

ردیف	دوازدهم	تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۵/۳۱	رشته:	ریاضیات گستره	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گستره
ردیف	نمره	ساعت شروع:	۸:۰۰ صبح	عنوان:	ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه:
۱	۱۲۰	مدت آزمون:		نام و نام خانوادگی:		
۱	۱۴۰۳	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	azmoon.medu.ir	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
۱	۱	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	۱	جاهاي خالي را با کلمات يا عبارت مناسب تكميل کنيد:				
۱	۱	الف) اگر $p$ عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ ..... ب) گراف $\Gamma$ -منتظم، ۸ راسی دارای ..... يال است. پ) در بين ۳۹۰ دانش آموز، حداقل ..... نفر روز تولد يكسانی دارند. ت) تعداد توابع يك به يك مانند $f: A \rightarrow B$ اگر بدانيم ، $ A =5$ ، $ B =4$ ..... است.				
۱	۰.۷۵	درستی و يا نادرستی جملات زير را مشخص کنيد:				
۱	۰.۷۵	الف) برای $n \neq 1, 2, 6$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه $n$ وجود ندارد. ب) اگر $v$ و $G$ يك گراف $10$ راسی باشد، آنگاه $\deg_G(v)=4$ . پ) حاصل عبارت $(-12, -18), 30$ نماد بمم و $[-]$ نماد کمم است)				
۱	۰.۲۵	گزينه صحيح را انتخاب کنيد: اگر $a, b \in \mathbb{R}$ کدامیک از ترکیب های دو شرطی زیر درست است؟				
۱	۰.۲۵	$a \langle b \Leftrightarrow a^2 \langle b^3$ ) $a \langle b \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ ) $a \langle b \Leftrightarrow a^3 \langle b^3$ ) $a \langle b \Leftrightarrow a^2 \langle b^2$ )				
۱	۱.۲۵	ثابت کنيد ميانگين حسابي دو عدد نامنفي از ميانگين هندسي آنها کمتر نيست.				
۱	۱.۲۵	هرگاه $a, b, c$ سه عدد صحيح و $a b \pm c$ و $a b$ و $a c$ ثابت کنيد :				
۱	۱.۵	اگر $a, b$ دو عدد صحيح و $ab$ فرد باشد، باقی مانده $a^2 + b^2 - 5$ بر $8$ را حساب کنيد.				
۱	۰.۷۵	ثابت کنيد اگر $p \geq 3$ عددی اول باشد، آنگاه به يکی از دو صورت $p = 4k+3$ یا $p = 4k+1$ نوشته می شود. ( $k \in \mathbb{Z}$ )				
۱	۱.۵	معادله $1 - 2x - 9x^2 \equiv 0$ را حل کنيد و تعداد جوابهای دو رقمی طبیعی آنرا به دست آوريد.				
۱	۱.۵	گراف $G$ رو به رو در نظر بگيريد: الف) مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آوريد. ب) مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنيد. پ) مجموعه $N_{\bar{G}}[e]$ را بنويسيد.				
۱	۱	در گراف كامل $K_p$ با $28$ يال مقدار $2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p$ را محاسبه کنيد.				

ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح		ریاضی و فیزیک	رشته: ۲	تعداد صفحه: ۲	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گستره
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۵/۳۱	تاریخ آزمون:	دوازدهم
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir					
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
ردیف					
۱۱	۱.۵	۷) دانش آموز $a, b, c, d, e, f, g$ از یک کلاس را در نظر بگیرید. فرض کنید دوستی بین اعضای این گروه یک رابطه دو طرفه است. یعنی هر دو نفر از آنها یا هر دو با هم دوست اند یا هیچ یک با دیگری دوست نیست. اطلاعات زیر را داریم: -شخص $a$ با $b, c, d$ دوست می باشد. شخص $b$ با همه به جز $c$ دوست می باشد. -شخص $e$ با $f$ دوست می باشد. شخص $d$ با $g$ دوست می باشد. الف) برای رابطه دوستی فوق یک گراف ترسیم کنید. ب) راس یا رئوس ایزوله این گراف را مشخص کنید و تعییر آنرا در این رابطه دوستی بیان کنید. پ) رابطه دوستی کدام چهار نفر تشکیل یک گراف کامل را می دهد.	۱.۵		
۱۲	۱.۵	گراف رو به رو را در نظر بگیرید : الف) آیا $\{a, h, j, f\}$ یک مجموعه احاطه گر برای این گراف می باشد؟ چرا؟ ب) آیا مجموعه $\{a, m, i, f, d\}$ احاطه گر مینیمال است؟ چرا؟ پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمم شامل راس $e$ بنویسید.	۱.۵		۱۲
۱۳	۱.۵	به چند طریق می توان از بین مدادهایی با رنگهای، زرد-آبی-قرمز-سبز، ۱۱ مداد انتخاب کرد. اگر بخواهیم از مداد زرد رنگ حداقل دو تا و از مداد سبز رنگ بیش از سه تا داشته باشیم.	۱.۵		۱۳
۱۴	۱	الف) سه مدرس $A, B, C$ قصد دارند در یک روز در سه جلسه ۱۰-۱۲، ۱۰-۱۴، ۸-۱۲ در سه کلاس (الف) و (ب) و (ج) تدریس کنند. هر کلاس سه جلسه درسی خواهد داشت و هر مدرس در هریک از کلاسها دقیقاً یک بار باید تدریس کند. به کمک مریع لاتین چرخشی برای آنها یک برنامه ریزی انجام دهید. ب) در برنامه قبلی، مدرس $A$ تصمیم دارد با مدرس $B$ برنامه خود را جابجا کند. مریع لاتین جدید را تشکیل دهید و متعامد بودن این دو مریع لاتین را بررسی کنید.	۱		۱۴
۱۵	۱.۵	اگر یک قفل رمز دار شامل ۴ رقم از صفر تا ۵ باشد. و بدانیم رمز بسته شده روی قفل حداقل یک رقم صفر و یک رقم ۵ را شامل می شود. چند رمز متفاوت برای این قفل می توان ساخت.	۱.۵		۱۵
۱۶	۱.۲۵	ثبت کنید در بین هر سه عدد طبیعی حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است.	۱.۲۵		۱۶
۱۷	۱	با حروف کلمه " بادبادک باز " چند کلمه ۱۰ حرفی می توان نوشت؟ موفق باشید.	۱		۱۷

رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	صبح ۸:۰۰		

دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳  
azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ۱ (۰/۲۵) ص ۳۵ ب) ۱۲ (۰/۲۵) ص ۱۶ پ) ۲ (۰/۲۵) ص ۸۳ ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۳	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۶۷ ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۷ پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳	۰.۷۵
۳	گزینه ۲ (۰/۲۵) ص ۷	۰.۲۵
۴	راه اول: ص ۷ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab \geq 4ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$	۱.۲۵
۵	راه دوم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$	۱.۲۵
۶	راه اول: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند $a = 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 + b^2 - 5 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 - 5}_{(۰/۵)} = \underbrace{4k(k+1)}_{\Lambda q} + \underbrace{4k'(k'+1)}_{\Lambda q'} - 3$ $b = 2k'+1 \quad (۰/۲۵)$ $= \Lambda q'' - 3 = \underbrace{\Lambda q'' - 3 + \Lambda - \Lambda}_{\Lambda(q''-1)+5} = \Lambda t + 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵)$ راه دوم: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند. $a = 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 \equiv 2}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 5 \equiv -3 \equiv 5}_{(۰/۲۵)} \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵)$ $b = 2k'+1 \quad (۰/۲۵)$ $b^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵)$	۱.۵

رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	صبح ۸:۰۰		

دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳  
azmoon.medu.ir

ردیف	نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۷	۰.۷۵	<p>کافی است <math>p</math> را بر عدد ۴ تقسیم کنیم. در این صورت طبق قضیه تقسیم خواهیم داشت:</p> $p = 4k \quad p = 4k+1 \quad p = 4k+2 \quad p = 4k+3 \quad (۰/۲۵)$ <p>در حالت های <math>p = 4k+2</math> ، <math>p = 4k+3</math> عددی زوج است. (۰/۲۵) لذا با اول بودن آن تناقض دارد. فقط</p> <p>حالتهای <math>p = 4k+1</math> و <math>p = 4k</math> باقی می ماند و حکم اثبات می شود. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۱۵</p>	
۸	۱.۵	$9x - 1 \equiv 2x + 1 \rightarrow 7x \equiv 2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 7x \equiv 2 + 2 \times 13 = 28 \rightarrow x \equiv 4 \quad (۰/۵)$ $\rightarrow x = 13k + 4 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 10 \leq 13k + 4 \leq 99 \rightarrow \frac{6}{13} \leq k \leq \frac{95}{13}$ $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ <p>لذا معادله ۷ جواب دو رقمی دارد. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۲۵</p>	
۹	۱.۵	<p>(ا) <math>q(G) = 9 \rightarrow q(G) + q(\bar{G}) = \frac{n(n-1)}{2} \quad (۰/۲۵) \rightarrow q(\bar{G}) = 28 - 9 = 19 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>(ب) <math>\sum_{j=1}^8 \deg_{\bar{G}}(v) = 2q(\bar{G}) = 2 \times 19 = 38 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>(پ) <math>N_{\bar{G}}[e] = \{e, a, b, h\} \quad (۰/۵)</math></p> <p>چنانچه دانش آموز از طریق رسم نمودار گراف مکمل ، پاسخ درست قسمتهای مختلف سوال را بددهد نمره کامل تعقیل گیرد.</p> <p style="text-align: right;">ص ۳۶</p>	
۱۰	۱	<p><math>q(K_p) = 28 = \frac{p(p-1)}{2} \rightarrow p = 8 \quad (۰/۲۵)</math></p> $\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 7 \quad (۰/۵) \rightarrow 2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p = 2 \times 7 - 3 \times 7 + 8 = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">ص ۳۸</p>	
۱۱	۱.۵	<p>(الف) رسم گراف <math>(۰/۵)</math></p> <p>(ب) <math>C</math> در این رابطه با هیچکس دوست نیست. (۰/۲۵)</p> <p>(پ) <math>\{a, b, d, g\} \quad (۰/۵)</math></p> <p style="text-align: right;">ص ۴۰</p>	

رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	صبح ۸:۰۰		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir

ردیف	نمره	راهنمای تصحیح
۱۲	۱.۵	<p>الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا راس <math>m</math> توسط هیچکدام از اعضا این مجموعه احاطه نمی شود. (۰/۲۵)</p> <p>ب) خیر (۰/۲۵) - زیرا با حذف راس <math>f</math> مجموعه باقی مانده هنوز یک مجموعه احاطه گر می باشد. (۰/۲۵)</p> <p>پ) <math>\{e, j\}</math> (۰/۵) ص ۴۹</p>

۱۳	۱.۵	<p>راه اول: ص ۶۱</p> <p><math>x_1 =</math> تعداد مداد زرد و <math>x_2 =</math> تعداد مداد آبی و <math>x_3 =</math> تعداد مداد قرمز و <math>x_4 =</math> تعداد مداد سبز</p> <p><math>x_1, x_2 \geq 0</math> و <math>x_1 \geq 2</math> و <math>x_3 \geq 3 \rightarrow x_4 \geq 4</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \rightarrow \underbrace{x_1 - 2}_{(0/25)} + x_2 + x_3 + \underbrace{x_4 - 4}_{(0/25)} = 11 - 2 - 4 \rightarrow \underbrace{y_1 + x_2 + x_3 + y_4 = 5}_{(0/5)}, y_1, x_2, x_3, y_4 \geq 0</math></p> <p><math>\binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = 56 \quad (0/25)</math></p> <p>راه دوم:</p> <p><math>x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \quad (0/25) \quad x_1 \geq 2, x_2, x_3 \geq 0, x_4 \geq 4 \quad (0/25) \rightarrow \binom{11-2-4+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = 56 \quad (0/25)</math></p>
----	-----	--

