

بسمه تعالی	
نمونه سوالات ریاضات گسسته دوازدهم ریاضی	
۱	ثابت کنید مجموع هر سه عدد فرد، عددی فرد است.
۲	ثابت کنید حاصل ضرب دو عدد گویا، عددی گویا است
۳	ثابت کنید اگر a مضرب ۳ نباشد، آنگاه $a^2 - 1$ مضرب ۳ است.
۴	ثابت کنید اگر به حاصل ضرب دو عدد طبیعی فرد متوالی یک واحد اضافه کنیم حاصل مربع کامل است.
۵	ثابت کنید اگر P یک عدد اول و $P > 3$ باشد، آنگاه می توان آن را به صورت $P = 6p + 1$ یا به صورت $P = 6q + 5$ نوشت. (با در نظر گرفتن تمامی حالات)
۶	ثابت کنید حاصل ضرب دو عدد به صورت $6k + 5$ به صورت $6q + 1$ است.
۷	ثابت کنید اگر به حاصل ضرب ۴ عدد صحیح متوالی یک واحد اضافه کنیم، حاصل مربع کامل است.
۸	برای هر یک از گزاره های زیر مثال نقض بیاورید. ۱. برای هر عدد طبیعی n آنگاه $3^n + 2$ عددی اول است ۲. اگر a و b و c اعداد طبیعی باشند، آنگاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است. ۳. فرض کنید x و y دو عدد حقیقی باشند به گونه ای که $\cos x = \cos y$ ، آیا $\cot x = \cot y$ درست است؟ ۴. برای هر دو عدد حقیقی مثبت $\sqrt{x-y} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ ۵. اگر برای هر سه مجموعه ی A ، B و C داشته باشیم $A \cap B = A \cap C$ آنگاه $B = C$ اگر x عددی گنگ باشد، آنگاه $x^3 + 3x^2 + 3x$ نیز گنگ است.
۹	ثابت کنید اگر a و b دو عدد صحیح باشند و $a + b$ عددی فرد باشد، آنگاه ab زوج است.
۱۰	ثابت کنید اگر n عددی صحیح باشد آنگاه $n^3 + 3n^2$ عددی زوج است.
۱۱	برای اینکه ثابت کنیم $n^3 - 5n^2 + n$ به ازای هر عدد طبیعی، n عددی فرد است یک بار n را زوج و بار دیگر فرد، فرض می کنیم. در این صورت از کدام هم ارزی استفاده کرده ایم؟ (۱) $(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ (۲) $(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ (۳) $(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ (۴) $(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
۱۲	اگر $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $n^2 + 1$ عددی اول باشد، آنگاه $n \in \{1, 2, 4\}$
۱۳	به ازای چند عدد طبیعی $1 \leq n \leq 20$ عدد $\frac{n^2(n+1)}{4}$ زوج است؟
۱۴	ثابت کنید اگر x و y عدد های گویا و نا صفر باشند، آنگاه $x\sqrt{2} + y$ عددی گنگ است.

۱۵	گزاره های زیر را با ارائه مثال نقض مناسب رد کنید . الف) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $3^n + 4$ اول است . ب) معکوس هر عدد مثبت ، بزرگ تر با مساوی خودش است . پ) ضرب دو عدد گنگ غیر مساوی ، عددی گنگ است . ت) ضرب هر عدد گویا در عددی گنگ ، گنگ می شود .
۱۶	نادرستی گزاره های زیر را ثابت کنید . الف) اگر $\alpha + \beta$ گنگ باشد ، $\alpha - \beta$ هم گنگ است . ب) اگر α, β دو عدد غیر مساوی باشند $\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{\beta}}$ گنگ است پ) اگر a, b دو عدد حقیقی باشند که $ab = 0$ ، آنگاه $a = 0 \wedge b = 0$ ت) اگر $A \cap B = A \cap C$ آنگاه $B = C$ ث) برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x, y : $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$
۱۷	درستی گزاره های زیر را به صورت مستقیم ثابت کنید . الف) جمع دو عدد گویا ، عددی گویا است . ب) اگر n فرد باشد ، مجموع n عدد طبیعی متوالی بر n بخش پذیر است . پ) میانگین هفت عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی می باشد . ت) اگر a مضرب ۳ باشد ، آنگاه $a(a+3)$ بر ۱۸ بخش پذیر است . ث) اگر مربع عددی فرد را با ۳ برابر عددی زوج جمع کنیم ، حاصل فرد می شود .
۱۸	گزاره های زیر را ثابت کرده یا با ارائه ی مثال نقض آن ها را رد کنید . الف) به ازای هیچ دو عدد اول a, b عدد $a + b$ اول نمی شود . ب) اگر از مکعب عددی فرد یک واحد کم کنیم ، حاصل عددی زوج می شود . پ) مجموع سه عدد طبیعی فرد متوالی همواره بر ۳ بخش پذیر است . ت) ۲. اگر a و b و c سه عدد طبیعی باشند ، آنگاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است . ث) ضرب ۳ عدد زوج متوالی بر ۲۴ بخش پذیر است . ج) اگر a, b دو عدد صحیح و $2ab$ عددی فرد باشد ، $a^2 + b^2$ عددی زوج است .
