

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی	نام درس: مدلسازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۰/۵		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۱

درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.
 الف: یک- γ مجموعه در گراف P_5 ، دارای ۲ عضو است.
 الف: تعداد کمتر از $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ رأس نمیتواند تمام n رأس گراف را احاطه کنند.

پاسخ تشریحی

الف) درست ب) درست

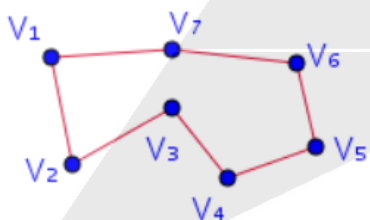
math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدل سازی	نام درس: مدل سازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گری		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۲

گراف C_7 را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.
 الف: یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.
 ب: عدد احاطه گری C_7 را بدست آورید.
 ج: دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.

پاسخ تشریحی



الف: $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$
 ب: $\gamma(G) = 3$
 ج: $\{v_1, v_3, v_5\}$ و $\{v_2, v_4, v_6\}$

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدل سازی	نام درس: مدل سازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گری		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۳

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف: در یک گراف از مرتبه ی ۱۰ یا $\Delta = 3$ حداقل رأس برای احاطه گری همهٔ رئوس لازم است.

ب: اگر در گراف G از مرتبهٔ P داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است.

پ: گراف P_n به ازای n های، مجموعهٔ احاطه گر مینیمم یکتا دارد.

ت: به طور کلی در گراف های $K_{m,n}$ عدد احاطه گری برابر با است.

پاسخ تشریحی

الف: ۳ رأس ب: $p - 1$ پ: ۳ ت: ۲

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی		نام درس: مدلسازی با گراف		
حیطه شناختی: دانش		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		
شهرستان: کرج				

سوال ۴

درستی یا نادرستی هر عبارت را با ذکر دلیل مشخص کنید.
 الف) هر مجموعه احاطه گر، یک زیر مجموعه احاطه گر مینمال دارد .

ب) $\gamma(K_p) = 1$.

پ) S یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. همواره داریم: $\forall v \in V(G) - S: N_G[v] \subseteq S$.

ت) در گراف P رأسی، همواره $\gamma \leq p - \Delta$.

پاسخ تشریحی

الف) درست ب) درست پ) نادرست ت) درست

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل:	نام درس:	مفهوم مورد ارزشیابی:		
گراف و مدل سازی	مدل سازی با گراف	مفهوم مجموعهٔ احاطه گرمینیمال		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

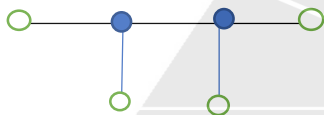
سوال ۵

در یک گراف همبند و فاقد دور از مرتبهٔ ۶ دو رأس از درجهٔ ۳ وجود دارد. یک مجموعهٔ احاطه گرمینیمال در این گراف حداکثر چند عضو دارد؟

۵(۴ ۴(۳ ۳(۲ ۲(۱

پاسخ تشریحی

گزینه ۳



math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲:	درس: ۲:
نام فصل: گراف و مدلسازی	نام درس: مدلسازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۶

گراف ساده G از مرتبه ۷ و اندازه ۴ مفروض است. اگر بیشترین مقدار ممکن برای عدد احاطه گری در این گراف را γ_1 و کم ترین مقدار ممکن برای آن را γ_2 بنامیم، آن گاه $2\gamma_1 + \gamma_2$ را بدست آورید؟

پاسخ تشریحی

$$2\gamma_1 + \gamma_2 = 2 \times 5 + 3 = 13$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی		نام درس: مدلسازی با گراف		
حیطه شناختی: کاربرد		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گری		
سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		
شهرستان: کرج				

سوال ۷

عدد احاطه گری گراف P_{9n+9} از عدد احاطه گری کدام گراف، ۲ واحد بیشتر است؟

$$P_{9n+1}(4) \quad P_{9n+3}(3) \quad C_{6n+6}(2) \quad C_{9n+6}(1)$$

پاسخ تشریحی

گزینه ۳

$$\gamma(P_{9n+9}) = \left\lfloor \frac{9n+9}{3} \right\rfloor = 3n+3$$

$$\gamma(P_{9n+3}) = \left\lfloor \frac{9n+3}{3} \right\rfloor = 3n+1$$

$$\gamma(P_{9n+9}) - \gamma(P_{9n+3}) = (3n+3) - (3n+1) = 2$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی	نام درس: مدلسازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۵/۰		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۸

