

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید. الف) برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است. ب) برای دو عدد طبیعی a و b ، اگر $a b$ آن‌گاه $ a, b = b $. پ) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 5b)$ بر ۱۷ را بیابید.	۱
۴	اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $(3 + 2a + 4, 5a)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	باقی‌مانده تقسیم $(38^{36} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.	۱/۲۵
۶	معادله هم‌نهشتی $8x \equiv 2^{12} \pmod{12}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.	۱
۷	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) مرتبه گراف نشان دهنده تعداد گراف می‌باشد. ب) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را می‌نامیم. پ) دو یال را می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند. ت) تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی است.	۱
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید. الف) درجه رأس e در گراف مکمل G چند است؟ ب) تمام دورهای موجود در گراف G را بنویسید. پ) $\Delta(G)$ را مشخص کنید.	۲
۹	الف) گراف k - منتظم را تعریف کنید. ب) گراف P_7 را رسم کنید. پ) آیا گراف‌های C_n منتظم هستند؟	۱
۱۰	در گراف G که شکل آن در مقابل داده شده است: الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۳ عضو بنویسید. ب) عدد احاطه‌گری G را تعیین کنید.	۲
۱۱	با ارقام ۴، ۳، ۷، ۸، ۶ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که: الف) اعداد زوج کنار هم باشند. ب) اعداد فرد کنار هم باشند.	۱

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 17$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_5 = 2$ و $x_6 > 2$ باشند.	۱/۵									
۱۳	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. $A =$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> الف) با اعمال یک جایگشت روی درآیه های مربع لاتین A، مربع لاتین B را تولید کنید. ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲
۲	۱	۳									
۳	۲	۱									
۱	۳	۲									
۱۴	مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 400\}$ را در نظر بگیرید. چند عدد در S وجود دارند به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند.	۱/۵									
۱۵	حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آنها مانند هم و غیر تکراری است؟	۱									
	"موفق باشید"	جمع نمره									
		۲۰									

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ، $2^4 - 1 = 15 \notin P$ ، $n = 4 \Rightarrow (۰/۲۵)$ (قسمت پ کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) (پ) درست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵)			
۲	فرض خلف: $\alpha - \beta$ گویاست. (۰/۲۵) (تمرین ۳ صفحه ۸) $\alpha - \beta = m \in Q (۰/۲۵)$ $\Rightarrow 2\alpha = m + n (۰/۲۵)$ $\alpha + \beta = n \in Q (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \alpha = \frac{m+n}{2} (۰/۲۵) \Rightarrow \alpha \in Q$ تناقض با فرض (۰/۲۵)			
۳	$a = 17q + 5$ $b = 17q' + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2a - 5b = \underbrace{17 \times 2q + 10}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{17 \times 5q' + 15}_{(۰/۲۵)} = 17(2q - 5q' - 1) + 12 = 17k + 12 \Rightarrow r = 12 (۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۱۴)			
۴	$(5a + 4, 2a + 3) = d \Rightarrow d 2a + 3 (۰/۲۵)$ $d 5a + 4 (۰/۲۵) \Rightarrow d -2(5a + 4) + 5(2a + 3) (۰/۲۵)$ $\Rightarrow d 7 (۰/۲۵) \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7 (۰/۲۵)$ (مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۶)			
۵	$38 \equiv 2 (۰/۲۵) \rightarrow 38^2 \equiv 4 \equiv 0 (۰/۲۵) \rightarrow 38^{36} \equiv 0 (۰/۲۵)$, $19 \equiv 3 (۰/۲۵) \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3 (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			
۶	$12x \equiv 20 \equiv 32 (۰/۲۵) \xrightarrow{(8,12)=4 (۰/۲۵)} x \equiv 4 (۰/۲۵) \Rightarrow x = 3k + 4 (۰/۲۵)$ (قسمت ب تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)			
۷	الف) رئوس (۰/۲۵) (تعریف مرتبه صفحه ۳۵) ب) طوقه (۰/۲۵) (تعریف طوقه صفحه ۳۶) پ) مجاور (۰/۲۵) (تعریف دو یال مجاور صفحه ۳۶) ت) زوج (۰/۲۵) (نتیجه قضیه صفحه ۴۰)			
۸	الف) ۳ (۰/۲۵) (مسئله ۱ صفحه ۳۸) ب) a, b, d, c, a (۰/۵) ، a, b, c, a (۰/۵) ، b, d, c, b (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) توجه: در قسمت (ب) ممکن است دانش آموز شروع دور را با رأس دیگری آغاز کرده باشد. مثلاً دور b, d, c, b را به فرم d, b, c, d نوشته باشد. به این دورها نیز نمره داده شود. پ) ۴ (۰/۲۵) (مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷)			
۹	الف) گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. (۰/۵) (تعریف گراف منتظم صفحه ۳۵) ب) $\bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet$ (۰/۲۵) (تعریف P_n صفحه ۳۸) (پ) بله (۰/۲۵) (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵)			
ادامه پاسخها در صفحه دوم				

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره	
۱۰	الف) $\{1, 6, 4\}$ یا $\{1, 5, 7\}$ (۰/۷۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴) ب) $\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵) (*) از سوی دیگر $\{2, 5\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۲۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) (***) از (*) و (**) نتیجه می شود که $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) . $\gamma(G)$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۲)			۲	
۱۱	الف) $3! \times 3!$ (۰/۵) ب) $2! \times 4!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)			۱	
۱۲	$y_r = x_r - 3, y_r \geq 0$ (۰/۲۵) , $x_5 = 2$ $x_1 + y_r + 3 + x_r + x_f + 2 + x_f = 17$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + y_r + x_r + x_f + x_f = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ تعداد جواب ها $= \binom{16}{4}$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۵ کار در کلاس صفحه ۶۱)			۱/۵	
۱۳	الف) $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{bmatrix} 21 & 13 & 32 \\ 32 & 21 & 13 \\ 13 & 32 & 21 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر، عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴ و مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۵)			۲	
۱۴	$A = \{n \in S \mid n = 5k, k \in Z\} \Rightarrow n(A) = \left\lfloor \frac{400}{5} \right\rfloor = 80$ (۰/۲۵) $B = \{n \in S \mid n = 7k, k \in Z\} \Rightarrow n(B) = \left\lfloor \frac{400}{7} \right\rfloor = 57$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{n \in S \mid n = 35k, k \in Z\} \Rightarrow n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{400}{35} \right\rfloor = 11$ (۰/۲۵) $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = 400 - (80 + 57 - 11) = 274$ (۰/۲۵) (مشابه فعالیت صفحه ۷۵)			۱/۵	
۱۵	$n = 32 \times 31 = 992$ (۰/۲۵) , $k+1=3 \Rightarrow k=2$ (۰/۲۵) تعداد کبوترها $= 2 \times 992 + 1 = 1985$ (۰/۵) (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۲)			۱	
۲۰	جمع نمره				