

سوالات استاندارد هندسه (۳) – استان مازندران

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: فاصله کانونی بیضی		
حیطه شناختی: دانش – کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: زهرا صالحی		استان: مازندران		شهرستان: فریدونکنار

سوال
در یک بیضی، اگر یک سر قطر بزرگ به مختصات $A(5, 2)$ و یک سر قطر کوچک به مختصات $B(1, 3)$ باشد، فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
قطر بزرگ AA' روی خط $y=2$ قرار دارد و قطر کوچک BB' روی خط $x=1$ قرار دارد پس محل تلاقی این دو نقطه همان مرکز بیضی می باشد. $o(1, 2) \Rightarrow \begin{cases} a = oA = 1 - 5 = 4 \\ b = oB = 2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 4^2 - 1^2 = 15$ $\Rightarrow c = \sqrt{15} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{15}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: تعریف بیضی و روابط آن		
حیطه شناختی: دانش – کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: زهرا صالحی		استان: مازندران		شهرستان: فریدونکنار

سوال
در یک بیضی، طول قطر کوچک برابر با $4\sqrt{5}$ می باشد. اگر نقطه M روی بیضی و زاویه $\hat{FMF}' = 90^\circ$ باشد، مقدار عددی عبارت $MF \times MF'$ را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
می دانیم که $MF + MF' = 2a$ است. حالا طرفین این عبارت را به توان دو می رسانیم : $MF + MF' = 2a \rightarrow MF^2 + MF'^2 + 2MF \cdot MF' = 4a^2$ مثلث FMF' قائم الزاویه است. پس طبق رابطه فیثاغورس داریم : $MF^2 + MF'^2 = 4c^2 \rightarrow 4c^2 + 2 \times MF \times MF' = 4a^2$ $\rightarrow 2 \times MF \times MF' = 4(a^2 - c^2) = 2b^2$ $2b = 4\sqrt{5} \rightarrow b = 2\sqrt{5}$ $\rightarrow MF \times MF' = 2(2\sqrt{5})^2 = 40$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: طول قطرهای بیضی بیضی		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۵ نمره
نام طراح: زهرا صالحی		استان: مازندران		شهرستان: فریدونکنار

سوال
کانون های یک بیضی به صورت $F(3 + \sqrt{2}, 0), F'(3 - \sqrt{2}, 0)$ می باشد. اگر نقطه $A(5, 0)$ یک سر قطر بزرگ این بیضی باشد، طول قطر کوچک را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
$2c = FF' = 3 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \rightarrow c = \sqrt{2}$ A سر قطر بزرگ و نزدیک به کانون F است. پس داریم : $AF = a - c \rightarrow AF = 5 - 3 - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$ $\rightarrow a - c = 2 - \sqrt{2} \xrightarrow{c=\sqrt{2}} a - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} \rightarrow a = 2$ $\rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 2^2 - (\sqrt{2})^2 = 4 - 2 = 2 \rightarrow 2b = 2 \times 2 = 4$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: خروج از مرکز		
حیطه شناختی: دانش - درک و فهم	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: زهرا صالحی	استان: مازندران	شهرستان: فریدونکنار		

سوال
اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله کانونی تا مرکز آن ۵ باشد، خروج از مرکز بیضی را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
$2b = 24 \rightarrow \begin{cases} b = 12 \\ c = 5 \end{cases} \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} a^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow a = 13 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{5}{13}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: خروج از مرکز بیضی		
حیطه شناختی: دانش - درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵ نمره		
نام طراح: زهرا صالحی	استان: مازندران	شهرستان: فریدونکنار		

سوال
در یک بیضی قطر کوچک واسطه هندسی فاصله کانونی و قطر بزرگ است. خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} BB' = 2b \\ AA' = 2a \rightarrow 2b^2 = (2a)(2c) \rightarrow b^2 = ac \xrightarrow{b^2 = a^2 - c^2} a^2 - c^2 = ac \\ FF' = 2c \end{cases}$ همه را بر a^2 تقسیم می کنیم: $\frac{a^2}{a^2} - \frac{c^2}{a^2} = \frac{ac}{a^2} \rightarrow 1 - \frac{c^2}{a^2} = \frac{c}{a} \rightarrow 1 - e^2 = e$ $\rightarrow e^2 + e - 1 = 0 \rightarrow e = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: فاصله کانونی		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: زهرا صالحی		استان: مازندران		شهرستان: فریدونکنار