فرض کنید $v(G) = \{a. b. c. d. e. f. gh. i\}$ مجموعه رأس های گراف G و $S = \{a. b. e. h\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای گراف G است. در صورتی که گراف G فاقد رأس تنها باشد، کدام مجموعه، قطعا یک مجموعه احاطه گر برای گراف G است؟

(۱) $\{a. b. c. f. h. g\}$ (۲) $\{a. c. e. h. g. i. f\}$ (۳) $\{d. c. d. f. i\}$ (۴) $\{b. c. f. g. i\}$

پاسخ تشریحی

گزینه ۴

$$V(G) - S = \{b. c. f. g. i\}$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی		نام درس: مدل سازی با گراف		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۹

گراف K ۵ رأسی که $K = ۲ \gamma(G)$ باشد رسم کنید که $\delta = ۲$ باشد.

پاسخ تشریحی

گراف ۲- منتظم C_5 رادر نظر می گیریم . دراین گراف $\gamma(C_5) = ۲$ و $\delta = ۲$. حالا اگر K تا از این دورها را کنار هم قرار دهیم ، چیزی که خواسته به دست می آوریم.

$$\text{شکل} \begin{cases} P = ۵K \\ \gamma(G) = ۲ + ۲ + \dots + ۲ = ۲K \\ \delta = ۲ \end{cases}$$



۱



۲

...

...



K

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل:	نام درس:	مفهوم مورد ارزشیابی:		
گراف و مدل سازی	مدل سازی با گراف	مفهوم مجموعهٔ احاطه گر (کران پایین)		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۵ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

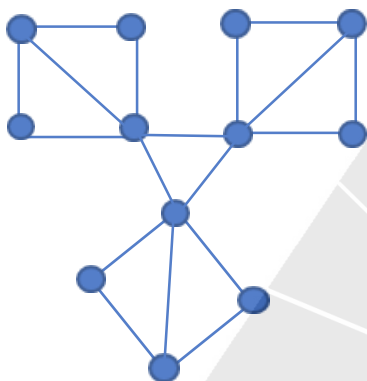
سوال ۱۰

الف) در گرافی از مرتبهٔ ۱۳ اگر $\Delta = 3$ باشد، عدد احاطه گری نمیتواند باشد.

۴ (B ۳ (A

ب) عدد احاطه گری گراف مقابل برابر با است.

۳ (B ۴ (A



پاسخ تشریحی

الف (A ب) B

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدل سازی	نام درس: مدل سازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۰	
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۱۱
در یک گراف ۸ رأسی با $\gamma(G) = 1$ ، تعداد یال ها برابر کدام عدد نمی باشد؟ ۶(۱) ۷(۲) ۲۳(۳) ۲۴(۴)

پاسخ تشریحی
گزینه ۱ : تعداد یال ها حداقل $8-1=7$ و حداکثر $\binom{8}{2} = 28$ است.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی		نام درس: مدل سازی با گراف		
حیطه شناختی: کاربرد		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۱۲

در گراف P_{12} ، مجموعه احاطه گر مینیمال، حداکثر چند عضو دارد؟

پاسخ تشریحی

$\gamma(P_{12}) = \left\lfloor \frac{12}{3} \right\rfloor = 4$ یعنی مجموعه احاطه گر مینیمم گراف P_{12} ، یک مجموعه ۴ عضوی است. اما مجموعه احاطه گر مینیمال، لزوماً مینیمم نیست. چون حداکثر عضوهای این مجموعه مورد نظر است. پس کافی است رأس های گراف P_{12} را به صورت یک در میان بگیریم. در این صورت مجموعه $\{V_1, V_3, V_5, V_7, V_9, V_{11}\}$ یم مجموعه احاطه گر مینیمال برای گراف P_{12} است. زیرا با حذف هر عضو آن، خودش احاطه نمی شود.

