

باسمه تعالی

گروه ریاضی استان خراسان رضوی	نام درس: ریاضیات گسسته رشته تحصیلی: ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش خراسان رضوی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
	نام و نام خانوادگی:	اداره آموزش و پرورش	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
	پایه تحصیلی: دوازدهم	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	تعداد صفحه: ۲
آموزشگاه:	نوبت: اول	تعداد سوال: ۱۵ سوال	نیاز به پاسخ نامه دارد

ردیف	شرح سوال	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) اگر n یک عدد طبیعی باشد، آن گاه زوج بودن n و زوج بودن n^2 هم‌ارزند. (ب) اگر $a b$ و $c d$ آنگاه $a+c b+d$. (پ) از رابطه هم‌نهشتی $24 \equiv 15$ می‌توان رابطه $8 \equiv 5$ را نتیجه گرفت. (ت) گراف r - منتظم از مرتبه n با مشخصات $n=7$ و $r=3$ وجود ندارد.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. (الف) اگر $a b$ و $b a$ آن گاه $a = \dots\dots\dots$ (ب) عدد 1367 به دسته هم‌نهشتی به پیمانه 7 تعلق دارد. (پ) اگر G یک گراف و a راس دلخواه باشد و $N_G(a) = \emptyset$ در این صورت a راس است. (ت) گراف کامل K_p دارای 28 یال است. در این صورت مقدار $\delta(G)$ برابر است.	۱
۳	درستی گزاره (الف) را به روش مستقیم و درستی گزاره (ب) را به روش برهان خلف ثابت کنید، سپس برای نادرستی گزاره (پ) مثال نقض ارائه دهید. (الف) مکعب هر عدد فرد منهای یک، عددی زوج است. (ب) اگر α و β دو عدد گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ عددی گنگ است. (پ) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از یک عدد $2^n - 1$ اول است.	۲
۴	اگر X, Y و Z سه عدد حقیقی باشند، آنگاه به روش بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2(x+y+z) - 3$	۱/۲۵
۵	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و اعداد $(4m+7)$ و $(5m+9)$ بر a بخش پذیر باشند، آنگاه ثابت کنید $a = \pm 1$.	۱
۶	اگر در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، آنگاه ثابت کنید باقی‌مانده آن تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۰/۷۵
۷	موارد زیر را ثابت کنید. (الف) اگر p عددی اول باشد، $a \in \mathbb{Z}$ و $p a$ ثابت کنید $(p,a)=1$ (ب) با توجه به تعریف ک.م.م ثابت کنید $a b \Rightarrow [a,b]= b $ (پ) ثابت کنید اگر $a \equiv b^m$ و $n m$ آنگاه $a \equiv b^n$.	۲/۷۵
۸	آیا از رابطه $a bc$ می‌توان نتیجه گرفت که a حداقل یکی از دو عدد b و c را عاد می‌کند؟ چرا؟	۰/۷۵
۹	(الف) باقی مانده تقسیم عدد $A = 2^{31} + 17$ را بر عدد 7 بیابید. (ب) اگر اعداد $(2a-5)$ و $(4a-7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، آنگاه رقم یکان عدد $(9a+6)$ را تعیین کنید.	۱/۵

باسمه تعالی

گروه ریاضی استان خراسان رضوی	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	مدیریت آموزش و پرورش خراسان رضوی	نام درس: ریاضیات گسسته رشته تحصیلی: ریاضی
	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه	اداره آموزش و پرورش	نام و نام خانوادگی :
	تعداد صفحه: ۲	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	پایه تحصیلی: دوازدهم
نیاز به پاسخ نامه دارد	تعداد سوال: ۱۵ سوال	نوبت: اول	آموزشگاه:

۱	اگر در یک سال، اول مهرماه روز دوشنبه باشد، ۲۱ اسفند در همان سال چه روزی در هفته است؟	۱۰
۱/۵	به چند طریق می توان ۵۱ هزار تومان را به اسکناس های ۵۰۰ و ۲۰۰۰ تومان تبدیل کرد؟	۱۱
۱/۲۵	تمام اعداد صحیح را بیابید که ۴ برابر آن ها منهای ۱۶ بر ۶ بخش پذیر باشد.	۱۲
۲	گراف G با مجموعه راس ها و یال های زیر مفروض است: $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\} \quad E(G) = \{v_1v_2, v_1v_6, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_5, v_4v_5, v_5v_6, v_3v_4\}$ (الف) نمودار آن را رسم کنید. (ب) مرتبه و اندازه گراف را مشخص کنید. (پ) مقدار $\Delta(G)$ چقدر است؟ (ت) یک مسیر به طول ۴ در این گراف بنویسید. (ث) یک دور به طول ۵ بنویسید. (ج) مجموعه همسایگی های راس v_5 را بنویسید.	۱۳
۱	در یک کلاس ۱۱ نفر حضور دارند. برخی از آن ها با هم دست می دهند. ۱۰ نفر آن ها دقیقاً با ۲ نفر دست می دهند. نشان دهید نفر یازدهم نمی تواند دقیقاً با ۷ نفر دست داده باشد.	۱۴
۱/۲۵	به سوالات زیر پاسخ دهید؟ (الف) اگر G یک گراف با ۱۰ راس و ۷ یک راس آن باشد، آنگاه مقدار $d_G(v) + d_{\bar{G}}(v)$ چقدر است؟ (ب) گرافی که بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود دارد چه نام دارد؟ (پ) اگر G یک گراف ۶ راسی، ۴-منتظم است، آنگاه تعداد یال های آن چقدر است؟ (ت) مکمل گراف کامل چه گرافی است؟ (ث) به فرض G یک گراف باشد و $\delta(G) \geq 6$ در این صورت G لزوماً دارای یک مسیر به طول چند است؟	۱۵

