، باید بتوانیم با تفسیر نتایج، پاسخی برای مسئله اصلی پیدا کنیم.

گام اول	گام دوم	گام سوم	گام چهارم	گام پنجم
بیان مسئله	طرح و برنامه‌ریزی	گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها	تحلیل داده‌ها	بحث و نتیجه‌گیری
- فهم مسئله - تعریف دقیق مسئله	- شیوه اندازه‌گیری - روش نمونه‌گیری - روش کار	- گردآوری - سازماندهی - پاک‌سازی	- مرتب کردن داده‌ها - معیارها - نمودارها و جدول‌ها	- تفسیر نتایج - نتیجه‌گیری - نقد و بررسی - ایده‌های جدید

نسخه چاپی کتاب در وبسایت زیر قابل دریافت است

www.math-pilevar.com



نکته: تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه و تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه می‌گویند هرچه اندازه جامعه بزرگ‌تر باشد، برای این که نمونه بتواند به خوبی بیانگر ویژگی‌های جامعه باشد، اندازه نمونه بزرگ‌تری لازم است ضمناً هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، برای حصول اطمینان از حضور تنوع در نمونه، اندازه نمونه بزرگ‌تری لازم داریم.

مثال

در کدام مورد اندازه نمونه بزرگ‌تری لازم است؟

۳ مدت زمان مطالعه افراد یک محله

۱ سن دانش‌آموزان یک کلاس

۴ میزان آب مصرفی خانواده‌های یک کشور

۲ وزن بچه‌های یک مدرسه

قطعاً پراکندگی افراد در کل کشور و همچنین تعداد اعضای آنها بسیار بیشتر از سایر گزینه‌هاست پس برای بررسی آب مصرفی خانواده‌های کشور، نیاز به نمونه بزرگ‌تری خواهیم داشت.



تذکر: ۱ برای توصیف داده‌های کمی باید هر دو شاخص مرکزی و پراکندگی گزارش شوند شاخص‌های مرکزی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند تا بدانیم داده‌ها در کجا متمرکز هستند و شاخص‌های پراکندگی مانند دامنه تغییرات، انحراف معیار و دامنه میان چارکی به ما کمک می‌کنند تا بدانیم داده‌ها چگونه متمرکز یا پراکنده شده‌اند.

۲ اگر داده یا داده‌های دورافتاده داشته باشیم، میانگین و انحراف معیار، شاخص‌های مناسبی برای توصیف داده‌ها نخواهند بود و در این مواقع بهتره که از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کنیم.

واریانس و انحراف معیار



واریانس: واریانس همان میانگین مجزورات اختلاف داده‌ها از میانگین است. واریانس به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

به جذر واریانس، انحراف معیار گفته می‌شود. ضمناً انحراف معیار را با نماد σ نمایش می‌دهند (σ سیگما خوانده می‌شود).

مثال

واریانس و انحراف معیار داده‌های ۱۳، ۱۸، ۱۶، ۲۷، ۲۱، ۲۵ را بدست آورید.

$$\bar{x} = \frac{13 + 18 + 16 + 27 + 21 + 25}{6} = \frac{120}{6} = 20$$

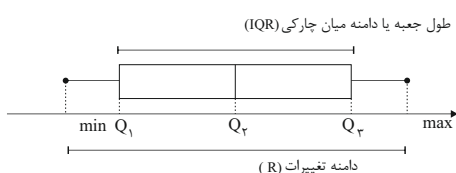
پاسخ:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(13-20)^2 + (18-20)^2 + (16-20)^2 + (27-20)^2 + (21-20)^2 + (25-20)^2}{6} \\ &= \frac{49 + 4 + 16 + 49 + 1 + 25}{6} = \frac{144}{6} = 24 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$$

انحراف معیار هم، جذر واریانس است، پس:

نمودار جعبه‌ای



نمودار جعبه‌ای روشی سودمند برای نمایش دامنه‌ها (دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی) و چارک‌های داده‌هاست. در شکل زیر محل قرارگیری چارک‌ها و مقادیر min و max داده‌ها نشان داده شده است.

نکته: اگر داده دورافتاده داشته باشیم بهتر است از نمودار جعبه‌ای استفاده کنیم.

در نمودار جعبه‌ای که گاهی اوقات به آن نمودار جعبه و سبیل هم گفته می‌شود ۵ عدد اصلی زیر را مشخص می‌کنیم:

۱) کوچکترین داده (min)

۲) چارک اول (Q_1)

۳) چارک دوم (Q_2) یا میانه

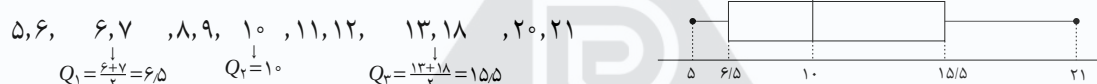
۴) چارک سوم (Q_3)

۵) بزرگترین داده (max)

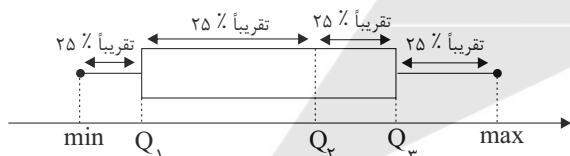
مثال

نمودار جعبه‌ای داده‌های ۵، ۶، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۸، ۲۰، ۲۱ را رسم کنید.

پاسخ: چارک‌ها را پیدا کرده و نمودار جعبه‌ای را رسم می‌کنیم:



نحوه پخش داده‌ها در نمودار جعبه‌ای: داده‌ها را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند که هر قسمت، شامل تقریباً ۲۵ درصد داده‌هاست. با توجه به نمودار داده شده می‌توان گفت:



۱) تقریباً ۵۰٪ داده‌ها بین Q_1 و Q_3 هستند (داخل جعبه)

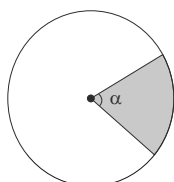
۲) تقریباً ۲۵٪ داده‌ها قبل از Q_1 هستند.

۳) تقریباً ۲۵٪ داده‌ها بعد از Q_3 هستند.

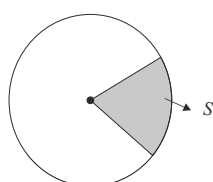
۴) تقریباً ۷۵٪ داده‌ها بعد از Q_1 هستند.

۵) تقریباً ۷۵٪ داده‌ها قبل از Q_3 هستند.

نمودار دایره‌ای



$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ \text{ زاویه مرکزی}$$



$$S = \frac{f}{n} \times 100 \text{ درصد مساحت}$$

نمودارهای دایره‌ای یکی از پرکاربردترین نمودارها در آمار است. از این نمودار برای نمایش متغیرهای کیفی استفاده می‌شود. زاویه مربوط به هر دسته و درصد مساحت مربوط به هر دسته از روابط زیر به دست می‌آید:

f نشان دهنده فراوانی گروه n نشان دهنده مجموع فراوانی‌ها

تذکر: در نمودار دایره‌ای، به جای فرمول‌های بالا می‌توان از تناسب هم استفاده کرد.



