

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $[a, b] = b $. ب) معادله هم نهشتی $a x \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$. پ) تعداد رأس های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۱
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می توان دو طرف یک رابطه هم نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b^m$ آن گاه $ac \equiv bc^m$.	۱
۷	جواب های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است x ؟	۱/۲۵
۹	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱

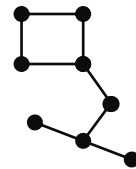
« بقیه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵	
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.	۱/۲۵	
۱۳	با حروف کلمه « می سی سی پی » چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱	
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌های یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵	
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$ ، $x_3 > 3$ باشند.	۱	
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟	۰/۷۵	
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵	
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱	
	"موفق باشید"	جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹		
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره	
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)			۱	
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)			۱	
۳	$\frac{a 4k+9}{a 6k+14} \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a 2 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)			۱	
۴	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵), \quad B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)			۱	
۵	$13 \equiv -4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^{22} \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			۱	
۶	$a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m c(a-b) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m ac-bc \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ac \equiv bc \quad (۰/۲۵)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)			۱	
۷	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \quad (۰/۲۵)) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(4,9)=1 \quad (۰/۲۵)} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $y=9k+4 \quad (۰/۲۵), \quad x=-13k-5 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			۱/۵	
۸	الف) $\delta(G)=1$ (۰/۲۵) ب) $q=6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۵) ت) $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)			۱/۲۵	
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $\Rightarrow 5 \times 3 = 2q \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)			۱	
۱۰	الف) a,c,d,b,e,a (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)			۱	
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c,f,h,g\}$ (۰/۵) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c,f,g\}$ (۰/۷۵) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (کار در کلاس صفحه ۴۷)			۱/۲۵	
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم					

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه									
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹										
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir										
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره									
۱۲	(الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10} (۰/۲۵) در این گرافها: $\gamma(G)=\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=4$ (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹) (ب) در گرافی مشابه $\gamma(G)=3$ (۰/۲۵) ولی $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=2$ (۰/۲۵) . (فعالیت صفحه ۵۰)  (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			۱/۲۵									
۱۳	(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840$ (۰/۲۵)			۱									
۱۴	(الف) $6! \times 5!$ (۰/۵) (ب) $6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷) (۰/۷۵)			۱/۲۵									
۱۵	$y_1 + 3 + x_r + y_r + 4 + x_f + x_d = 14 \Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_f + x_d = 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)			۱									
۱۶	متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶) <table border="1" data-bbox="220 1173 411 1319"><tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr></table> (۰/۵)			۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵
۱۱	۲۲	۳۳											
۳۲	۱۳	۲۱											
۲۳	۳۱	۱۲											
۱۷	$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, 1 \leq i \leq 4\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$ (۰/۲۵) $S = 3^4$ (۰/۲۵) , $A_i = 2^4$ (۰/۲۵) , $A_i \cap A_j = 1^4$ (۰/۲۵) , $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵) $\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(۰/۲۵)} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۲۵) (مشابه فعالیت صفحه ۷۷)			۱/۷۵									
۱۸	(سوال ۱۲ صفحه ۸۳) تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵) (۰/۲۵) _____ , _____ , _____ , , _____ ۱,۸۴ ۲,۸۳ ۳,۸۲ ۴۲,۴۳ چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعه شان ۸۵ است. (۰/۲۵)			۱									

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»