کامیاب باشید

math-pilevar.ir

باسمه تعالی

گروه ریاضی استان خراسان رضوی	نام درس: راهنمای تصحیح گسسته	مدیریت آموزش و پرورش خراسان رضوی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
	رشته تحصیلی: ریاضی	اداره آموزش و پرورش	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
	نام و نام خانوادگی:	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	تعداد صفحات: ۳
	پایه تحصیلی: دوازدهم	نوبت: اول	تعداد سوال: ۱۵ سوال
آموزشگاه:			

ردیف	راهنمای پاسخ	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست به تناسب نمره داده شود.	۱
۲	الف) $\pm b$ ب) $[2]_7$ پ) تنها ت) ۸	۱
۳	الف) هر عدد فرد به صورت $2k+1$ و $k \in \mathbb{Z}$. $(2k+1)^3 - 1 = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 - 1 = 2 \left(\underbrace{4k^3 + 6k^2 + 3k}_q \right) = 2q, q \in \mathbb{Z}$ ب) فرض کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد پس عددی گویا است. از طرفی بنا بر فرض $\alpha + \beta$ عددی گویا است. پس $(\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = 2\beta$ عددی گویا است. یعنی β عددی گویا است که با فرض در تناقض است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود. پ) اگر $n = 4$ در این صورت $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ عددی مرکب است.	۱ ۰/۷۵ ۰/۲۵
۴	$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2(x + y + z) - 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 2x + 2y + 2z - 1 - 1 - 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 2z + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \geq 0$ به یک گزاره همیشه درست رسیدیم، لذا همواره برقرار است.	۱/۲۵
۵	$\left. \begin{array}{l} a \mid 4m + 7 \Rightarrow a \mid 20m + 35 \\ a \mid 5m + 9 \Rightarrow a \mid 20m + 36 \end{array} \right\} \Rightarrow a \mid (20m + 36) - (20m + 35) = 1$ $\Rightarrow a \mid 1 \Rightarrow a = \pm 1$	۱
۶	بنا بر الگوریتم تقسیم اعداد صحیح و منحصر به فرد r و q یافت می شوند به طوری که داشته باشیم: (۱) $a = bq + r \Rightarrow a - bq = r$ $\left. \begin{array}{l} n \mid a \\ n \mid b \Rightarrow n \mid bq \end{array} \right\} \Rightarrow n \mid a - bq \stackrel{(1)}{\Rightarrow} n \mid r$	۰/۷۵
۷	الف) $(p, a) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid p \Rightarrow d = 1 \vee d = p \\ d \mid a \quad (1) \end{cases}$ اگر $d = p$ بنا بر (۱) داریم: $p \mid a$ که با فرض در تناقض است. پس $(p, a) = 1 \Rightarrow d = 1$. ب) باید دو شرط موجود در تعریف ک.م.م را برای $ b $ بررسی کنیم.	۱

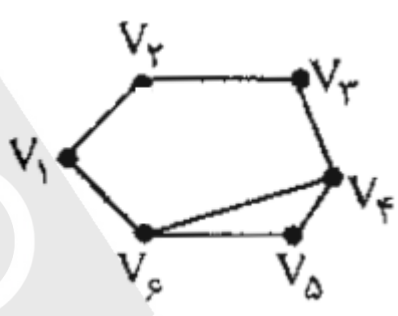
باسمه تعالی

گروه ریاضی استان خراسان رضوی	نام درس: راهنمای تصحیح گسسته رشته تحصیلی: ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش خراسان رضوی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
	نام و نام خانوادگی:	اداره آموزش و پرورش	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
	پایه تحصیلی: دوازدهم	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	تعداد صفحه: ۳
	آموزشگاه:	نوبت: اول	تعداد سوال: ۱۵ سوال