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲:	درس: ۲:
نام فصل: گراف و مدلسازی	نام درس: مدل سازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۰/۵
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۱۳

درجه های رأس های یک گراف، به صورت $۷, ۷, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲$ می باشند. اگر دو رأس با بیشترین درجه، مجاور نباشند. آن گاه عدد احاطه گری این گراف کدام است؟
 $۱(۴ \quad ۴(۳ \quad ۳(۲ \quad ۲(۱$

پاسخ تشریحی

گزینه ۱

از آن جایی که ما کمترین آن ۷ است. پس:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{7+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی		نام درس: مدل سازی با گراف		
حیطه شناختی: دانش		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
سطح ارزشیابی: ساده		بارم: ۵/۰		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۱۴

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.
 الف: عدد احاطه گری در مکمل گراف P_n برابر با است.
 ب: در گراف C_n تعداد مجموعه های احاطه گر دو عضوی برابر با است.
 پ: گراف p رأسی که ، دارای یک مجموعه احاطه گر یکتا با عدد احاطه گری یک است.

پاسخ تشریحی

الف: ۲ ب: ۳ پ: دقیقاً یک رأس کامل دارد.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی		نام درس: مدل سازی باگراف		
حیطه شناختی: کاربرد		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		
شهرستان: کرج				

سوال ۱۵

در گراف ساده همبند و فاقد دور G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۱۱ است. مجموعه احاطه گر مینیمال این گراف حداکثر چند عضو میتواند داشته باشد؟

پاسخ تشریحی

ابتدا مرتبه و اندازه گراف G را به دست می آوریم:

P	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
q	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

دوردار

ناهمبند

۵ عضو

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدل سازی		نام درس: مدل سازی با گراف		
حیطه شناختی: کاربرد		مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گری		
سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		
شهرستان: کرج				

سوال ۱۶

حداکثر عدد احاطه گری یک گراف ۲- منتظم از مرتبه ۱۶ کدام است؟

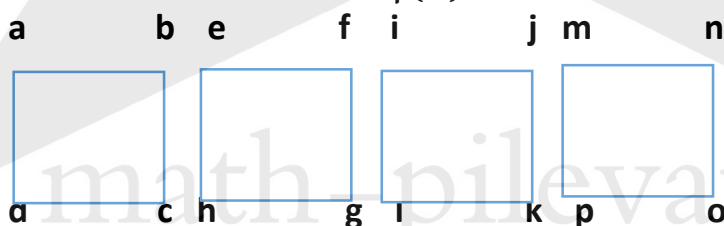
۴(۱) ۵(۲) ۶(۳) ۸(۴)

پاسخ تشریحی

گزینه ۴

برای احاطه تمامی رئوس در هر یک از بخش های گراف حداقل به دو رأس نیاز داریم.

$$\gamma(G) = 8$$



کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدل سازی	نام درس: مدل سازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گری		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۰ نمره
نام طراح: رزّا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۱۷

در یک گراف ۸ رأسی با $\gamma(G) = 1$ ، تعداد یال ها برابر کدام عدد نمی باشد؟

۶(۱) ۷(۲) ۲۳(۳) ۲۴(۴)

پاسخ تشریحی

گزینه ۱: تعداد یال های گراف $7=8-1$ و حداکثر $\binom{8}{2} = 28$ است. پس ۶ نمیتواند باشد.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: گراف و مدلسازی	نام درس: مدل سازی با گراف	مفهوم مورد ارزشیابی: احاطه گر		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱	
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۱۸

گراف G_7 چند مجموعهٔ احاطه گر پنج عضوی دارد؟

پاسخ تشریحی

$$\binom{7}{5} - 7 = 21 - 7 = 14$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: ساده		بارم: انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۱۹

با ارقام ۳، ۴، ۷، ۸، ۳، ۴ چند عدد ۵ رقمی میتوان نوشت که:
 الف: اعداد زوج کنار هم باشند.
 ب: اعداد فرد کنار هم باشند.

پاسخ تشریحی

الف: $3! \times 3!$ ب: $2! \times 4!$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۰

میخواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادرند در دو طرف یک میز مستطیل شکل بنشانیم، اگر بخواهیم هر نفر رو به روی برادرش بنشیند، به چند طریق میتوان این کار را انجام داد؟

پاسخ تشریحی

$$۴! \times ۲^۴ = ۲۴ \times ۱۶ = ۳۸۴$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۱ انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۱

۴ دانش آموز پایه دهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم ، به چند طریق میتوانند در یک ردیف قرار بگیرند، به طوری که:

الف: هیچ دو دانش آموز هم پایه کنار هم نباشند.

ب: همواره دانش آموزان پایه دهم کنار هم باشند.