سوال
در یک بیضی محور کانونی موازی با محور x ها و نقاط $A(۹,۲)$ و $B(۴,۵)$ به ترتیب راس کانونی و راس غیرکانونی است. فاصله کانونی بیضی را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} O = (۴,۲) \\ OA = a = ۵ \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{۲۵ - ۹} = ۴ \rightarrow ۲c = ۸ \\ OB = b = ۳ \end{cases}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: خروج از مرکز بیضی		
حیطه شناختی: دانش – درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: زهرا صالحی	استان: مازندران	شهرستان: فریدونکنار		

سوال
در یک بیضی طول قطر کوچک با فاصله کانونی مساوی است. خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
$2b = 2c \rightarrow b = c \rightarrow \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} a^2 = b^2 + b^2 = 2b^2$ $\rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{2b^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: تعریف بیضی		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: زهرا صالحی	استان: مازندران	شهرستان: فریدونکنار		

سوال
مقدار ثابت یک بیضی برابر ۲۰ است و نقطه M روی آن قرار دارد. اگر حاصل ضرب فواصل نقطه M تا دو کانون بیضی مساوی ۳۶ باشد، تفاضل فاصله این نقطه تا دو کانون را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} MF + MF' = 20 \\ MF \times MF' = 36 \end{cases} \xrightarrow{MF + MF' = ?} (MF - MF')^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF'$ $= (MF + MF')^2 - 4 \times MF \times MF' = 20^2 - 4 \times 36$ $= 400 - 144 = 256 \rightarrow MF - MF' = \sqrt{256} = 16$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله کوچک ترین دایره گذرنده از دو سر قطر کوچک بیضی		
حیطه شناختی: ترکیب		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: زهرا صالحی	استان: مازندران	شهرستان: فریدونکنار		

سوال
در یک بیضی با کانون های $F(2,1), F'(2,-1)$ و طول قطر بزرگ $4\sqrt{3}$ ، معادله کوچک ترین دایره گذرنده از دو سر قطر کوچک را بیابید.

پاسخ تشریحی
$AA' = 4\sqrt{3} \rightarrow 2a = 4\sqrt{3} \rightarrow a = 2\sqrt{3}$ $2c = FF' = -1-1 = 2 \rightarrow c = 1 \xrightarrow{O = \frac{F+F}{2}} O = \begin{cases} x_O = \frac{2+2}{2} = 2 \\ y_O = \frac{-1+1}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow O = (2,0)$ $\xrightarrow{b^2 = a^2 - c^2} b^2 = (2\sqrt{3})^2 - 1^2 = 12 - 1 = 11 \rightarrow b = \sqrt{11}$ $\rightarrow (x-2)^2 + (y-0)^2 = (\sqrt{11})^2 = 11$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: خروج از مرکز بیضی		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۱ نمره
نام طراح: زهرا صالحی		استان: مازندران		شهرستان: فریدونکنار

سوال
بیضی با قطرهای ۱۰ و ۱۲ مفروض است. خروج از مرکز این بیضی را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} 2b = 10 \\ 2a = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ a = 6 \end{cases} \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} c^2 = 6^2 - 5^2 = 11 \rightarrow c = \sqrt{11}$ $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{11}}{6}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: فاصله کانونی		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۰/۵	نمره	
نام طراح: علی کامران	استان: مازندران	شهرستان: بابلسر		

سوال
جاهای خالی را با عبارت های مناسب تکمیل کنید. الف) اگر نسبت فاصله کانونی یک بیضی تا مرکزش، به فاصله رأس کانونی تا مرکزش، به عدد صفر نزدیک و نزدیک تر شود، آنگاه شکل بیضی به تبدیل خواهد شد. ب) اگر از کانون بیضی، اشعه نوری بر بدنه داخل بیضی تابیده شود، انعکاس نور از عبور می کند.