مثال

در یک نمودار دایره‌ای مربوط به گروه‌های خونی افراد، زاویه متناظر با گروه خونی AB عدد 72° را نشان می‌دهد که اگر کل جمعیت مورد مطالعه 800 نفر باشد، چند نفر گروه خونی AB دارند؟

روش اول (استفاده از فرمول):

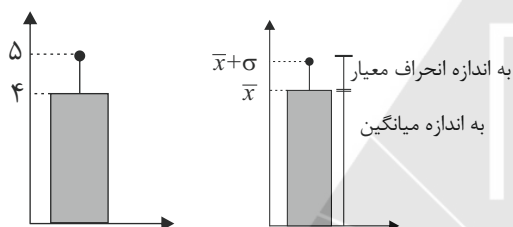
$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ \quad \frac{\alpha=72^\circ}{n=800} \Rightarrow 72^\circ = \frac{f}{800} \times 360^\circ \Rightarrow 360f = 72 \times 800 \Rightarrow f = \frac{72 \times 800}{360} = 160$$

روش دوم (بدون استفاده از فرمول): کافیست با یک عمل تناسب، در دو ستون مختلف، تعداد را با زاویه مقایسه کنیم

کل گروه خونی	زاویه	تعداد
AB	72°	x
	360°	800

$$\Rightarrow x = \frac{72 \times 800}{360} = 160$$

بررسی یک نمودار مهم (نمودار مستطیل و میله خطا)



در داده‌هایی که میانگین و انحراف معیار شاخص مناسبی برای توصیف اون‌ها هستن، می‌تونیم از نموداری استفاده کنیم که ارتفاع مستطیل اون، نشون دهنده میانگین و میله خطای روی اون، به اندازه انحراف معیار، روی مستطیل بالا اومده است.

مثلاً از نمودار مقابل نتیجه می‌گیریم که $\bar{x} = 4$ و $\sigma = 1$ است:

درس ۳

چرخه آمار

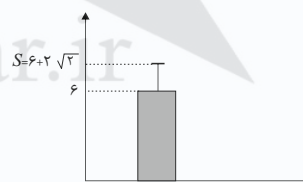
مثال

برای داده‌های $10, 8, 6, 4, 2$ نمودار مستطیل و میله خطا را رسم کنید.

پاسخ:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5} = \frac{16+4+0+4+16}{5} = \frac{40}{5} = 8 \Rightarrow \sigma = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$



نکته: برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

مثال

دو مدرسه با تعداد دانش‌آموز مساوی داریم. مدرسه اول 30% درصد قبولی‌هایش رشد کرده و مدرسه دوم 50% درصد قبولی‌هایش افزایش یافته است. کدام مدرسه برای تحصیل مناسب‌تر است؟ (عملکرد کدام مدرسه بهتر است؟)

پاسخ: به نظر می‌رسد، مدرسه اول بهتر کار کرده ولی این فقط یک قضاوت زود هنگام است چون متغیر «عملکرد» یک متغیر کیفی و درصد تنها برای مقایسه عملکرد دو مدرسه کافی نیست بلکه تعداد هم باید گزارش شود (تعداد دانش‌آموزان دو مدرسه باید یکسان باشد)

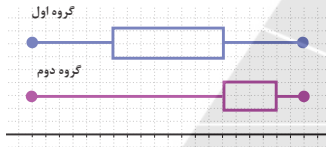
سوالات نهایی



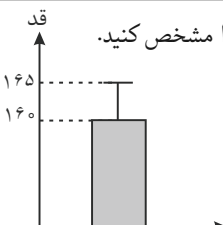
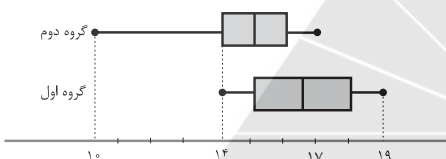
ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱۰۷	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.		
۰/۲۵	(۱) معیارها و جدول‌ها مربوط به گام چهارم (تحلیل داده‌ها)، چرخه آمار است. (شهریور ۱۴۰۴)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۲) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، نمودار جعبه‌ای است. (دی ۱۴۰۳)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۳) طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است. (شهریور ۱۴۰۲)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۴) در گام پنجم چرخه آمار، نتایج بدست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم. (دی ۱۴۰۱)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۵) در شکل مقابل انحراف معیار و میانگین به ترتیب ۶ و ۸ است. (دی ۱۴۰۱)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۶) برای جامعه آماری با داده دور افتاده، استفاده از میانگین و انحراف معیار کافی است. (شهریور ۱۴۰۱)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۷) هنگامی که داده دور افتاده داشته باشیم، می‌توانیم از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کنیم. (دی ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۸) گردآوری و سازماندهی داده‌ها سومین گام در چرخه آمار است. (دی ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۹) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد. (شهریور ۱۳۹۹، دی ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۰) وقتی داده دور افتاده داریم، میانه معیار مناسبی برای توصیف داده‌ها می‌باشد. (خرداد ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۱) برای توصیف داده‌های کمی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد برابر باشد. (خرداد ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۲) مرتب کردن داده‌ها در گام دوم چرخه آمار اتفاق می‌افتد. (خرداد ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۳) طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است که در مرحله بیان مسئله صورت می‌گیرد. (خرداد ۱۴۰۰)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۴) معیارهایی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها در کجا متمرکزند. (دی ۱۳۹۹)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۵) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید با گزارش تعداد همراه باشد. (دی ۱۳۹۹)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۶) دامنه تغییرات از معیارهای گرایش به مرکز می‌باشد. (دی ۱۳۹۹)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۷) وقتی داده دور افتاده‌ای نداریم، میانه شاخص مناسب تری از میانگین برای توصیف داده‌ها می‌باشد. (دی ۱۳۹۹)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۸) طرح و برنامه‌ریزی دومین گام در چرخه آمار است. (شهریور ۱۳۹۹)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۱۹) طرح و برنامه‌ریزی، دومین گام برای یافتن داده‌ها است. (شهریور ۱۳۹۸)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۲۰) هرچه جامعه بزرگتر شود، اندازه نمونه ثابت می‌ماند. (شهریور ۱۳۹۸)	۰/۲۵	
۱۰۸	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.		
۰/۲۵	(۱) در گام از چرخه آمار، داده‌ها را تحلیل و نتایج را ارائه می‌دهیم. (شهریور ۱۴۰۳)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۲) برای توصیف داده‌های گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد. (دی ۱۴۰۲)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۳) بیان مساله و فهم آن، گام در چرخه آمار است. (دی ۱۴۰۰، شهریور ۱۳۹۹)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۴) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، است. (شهریور ۱۴۰۲)	۰/۲۵	
۰/۲۵	(۵) اگر داده‌ها برابر باشند دامنه تغییرات آنها می‌شود. (دی ۱۴۰۱)	۰/۲۵	