پاسخ تشریحی

الف: $۴! \times ۳!$

ب: $۴! \times ۴!$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات		نام درس: مباحثی در ترکیبیات		
حیطه شناختی: کاربرد		مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۲

به چند طریق میتوان بین ۶ روستا جاده کشید به شرطی که دقیقا ۳ روستا منفرد باشند؟
 ۳۰(۱) ۶۰(۲) ۸۰(۳) ۹۰(۴)

پاسخ تشریحی

گزینه: ۳

ابتدا سه روستای منفرد را انتخاب می کنیم. این کار به $\binom{6}{3} = ۲۰$ طریق انجام می شود. سپس ۳ روستا می ماند که هیچ کدام نباید منفرد باشد که تمام حالات آن $۲۰ \times ۴ = ۸۰$ است.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۳

اگر داشته باشیم $A = \{۱و۲و۳و۴\}$ و $B = \{۵و۶و۷و۸و۹\}$ در این صورت چند کد ۵ رقمی میتوان نوشت که هر یک شامل دو رقم متمایز از A و سه رقم متمایز از B باشد؟

پاسخ تشریحی

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} \times 5! = 7200$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: گسسته	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: ساده		بارم: ۱/۵ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۴

می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند به چند طریق این کار را میتوان انجام داد؟

پاسخ تشریحی

$$۴! \times (۲! \times ۲! \times ۲! \times ۲!) = ۲۴ \times ۱۶ = ۳۸۴$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: ساده		بارم: ۱نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۵

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ چند عدد سه رقمی میتوان ساخت که در هر کدام حداقل یک رقم تکراری وجود داشته باشد؟

پاسخ تشریحی

تنها اعداد سه رقمی که هیچ رقم تکراری نداشته باشد قابل قبول نیستند، پس باید کل اعداد سه رقمی را منهای اعداد سه رقمی بدون تکرار کنیم:

$$4 \times 4 \times 4 - 4 \times 3 \times 2 = 40$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱نمره
نام طراح: رزّا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۶

در کیسه ای ۸ مهره سفید و ۱۴ مهره سیاه و ۴ مهره سبز وجود دارد. حداقل چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن باشیم حداقل ۵ مهره سفید یا ۸ مهره سیاه یا ۳ مهره سبز بیرون آمده است؟

پاسخ تشریحی

حالت نامطلوب را در نظر میگیریم که این حالت اتفاق نیفتد. زمانی اتفاق رخ نمیدهد که ما حداکثر ۴ مهره سفید یا حداکثر ۷ مهره سیاه یا حداکثر ۲ مهره سبز داشته باشیم. حال اگر ۱ مهره دیگر به این تعداد اضافه کنیم، قطعاً ۵ مهره سیاه یا ۳ مهره سبز خواهیم داشت.

$$تعداد مطلوب: ۴ + ۷ + ۲ + ۱ = ۱۴$$

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: جایگشت		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۷

به چند طریق میتوان ۵ کتاب مختلف را بین ۸ نفر توزیع کرد، اگر بخواهیم به هر نفر حداکثر یک کتاب بدهیم؟

پاسخ تشریحی

$$P(8 \text{ و } 5) = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 6720.$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیب		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۸

۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می‌خواهیم در ۴ مرحله در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر میتواند ۴ جایزه را برنده شود).

پاسخ تشریحی

حل مسأله با یافتن تعداد تابع های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. که برابر $۸^۴$ است.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیب		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۲۹

مقدار n را از معادله $\binom{18}{n} = \binom{18}{n-3}$ بدست آورید؟

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} n = 2n - 3 \rightarrow n = 3 \\ n + (2n - 3) = 18 \rightarrow n = 7 \end{cases}$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیبیات		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۳۰

مجموع $\binom{14}{2} + \binom{14}{3} + \dots + \binom{14}{13}$ را بدست آورید؟

پاسخ تشریحی

$$\binom{14}{2} + \binom{14}{3} + \dots + \binom{14}{13} = 2^{14} - \binom{14}{0} - \binom{14}{1} - \binom{14}{14} = 2^{14} - 1 - 14 - 1$$

$$= 2^{14} - 16$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیبیات		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۳۱

به چند طریق میتوان ۵ نفر را به گروه‌هایی تقسیم کرد که فقط یک تیم تک نفره داشته باشیم؟