۱۹	ثابت کنید حاصل ضرب ۳ عدد صحیح متوالی که عدد وسطی فرد است بر ۲۴ بخش پذیر است .
۲۰	گزاره های زیر را ثابت کنید . (به روش اشباع) الف) برای هر عدد طبیعی n ، عبارت $n^2 + 5n - 7$ عددی فرد است . ب) به ازای هر عدد طبیعی n ، عدد $n^2 + 2$ بر ۴ بخش پذیر نیست . پ) اگر n عددی طبیعی و $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد ، $n = 4q$ یا $n = 4q + 3$
۲۱	گزاره ((اگر $(a-1)b = 0$ باشد ، آنگاه $a = 1$ یا $b = 0$)) را ثابت کنید .
۲۲	فرض کنیم $A = \{3, 4, 5\}$ و $S = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ، اگر $\frac{n^2(n^2-1)^2}{36}$ زوج باشد و $n \in S$ ، ثابت کنید $n \in A$

۲۳	ثابت کنید معکوس هر عدد گنگ، عددی گنگ است
۲۴	می دانیم $\sqrt{2}$ گنگ است، ثابت کنید $\sqrt[3]{\sqrt{2}+2}$ نیز گنگ است
۲۵	می دانیم $\sqrt{2}$ گنگ است، ثابت کنید $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.
۲۶	فرض کنید n عددی طبیعی و $3n - 2$ عددی فرد باشد، ثابت کنید n نیز فرد است.
۲۷	به صورت غیر مستقیم ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\frac{n+1}{n+2} \leq \frac{n+2}{n+3}$
۲۸	فرض کنید a, b دو عدد گنگ باشند به طوری که $a - b$ گویا باشد ثابت کنید $a + b$ گنگ است.
۲۹	فرض کنید a عدد گویای غیر صفر و x عددی گنگ باشد، ثابت کنید ax گنگ است.
۳۰	a, b^2 دو عدد گنگ هستند به طوری که ab عددی گویا است. ثابت کنید $\frac{a}{b}$ گنگ است
۳۱	نشان دهید اگر ضرب دو عدد طبیعی a, b زوج باشد، انگاه a زوج یا b زوج بوده است.
۳۲	الف) همه جواب های معادله $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ را بدست آورید. ب) همه ی جواب های طبیعی معادله $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ را در صورت وجود بدست آورید
۳۳	a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 عدد های صحیح هستند. b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 همان اعداد ولی با ترتیبی دیگر هستند، ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_5 - b_5)$ عددی زوج است.
۳۴	کدام یک از ترکیب های دو شرطی زیر درست و کدام نادرست است؟ چرا؟ الف) n^2 زوج است اگر و فقط اگر n زوج باشد. ب) $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ پ) $x = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1$ ت) $x^3 \leq x^2 \Leftrightarrow x \leq 1$
۳۵	احکام زیر را ثابت کنید. الف) برای دو عدد حقیقی و نامنفی x, y داریم $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ ب) اگر $a > 0$ باشد آنگاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$ پ) a, b, c سه عدد حقیقی هستند، ثابت کنید $3 + a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a + b + c)$ ت) a, b دو عدد حقیقی مثبت هستند. داریم: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ ث) x, y دو عدد حقیقی مثبت هستند، داریم: $x^2 y^2 \leq \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2$
۳۶	احکام زیر را ثابت کنید. الف) a, b, c سه عدد حقیقی هستند. ثابت کنید $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$ ب) برای اعداد حقیقی ناصفر و هم علامت a, b ثابت کنید: $\frac{5a+3b}{b} \geq \frac{-4a-5b}{2a}$ پ) برای هر دو عدد حقیقی a, b ثابت کنید $a^2 - ab + b^2 \geq 0$
۳۷	a, b دو عدد حقیقی مثبت هستند ثابت کنید $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
۳۸	برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x, y داریم: $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$

۳۹	برای هر عدد حقیقی a ثابت کنید: $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}} \geq 2$
۴۰	گزاره های درست را ثابت کرده و برای گزاره های نادرست مثال نقض ارائه کنید (الف) برای هر عدد حقیقی x داریم: $x^4 + 1 \geq x^3 + x$ (ب) اگر x گنگ باشد $3x^2 + 18x + 4$ نیز گنگ است. (پ) ضرب چهار عدد متوالی از مربع کامل یک واحد کم تر است.
۴۱	کدام یک از رابطه های زیر درست و کدام نادرست است؟ رابطه های درست را ثابت کرده و برای رابطه های نادرست مثال نقض بیاورید. (الف) اگر $a b+c$ آن گاه $a b$ یا $a c$ (ب) اگر $a bc$ آنگاه $a b$ یا $a c$ (پ) اگر $a b$ و $a c$ آنگاه $b a$ و $c a$ (ت) اگر $a b$ و $c d$ آنگاه $ac bd$ (ث) اگر $a c$ و $c d$ آنگاه $a+c b+d$
۴۲	اگر a عددی صحیح و دو عدد $۸k+۵$ و $۱۱k+۷$ بر a بخش پذیر باشد، نشان دهید $a = \pm 1$
۴۳	اگر $a > 1$ طوری باشد که $a 4n^2+6$ و $a 2n+1$ عدد a را بدست آورید.