۰/۲۵	۶) برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش همراه باشد. (شهریور ۱۳۹۸، خرداد ۱۳۹۹ خارج، شهریور ۱۴۰۱)
۰/۲۵	۷) اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. (دی ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۸) تعداد اعضای جامعه را جامعه می‌نامیم. (دی ۱۳۹۷، دی ۱۳۹۸، دی ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۹) نمودار بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متمرکز تر و کجا پراکنده ترند. (دی ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۱۰) اگر داده دور افتاده داشته باشیم از نمودار استفاده می‌کنیم. (خرداد ۱۴۰۰)
۰/۲۵	۱۱) داده‌ای است که نصف داده‌ها از آن کمتر و نصف داده‌ها از آن بیشتر هستند. (دی ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۲) هرچه پراکندگی متغیر در جامعه بیشتر باشد، برای اطمینان از وجود تنوع، به اندازه نمونه نیاز داریم. (دی ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۳) گردآوری و پاک سازی داده‌ها، گام در چرخه آمار است. (خرداد ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۴) اندازه‌گیری یا سنجش، گام برای دریافت داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج)
۰/۲۵	۱۵) هنگامی که داده‌ی دورافتاده نداشته باشیم، میانگین و شاخص‌های مناسبی برای توصیف هستند. (شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۶) مطمئن ترین نمودار برای متغیر نمودار جعبه‌ای است. (شهریور ۱۳۹۹)
۰/۲۵	۱۷) اگر در داده‌ها، داده‌ی دور افتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی مناسب است. (خرداد ۱۳۹۸)
۰/۲۵	۱۸) فعالیت "داده‌ها را گرد آوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می‌شویم"، مربوط به گام چرخه آمار است. (خرداد ۱۳۹۸)
۰/۲۵	۱۹) اندازه‌گیری یا سنجش گام برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. (دی ۱۳۹۸)
۰/۲۵	۲۰) راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم. به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم، این گام چرخه آمار را گام می‌نامند. (دی ۱۳۹۷)
۰/۲۵	۱۰۹) گزینه صحیح را انتخاب کنید.
۰/۲۵	الف) اگر داده دور افتاده نداشته باشیم، شاخص مرکزی و پراکندگی مناسب برای توصیف داده‌ها کدام است؟ (شهریور ۱۴۰۳)
۰/۲۵	۱) میانگین - انحراف معیار ۲) میانگین - دامنه میان چارکی ۳) میان - دامنه میان چارکی ۴) میان - انحراف معیار ب) اگر اندازه‌گیری وزن افراد با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده باشد، اجرای نادرست کدام گام از چرخه آمار است؟ (خرداد ۱۴۰۳)
۰/۲۵	۱) بیان مسئله ۲) طرح و برنامه‌ریزی ۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها ۴) تحلیل داده‌ها پ) کدام یک از موارد زیر جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه آمار نمی‌باشد. (دی ۱۴۰۲)
۰/۲۵	۱) گزارش معیارها ۲) رسم نمودار ۳) تفسیر داده‌ها ۴) مرتب کردن داده‌ها ت) کدام گزینه جزء گام بحث و نتیجه‌گیری از چرخه حل مسائل آماری محسوب می‌شود؟ (شهریور ۱۴۰۲)
۰/۲۵	۱) نقد و بررسی ۲) سازماندهی ۳) شیوه اندازه‌گیری ۴) نمودارها و جدول‌ها ث) کدام گزینه جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه حل مسائل آماری محسوب نمی‌شود؟ (خرداد ۱۴۰۲)
۰/۲۵	۱) استفاده از نمودارها ۲) مرتب کردن داده‌ها ۳) گزارش معیارها ۴) تفسیر داده‌ها

۰/۲۵	ح) در یک نمودار جعبه‌ای اگر چارک اول برابر ۳ و دامنه میان چارکی آن (IQR) برابر ۱۱ باشد، چارک سوم آن کدام است؟ (خرداد ۱۴۰۲)	۱۴ (۱)	۷ (۲)	۸ (۳)	۱۵ (۴)											
۰/۲۵	خ) تفسیر نتایج بدست آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟ (خرداد ۱۴۰۱)	(۱) بیان مسئله (۲) گردآوری داده‌ها (۳) تحلیل داده‌ها (۴) بحث و نتیجه‌گیری														
۰/۲۵	چ) الف: کدام نمودار، بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها مترکم تر و پراکنده‌تر است؟ (شهریور ۱۴۰۰)	(۱) مستطیلی (۲) دایره‌ای (۳) میله‌ای (۴) جعبه‌ای														
۰/۲۵	د) گام سوم در چرخه آمار، در حل مسائل می‌باشد. (شهریور ۱۴۰۰)	(۱) بحث و نتیجه‌گیری (۲) گردآوری و پاک سازی داده‌ها (۳) طرح و برنامه‌ریزی (۴) تحلیل داده‌ها														
۰/۲۵	ذ) اگر در داده‌ها، داده دور افتاده وجود نداشته باشد کدام معیار گرایش به مرکز مناسب است. (شهریور ۱۴۰۰)	(۱) مد (۲) انحراف معیار (۳) میانگین (۴) میانه														
۰/۲۵	ر) روش نمونه‌گیری مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟ (خرداد ۱۴۰۰)	(۱) طرح و برنامه‌ریزی (۲) بیان مسئله (۳) بحث و نتیجه‌گیری (۴) تحلیل داده‌ها														
شهریور ۱۴۰۴	۰/۷۵	۱۱۰ با توجه به نمودارهای جعبه‌ای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) در کدام گروه، گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه کننده باشد؟ ب) در کدام گروه میانه و میانگین به هم نزدیک‌تر است؟ ج) دامنه میان چارکی کدام گروه بزرگ‌تر است؟ 														
خرداد ۱۴۰۴	۰/۲۵	۱۱۱ به سؤال زیر پاسخ کوتاه دهید. وقتی داده دور افتاده، بین داده‌ها آماری باشد، کدام معیار گرایش به مرکز برای توصیف داده‌ها مناسب‌تر است؟														
خرداد ۱۴۰۴	۰/۲۵	۱۱۲ با توجه به گام‌های چرخه آمار در حل مسائل، هر یک از جملات ستون A را به یک عبارت مناسب از ستون B مرتبط کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون B، یک مورد اضافی است.) <table><tr><th>ستون A</th><th>ستون B</th></tr><tr><td>الف) نتایج بدست آمده را تفسیر و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.</td><td>(a) طرح و برنامه‌ریزی</td></tr><tr><td>ب) به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.</td><td>(b) تحلیل داده‌ها</td></tr><tr><td>پ) با استفاده از معیارها و نمودارها، نتایج را متناسب با هدف‌ها، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.</td><td>(c) گردآوری داده‌ها</td></tr><tr><td></td><td>(d) بحث و نتیجه‌گیری</td></tr></table>					ستون A	ستون B	الف) نتایج بدست آمده را تفسیر و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.	(a) طرح و برنامه‌ریزی	ب) به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.	(b) تحلیل داده‌ها	پ) با استفاده از معیارها و نمودارها، نتایج را متناسب با هدف‌ها، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.	(c) گردآوری داده‌ها		(d) بحث و نتیجه‌گیری
ستون A	ستون B															
الف) نتایج بدست آمده را تفسیر و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.	(a) طرح و برنامه‌ریزی															
ب) به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.	(b) تحلیل داده‌ها															
پ) با استفاده از معیارها و نمودارها، نتایج را متناسب با هدف‌ها، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.	(c) گردآوری داده‌ها															
	(d) بحث و نتیجه‌گیری															



