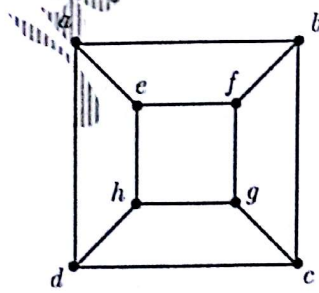
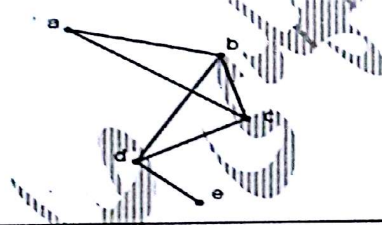


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح
بانه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۴/۱۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد ویژه مناطق آسیب دیده از سیل در نوبت تیرماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	نمره
۱	۱/۵
۲	۱
۳	۱/۲۵
۴	۰/۷۵
۵	۱/۲۵
۶	۱
۷	۱/۵
۸	۱
«ادامه سوالات در صفحه دوم»	



در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف) حاصل عبارت $\left[\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}, 8 \right) \right]$ برابر خواهد شد.

ب) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر است.

ج) عدد احاطه گری گراف C_n برابر می باشد. $\left[\frac{n}{2} \right] = 2$

درستی یا نادرستی گزاردهای زیر را معلوم کنید.

الف) مربع هر عدد فرد را می توان به صورت $8k - 1$ نوشت. $\times$

ب) یک 2 -مجموعه در گراف K_5 عضو دارد. $\checkmark$

ج) تعداد کمتر از $\left[\frac{n}{\Delta + 1} \right]$ رأس نمی توانند تمام n رأس گراف را احاطه کنند. $\checkmark$

د) برای $n = 1, 2, 6$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد. $\checkmark$

ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ اعدادی گنگ است.

گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاردهای هم ارز) ثابت کنید.

(برای هر عدد حقیقی $a > 0$ داریم: $a + \frac{1}{a} \geq 2$)

اگر عددی مانند k در Z باشد به طوری که $4k + 1 \equiv 5 \pmod{25}$ ، ثابت کنید: $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$.

جواب عمومی معادله $4x \equiv 17 \pmod{5}$ را به دست آورید.

گراف G را (مطابق شکل مقابل) در نظر بگیرید.

الف) مجموعه رئوس و مجموعه یالها را بنویسید.

ب) در گراف G ، یک دور به طول ۳ بنویسید.

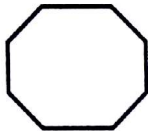
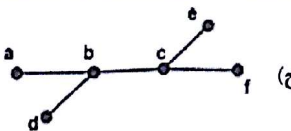
ج) درجه رأس e را در گراف $\bar{G}$ مشخص کنید.

در گراف شکل مقابل:

الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمم مشخص کنید.

ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.