۴۴	به ازای چند عدد صحیح n هر دو رابطه ی $3n+1 n^2-1$ و $n^2-1 3n+1$ درست هستند؟
۴۵	اگر $5 6k+2$ نشان دهید $25 36k^2+54k+14$
۴۶	ثابت کنید اگر $a-b c$ و $a-b c^2$ آنگاه $a-b b$
۴۷	مشخص کنید عدد $20!+7$ بر کدام یک از اعداد طبیعی یک رقمی بخش پذیر است.
۴۸	چند عدد صحیح a وجود دارد که $6 a$ و $a 726$
۴۹	اگر P عددی اول و $a^2 = b^2 + P$ باشد، a و b را پیدا کنید. $(a, b \in \mathbb{Z})$
۵۰	چند نقطه با مختصات صحیح روی تابع $y = 2x - 1 + \frac{125}{x+3}$ وجود دارد.
۵۱	به ازای چند عدد دو رقمی n ، رابطه ی $37 4^n - 3^n$ برقرار است.
۵۲	اگر $abc a(b+c)$ و هر سه عدد a, b, c مثبت باشند، چه اعدادی می تواند باشد؟
۵۳	همه عدد های طبیعی کم تر از ۵۰ را طوری پیدا کنید که $3 3n^2 + 4n - 1$
۵۴	عدد P اول و a عدد صحیح است که $\frac{P+a}{P-a} = 18$ ، اعداد P و a را بدست آورید
۵۵	اگر $66 n!$ کمترین مقدار n را بدست آورید.
۵۶	همه نقطه ها با مختصات طبیعی روی تابع $2xy - y = 5x + 4$ را بدست آورید.
۵۷	$\sqrt{17n+1}$ برابر عددی طبیعی است. همه مقدار های قابل قبول برای n را بدست آورید.
۵۸	ثابت کنید تفاضل مربع های دو عدد فرد همواره زوج است.
۵۹	ثابت کنید تفاضل مربعات دو عدد فرد همواره بر ۸ بخش پذیر است.
۶۰	ثابت کنید مربع هر عدد صحیح در تقسیم بر ۴ یا باقی مانده ۱ دارد یا بر ۴ بخش پذیر است
۶۱	فرض کنید $P > 3$ عددی اول باشد. نشان دهید P به یکی از دو صورت $۶k+۱$ یا $۶k+۵$ ممکن است باشد.
۶۲	فرض کنید $P \geq 3$ اول باشد، باقی مانده عدد P^{P+1} را بر ۸ بدست آورید.
۶۳	a عدد صحیح دلخواهی است. ثابت کنید $2 a(a+2)(a+4)$

۶۴	ثابت کنید مربع هر عدد صحیح در تقسیم بر ۸ باقی مانده های، صفر ۱ یا ۴ را ممکن است داشته باشد
۶۵	n عددی فرد است. باقی مانده تقسیم $n^2 + n$ بر ۴ به ازای اعداد مختلف n بدست آورید.
۶۶	فرض کنید $P > 3$ عددی اول باشد. ثابت کنید باقی مانده تقسیم P^2 بر ۱۲ همواره برابر ۱ است.
۶۷	a می تواند اعداد مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 50\}$ باشد. به ازای چند a باقی مانده a^2 بر ۶ برابر ۴ می شود؟
۶۸	حاصل عبارت های زیر را بیابید: (الف) $(99, 165)$ (ب) $[12, 18]$ (پ) $[(a, a^n), [a, a^n]]$ (ت) $([a, 1], (a, 0))$ (ث) $(2^n, 3^n)$
۶۹	ثابت کنید: (الف) هر دو عدد متوالی نسبت به هم اول اند (ب) هر دو عدد فرد متوالی نسبت به هم اول اند (پ) ب.م.م هر دو عدد زوج متوالی برابر ۲ است.
۷۰	نشان دهید اگر $(a, b) = [a, b]$ آنگاه $ a = b $
۷۱	نشان دهید اگر $(a, b) = 1$ و $a + b \mid c$ آنگاه $(a, c) = 1$
۷۲	به ازای چند عدد دو رقمی n ، $(n-13, 7)$ از ۱ بزرگ تر میشود؟
۷۳	ثابت کنید اگر $(a, b) = 1$ آن گاه $(3a+5b, a+2b) = 1$
۷۴	اگر $(a, b) = 1$ باشد $[3a, 3b]$ را بدست آورید.
۷۵	با توجه به افزایش اعداد صحیح در بخش پذیری به ۴ نشان دهید اگر $(b, 4) = (a, 4) = 2$ باشد آنگاه $(a+b, 4) = 4$
۷۶	به ازای کدام یک از اعداد طبیعی دو رقمی n ، ب.م.م دو عدد $6n-6$ و $5n+5$ از یک بزرگ تر می شود؟
۷۷	نشان دهید به ازای هر عدد طبیعی n داریم $(n! + 1, (n+1)!) = 1$
۷۸	کدام یک از رابطه های مقابل درست است؟ چرا؟ $1399 \in [3]_9$ یا $1399 \in [4]_9$
۷۹	عدد 1398 به کدام دسته هم نهشتی به پیمانه ۷ تعلق دارد.