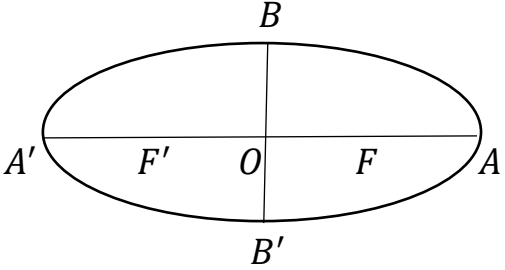
پاسخ تشریحی
الف) پاره خط ب) کانون دیگری

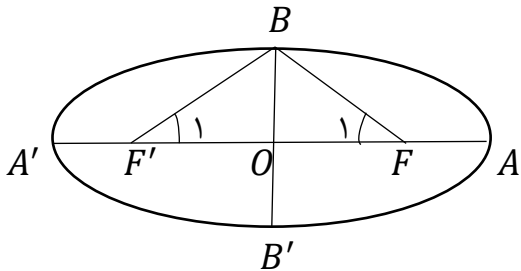
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: تعریف بیضی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۰/۲۵ نمره		
نام طراح: علی کامران	استان: مازندران	شهرستان: بابلسر		

سوال
درترسیم یک بیضی بوسیله نخ و مداد، کدام گزاره صحیح است؟ (الف) طول نخ برابر قطر کوچک بیضی است. (ب) طول نخ از قطر بزرگ بیضی کوچکتر است. (ج) طول نخ برابر با فاصله بین دو کانون بیضی است. (د) طول نخ از فاصله بین دو کانون بیضی، بزرگتر است.

پاسخ تشریحی
گزینه د صحیح می باشد. دررسم یک بیضی بوسیله نخ و مداد، همواره طول نخ از فاصله دو کانون بیضی باید بزرگتر باشد. $\Delta MFF'$ $MF + MF' > FF'$ $FF' = 2c$ و $MF + MF' = 2a$ $\Rightarrow 2a > 2c \Rightarrow a > c$ $\swarrow$ طول نخ $\searrow$ فاصله کانونی نامساوی مثلثی طبق تعریف بیضی

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره	
نام طراح: علی کامران	استان: مازندران		شهرستان: بابلسر	

سوال
در بیضی مقابل، طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه $\widehat{F'BF}$ چند رادیان است؟ الف) $\frac{2\pi}{3}$ ب) $\frac{5\pi}{6}$ ج) $\frac{3\pi}{4}$ د) $\frac{\pi}{2}$ 

پاسخ تشریحی
گزینه (الف)  طبق فرض $AA' = 2 \times BB'$ یا $2a = 2 \times 2b$ که نتیجه می شود $a = 2b$ در مثلث OBF داریم: $\sin \widehat{F_1} = \frac{OB}{BF} \rightarrow \sin \widehat{F_1} = \frac{b}{a} = \frac{b}{2b} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \sin \widehat{F}_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{F}_1 = 30^\circ \Rightarrow \widehat{F}'_1 = 30^\circ$$

در مثلث BFF' داریم:

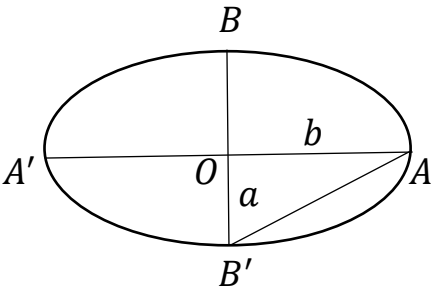
$$\begin{aligned} \widehat{F}'_1 + \widehat{FBF'} + \widehat{F}_1 &= 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + \widehat{FBF'} + 30^\circ = 180^\circ \\ &\Rightarrow \widehat{FBF'} = 120^\circ \end{aligned}$$

می دانیم :

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{120}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{2\pi}{3}$$

درس: ۳	فصل: ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: خروج از مرکز بیضی		نام درس: بیضی و سهمی		نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: کاربرد	
شهرستان: بابلسر	استان: مازندران		نام طراح: علی کامران	

سؤال				
فرض کنید AA' و BB' به ترتیب قطر بزرگ و قطر کوچک یک بیضی باشند و مثلث ABB' متساوی الاضلاع است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟				
(الف) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	(ب) $\frac{\sqrt{3}}{3}$	(ج) $\frac{2}{3}$	(د) $\frac{\sqrt{6}}{3}$	

پاسخ تشریحی	
گزینه (د) صحیح است. طبق فرض مثلث ABB' متساوی الاضلاع است.  بنابراین $BB' = AB = AB'$ می دانیم که $ BB' = 2b \quad \text{و} \quad AB = \sqrt{a^2 + b^2}$ در نتیجه $\sqrt{a^2 + b^2} = 2b \Rightarrow a^2 + b^2 = 4b^2 \Rightarrow a^2 = 3b^2$ می دانیم که $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{3b^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ e خروج از مرکز بیضی	