دی ۱۴۰۳	۱	هر کدام از موارد زیر، مربوط به کدام گام از چرخه آمار است؟ (الف) پاک‌سازی داده‌ها (ب) تفسیر نتایج (پ) رسم نمودارها (ت) فهم مسئله	۱۱۳
شهریور ۱۴۰۳	۰/۵	نمودار مقابل مربوط به قد دانش‌آموزان یک دبیرستان است. با توجه به نمودار، میانگین و انحراف معیار را مشخص کنید. 	۱۱۴
شهریور ۱۴۰۳	۰/۷۵	برای بررسی وضعیت اجتماعی - اقتصادی خانوارهای یک شهر، در کدام یک از شیوه‌های نمونه‌گیری زیر، همه‌ی قشرهای جامعه شانس حضور ندارند؟ چرا؟ (الف) انتخاب تصادفی خانوارها بر اساس رقم اول تلفن خانه‌ها (ب) انتخاب تصادفی خانوارها بر اساس رقم آخر تلفن خانه‌ها	۱۱۵
خرداد ۱۴۰۳	۰/۷۵	با توجه به نمودارهای جعبه‌ای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید. (الف) در کدام گروه، گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه‌کننده باشد؟ (ب) دامنه میان چارکی کدام گروه بزرگتر است؟ (ج) در کدام گروه مقدار میانه و میانگین به هم نزدیک‌ترند؟ 	۱۱۶
دی ۱۴۰۳	۰/۵	برای بررسی میزان مطالعه افراد یک شهر، آیا انتخاب نمونه از بین افراد عضو کتابخانه عمومی آن شهر، روش نمونه‌گیری مناسبی است؟ چرا؟	۱۱۷
شهریور ۱۴۰۳	۱	داده‌های ۵، ۲۸، ۵، ۸، ۷، ۶، ۸، ۹، ۷، ۳۰، ۵ و ۶ متوسط ساعت‌های تماشای تلویزیون تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس در هفته را نشان می‌دهد. کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی، برای توصیف داده‌های «ساعت‌های تماشای تلویزیون» مناسب‌تر است؟ چرا؟	۱۱۸
دی ۱۴۰۳	۰/۷۵	درصد قبولی دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در درس ریاضی، به ترتیب ۶۵ درصد و ۸۰ درصد بوده است. تعداد قبولی دانش‌آموزان کدام مدرسه بیشتر است؟ چرا؟	۱۱۹
شهریور ۱۴۰۳	۱	در یک مطالعه آماری، برای اندازه‌گیری وزن افراد از دو واحد متفاوت استفاده شده است. الف: این مورد مربوط به اجرای نادرست کدام یک از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است؟ ب: این اجرای نادرست بر کدام گام‌های این چرخه آمار اثر می‌گذارد؟	۱۲۰
شهریور ۱۴۰۳	۱	برای بررسی میزان مطالعه افراد یک شهر، آیا انتخاب نمونه از بین افراد عضو کتابخانه عمومی آن شهر، روش نمونه‌گیری مناسبی است؟ چرا؟	۱۲۱



۱۲۲	داده‌های زیر، میزان حقوق ماهیانه (بر حسب میلیون تومان) کارمندان یک شرکت خصوصی را نشان می‌دهد: $۱۰, ۱۲, ۳۵, ۸, ۹, ۲۰, ۱۱, ۵, ۶, ۶, ۸$ الف) دامنه تغییرات و میانه داده‌های بالا را به دست آورید. ب) آیا میانه معیار گرایش به مرکز مناسبی برای توصیف این داده‌ها است؟ چرا؟	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۱										
۱۲۳	با توجه به داده‌های زیر میانگین و میانه آن‌ها را به دست آورید. $۳ - ۱ - ۵ - ۷ - ۳ - ۸ - ۲ - ۴ - ۳ - ۴$	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰										
۱۲۴	در موارد زیر نام گام را بنویسید. الف: برگزاری آزمون‌های پیشرفت تحصیلی در مدارس و بررسی نمره دانش آموزان ب: بررسی علل پایین بودن سرانه مطالعه دانش آموزان کشور در مقطع متوسطه دوم	۱	دی ۹۹										
۱۲۵	با توجه به چرخه آماری، نام هر گام را بنویسید. الف: راهی برای رسیدن به پاسخ مساله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم. ب: نتایج به دست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.	۰/۵	خرداد ۹۹										
۱۲۶	با توجه به داده‌ها جدول زیر را کامل کنید. <table><tr><td>متغیر</td><td>داده‌ها</td><td>میانگین</td><td>دامنه میان چارکی</td><td>دامنه تغییرات</td></tr><tr><td>سن (سال)</td><td>$۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸$ $۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶$</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	متغیر	داده‌ها	میانگین	دامنه میان چارکی	دامنه تغییرات	سن (سال)	$۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸$ $۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶$				۱/۵	خرداد ۹۹ خ
متغیر	داده‌ها	میانگین	دامنه میان چارکی	دامنه تغییرات									
سن (سال)	$۱۵, ۱۸, ۱۷, ۱۸$ $۱۷, ۱۹, ۱۷, ۱۶, ۱۶$												
۱۲۷	اولین و آخرین گام چرخه آمار را بنویسید.	۰/۵	تیر ۹۸										
۱۲۸	در نمونه‌گیری زیر مصرف آب ۹ خانوار در یک دوره (بر حسب مترمکعب) به دست آمده است. $۴۰, ۱۱۰, ۷۰, ۳۰, ۵۰, ۱۲۰, ۷۵, ۶۵, ۱۳۰$ میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص کنید.	۱/۵	شهریور ۹۸										
۱۲۹	در کدام یک از موارد زیر احتیاج به نمونه بیشتری داریم؟ چرا؟ الف: سن دانش آموزان یک کلاس ب: معدل دانش آموزان یک کلاس	۰/۵	دی ۹۷										

یادداشت ضروری دانش آموز:

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

ریاضی و آمار ۳

درس

شمارش

$$C(8, 4) = \frac{8!}{4! \times 4!} = 70$$

$$\frac{8!}{4! \times 4!} = 70$$

$$\frac{p(8, 4)}{4!} = 70$$

روش اول:

روش دوم:

روش سوم:

(صفحه ۱۰)

(به پاسخی که به صورت $70 = \binom{8}{4}$ نوشته شود، نمره کامل تعلق گیرد.)

$$1 + 2 \times 3 = 7$$

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

$$1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$p(6, 4) = \frac{6!}{2!} = 360$$

$$1 \times 4! \times 1 = 24$$

روش اول:

روش دوم:

روش سوم:

(صفحه ۶)

$$4 \times 3 \times 3 = 36$$

روش اول:

روش دوم:

کل اعداد سه رقمی با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (صفحه ۱۰)

کل اعداد سه رقمی زوج با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $4 \times 3 \times 2 = 24$ (صفحه ۱۰)

کل اعداد سه رقمی فرد با ارقام متفاوت و با ارقام موجود: $60 - 24 = 36$ (صفحه ۱۰)

$$\binom{5}{3} = 10$$

روش اول:

روش دوم:

$$3 \times 2 + 2 \times 1 = 8$$

روش اول:

روش دوم:

$5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$ حالت اول: رقم یکان صفر باشد. (صفحه ۶ و ۷)

$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$ حالت دوم: رقم یکان ۵ باشند. (صفحه ۶ و ۷)

$6 + 48 = 54$ (صفحه ۶ و ۷)

روش دوم: کل اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده و بدون تکرار $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ (صفحه ۶)

- ۱-۱ درست (صفحه ۶)
۲ نادرست (صفحه ۶)
۳ نادرست (صفحه ۶)
۴ نادرست (صفحه ۶)
۵ نادرست (صفحه ۶)
۶ درست (صفحه ۶)
۷ درست (صفحه ۶)

- ۱-۲ (۱) ۱۲ (۲) ۲۵ (۳) ۸ (۴) $4! = 24$ (۵) ۲۰ (۶) ۷ تایی (۷) جایگشت (۸) ترکیب
(۱) ۱ (۲) ۱۰ (۳) $m \times n$ (۴) $n!$ (۵) $5 \times 4 \times 3 = 60$ (۶) $\frac{6!}{3! \times (6-3)!} = 20$ (۷) $\frac{9!}{6! \times (9-6)!} = 84$

- ۳- الف) گزینه ۲ یا عدد ۵ (ب) گزینه ۳، عدد ۶ (پ) گزینه ۳ (ت) گزینه ۴ (ث) گزینه ۳

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$$

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 3 \times 1 = 9 \\ 3 \times 3 \times 1 = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 9 + 9 = 18$$

روش سوم: با ارقام داده شده: (همه اعداد سه رقمی ممکن، منهای اعداد سه رقمی زوج)

$$4 \times 4 \times 3 - (4 \times 3 \times 1 + 3 \times 3 \times 2) = 18$$



ب) $\binom{3}{1} = 3$

$5 \times 4 \times 3 = 60$ -۲۶

$3 \times 4 = 12$ -۲۷

الف: $3 + 2 + 4 = 9$ ب: $3 \times 2 \times 4 = 24$ -۲۸

$3 \times 4 \times 3 = 36$ -۲۹

$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9!}{4! \times 5!}$
 $= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 126$ -۳۰

$7 \times 6 \times 5 = 210$ -۳۱

$\binom{4}{2} + \binom{5}{3} = \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} = 6 + 10 = 16$ -۳۲

$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$ -۳۳

$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B \rightarrow C \quad 3 \times 4 = 12 \\ A \rightarrow D \rightarrow C \quad 3 \times 2 = 6 \end{array} \right\} \rightarrow 12 + 6 = 18$ -۳۴

$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35$ -۳۵

الف) $1 \times 5 \times 4 = 20$ -۳۶

ب) $1 \times 4 \times 3 \times 1 = 12$

$10 + 12 + 6 = 28$ -۳۷

$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$ -۳۸

$3 + 5 = 8$ -۳۹

الف) $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ -۴۰

ب) $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 4 = 480$

ج) $5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$

الف) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ -۴۱

ب) $1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$

$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$ -۴۲

$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ -۴۳

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکرشده که مضرب ۵ نیستند و بدون تکرار ارقام

$\underbrace{4 \times 4 \times 3 \times 4}_{(0,5)} = 192$

$\underbrace{300 - 192}_{(0,25)} = 108$ اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام

۱۳- الف) حالت $4 + 3 + 5 = 12$

ب) حالت $4 \times 3 \times 5 = 60$ صفحه ۱۰ و ۱۱

۱۴- $\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{5 \times 4 \times 3 \times 1}_{(0,5)} = 60 \\ \underbrace{4 \times 4 \times 2 \times 1}_{(0,5)} = 48 \end{array} \right. \quad \underbrace{60 + 48}_{(0,5)} = 108$ صفحه ۶

۱۵- $\underbrace{2 \times 3 + 1}_{(0,25)} + \underbrace{2 \times 2}_{(0,25)} = \underbrace{11}_{(0,25)}$ صفحه ۴

۱۶- 5040 یا $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ یا $7!$ الف)

ب) $\underbrace{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1}_{(0,75)} = \underbrace{120}_{(0,25)}$ صفحه ۱۱

$5 \times 4 \times 3 = 60$ -۱۷

۱۸- $\left\{ \begin{array}{l} \underline{6 \times 5 \times 1} \Rightarrow 30 \\ \text{(اگر رقم یکان فقط صفر باشد)} \\ \underline{5 \times 5 \times 3} \Rightarrow 75 \\ \text{(اگر رقم یکان ۴ یا ۵ باشد)} \end{array} \right\} \Rightarrow 30 + 75 = 105$

۱۹- الف) $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

ب) $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

$3 \times 4 = 12$ -۲۰

$9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ -۲۱

۲۲- تمام مسائلی که انتخاب ۳ شی از ۵ شی باشد، به طوری که ترتیب در انتخاب آنها اهمیت نداشته باشد.