۸۰	(الف) باقی مانده تقسیم عدد $130 + 40^{17}$ را بر ۱۳ بدست آورید. (ب) باقی مانده تقسیم عدد 2×90^{100} را بر ۷ بدست آورید.
۸۱	(الف) باقی مانده ی تقسیم عدد $4 \times (7 + 2^{53})$ را بر ۷ بدست آورید. (ب) باقی مانده تقسیم $5 + 3^{101}$ را بر ۲۸ بدست آورید. (پ) باقی مانده تقسیم $1 - (3 \times 2^{48})$ را بر ۱۱ به دست آورید.
۸۲	(الف) باقی مانده تقسیم عدد $(-6)^{25} + 11^{25}$ را بر ۳۳ بدست آورید. (ب) باقی مانده ی تقسیم $3^{42} - 3^{42}$ را بر ۳۵ به دست آورید.
۸۳	(الف) باقی مانده ی تقسیم عدد $1 + 7^{2n+2} + 7^{6n+4}$ را بر ۱۹ به ازای هر عدد طبیعی n پیدا کنید. (ب) باقی مانده ی تقسیم عدد $1 + 5^{3n+2} + 5^{6n+4}$ را بر ۳۱ به ازای هر عدد طبیعی n بدست آورید.
۸۴	باقی مانده ی تقسیم عدد $4 + a$ بر ۱۱ برابر ۸ است. باقی مانده تقسیم $1 + 3a - a^2$ بر ۱۱ را بدست آورید.
۸۵	اگر دو عدد $3a - 1$ و $4a + 3$ رقم یکان برابر داشته باشند. رقم یکان عدد $9a - 6$ را بیابید
۸۶	رقم یکان عدد $A = 100! + 99! + 98! + \dots + 2!$ را بدست آورید.

۸۷	k عددی صحیح است. ثابت کنید فقط یکی از چهار حالت زیر امکان پذیر است. (۱) $k \equiv 0 \pmod{4}$ (۲) $k \equiv 1 \pmod{4}$ (۳) $k \equiv 2 \pmod{4}$ (۴) $k \equiv 3 \pmod{4}$
۸۸	ثابت کنید اگر $a \equiv b$، $b \equiv c$، $a \equiv c$ انگاه $a \equiv c$. آیا می توانید درحالت کلی نتیجه ی این تمرین را بیان کنید
۸۹	با استفاده از بسط دو جمله ای خیام ثابت کنید: الف) $(a+b)^n$ با $a^n + b^n$ به پیمانه ی ab هم نهشت است. ب) باقی مانده ی تقسیم عدد $17^{43} - 9^{43} - 8^{43}$ را بر ۷۲ بدست آورید. پ) باقی مانده ی $3^{2n} - 2^{5n} - 4^{1n}$ را بر ۲۸۸ به دست آورید.
۹۰	از رابطه ی هم نهشتی $42a \equiv 15b \pmod{40}$ سه رابطه ی هم نهشتی دیگر نتیجه بگیرید.
۹۱	کوچک ترین عدد مثبت a را طوری بیابید که عدد $2^{17} + a$ مضرب ۲۱ باشد
۹۲	باقی مانده ی تقسیم a و b بر ۷ به ترتیب برابر ۳ و ۶ است. باقی مانده تقسیم $3ab - 1$ را بر ۷ بدست آورید.
۹۳	اگر $5x + 6y \equiv 2 \pmod{11}$ و $2x + 3y \equiv 7 \pmod{11}$ باشد. باقی مانده تقسیم عدد X بر ۱۱ را بدست آورید.
۹۴	باقی مانده ی تقسیم دو عدد ۶۷ و ۱۴۶ بر ۱ $m > 1$ برابر است. m را بدست آورید.
۹۵	رابطه ی همنهشتی، اعداد صحیح را به ۷ کلاس افراز می کند. عدد 1398×2 در کلام کلاس قرار می گیرد؟
۹۶	رابطه ی همنهشتی، اعداد صحیح را به m کلاس افراز می کند. اگر اعداد a و ۴۳ و ۱۳۴ در یک کلاس قرار بگیرند. a را طوری بدست آورید که مجموعه ی $\mathbb{Z}$ به تعداد کلاس های کم تری افراز شود. ($m \neq 1$)
۹۷	همه ی اعداد طبیعی کم تر از ۱۰۰ برای n را طوری معین کنید که $3^n + 27$ مضرب ۲۸ باشد.
۹۸	باقی مانده ی تقسیم عدد 273671 را بر ۲۵، ۹، ۳ و ۱۱ بدون انجام عمل تقسیم پیدا کنید.
۹۹	عدد $3a6b1$ بر ۱۱ بخش پذیر است a و b را بدست آورید. $3a6b1 \overline{) 3a6b1}$
۱۰۰	دو عدد $2a5$ و $b12$ به یک دسته همنهشتی به پیمانه ی ۹ تعلق دارد. باقی مانده تقسیم عدد $14ab$ بر ۱۱ را بدست آورید.
۱۰۱	عدد $a41b4$ بر ۳۶ بخش پذیر است a, b را بدست آورید.
