

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : 10 صبح به افق تهران	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم	تاریخ امتحان : 1399 / 03 / 24		
دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در خرداد ماه سال 1399	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		

ردیف	سؤالات	نمره
1	با استفاده از روش برهان خلف، ثابت کنید اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است.	1
2	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می‌گوییم a و b دو عدد هستند. ب) اگر $a b$ ، مقدار $[a, b]$ برابر با است.	05 05
3	اگر $a 5m-2$ و $a 3m+1$ ، برای a چند جواب طبیعی وجود دارد؟	1/25
4	اگر باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی a بر 31 برابر 19 باشد، باقی‌مانده $(2a-1)$ تقسیم بر 31 را به دست آورید.	1/25
5	بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $4k$ و $16k^2-1$ را بیابید.	075
6	معادله سیاله $4x+3y=19$ را در نظر بگیرید. الف) نشان دهید معادله سیاله فوق دارای جواب است. ب) جواب عمومی معادله سیاله داده شده را بیابید.	1/75
7	در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه ، مرتبه) می‌نامیم. ب) گرافی را همبند می‌نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر ، یال) وجود داشته باشد. پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G)+q(\bar{G})$ برابر با $(n(n-1))$ ، $\frac{n(n-1)}{2}$ است. ت) گراف C_n تنها یک (دور ، مسیر) n رأسی دارد.	1
8	گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید. الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول 4 برای b بنویسید. پ) مکمل گراف G را رسم کنید. ت) $N_G(e)$ را با اعضا مشخص کنید.	2
9	در هر یک از حالات زیر در صورت امکان یک گراف r -منتظم از مرتبه p رسم کنید. در صورتی که ترسیم گراف امکان‌پذیر نبود، دلیل ارائه کنید. الف) $r=2, p=5$ ب) $r=3, p=7$	1
10	عدد احاطه گری گراف زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.	1/25
11	مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.	075
12	با ارقام عدد 1132881133 چند عدد 10 رقمی می‌توان نوشت. (ساده کردن پاسخی نهایی الزامی نیست.)	1

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : 10 صبح به افق تهران	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم		تاریخ امتحان : 1399 / 03 / 24	
دانش آموزان روزانه، راه دور و داوطلبان آزاد خارج از کشور در خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	سؤالات	نمره
13	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 17$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط آن که $x_2 > 2$, $x_5 \geq 4$ باشند؟	15
14	یک مربع لاتین 4×4 چرخشی رسم کنید.	1
15	چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 200$ ، وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد 2 و 7 بخش پذیر نباشد؟	175
16	الف) چند تابع پوشا از یک مجموعه 4 عضوی به یک مجموعه 3 عضوی می توان تعریف کرد؟ ب) چند تابع یک به یک از یک مجموعه 4 عضوی به یک مجموعه 6 عضوی وجود دارد؟	05 05
17	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل 20 نفر از آن ها روز تولدشان در هفته یکسان است؟	075
	موفق باشید.	20 جمع نمره

حل سوالات ریاضیات نه خارج از کشور در سال ۹۹

نوبت صبح

۱- فرض خلف: فرض کنید $\frac{1}{a}$ گنگ نباشد پس گویاست و $a, b \in \mathbb{Z}, a, b \neq 0$ و $\frac{1}{a} = \frac{a}{b}$

با یکدیگر کردن تاروی با داریم: $\frac{1}{a} = \frac{b}{a}$ پس a هم گویاست. X: که این با فرض گنگ بودن a در تناقض است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.

۲- الف) سبب بهم اولی (ب) $|b|$

۳-

$$\begin{cases} a \mid 5m-2 \\ a \mid 3m+1 \end{cases} \rightarrow a \mid -3(5m-2) + 5(3m+1) \rightarrow a \mid -15m+6+15m+5 \rightarrow a \mid 11 \rightarrow a = 1 \text{ یا } 11$$

۴- راه حل اول: $a \equiv 19 \pmod{31} \rightarrow 2a \equiv 38 \pmod{31} \rightarrow 2a \equiv 7 \pmod{31}$ (با توجه به اینکه $2 \times 15 = 30 \equiv -1 \pmod{31}$)

راه حل دوم: $a = 31q + 19 \xrightarrow{\times 2} 2a = 31 \times 2q + 38 \xrightarrow{-1} 2a-1 = 31q' + 37$

$$\rightarrow 2a-1 = 31q' + 31 + 6 = 31(q'+1) + 6 \rightarrow 2a-1 = 31q'' + 6$$

۵- $d = (4k, 17k^2-1) \rightarrow \begin{cases} d \mid 4k \\ d \mid 17k^2-1 \end{cases} \Rightarrow d \mid 17k^2 \Rightarrow d \mid 17k^2 - (17k^2-1) \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d=1$