۰/۷۵	شرط اول: $a b, b b \Rightarrow a b$ شرط دوم: $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow b \leq m$ $\frac{a}{b} \Rightarrow a b$ پس شرط اول برقرار است. $\forall m > 0, a m \wedge b m \Rightarrow b m \Rightarrow b \leq m \Rightarrow b \leq m$ پس شرط دوم برقرار است. $a \equiv b \Rightarrow m a - b \Rightarrow n m \Rightarrow n a - b \Rightarrow a \equiv b$ (پ)																			
۰/۷۵	خیر در حالت کلی درست نیست، زیرا: $۶ ۹ \times ۴, ۶ ۹, ۶ ۴$	۸																		
۱	$۲^۳ \equiv ۱ \Rightarrow (۲^۳)^{۱۰} \equiv (۱)^{۳۰} \Rightarrow ۲^{۳۰} \equiv ۱ \Rightarrow ۲ \times ۲^{۳۰} \equiv ۲$ (الف) $\Rightarrow ۲^{۳۱} \equiv ۲ \Rightarrow ۲^{۳۱} + ۱۷ \equiv ۱۹ \equiv ۵$ $۴a - ۷ \equiv ۳a - ۵ \Rightarrow ۴a - ۳a \equiv ۲ \Rightarrow a \equiv ۲$ (ب) $۹a + ۶ \equiv ۹ \times ۲ + ۶ = ۲۴ \equiv ۴$	۹																		
۱	۲۹ روز مهرماه و چهار ماه آبان و آذر و دی و بهمن و ۲۱ روز هم تا ۲۱ اسفند، پس فاصله ۱ مهر تا ۲۱ اسفند یعنی $d = ۲۹ + ۴ \times ۳۰ + ۲۱ = ۱۷۰$ از طرفی $۱۷۰ \equiv ۲$ با توجه به جدول زیر روز متناظر با عدد ۲ چهارشنبه در آن سال است. (در جدول مبدا را روز دوشنبه در نظر می گیریم) <table><tr><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td><td>ش</td><td>ی</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table>	د	س	چ	پ	ج	ش	ی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱۰				
د	س	چ	پ	ج	ش	ی														
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶														
۱/۵	اگر X و Y را به ترتیب تعداد اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی در نظر بگیریم: پس باید جواب های نامنفی معادله $۲۰۰۰x + ۵۰۰۰y = ۵۱۰۰۰$ را بیابیم. $\div ۱۰۰۰$ $\Rightarrow ۲x + ۵y = ۵۱ \Rightarrow ۲x \equiv ۵۱, ۵۱ \equiv ۱ \Rightarrow ۲x \equiv ۱ \Rightarrow ۲x \equiv ۱ + ۵ = ۶ \Rightarrow x \equiv ۳$ $\Rightarrow x = ۵k + ۳, k \in \mathbb{Z}, ۲(۵k + ۳) + ۵y = ۵۱ \Rightarrow ۱۰k + ۵y = ۴۵$ $\div ۵$ $\Rightarrow ۲k + y = ۹ \Rightarrow y = -۲k + ۹$ سپس به کمک جدول زیر جواب های آن نامنفی آن را می یابیم. <table><tr><td>k</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>x</td><td>۳</td><td>۸</td><td>۱۳</td><td>۱۸</td><td>۲۳</td></tr><tr><td>y</td><td>۹</td><td>۷</td><td>۵</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>	k	۰	۱	۲	۳	۴	x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳	y	۹	۷	۵	۳	۱	۱۱
k	۰	۱	۲	۳	۴															
x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳															
y	۹	۷	۵	۳	۱															

باسمه تعالی

گروه ریاضی استان خراسان رضوی	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	مدیریت آموزش و پرورش خراسان رضوی	نام درس: راهنمای تصحیح گسسته رشته تحصیلی: ریاضی
	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه	اداره آموزش و پرورش	نام و نام خانوادگی :
	تعداد صفحه: ۳	سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	پایه تحصیلی: دوازدهم
	تعداد سوال: ۱۵ سوال	نوبت: اول	آموزشگاه:

۱/۲۵	$\frac{6}{2} = 3 \quad (4, 6) = 2 \quad 4x - 16 \equiv 0 \Rightarrow 4x \equiv 16 \Rightarrow x \times 2x \equiv x \times 8$ $2x \equiv 8 \Rightarrow 2x \equiv 8 - 2 \times 3 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow x \equiv 1$ $x = 3k + 1, k \in \mathbb{Z}$	۱۲
۲	(الف)  (ب) $E(G) = 7, V(G) = 6$ (پ) $\Delta(G) = 3$ (ت) $V_1 V_6 V_5 V_4 V_3$ (ث) $V_1 V_6 V_5 V_4 V_3 V_2 V_1$ (ج) $N_G(V_5) = \{V_4, V_6\}$	۱۳
۱	۱۱ نفر را به عنوان ۱۱ راس گراف در نظر می گیریم. وقتی دو نفر با هم دست بدهند بین آن ها یال است. پس ۱۰ راس گراف درجه ۲ خواهد بود. اگر راس یازدهم درجه ۷ باشد یعنی گراف دارای یک راس از درجه فرد است. تناقض است با قضیه ای که بیان می کند تعداد رئوس فرد هر گراف عددی زوج است. پس نفر یازدهم نمی تواند با ۷ نفر دست داده باشد.	۱۴
۱/۲۵	(الف) ۹ (ب) گراف همبند (پ) ۱۲ (ت) تهی (ث) ۶ کامیاب باشید	۱۵