۱۰۲	معادله های هم نهشتی زیر را حل کنید. الف) $2 - 11x \equiv 27 \pmod{17}$ ب) $173x \equiv 231 \pmod{9}$ پ) $36x \equiv 18 \pmod{12}$ ت) $7x \equiv 2 \pmod{13}$ ث) $14x \equiv 6 \pmod{46}$ ج) $231x \equiv 540 \pmod{43}$
۱۰۳	معادله های سیاله ی زیر را حل کنید. الف) $75x + 50y = 125$ ب) $17x + 8y = 10$

	پ) $13x - 18y = 1$
۱۰۴	همه اعداد صحیحی را بیابید که اگر 4 برابر آن ها یک واحد کم کنیم مضرب 11 بشود .
۱۰۵	دو عدد $1 - 6a$ و $7a + 3$ رقم یکان یکسانی دارند . رقم یکان عدد $7 + 2a$ را بدست آورید .
۱۰۶	ثابت کنید برای هر عدد فرد طبیعی n ، معادله ی $nx \equiv b^{n+2}$ همواره جواب دارد .
۱۰۷	به چند طریق می توان یک کیسه 131 کیلویی را با وزنه ها 5 و 7 کیلویی وزن کرد ؟ حداقل چند وزنه نیاز داریم .
۱۰۸	تیر اندازی به سمت هدفی که ناحیه هایی با امتیاز های 7 و 9 دارد تیر هایی پرتاب می کند او به چند صورت ممکن است 73 امتیاز کسب کرده باشد ، به شرط آن که بدانیم همه تیر ها به یکی از ناحیه ها برخورد کرده است؟
۱۰۹	دانش آموزی به همه سوال های یم آزمون تستی پاسخ داده است اگر هر پاسخ مثبت 3 امتیاز و هر پاسخ غلط یک نمره منفی داشته و او در مجموع 43 امتیاز کسب کرده باشد ، حداقل تعداد سوالات چه قدر است ؟
۱۱۰	در یک رستوران سوپ و سالاد به عنوان پیش غذا ارائه می شود . 9 نفر به چند طریق می توانند پیش غذا سفارش دهند ، اگر فقط تعداد هر کدام مهم باشد .
۱۱۱	اگر اول آبان در یک سال روز جمعه باشد ، هفتم اسفند چند شنبه است ؟
۱۱۲	اگر 22 بهمن در سال پنجشنبه باشد ، 3 خرداد همان سال چه روزی از هفته است ؟
۱۱۳	11 مرداد در یک سال چهارشنبه است و دومین سه شنبه بهمن ماه چه تاریخی خواهد بود .
۱۱۴	ثابت کنید هر عدد به شکل $abcabc$ بر اعداد 7 ، 11 و 13 بخش پذیر است
۱۱۵	معادله ی $8x \equiv 3m + 7^{12}$ جواب دارد . m را بدست آورید .
۱۱۶	همه اعداد دو رقمی n را بدست آورید به طوری که دو عدد $5 + 3n$ و $2 - 7n$ نسبت به هم اول نباشند .
۱۱۷	درستی یا نادرستی احکام زیر را در مجموعه ی $\mathbb{Z}$ با ذکر دلیل تعیین کنید . (i) $ab c \Rightarrow a c$ (ii) $a b, a-b b$ (iii) $???$ (سوال ۲۰)
۱۱۸	الف) ثابت کنید حاصل ضرب هر سه عدد صحیح متوالیبر 6 بخش پذیر است . ب) اگر n زوج باشد ، ثابت کنید $???$ (سوال ۱۷ قسمت ب)
۱۱۹	در تقسیم a بر b ، خارج قسمت 5 و باقی مانده 17 است . حداکثر چند واحد می توان به مقسوم علیه اضافه کرد تا مقسوم و خارج قسمت تغییر نکنند .
۱۲۰	در تقسیم a بر b ، خارج قسمت 356 و باقی مانده 4623 شده است . تعیین کنید حداکثر چند واحد می توانیم به مقسوم و مقسوم علیه اضافه کنیم تا آنکه خارج قسمت تغییر نکند ؟
۱۲۱	بزرگ ترین عددی را تعیین کنید که هر گاه بر 39 تقسیم کنیم . باقی مانده برابر خارج قسمت شود .
۱۲۲	در یک عمل تقسیم ، مقسوم علیه برابر 55 و باقی مانده $\frac{7}{5}$ خارج قسمت است . بزرگ ترین مقدار مقسوم علیه را حساب کنید .
۱۲۳	در یک تقسیم مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت ، اعداد طبیعی اند . ثابت کنید مقسوم همواره از دو برابر باقی مانده بزرگ تر است .
۱۲۴	در تقسیم عدد صحیح a بر 11 باقی مانده نصف خارج قسمت است . بیشترین مقدار a چیست؟
۱۲۵	در تقسیم a بر 72 ، باقی مانده سه برابر مربع خارج قسمت است ، بیشترین مقدار a چیست؟
۱۲۶	بزرگ ترین عدد صحیحی را پیدا کنید که چون بر 116 تقسیم شود . باقی مانده 4 برابر مکعب خارج قسمت گردد.
۱۲۷	در یک تقسیم ، مقسوم مضرب 140 و مقسوم علیه برابر 105 است . باقی مانده چه اعدادی میتواند باشد .