پاسخ تشریحی

$$\xrightarrow{\text{۲ زیر مجموعه ۲ عضوی}} \frac{(5)(3)(1)}{2!} = 15$$

یک زیر مجموعه ۱ عضوی

$$15 + 5 = 20$$

$$\xrightarrow{\text{یک زیر مجموعه ۴ عضوی}} \frac{(5)(4)}{(1)(4)} = 5$$

یک زیر مجموعه ۱ عضوی

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیب		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۳۲

۶ خودکار با رنگ های مختلف را به چند طریق می توانیم بین ۴ نفر توزیع کنیم به طوری که دقیقاً به یک نفر خودکار نرسد؟

پاسخ تشریحی

فردی که به او خودکار نمی رسد $\binom{4}{1} = 4$
 $3^6 - 3 \times 2^6 + 3 = 540$: تعداد حالت های توزیع ۶ خودکار متمایز بین ۳ نفر
 پس تعداد کل حالت ها: $\binom{4}{1} \times 540 = 2160$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات		مفهوم مورد ارزشیابی: افرازاها	
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۲۵/۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۳۳

تعداد افراز های مجموعه $A = \{a.b.c.d.e\}$ که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی باشد، را بیابید؟

پاسخ تشریحی

$$\binom{5}{1} \binom{4}{4} + \frac{\binom{5}{1} \binom{2}{2} \binom{2}{2}}{2!} = 5 + 15 = 20$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۳۴

معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 17$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرطی که $x_3 > 3$ و $x_1 \geq 1$ باشند؟

پاسخ تشریحی

$$x_2 > 2 \rightarrow x_2 \geq 3 \rightarrow x_2 = y_2 + 3 \quad x_5 \geq 4 \rightarrow x_5 = y_5 + 4$$

$$x_1 + y_2 + 3 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 17 \rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 10$$

$$\binom{n-1}{k-1} = \binom{10-1}{5-1} = \binom{9}{4}$$

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۳۵

تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 + y_5 + 1 = 10$$

$$x_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6 \rightarrow \binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = 210$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۳۶

به چند طریق میتوان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل را انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.

پاسخ تشریحی

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \quad x_2 \geq 2 \quad x_5 \geq 4$$

$$x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11 \Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$$

$$\binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۳۷

تعداد جواب های صحیح و نامنفی نا مساوی $x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$ کدام است؟

پاسخ تشریحی

$$x_1 + x_2 + x_3 + s = 4 \rightarrow \binom{4+4-1}{4-1} \rightarrow \binom{7}{3} = 35$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۲۵/۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۳۸

معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی با شرط $x_i > 0$ دارد؟
 $(2 \leq i \leq 5)$

پاسخ تشریحی

$$10 - 4 = 6$$

$$\binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = 210$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۳۹

تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$ کدام است؟

پاسخ تشریحی

$$x_2 = 0 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 7 \xrightarrow{\text{فرمول}} \binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$$

$$x_2 = 1 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 6 \xrightarrow{\text{فرمول}} \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$x_2 = 2 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5 \xrightarrow{\text{فرمول}} \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_2 = 3 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 4 \xrightarrow{\text{فرمول}} \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

$$\begin{array}{l} \text{غ ق ق ق} \\ + \\ \hline \end{array} \rightarrow 36 + 28 + 21 + 15 = 100$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: ترکیب	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۷۵ نمره	
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز		شهرستان: کرج	

سوال ۴۰

چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 200$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۷ بخش پذیر نباشد؟

پاسخ تشریحی

$$200 - \left\lfloor \frac{200}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{2 \times 7} \right\rfloor = 200 - 100 - 28 + 14 = 86$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: جایگشت	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله سیاله		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۴۱

معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

پاسخ تشریحی

$$\binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: مربع لاتین		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره	
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۴۲

درستی و نادرستی گزاره های زیر را درمورد خواص مربع لاتین مشخص کنید.

(۱) برای هر عدد طبیعی n ، دقیقا n تا مربع لاتین متمایز $n \times n$ میتوان ساخت.

(۲) با اعمال یک بار جایگشت بر روی اعداد ۱ و ۲ و ... و n در یک مربع لاتین $n \times n$ ، مربع حاصل لزوما مربع لاتین نخواهد بود.

(۳) برای هر عدد طبیعی n ، حداقل n تا مربع لاتین متمایز $n \times n$ میتوان ساخت.