سوالات امتحان نهایی درس ریاضیات گسسته		نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۴/۱۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد ویژه مناطق آسیب دیده از سیل در نوبت نهم سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		
ردیف	نمره			
۹	۱/۵	در هر قسمت، گراف خواسته شده را رسم کنید. الف) یک گراف ۲ منظم از مرتبه ۸ که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) یک گراف ۵ راسی که ۷- مجموعه آن با اندازه یک باشد. ج) یک گراف ۶ راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.		
۱۰	۱/۵	اگر عدد احاطه گری در یک گراف ۵ راسی برابر یک باشد در این صورت $\Delta(G)$ و حداقل و حداکثر تعداد یال‌هایی را که گراف G می‌تواند داشته باشد مشخص کنید.		
۱۱	۱	۹ نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان یابند؟		
۱۲	۱/۵	تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر با شرط‌های داده شده را به دست آورید. $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 12$, $x_1 > 2$, $x_5 \geq 4$		
۱۳	۱	می‌خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم، اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد.		
۱۴	۱/۵	دو مربع متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.		
۱۵	۱/۵	چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 200$ ، وجود دارند که بر هیچ یک از اعداد ۳، ۴ بخش پذیر نباشند؟ (بر ۳ بخش پذیر نباشند و بر ۴ نیز بخش پذیر نباشند)		
۱۶	۱/۲۵	در یک اردوی دانش آموزی حداقل چند دانش آموز وجود داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که حداقل ۷ نفر از آنها ماه تولد یکسانی دارند؟		
جمع نمره		۲۰		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		
بایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۴/۱۹				
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد ویژه مناطق آسیب دیده از سیل در نوبت تیرماه سال ۱۳۹۸				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir				
ردیف		راهنمای تصحیح						
نمره								
۱	الف) ۱۲	ب) $\frac{n(n-1)}{2}$	ج) ۲	هر کدام (۰/۵)	(صفحات: ۱۷ و ۳۸ و ۴۹)		۱/۵	
۲	الف) نادرست	ب) درست	ج) درست	د) درست	(صفحات: ۱۵ و ۴۸ و ۵۴ و ۶۷)		۱	
۳	فرض کنیم که r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ باشد نشان می دهیم که $r+x$ یک عدد گنگ است (۰/۲۵) فرض خلف اگر $r+x$ گنگ نباشد (۰/۲۵) بنابراین عددی گویا است از طرفی میدانیم که تفاضل دو عدد گویا، گویا است (۰/۲۵) پس تفاضل $r+x$ و r باید عددی گویا باشد یعنی $r+x-r \in Q$ و از آنجا (۰/۲۵) $x \in Q$ که با فرض ما در تناقض است در نتیجه فرض خلف باطل است و حکم ثابت می گردد (۰/۲۵) (صفحه: ۵)							۱/۲۵
۴	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + 1 - 2a \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷)							۰/۱۷۵
۵	$\left. \begin{array}{l} \Delta 4k+1 \xrightarrow{(\cdot)^2} 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/5) \\ \Delta 4k+1 \xrightarrow{\times 5} 25 20k + 5 \quad (0/5) \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \quad (16 \text{ صفحه})$							۱/۲۵
۶	$4x \equiv 17 \xrightarrow{(4,5)} \underbrace{4x \equiv 2}_{(0/25)} \rightarrow 4x \equiv 2+10 \quad (0/25) \Rightarrow 4x \equiv 12 \xrightarrow{(4,5)} x \equiv 3 \quad (0/25)$ (صفحه: ۲۵) $\Rightarrow x = 5k + 3 \quad (0/25)$							۱
۷	الف) $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ (۰/۵) و $E(G) = \{ab, ac, bc, bd, cd, de\}$ (۰/۵) ب) $abca$ یا $bcd b$ (۰/۲۵) ج) درجه e در گراف مکمل ۳ خواهد بود (۰/۲۵) (صفحات: ۳۹ و ۴۱)							۱/۵
۸	الف) $\{f, d\}$ (۰/۵)	ب) $\{e, f, g, h\}$ (۰/۵)	(صفحه: ۴۷)					۱
۹	الف) 	ب) 	ج) 	(هر کدام (۰/۵) (صفحه: ۵۳))				۱/۵
ادامه در صفحه دوم								

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۴/۱۹																		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد ویژه مناطق آسیب دیده از سیل در نوبت تیرماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																			
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره																	
۱۰	$\Delta(G) = 4$ (۰/۵) حداکثر تعداد یال‌ها - $10 = \frac{n(n-1)}{2}$ (۰/۵) حداقل تعداد یال‌ها - $4 = (n-1)$ (۰/۵) (صفحه: ۵۳)			۱/۵																	
۱۱	$\left(\frac{9}{2}\right) \times \left(\frac{7}{3}\right) \times \left(\frac{4}{4}\right) = 1260$ (۰/۲۵) (صفحه: ۵۹)			۱																	
	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$ $\xrightarrow{(0/5)} x_1 = y_1 + 3, x_2 = y_2 + 4$ $y_1 + 3 + x_3 + x_4 + x_5 + y_2 + 4 = 12 \xrightarrow{(0/25)} \begin{pmatrix} 5+k-1 \\ k-1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix}$ (۰/۵) (صفحه: ۷۲)			۱/۵																	
	$4! \times 2^4 = 384$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۲)			۱																	
۱/۵	<table><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> <table><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr></table> (صفحه: ۶۹) هر کدام (۰/۷۵)			۲	۳	۱	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۲	۱	۳
۲	۳	۱																			
۱	۲	۳																			
۳	۱	۲																			
۱	۳	۲																			
۳	۲	۱																			
۲	۱	۳																			
۱/۵	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (۰/۲۵) $n(A \cup B) = \left[\frac{200}{4}\right] + \left[\frac{200}{3}\right] - \left[\frac{200}{12}\right]$ (۰/۷۵) $n(A \cup B) = 100$ (۰/۲۵) $1 - n(A \cup B) = 200 - 100 = 100$ (۰/۲۵) (صفحات: ۷۵ و ۷۶)																				
۱/۲۵	در این مسأله $k+1=7$ یعنی $k=6$ است و تعداد لانه‌ها همان تعداد ماه‌های سال یعنی $n=12$ است. (۰/۵) اصل لانه کیبوتری، تعداد کیبوترها یا معادل آن تعداد دانش‌آموزان حداقل باید (۰/۲۵) $kn+1 = (12 \times 6) + 1 = 73$ باشد. (۰/۵) (صفحه: ۸۳)																				
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»																				

«مصححین گرامی لطفاً برای راه حل‌های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.»