مانند: به چند طریق میتوان از بین ۵ کتاب، ۳ کتاب را انتخاب کرد؟

۲۳- الف: $6 \times 5 \times 4 = 120$ ب: $1 \times 5 \times 4 = 20$

۲۴- $\binom{9}{1} = 9$

۲۵- الف) $\binom{9}{1} = \frac{9!}{1! \times 8!} = 9$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times (5-2)!} = 10$$

-۴۴

الف) $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$

-۴۵

ب) $8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344$

یادداشت ضروری دانش آموز:



درس

۲

احتمال

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{2}{2} \times \binom{3}{1}}{\binom{5}{3}} = \frac{1 \times 3}{10} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$A = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2)\}$$

در هر پاسخی که علاوه بر عضوهای پیشامد A ، عضو $(3, 3)$ نیز نوشته شده باشد، به علت عدم اعمال تفاضل پیشامدها، (کسر گردد). (صفحه ۱۶)

$$P(A) = \frac{\binom{2}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{1 + 6}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

روش اول:

$$P(A) = 1 - \frac{\binom{3}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{7}{1}} = 1 - \frac{12}{7} = \frac{3}{7}$$

روش دوم:

(صفحه ۲۶)

$$\begin{cases} n(S) = 12 \times 12 \times 12 = 12^3 \\ n(A) = 1 \times 1 \times 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{12^3}$$

روش دوم:

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \left(\frac{1}{12}\right)^3$$

(صفحه ۲۰)

در صورتی که دانش آموز فقط جواب آخر را بنویسد (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

در صورتی که فقط به $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ اشاره کرده است، (۰/۲۵) تعلق گیرد.

$$\text{الف) } A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\} \quad (1)$$

$$\text{ب) } B = \{(1, 4), (4, 1)\} \quad (0.5)$$

$$\text{الف) } P(A) = \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

صفحه ۲۳

- ۴۶- (۱) نادرست (۰/۲۵) (۱۱) درست (۰/۲۵)
 (۲) نادرست (صفحه ۶) (۱۲) درست (۰/۲۵)
 (۳) نادرست صفحه ۲۰ (۱۳) نادرست (۰/۲۵)
 (۴) درست (صفحه ۱۷) (۱۴) نادرست (۰/۲۵)
 (۵) نادرست (۰/۲۵) (۱۵) درست (۰/۲۵)
 (۶) درست (۰/۲۵) (۱۶) درست (۰/۲۵)
 (۷) درست (۰/۲۵) (۱۷) درست (۰/۲۵)
 (۸) نادرست (۰/۲۵) (۱۸) نادرست (۰/۲۵)
 (۹) نادرست (۰/۲۵) (۱۹) درست (۰/۲۵)
 (۱۰) نادرست (۰/۲۵)

- ۴۷- (۱) صفر (صفحه ۱۹) (۱۰) ۱
 (۲) نشدنی (صفحه ۱۷ و ۱۵) (۱۱) $A \cap B = \emptyset$
 (۳) ناسازگار (صفحه ۱۸) (۱۲) ناسازگار
 (۴) برآمد (صفحه ۱۲) (۱۳) $2 \times 6 = 12$
 (۵) $\frac{4}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$ (۱۴) A'
 (۶) حتمی (۱۵) عضو $2 \times 2 \times 2 = 8$
 (۷) غیرممکن (نشدنی) (۱۶) $A \cap B$
 (۸) تهی (۱۷) $A - B$ (۰/۲۵)
 (۹) A

- ۴۸- الف) گزینه ۲، $(A - (B \cup C))$ (۰/۲۵) صفحه ۱۸
 ب) گزینه ۴ (۰/۲۵)
 پ) گزینه ۲ (۰/۲۵)
 ت) گزینه ۴ (۰/۲۵)
 ث) گزینه ۱ (صفر) (۰/۲۵)

- ۴۹- الف) ۱۲ (صفحه ۱۴) ب) ۸ (صفحه ۲۲)

$$0.5 \text{ یا } \frac{2}{4} = 0.5 \text{ یا } 1 - 0.8 = 0.2 \quad (0.5)$$

$$\text{۵۱- هر مورد (۰/۲۵) } A = \{(پ, پ), (پ, د), (د, پ), (پ, پ), (پ, پ), (د, پ)\}$$

$$\text{۵۲- هر مورد (۰/۲۵) } B - A = \{(1, 1), (3, 3), (4, 4)\} \quad \text{الف)}$$

در صورتی که عضو اضافه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسر شود.

ب) خیر (۰/۲۵)، زیرا اشتراک دارند. یا $A \cap B \neq \emptyset$ یا $A \cap B = \{(2, 2)\}$ (۰/۲۵)

$$\text{ج) } P(A) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

در صورتی که دانش آموز بدون اشاره به فرمول احتمال پاسخ نوشته است، نمره ای کسر نگردد.

$$= 1 - \frac{\overbrace{4 \times 10 + 10}^{0.25}}{84} = 1 - \frac{50}{84} = \frac{34}{84} \quad (\text{صفحه ۲۷})$$

$$A = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶), (د, ۵), (د, ۶)\} \quad (\text{الف})$$

$$\{(پ, ۵), (د, ۶)\} \quad (0.75)$$

$$n(B) = 3 \quad (\text{ب})$$

$$n(S) = 6 \times 2 = 12 \quad p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \quad (\text{صفحه ۱۸ و ۱۹})$$

$$p(A) = \frac{\overbrace{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}^{(0.5)}}{\overbrace{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}^{(0.5)}} = \frac{1}{2} \quad (\text{صفحه ۲۶})$$

$$\text{الف) } S = \{(پسر, پسر), (پسر, دختر), (دختر, دختر), (دختر, پسر)\} \quad (\text{فضای نمونه‌ای (۱)})$$

$$\text{هر زوج مرتب } (0.25)$$

$$\text{ب) } A = \{(پسر, پسر), (پسر, دختر), (دختر, دختر)\} \quad (0.5)$$

$$\text{هر زوج مرتب } (0.25) \quad (\text{صفحه ۲۶})$$

$$p(A) = \frac{\overbrace{\binom{5}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{4} \times \binom{3}{0}}^{(0.5)}}{\overbrace{\binom{8}{4}}^{(0.25)}} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2} \quad (\text{صفحه ۲۲ و ۲۶})$$

$$p(A') = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (0.5) \quad (\text{صفحه ۲۳})$$

$$A = \{(۵, ۶), (۶, ۵), (۶, ۶)\} \quad (\text{الف})$$

$$\text{ب) } \emptyset \text{ یا } \{ \}$$

$$\text{الف) } n(s) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84 \quad (\text{ب) } n(s) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$$

$$p(A) = \frac{\binom{5}{4} \binom{4}{2} + \binom{5}{3} \binom{4}{3}}{\binom{9}{6}} = \frac{30 + 4}{84} = \frac{34}{84}$$

$$\text{ب) } p(B) = \frac{\binom{5}{3} \binom{4}{3}}{\binom{9}{6}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{40}{84}$$

$$A = \{(۱, ۱), (۲, ۲), (۳, ۳), (۴, ۴), (۵, ۵), (۶, ۶)\} \quad (\text{الف})$$

$$B = \{(۲, ۶), (۳, ۵), (۴, ۴), (۵, ۳), (۶, ۲)\}$$

$$A \cap B = \{(۴, ۴)\} \rightarrow \text{ب) ناسازگار نیستند}$$

$$\frac{\binom{7}{5} \binom{2}{2} + \binom{7}{4} \binom{2}{3} + \binom{7}{3} \binom{2}{4}}{\binom{7}{2}} = \frac{185}{220} = \frac{37}{44} \quad (\text{۷۱- راه اول})$$

$$P(B) = \frac{\overbrace{\binom{2}{1} \binom{5}{2} + \binom{2}{2} \binom{5}{1}}^{0.25}}{\overbrace{\binom{9}{3}}^{0.25}} = \frac{77}{84} = \frac{11}{12}$$