(۴) دو مربع لاتین متعامد ممکن است هم مرتبه نباشند.

پاسخ تشریحی

(۱) نادرست (۲) نادرست (۳) درست (۴) نادرست

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: مربع لاتین		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۰ نمره	
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۴۳

- درستی و نادرستی گزاره های زیر را در مورد یک مربع لاتین مشخص کنید.
- (۱) با تعویض جای دو ستون از یک مربع لاتین، لزوماً مربع لاتین حاصل نمیشود.
 - (۲) با تعویض جای دو سطر از یک مربع لاتین، حاصل مربع لاتین خواهد بود.
 - (۳) در هیچ سطری عدد تکراری وجود ندارد.
 - (۴) (۴) در هیچ ستونی عدد تکراری وجود ندارد.
 - (۵)

پاسخ تشریحی

(۱) نادرست (۲) درست (۳) درست (۴) درست

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: مربع لاتین		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۵/۱/انمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۴۴

در یک مربع لاتین چرخشی 10×10 که سطر اول آن اعداد ۱۰۰ و ... و ۳ و ۲ و ۱ هستند، اگر درایه سطر i ام و ستون j ام را با a_{ij} نمایش دهیم، حاصل $a_{81} - a_{47}$ را بیابید؟

پاسخ تشریحی

برای محاسبه a_{47} ، اعداد ستون ۷ را با شروع از ۷ به صورت نزولی تا ۴ مرتبه مینویسیم
 $a_{47} = 4 \rightarrow 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6 \text{ و } 7$
 برای محاسبه a_{81} اعداد ستون اول را به صورت نزولی با شروع از یک تا مرتبه مینویسیم.
 $a_{81} = 4 \Rightarrow 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } 9 \text{ و } 10 \text{ و } 1$

$$a_{81} - a_{47} = 0$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: مربع لاتین		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: ساده		بارم: انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۴۵

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(۱) با تعویض جای سط (یا ستون) های یک مربع لاتین همواره مربع لاتینی متعامد با مربع اولیه به دست می‌آید.

(۲) مربع لاتین حاصل از اعمال یک جایگشت روی اعضای یک مربع لاتین دلخواه ، میتواند با مربع لاتین اولیه متعامد باشد.

(۳) تعداد مربع های لاتین متعامد مرتبه m و $m + 1$ به ازای هیچ مقدار m با هم برابر نیستند.

(۴) لزوماً تعداد مربع های لاتین متعامد مرتبه $m + 1$ بیشتر از مرتبه m نیست.

پاسخ تشریحی

(۱) نادرست (۲) نادرست (۳) نادرست (۴) نادرست

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات		مفهوم مورد ارزشیابی: مربع لاتین	
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: ساده		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۴۶

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

تعداد مربع های لاتین متعامد با مربع لاتین زیر را بدست آورید؟

پاسخ تشریحی

تعداد مربع های لاتین با درایه های قطر اصلی یکسان برابر ۶ است.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: مباحثی در ترکیبیات	مفهوم مورد ارزشیابی: مربع لاتین		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: رزّا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۴۷

در مربع های لاتین متعامد زیر حاصل $a + b$ را بدست آورید.

A					B				
۳	۴	۲	۵	۱	۱	۳	۲		
۴	۲	۵	۱	۳	b	۱	۳		a
۲	۵	۱	۳	۴		۵	۳	۴	
۵	۱	۳	۴	۲	۴		۵	۱	
۱	۳	۴	۲	۵		۴	۲		۱

پاسخ تشریحی

اعداد ۴۵ و ۳۲ در مربع حاصل از تلفیق مربع B و A وجود ندارد. بنابراین $b = ۵$ و $a = ۲$ و داریم $a + b = ۷$

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: اصل شمول و عدم شمول		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۲۵/۱/نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز	شهرستان: کرج	

سوال ۴۸

در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند، اگر ۱۰ نفر در هیچ یک از این سه رشته ورزشی نداشته باشند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال بازی کنند، چند نفر در هر سه رشته فعالیت دارند؟

پاسخ تشریحی

$$34 - (10 + 11 + 9 - 5 - 3 - 6 + x) = 10 \xrightarrow{\text{ساده سازی}} x = 3 \Rightarrow |A \cap B \cap C| = 3$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات		نام درس: شمارش		
حیطه شناختی: کاربرد		مفهوم مورد ارزشیابی: اصل شمول و عدم شمول		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		سطح ارزشیابی: متوسط		
استان: البرز		شهرستان: کرج		
بارم: ۱/۲۵/نمره				