۱۲۸	اگر عدد صحیح a ، مضرب 3 و باقی مانده آن برابر 19 ، برابر 5 باشد . باقی مانده $\frac{a}{3}$ بر 19 چیست؟

۱۲۹	در یک تقسیم، ۲۵ واحد به مقسوم اضافه کرده ایم. از باقی مانده به اندازه ی $\frac{2}{7}$ مقسوم علیه کم می شود و یک واحد به خارج قسمت اضافه می شود مقسوم علیه را حساب کنید.
۱۳۰	کوچک ترین عضو مجموعه ی $S = \{3+5q > 0 q \in \mathbb{N}\}$ را پیدا کنید.
۱۳۱	ثابت کنید اگر $a c$ ، $b c$ و $(a, b) = 1$ ، آنگاه $ab c$
۱۳۲	اگر ب.م.م دو عدد طبیعی a ، b برابر d و ک.م.م آن ها c باشد $1 < d < 33$ و $c - d = 33$ مقادیر a و b را پیدا کنید.
۱۳۳	از تساوی های $a - b = 36$ و $[a, b] = 120$ مقادیر a و b را بدست آورید.
۱۳۴	اگر $d = (a, b) = 72$ و عدد بزرگ تر $a = 864$ باشد. عدد کوچک تر را بدست آورید.
۱۳۵	ثابت کنید $(a, b) = 1 \Leftrightarrow (a, a+b) = 1$
۱۳۶	اگر $a^2 - b^2 = 80$ و $d = (a, b) = 4$ باشد. آنگاه عدد های طبیعی a و b را حساب کنید.
۱۳۷	آخرین رقم سمت راست عدد 27^{1386} را بدست آورید.
۱۳۸	رقم یکان 7^{327} را محاسبه کنید.
۱۳۹	ثابت کنید $8 - 2^{23}$ بر 31 بخش پذیر است.
۱۴۰	ثابت کنید از رابطه ی همنهشتی $ac \equiv bc \pmod{m}$ نتیجه می شود $a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$ که در آن $d = (m, c)$
۱۴۱	رقم یکان $3^{20} + 7^{73}$ را محاسبه کنید.
۱۴۲	اگر باقی مانده های تقسیم اعداد A و B بر 39 به ترتیب 17 و 23 باشند. باقی مانده ی $A-B$ بر 39 را محاسبه کنید.
۱۴۳	باقی مانده ی تقسیم عدد $3^{71} + 5^{112}$ بر 13 را محاسبه کنید.
۱۴۴	اگر باقی مانده های تقسیم عدد صحیح a بر 7 و 6 به ترتیب 2 و 3 باشند، باقی مانده ی تقسیم a بر 42 را محاسبه کنید.
۱۴۵	شخصی روی هم 52 عدد کتاب و دفتر به قیمت 5930 تومان خریداری کرده است. اگر قیمت هر کتاب 100 تومان از قیمت هر دفتر بیشتر باشد. این شخص چند کتاب و چند دفتر خریده است؟
۱۴۶	اگر اعداد صحیح a و b در معادله ی $12 = 23b + 15a$ صدق کنند. باقی مانده تقسیم عدد b بر 15 چیست؟
۱۴۷	اگر x و y اعداد صحیح بوده و $3 = 7y + 12x$ باشد. آنگاه باقی مانده ی تقسیم x بر 7 و y بر 6 را حساب کنید.
۱۴۸	عددی دو رقمی پیدا کنید که باقی مانده تقسیم آن بر 5 ، برابر 3 و بر 9 برابر 2 باشد.
۱۴۹	با استقرا ثابت کنید: $16 5^n - 4n - 1, (n \in \mathbb{N})$
۱۵۰	اگر $a a^2 + a + 1$ و $a 2n^2 - 3n + 1$ ، ثابت کنید $a 9$
۱۵۱	ثابت کنید اگر m و n فرد باشند آن گاه $16 m^4 + n^4 - 2$
۱۵۲	الف). ثابت کنید حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی، مضرب 8 است. ب) ثابت کنید اگر n فرد باشد، آنگاه $24 n^2 - n$
۱۵۳	درستی یا نادرستی احکام زیر را با ذکر دلیل معلوم کنید: I) $ab^2 c \Rightarrow b a$ II) $a b \Rightarrow ac b$ III) $a^2 - b^2 a \Rightarrow a^2 - b^2 b^2$
۱۵۴	اگر m و n دو عدد صحیح باشند، ثابت کنید $m^2 - n^2$ یا عدد فرد است یا بر 4 بخش پذیر است.
۱۵۵	اگر حاصل $\frac{12n+7}{n+2}$ عددی صحیح باشد، عدد طبیعی n را پیدا کنید.
۱۵۶	ثابت کنید $4 3n + 1 \Rightarrow 16 57n^2 + 22n + 1$
۱۵۷	ثابت کنید هر زیر مجموعه غیر تهی از اعداد صحیح که یک کران پایین داشته باشد، عضو ابتدا دارد.
۱۵۸	ثابت کنید $\binom{n}{r}$ برای اعداد طبیعی n ، $0 \leq r \leq n$ همیشه عدد طبیعی است.
۱۵۹	ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی بر 24 بخش پذیر است.

۱۶۰	در تقسیم عدد A بر عدد ۱۷۷ باقی مانده تقسیم، سه برابر مربع خارج قسمت است. بیشترین مقدار A را بنویسید.