روش اول

$$P(B) = 1 - \frac{\overbrace{\binom{2}{2} \binom{7}{1}}^{0.25}}{\overbrace{\binom{9}{3}}^{0.25}} = \frac{77}{84} = \frac{11}{12}$$

روش دوم

$$\text{الف) } \{(پ, پ), (پ, د), (د, پ), (د, د)\} \quad (0.75)$$

$$\text{ب) } \{(پ, پ), (پ, د), (د, د)\} \quad (0.5)$$

$$\text{پ) بله ناسازگارند. } (0.25) \text{ زیرا } A \cap B = \emptyset \text{ (اشتراک دو مجموعه تهی است). } (0.25) \quad (\text{صفحه ۲۶})$$

$$\text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\overbrace{\binom{6}{2} \times \binom{4}{1}}^{0.5}}{\overbrace{\binom{10}{3}}^{0.25}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\overbrace{\binom{4}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{4}{3}}^{0.25}}{\overbrace{\binom{10}{3}}^{0.25}} = \frac{6 \times 6 + 4}{120} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

به سایر روش‌های درست به تناسب نمره تعلق گیرد.

$$\text{الف) } \{۲, ۳\} \quad (0.5) \quad \text{ب) } \{۱, ۹\} \quad (0.5) \quad (\text{صفحه ۲۵})$$

$$\text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\overbrace{\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}}^{(0.5)}}{\overbrace{\binom{9}{3}}^{(0.25)}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{10}{21}$$

$$\text{ب) } p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\overbrace{\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{3}}^{(0.25)}}{\overbrace{\binom{9}{3}}^{(0.25)}} = \frac{6 \times 5 + 4}{84} = \frac{34}{84} = \frac{17}{42}$$

روش دوم:

$$p(B) = 1 - p(B') = 1 - \frac{\overbrace{\binom{4}{1} \times \binom{5}{2}}^{(0.5)}}{\overbrace{\binom{9}{3}}^{(0.25)}}$$



ب: $A = \{(p, 1), (p, 3), (p, 5)\}$

الف $P(A) = \frac{1}{4}$ -۸۲

ب $P(B) = \frac{1}{4}$

$n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35$ -۸۳

$n(A) = \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 12$

$P(A) = \frac{12}{35}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{1}\binom{6}{1}\binom{5}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{4 \times 3 \times 2}{84} = \frac{2}{7}$ -۸۴

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{12 \times 12 \times 12 \times 12} = \frac{1}{12^4}$ -۸۵

الف: $S = \{(p, p, p), (p, p, d), (p, d, p), (d, p, p), (d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (d, d, d)\}$ -۸۶

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{8}$

$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$ -۸۷

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ -۸۸

$\binom{5}{1}\binom{6}{1}\binom{4}{1} = 5 \times 6 \times 4 = 120$ -۸۹

$A = \{(6, 4), (4, 6), (5, 5), (6, 6), (6, 5), (5, 6)\}$ -۹۰

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}\binom{2}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{5 \times 3 \times 2}{120} = \frac{1}{4}$ -۹۱

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2}\binom{7}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{5 \times 6}{84} = \frac{5}{14}$ -۹۲

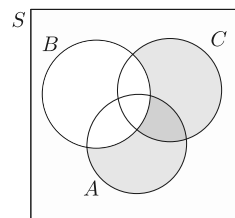
$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ -۹۳

$A = \{3, 9, 15\}$

راه دوم:

$A \text{ متمم} \Rightarrow \text{هر ۳ مهره قرمز} \Rightarrow \frac{\binom{7}{3}\binom{5}{0}}{\binom{12}{3}} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$

$P(A) = 1 - \frac{7}{44} = \frac{37}{44}$



-۷۲

الف: $n(S) = 2 \times 6 = 12$ -۷۳

ب: $A = \{(3, 2), (3, 4), (3, 6)\}$

$P(A) = \frac{\binom{7}{1}\binom{5}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{4 \times 15}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ -۷۴

-۷۵ صفحه ۱۳ کتاب
الف) قطعی ب) تصادفی

-۷۶ صفحه ۲۳ کتاب

$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$

$n(A) = \binom{4}{2} = 6$ $P(A) = \frac{6}{21}$

$A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ -۷۷

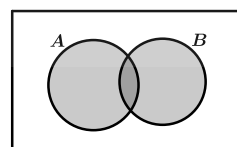
$A = \{3, 6, 9\}$ $P(A) = \frac{3}{10}$ -۷۸

$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$ -۷۹

$n(A) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} = 30$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{84}$

-۸۰



الف: $S = \{(p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6), (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\}$ -۸۱

الف: $S = \{(p, p, p)(p, p, d)(p, d, p)(d, p, p)(d, d, p)(d, p, d)(p, d, d)(d, d, d)\}$ -۱۰۵

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{8}$

الف: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{28}{45}$ -۱۰۶

ب: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{1}\binom{4}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{8 \times 4}{45} = \frac{32}{45}$

بداراحت ضروری دانش آموز:

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

الف: $A = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\}$ -۹۴

ب: $B = \{(2, 2), (4, 4), (6, 6)\}$

$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{32}{99} = \frac{67}{99}$ -۹۵

الف: $A = \{2\}$ -۹۶

ب: $B = \{3, 5\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{2}\binom{1}{1}}{\binom{11}{2}} = \frac{84 \times 1}{55} = \frac{168}{110}$ -۹۷

الف: $S = \{(d, p), (p, d), (p, p), (d, d)\}$ -۹۸

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4}$

ج: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{4}$

الف: $S = \{(r, 1)(r, 2)(r, 3)(r, 4)(r, 5)(r, 6), (p, 1)(p, 2)(p, 3)(p, 4)(p, 5)(p, 6)\}$ -۹۹

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{12}$

ج: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{12}$

الف: $n(s) = 36$ -۱۰۰

ب: $A = \{(6, 4)(4, 6)(5, 5)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$

$B = \{(3, 3)(3, 6)(6, 3)(6, 6)\}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36}$

الف: $A = \{(1, 3)(3, 1)(2, 2)\}$ -۱۰۱

ب: $B = \{(1, 1)(3, 3)(5, 5)\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{\binom{9}{2}\binom{3}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{21 \times 3}{45} = \frac{63}{45}$ -۱۰۲

الف: $S = \{(r, 1)(r, 2)(r, 3)(r, 4)(r, 5)(r, 6)(p, 1)(p, 2)(p, 3)(p, 4)(p, 5)(p, 6)\}$ -۱۰۳

ب: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12}$

پ: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{12}$

الف: $A = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)(4, 4)(5, 5)(6, 6)\}$ -۱۰۴

ب: $B = \{(1, 1)(1, 3)(1, 2)(2, 1)(3, 1)\}$



درس

۳

چرخه آمار در حل مسائل

۱۱۱- الف) گروه دوم (۰/۲۵) ب) گروه اول (۰/۲۵) ج) گروه اول (۰/۲۵)