سوال ۴۹

در مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ چند عدد وجود دارد که بر ۲ بخش پذیر بوده ولی بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند؟

پاسخ تشریحی

$$\left[\frac{1000}{2} \right] - \left[\frac{1000}{2 \times 3} \right] - \left[\frac{1000}{2 \times 5} \right] + \left[\frac{1000}{2 \times 3 \times 5} \right] = 500 - 166 - 100 + 33 = 267$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: شمول و عدم شمول		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۷۵
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۰

با استفاده از اصل شمول و عدم شمول ، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را بدست آورید.

پاسخ تشریحی

$$|S| = 3^4 . \quad |A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^4 . \quad |A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1^4$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0^4 = 0$$

$$16 + 16 + 16 - 1 - 1 - 1 + 0 = 45 \quad . \quad 81 - 45 = 36$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: شمول و عدم شمول		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۱/انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۱

بین اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰ ($1 \leq n \leq 400$) چند عدد وجود دارد که:

الف) بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد؟

ب) فقط بر یکی از اعداد ۴ یا ۷ بخش پذیر نباشد؟

پاسخ تشریحی

$$n(A) = \left[\frac{400}{4} \right] = 100 \quad n(B) = \left[\frac{400}{7} \right] = 57 \quad n(A \cap B) = \left[\frac{400}{4 \times 7} \right] = 14$$

$$n(A - B) = 100 - 14 = 86$$

$$100 - 14 + 57 - 14 = 129$$

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: اصل شمول و عدم شمول		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۱/انمره
نام طراح: رزّا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۲

چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آن ها هر یک از ارقام ۲ و ۵ حداقل یک بار ظاهر شود؟

پاسخ تشریحی

$$|A \cap B| = |S| - |(A \cap B)'| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A'| + |B'| - |A' \cap B'|)$$

$$9 \times 10 \times 10 - (8 \times 9 \times 9 + 8 \times 9 \times 9 - 7 \times 8 \times 8) =$$

$$900 - (2 \times 648 - 448) = 52$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: روش هایی برای شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۵۳

حداقل چند خانه از مربع لاتین مرتبه ۶ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم رقم نوشته شده در حداقل ۴ خانه برابر است؟

پاسخ تشریحی

در هر خانه مربع لاتین مرتبه ۶ ممکن است یکی از اعداد ۱ و ۲ و ... و ۶ قرار گرفته باشد، یعنی تعداد لانه ها $n = ۶$ است. از طرفی $۴ = k + ۱$ پس $k = ۳$ می شود (اگر بخواهیم m تعداد کبوتر ها در شرط $m > kn = ۱۸$ صدق کند، طبق تعمیم اصل لانه کبوتری چیزی که مطلوب است اتفاق می افتد. پس حداقل m برابر ۱۹ است.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: روشهایی برای شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۵۴

در یک سالن همایش، حداقل چند نفر حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم حداقل ۳ نفر از آنها دو حرف اول و دوم فامیلیشان غیر تکراری و مثل هم است؟

پاسخ تشریحی

$$k + 1 = 3 \rightarrow k = 2$$

$$32 \times 32 = 1024$$

پس ۱۰۲۴ لانه وجود دارد. بنابراین تعداد افراد یا حداقل کبوترها باید

$$kn + 1 = 2 \times 1024 + 1 = 2049 \text{ باشد.}$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: روشهایی برای شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۵

در یک دبیرستان با ۵۰۵ دانش آموز، حداقل چند نفر روز هفته و ماه تولدشان یکسان است؟

پاسخ تشریحی

$$7 \times 12 = 84$$

$$\left[\frac{505}{84} \right] = 7$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: روش هایی برای شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۵/۱/انمره		
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۵۶

در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد حداقل چند نقطه انتخاب کنیم تا به طور قطع فاصله دست کم ۲ تا از این نقاط از $\frac{1}{n}$ کمتر باشد؟

پاسخ تشریحی

اگر هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع را به n قسمت تقسیم کنیم، به تعداد n^2 مثلث کوچک تشکیل می شود، که $n^2 + 1$ نقطه درون مثلث واحد قرار دهیم، حداقل دو نقطه در یک مثلث کوچک قرار می گیرند و فاصله بین آنها از طول ضلع مثلث کوچک یعنی $\frac{1}{n}$ کمتر است.