۱۴	<p>الف) <math>A=1, B=2, C=3</math> ص ۶۳</p> <table border="1"> <tr> <td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr> <tr> <td>الف</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>ب</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>پ</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p><math>M=</math></p> <table border="1"> <tr> <td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr> <tr> <td>الف</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>ب</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>پ</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <p>ب) <math>1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3</math> ص ۶۵</p> <table border="1"> <tr> <td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr> <tr> <td>الف</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>ب</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>ج</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> <p><math>MN=</math></p> <table border="1"> <tr> <td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr> <tr> <td>الف</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr> <tr> <td>ب</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr> <td>ج</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td></tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> <p>N=</p> <table border="1"> <tr> <td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr> <tr> <td>الف</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr> <td>ب</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>ج</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> <p>دو مربع لاتین متعامد نیستند زیرا در ماتریس ادغام شده درایه تکراری وجود دارد. (۰/۲۵)</p>		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱	۲	۳	ب	۳	۱	۲	پ	۲	۳	۱		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱	۲	۳	ب	۳	۱	۲	پ	۲	۳	۱		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱	۲	۳	ب	۲	۱	۳	ج	۳	۱	۲		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱۲	۲۱	۳۳	ب	۳۳	۱۲	۲۱	ج	۲۱	۳۳	۱۲		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۲	۱	۳	ب	۳	۲	۱	ج	۱	۳	۲
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																																														
الف	۱	۲	۳																																																																														
ب	۳	۱	۲																																																																														
پ	۲	۳	۱																																																																														
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																																														
الف	۱	۲	۳																																																																														
ب	۳	۱	۲																																																																														
پ	۲	۳	۱																																																																														
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																																														
الف	۱	۲	۳																																																																														
ب	۲	۱	۳																																																																														
ج	۳	۱	۲																																																																														
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																																														
الف	۱۲	۲۱	۳۳																																																																														
ب	۳۳	۱۲	۲۱																																																																														
ج	۲۱	۳۳	۱۲																																																																														
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																																																														
الف	۲	۱	۳																																																																														
ب	۳	۲	۱																																																																														
ج	۱	۳	۲																																																																														

رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	صباح ۸:۰۰		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷۵	$ S  = 6^4 \quad (0/25)$ $A = \{\overline{abcd}   a, b, c, d \neq 0\} \rightarrow  A  = 5^4 \quad (0/25) \quad , B = \{\overline{abcd}   a, b, c, d \neq 0\} \rightarrow  B  = 5^4 \quad (0/25)$	۱.۵
۱۵	$A \cap B = \{\overline{abcd}   a, b, c, d \neq 0, 5\} \rightarrow  A \cap B  = 4^4 \quad (0/25)$ $ A \cup B  =  \overline{A} \cap \overline{B}  =  S  - ( A  +  B  -  A \cap B ) = 6^4 - (5^4 + 5^4 - 4^4) = 302 \quad (0/25)$	۱.۵
۱۶	اعداد طبیعی را به دو گروه زوج و فرد افزای می کنیم. ( $0/25$ ) این دو مجموعه را لانه ها ( $0/25$ ) و سه عدد طبیعی را کبوترها ( $0/25$ ) در نظر می گیریم ، بنا به اصل لانه کبوتری ( $0/25$ ) یک لانه وجود دارد که حداقل شامل دو کبوتر باشد ( $0/25$ ) یعنی دو عدد طبیعی وجود دارد که هر دو زوج یا هر دو فرد هستند. لذا مجموع آنها در هر دو حالت زوج است. ص ۸۳	۱.۲۵
۱۷	$\frac{10!(0/25)}{3!(0/25) \times 3!(0/25) \times 2!(0/25)}$ ص ۵۸	۱