۱۱۲- الف) d یا (بحث و نتیجه‌گیری)

ب) a یا (طرح و برنامه‌ریزی)

پ) b یا (تحلیل داده‌ها) هر مورد (۰/۲۵) (صفحه ۳۱)

۱۱۳- (صفحه ۳۰) نوشتن شماره گام یا اسم گام کافی است

الف) گام سوم یا گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها (۰/۲۵)

ب) گام پنجم یا بحث و نتیجه‌گیری (۰/۲۵)

پ) گام چهارم یا تحلیل داده‌ها (۰/۲۵) (پ) گام اول یا بیان مسئله (۰/۲۵)

۱۱۴- (صفحه ۳۵)

(۰/۲۵) میانگین $= ۱۶۰$ یا $\bar{x} = ۱۶۰$

(۰/۲۵) انحراف معیار $= ۵$ یا $\sigma = ۱۶۵ - ۱۶۰ = ۵$

۱۱۵- قسمت الف (۰/۲۵) زیرا شماره تلفن‌ها با رقم اول یکسان، همگی در یک منطقه از شهر هستند و ساکنین دیگر مناطق این شهر، شانس انتخاب شدن ندارند.

(۵۰) (صفحه ۳۳)

۱۱۶- الف) گروه دوم ب) گروه اول ج) گروه اول

هرمورد (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)

۱۱۷- خیر (۰/۲۵) زیرا کسانی که در کتابخانه نیستند، شانس حضور در نمونه را ندارند و چون فقط از افراد کتابخانه، نمونه‌گیری انجام شده است، میانگین داده‌های به دست آمده (آماره نمونه) بزرگ‌تر از میانگین آن در جامعه آماری (پارامتر جامعه) می‌شود چون افرادی که اصلاً به کتابخانه نمی‌روند، در نظر گرفته نشده‌اند. (۰/۲۵)

صفحه ۳۳

۱۱۸- میانه، معیار گرایش به مرکز مناسب (۰/۲۵) و دامنه میان چارکی، معیار پراکندگی مناسب (۰/۲۵) است. چون در میان داده‌ها، دو داده دور افتاده مانند ۳۰ و ۲۸ وجود دارد. (۰/۵)

صفحه ۳۴

۱۱۹- نمی‌توان نظری داد، چون گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

۱۲۰- الف: گام دوم: طرح و برنامه‌ریزی

ب: بر روی گام سوم، گام چهارم و گام پنجم اثر می‌گذارد.

۱۲۱- خیر، چون معرف خوبی از جامعه نیستند.

۱۲۲- الف) دامنه تغییرات: $۳۰ - ۵ = ۳۵$ ، میانه: ۹

۱۰۷- ۱) درست (۰/۲۵)

۲) درست (۰/۲۵)

۳) درست (۰/۲۵)

۴) درست (۰/۲۵)

۵) نادرست (۰/۲۵)

۶) نادرست (۰/۲۵)

۷) درست (۰/۲۵)

۸) درست (۰/۲۵)

۹) نادرست (۰/۲۵)

۱۰) درست (۰/۲۵)

۱۱) نادرست (۰/۲۵)

۱۲) نادرست (۰/۲۵)

۱۳) درست (۰/۲۵)

۱۴) درست (۰/۲۵)

۱۵) درست (۰/۲۵)

۱۶) نادرست (۰/۲۵)

۱۷) نادرست (۰/۲۵)

۱۸) درست (۰/۲۵)

۱۹) درست (۰/۲۵)

۲۰) نادرست (۰/۲۵)

۱۰۸- ۱) گام چهارم (تحلیل داده‌ها)

(صفحه ۳۴)

۱۱) میانه (۰/۲۵)

۱۲) بزرگ‌تری (۰/۲۵)

۱۳) سوم (۰/۲۵)

۱۴) اولین (۰/۲۵)

۱۵) انحراف معیار (۰/۲۵)

۱۶) کمی (۰/۲۵)

۱۷) دامنه میان چارکی (۰/۲۵)

۱۸) سوم (۰/۲۵)

۱۹) اولین (۰/۲۵)

۲۰) طرح و برنامه‌ریزی (۰/۲۵)

۲) کیفی (اسمی یا ترتیبی) (۰/۲۵)

۳) گام اول (بیان مسئله) (۰/۲۵)

۴) نمودار جعبه‌ای (۰/۲۵)

۵) صفر (۰/۲۵)

۶) تعداد (۰/۲۵)

۷) اندازه‌گیری یا سنجش (۰/۲۵)

۸) اندازه (۰/۲۵)

۹) جعبه‌ای (۰/۲۵)

۱۰) جعبه‌ای (۰/۲۵)

۱۰۹- الف) گزینه ۱، (میانگین - انحراف معیار) (۰/۲۵) (صفحه ۳۴)

ب) گزینه ۲: (طرح و برنامه‌ریزی) (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)

پ) گزینه ۳ (۰/۲۵)

ت) گزینه ۱ (نقد و بررسی) (۰/۲۵)

ث) گزینه ۴ (تفسیر داده‌ها) (۰/۲۵)

ج) گزینه ۱ (۱۴) (۰/۲۵)

خ) گزینه ۴ (بحث و نتیجه‌گیری) (۰/۲۵)

چ) گزینه ۴ (جعبه‌ای) (۰/۲۵)

د) گزینه ۲ (گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها) (۰/۲۵)

ذ) گزینه ۳ (میانگین) (۰/۲۵)

ر) گزینه ۱ (طرح و برنامه‌ریزی) (۰/۲۵)

۱۱۰- میانه (صفحه ۳۴)

(ب) بله، زیرا در بین داده‌ها داده دور افتاده وجود دارد.

$$-123 \quad \bar{x} = \frac{40}{10} = 4 \quad \text{میان} = 3/5$$

-124 الف: طرح و برنامه‌ریزی

ب: بیان مسئله

-125 الف: طرح و برنامه‌ریزی

ب: بحث و نتیجه‌گیری

$$-126 \quad \text{میانگین} = \frac{19+15+18+17+16+17+16+18+17}{9} = 17$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 18 - 16 = 2$$

$$\text{دامنه تغییرات} = 19 - 15 = 4$$

-127 اولین گام: بیان مسئله

آخرین گام: بحث و نتیجه‌گیری

$$-128 \quad 30, 40, 50, 65, 70, 75, 110, 120, 130$$

$$\text{میان} = 70$$

$$Q_1 = \frac{40+50}{2} = 45 \quad Q_3 = \frac{110+120}{2} = 115$$

-129 ب، چون تنوع بیشتری دارد.

یادداشت ضروری دانش‌آموز:

درس ۳

چرخه آمار

«مجموعه کتاب‌های سمن»



math-pilevar.ir



انتشارات گونش نگار



math-pilevar.ir

@plv.math