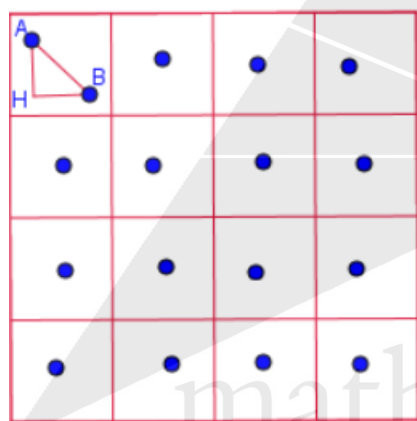
math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۵
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۷

۱۳ نقطه درون یک مستطیل ۸×۶ قرار دارند. نشان دهید ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله ی آنها از هم، کمتر از $\sqrt{۸}$ باشد.

پاسخ تشریحی



تعداد لانه ها: ۱۲ مربع تعداد کبوترها: ۱۳ نقطه
طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه A و B در یک لانه جای می گیرند:

$$\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \rightarrow AB < \sqrt{8}$$

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: ساده		بارم: ۵/۰
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۸

اگر S یک زیر مجموعه ۱۱۵ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم عضوهای S بر ۲۷ به طور یقین، حداقل چند عضو دارای یک باقیمانده هستند؟

پاسخ تشریحی

$$\left[\frac{115}{27} \right] = 5$$

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه :دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۲۵/۱انمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۵۹

ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند، لاقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.

پاسخ تشریحی

تعداد کبوترها: ۵۰۵ تعداد لانه ها : $7 \times 12 = 84$
 داریم: $(7 = 6 + 1)$ و $(505 = 84 \times 6 + 1)$ طبق اصل لانه کبوتری لاقل ۷ نفر آنها در روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.

math-pilevar.ir

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۵
نام طراح: رزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۶۰

حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه ی کشتی باشند تا مطمئن باشیم لاقلاً ۲۰ نفر آنها روز تولدشان یکسان است؟

پاسخ تشریحی

$$k + 1 = 20 \rightarrow k = 19 \quad . \quad 1 + 1 = 2 \quad . \quad 6 = (4 \times 1) + 2$$

طبق اصل لانه کبوتری، تعداد لانه ها همان روز های سال می باشد.

بنابراین تعداد کبوترها برابر است با : $kn + 1 = 365 \times 19 + 1 = 6936$

math-pilevar.ir

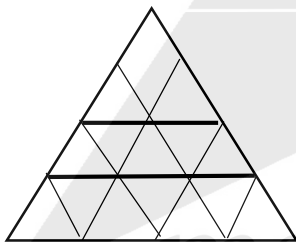
کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانه کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره	
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم	استان: البرز	شهرستان: کرج		

سوال ۶۱

حداقل چند نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۴ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم لاقل دوتای آن ها وجود دارد که فاصله شان از یکدیگر کم تر از ۱ است؟

پاسخ تشریحی

باید مثلث های یکسان به ضلع ۱ تشکیل دهیم . مثلث را به ۱۶ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱ ، تقسیم میکنیم.



اگر $17 = 16 + 1$ نقطه درون مثلث اولیه انتخاب کنیم، حداقل دو نقطه درون یکی از مثلث های کوچک می افتد. فاصله این دو نقطه از طول ضلع مثلث های کوچک، یعنی ۱ کم تر است.

کتاب: گسسته	رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: ترکیبیات	نام درس: شمارش	مفهوم مورد ارزشیابی: لانهٔ کبوتری		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۵/۱نمره
نام طراح: رُزا زاهدی مقدم		استان: البرز		شهرستان: کرج

سوال ۶۲

تعداد ۷۳ نقطه را داخل یک مربع به ضلع ۶ در نظر می گیریم. در این صورت حداقل دو نقطه دو نقطه وجود دارد که فاصله آن ها کوچک تر از $a\sqrt{2}$ است. حداقل a کدام است؟

پاسخ تشریحی

$$73 \geq \left(\frac{6}{a}\right)^2 + 1 \Rightarrow 72 \geq \frac{36}{a^2} \Rightarrow a^2 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow a \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

math-pilevar.ir