۱۶۱	اگر در یک تقسیم، ۵۳ واحد به مقسوم و ۳ واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم ۲ واحد از باقی مانده کم و خارج قسمت تغییر نمی کند و خارج قسمت را بدست آورید.
۱۶۲	اگر عدد صحیح a مضرب ۳ نباشد، ثابت کنید: $a^2 = 3k + 1$
۱۶۳	باقی مانده های تقسیم عدد a بر ۷ و ۶ به ترتیب ۵ و ۲ است. باقی مانده ی تقسیم a بر ۲۴ چه قدر است؟
۱۶۴	باقی مانده ی تقسیم عدد زوج a بر ۲۳، برابر ۱۱۷ است. باقی مانده ی تقسیم $\frac{a}{2}$ بر ۲۳ چیست؟
۱۶۵	ثابت کنید مجموعه اعداد اول نامتناهی است.
۱۶۶	اگر عدد طبیعی $n > 1$ باشد، عدد اول P وجود دارد که $P \mid n$ و $P \leq \sqrt{n}$
۱۶۷	اگر P عدد اول و $1 + 3P$ مربع کامل باشد. آنگاه $P = 5$
۱۶۸	اگر a, b اعداد صحیح و $a^4 = b^4 + 65$ ، آنگاه a و b را پیدا کنید.
۱۶۹	اگر P عددی اول و بزرگ تر از ۳ باشد. ثابت کنید $2^3 + 2^4$ بر P^2 بخش پذیر است.
۱۷۰	اگر a, b, c اعداد اول و $a^2 = b^2 + c$ مقدار $a + 2b + 3c$ را حساب کنید.
۱۷۱	گر a, b, c اعداد اول و $a > b$ و $a < c$ و $a + b + c = 106$ باشد. حاصل $\frac{b+c}{a}$ چه قدر است؟
۱۷۲	اگر $4x^2 = y^2 + 19$ ، باشد مقدار $3x + 2y$ را حساب کنید.
۱۷۳	ثابت کنید اگر P عدد اول و $P \mid ab$ ، آنگاه $P \mid a$ یا $P \mid b$
۱۷۴	ثابت کنید هر عدد صحیح به جز ± 1 حداقل بر یک عدد اول بخش پذیر است.
۱۷۵	اگر مجموع دو عدد ۱۰۲ و کوچک ترین مضرب مشترک آنها ۴۳۲ باشد. بزرگترین مقسوم علیه مشترک این دو عدد را بیابید.
۱۷۶	اگر $a \mid bc$ و $(a, b) = 1$. آنگاه ثابت کنید $a \mid c$ (لم اقلیدس)
۱۷۷	دو عدد صحیح a, b که حداقل یکی از آن ها ناصفر است مفروض اند. اگر برای هر m و n صحیح $1 = ab = ma$ باشد ثابت کنید $(a, b) = 1$
۱۷۸	ثابت کنید اگر $(a, b) = 1$ و $(a, c) = 1$ آنگاه $(a, bc) = 1$
۱۷۹	نشان دهید اگر a عددی زوج باشد و $(a, b) = 1$ ، آنگاه $(a - b, a + b) = 1$
۱۸۰	اگر $(a, b) = 1$ و $a \mid m$ و $b \mid n$ ، ثابت کنید $(m, n) = 1$
۱۸۱	ثابت کنید اگر $(a, b) = 1$ و $c \mid a + b$ ، آنگاه $(a, c) = 1$ و $(b, c) = 1$
۱۸۲	نشان دهید هر عدد طبیعی بزرگ تر از یک را که خودش مربع کامل نباشد می توان به صورت حاصل ضرب یک مربع کامل و یک عدد صحیح بدون عامل مربع به جز یک نوشت.
۱۸۳	ثابت کنید اگر $(a, bc) = 1$ ، آنگاه $(a, b) = 1$ و $(a, c) = 1$
۱۸۴	بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $(2 + 3n, 6 + 5n)$ را بدست آورید.
۱۸۵	ثابت کنید دو عدد $a - 3$ و $a^2 - 4a + 1$ یا نسبت به هم اول هستند یا ب.م.م آن ها ۲ است.
۱۸۶	اگر $d = (a^2 - 6a + 3, a^2 - 5)$ و $a \in \mathbb{Z}$ ، آنگاه d را حساب کنید.
۱۸۷	نشان دهید که اگر $(a, b) = d$ ؛ آنگاه $(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = 1$
۱۸۸	ثابت کنید: (الف) $(a, b) = (a, b + ak) \quad (k \in \mathbb{Z})$ (ب) $a = bq + r \Rightarrow (a, b) = (b, r)$
۱۸۹	ک.م.م دو عدد را تعریف کنید و سپس $[1001, 385]$ را بدست آورید.

۱۹۰	ب.م.م دو عدد طبیعی ۱۵ و ک.م.م آنها ۹۰ می باشد. آن دو عدد را بنویسید.
۱۹۱	مقادیر $[(a, b), a]$ و $[(a, b), a]$ را تعیین کنید.