۶- الف) $(4, 3) = 1 \Rightarrow 1 \mid 19$

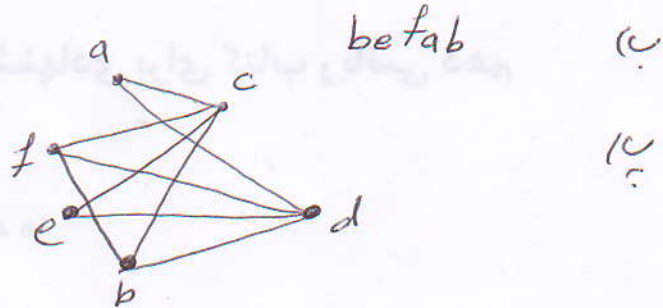
ب) $4x + 3y = 19 \Rightarrow 4x \equiv 19 \pmod{3} \Rightarrow 4x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 4x \equiv 4 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3}$

$\Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x-1 = 3k \rightarrow \boxed{x = 3k+1}$

$4(3k+1) + 3y = 19 \Rightarrow 12k + 4 + 3y = 19 \Rightarrow 3y = -12k + 15 \Rightarrow \boxed{y = -4k+5}$

۷- الف) مرتبه $\frac{n(n-1)}{2}$ ب) مسیر $\frac{n(n-1)}{2}$ ج) $\frac{n(n-1)}{2}$ د) $\frac{n(n-1)}{2}$

۸- الف) $\Delta = 3$ و $\delta = 1$



ج) $N(e) = \{a, b, f\}$



۹- الف) $pf = 5 \times 2 = 10 = 2q \rightarrow q = 5$

ب) رسم براف امکان پذیر نیست زیرا $pf = 7 \times 2 = 14 \neq 2q$ با قرار رؤوس با هم در بی توایند و در بی توایند.

۱۰- $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{1}{3+1} \right\rceil = 2 \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$

$\{a, g\}$ معبر است $\Rightarrow \gamma(G) = 2$

۱۱- یک معبر است که با حذف هر یک از رأس هایش دیگر معبر نباشد، این معبرها عبارتند از:

۱۲- $\frac{10!}{4! \times 3! \times 2!}$

۱۳- $\begin{cases} x_r > 2 \rightarrow x_r \geq 3 \rightarrow x_r = y_r + 2 \\ x_o \geq 4 \rightarrow x_o = y_o + 4 \end{cases}$

$x_1 + y_r + 2 + x_p + x_e + y_o + 4 = 17 \rightarrow x_1 + y_r + x_p + x_e + y_o = 10$

$\text{تعداد جواب صحیح رتبه (طبق)} = \binom{n-1}{k-1} = \binom{10-1}{0-1} = \binom{9}{4}$

۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳
۳	۴	۱	۲
۲	۳	۴	۱

- ۱۴

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_r| = |\overline{A_1 \cup A_r}| = |S| - |A_1| - |A_r| + |A_1 \cap A_r|$$

- ۱۵

$$= ۲۰۰ - \left[\frac{۲۰۰}{۲} \right] - \left[\frac{۲۰۰}{۷} \right] + \left[\frac{۲۰۰}{۲ \times ۷} \right]$$

$$= ۲۰۰ - ۱۰۰ - ۲۸ + ۱۴ = ۸۶$$

$$f: A \rightarrow B \quad (|A|=m \geq ۳, |B|=۳) \xrightarrow[\text{نوع}]{\text{توانداری}} ۳^m - (۳ \times ۲^m - ۳) \quad (\text{و} - ۱۶)$$

$$= ۳^۴ - (۳ \times ۲^۴ - ۳) = ۸۱ - ۴۵ = ۳۶$$

$$f: A \rightarrow B \quad (|A|=m, |B|=k) \xrightarrow[\text{نوع}]{\text{توانداری}} (k)_m = \frac{k!}{(k-m)!} \quad (\text{ج})$$

$$= \frac{۷!}{(۷-۴)!} = \frac{۷!}{۳!} = ۳۶$$

math-pilevar.ir

$$K+1=۲۰ \rightarrow K=۱۹$$

$$n = \text{توانداری} = ۷$$

- ۱۷

$$\text{توانداری} = N = nK+1 = ۷ \times ۱۹ + 1 = ۱۳۴$$

سید محمد خاندان