۱۹۲	مطلوب است تعیین دو عدد طبیعی a و b به طوری که $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$ و $ab + c = 210$ (ک.م.م دو عدد a و b است)
۱۹۳	مجموع دو عدد طبیعی، برابر ۷۲ و ب.م.م آنها برابر ۹ است. این دو عدد را بیابید.
۱۹۴	مطلوب است تعیین کنید دو عدد طبیعی که مجموع آنها ۵ برابر تفاضل آنها بوده و ک.م.م آنها ۱۲۰ باشد.
۱۹۵	اگر $a, b, c \in \mathbb{Z}$ و $a c$ و $a b$ ، ثابت کنید $a 3b+2c$ (سوال ۱۸)
۱۹۶	اگر $a \in \mathbb{Z}$ باشد ثابت کنید $3 a^3+2a$ (سوال ۱۹)
۱۹۷	درستی احکام زیر را در مجموعه $\mathbb{Z}$ با ذکر دلیل معلوم کنید. I) $(a \neq b), a^3 - b^3 a \Rightarrow a^3 - b^3 b^3$ II) $a^2 b^3 \Rightarrow a b$
۱۹۸	اگر باقی مانده ی تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی m ، برابر r باشد ثابت کنید $a \equiv r^m$
۱۹۹	ثابت کنید $8 5^{20} + 2 \times 3^{19} + 1$
۲۰۰	هر گاه $3a \equiv 2$ و $2a \equiv 1$ باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۱۵ را بدست آورید.
۲۰۱	اگر عدد سه رقمی $\overline{3ab}$ مضرب ۱۵ باشد و $b \neq 0$. این عدد را مشخص کنید. مسئله چند جواب دارد؟
۲۰۲	باقی مانده ی دو عدد ۱۱۹ و ۷۵ بر عدد طبیعی b که $3 < b < 20$ برابرند. باقی مانده عدد ۱۶۰ بر b را پیدا کنید.
۲۰۳	رقم یکان عدد $13 \times 9^{8k+4} + 7^{4k+3} - 2007^{13861}$ را بدست آورید.
۲۰۴	مطلوب است تعیین باقی مانده ی تقسیم عدد $20^{73} + 22^{73} + 23^{73}$ بر عدد ۷
۲۰۵	ثابت کنید $25 \times 8^{100} + 1387^{15} \times 13^{20} \equiv 5^7$
۲۰۶	ثابت کنید عدد $2^{38} + 17$ بر 2^{38} بخش پذیر است.
۲۰۷	باقی مانده ی تقسیم $8 \times 3^{15} + 3 \times 3^{16}$
۲۰۸	باقی مانده ی تقسیم $3^{3n-3} + 7^n \times 2^{3n-1}$ را بر ۲۹ بدست آورید.
۲۰۹	باقی مانده ی تقسیم $5^{9n+1} - 7 \times 2^{10n+2}$ را بر ۳۱ بدست آورید.
۲۱۰	باقی مانده ی تقسیم عدد $2417^{24} \times 227^{15}$ را بر ۸ پیدا کنید.
۲۱۱	ثابت کنید $n(n^2 + 5) \equiv 0^3$ ($n \in \mathbb{Z}$)
۲۱۲	a و b را چنان تعیین کنید که عدد $\overline{5702ab}$ بر ۱۱۰ بخش پذیر باشد.
۲۱۳	ثابت کنید $17 2^{23} + 5^4 \times 3^6$
۲۱۴	کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی a را که در رابطه ی $22a \equiv 11^7$ صدق کند به دست آورید.
۲۱۵	اگر دو عدد $2a + 7$ و $3a - 2$ رقم یکان مساوی داشته باشند. رقم یکان $2a + 5$ را بدست آورید.
۲۱۶	باقی مانده ی تقسیم $3 \times 2^{56} - 1$ را بر ۱۹ پیدا کنید.
۲۱۷	معادله ی سیاله ی $51x + 39y = 300$ را در $\mathbb{Z}$ حل کنید.
۲۱۸	الف) معادله ی سیاله ی $x + 2y = 6$ را حل کنید. ب) به ازای چه مقادیری از m معادله ی $20x + 14y = m$ جواب صحیح دارد؟
۲۱۹	معادله ی سیاله ی $26x + 38y = 204$ را در $\mathbb{Z}$ حل کنید.
۲۲۰	با ۵۰۰ تومان چند تمبر ۳۰ تومانی و چند تمبر ۵۰ تومانی می توان خرید.
۲۲۱	الف) m بر چه عددی بخش پذیر باشد تا معادله ی $21x + 24y = 2m$ در $\mathbb{Z}$ جواب داشته باشد.

	(ب) جواب های کلی معادله را به ازایی $m = 21$ به دست آورید .
۲۲۲	ثابت کنید معادله ی سیاله ی $(n^2 - n + 1)x + (n + 1)y = 30$ در $\mathbb{Z}$ همواره دارای جواب است . سپس به ازای $n = 4$ معادله را حل کنید .
۲۲۳	پست خانه ای فقط تمبر های ۶۰ ریالی و ۹۰ ریالی برای فروش دارد . شخصی برای فرستادن یک بسته که نیاز به ۸۷۰ ریال تمبر دارد ، از هر نوع تمبر چه مقدار باید بخرد .
۲۲۴	معادله ی همنهشتی $9x \equiv 25^{13}$ را حل کنید .