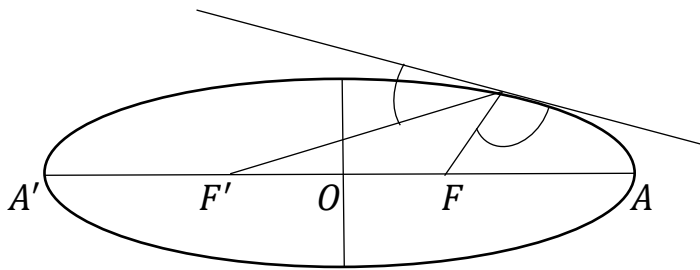
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: کانون، قطر و خروج از مرکز بیضی		
حیطه شناختی: ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵ نمره		
نام طراح: علی کامران	استان: مازندران	شهرستان: بابلسر		

سؤال
نقاط F و F' کانون ها و نقاط B و B' نقاط غیر کانونی یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{2}{3}$ می باشند. اگر طول قطر بزرگ بیضی برابر ۶ واحد باشد، مساحت چهار ضلعی $BFB'F'$ را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
$\left. \begin{aligned} AA' = 2a = 6 &\Rightarrow a = 3 \\ e = \frac{2}{3} &\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{باید} \\ \Rightarrow c = 2 \end{array}$ $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 9 + b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5}$ چهار ضلعی $BFB'F'$ لوزی است و داریم: $S_{BFB'F'} = \frac{1}{2} \times BB' \times FF'$ $S_{BFB'F'} = \frac{1}{2} \times 2b \times 2c = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2 \times 2 = 4\sqrt{5}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: تعریف بیضی		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵ نمره		
نام طراح: علی کامران	استان: مازندران	شهرستان: بابلسر		

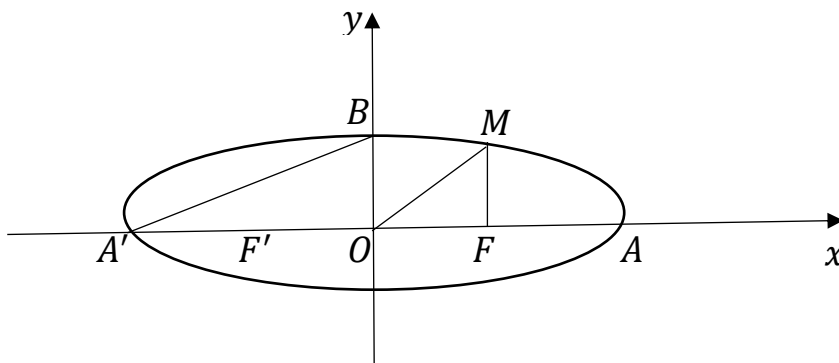
سؤال
اگر خط d بر یک بیضی با کانون های F و F' مماس باشد و M نقطه ای روی d باشد به طوری که مجموع فواصل M از کانون های F و F'، کمترین مقدار را اختیار کند. اگر $\widehat{FMF'} = 120^\circ$ باشد، زاویه حاده که پاره خط MF با خط d می سازد را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
می دانیم برای اینکه $MF + MF'$ کمترین مقدار را داشته باشد، باید نقطه M محل برخورد خط d با بیضی باشد و طبق شکل خواهیم داشت ، $\alpha = \beta$

نیم صفحه $\beta + \widehat{FMF'} + \alpha = 180^\circ$ $\alpha + \widehat{FMF'} + \alpha = 180^\circ \xrightarrow{\widehat{FMF'} = 120^\circ} 2\alpha + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ $2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

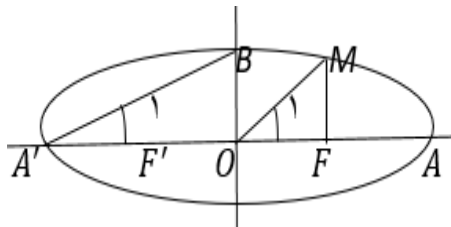
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: وتر کانونی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۵ نمره	
نام طراح: علی کامران	استان: مازندران		شهرستان: بابلسر	

سؤال

در شکل مقابل، اگر $AA' = 2a$ و $BB' = 2b$ و $FF' = 2c$ باشند، ثابت کنید که $b = c$.



پاسخ تشریحی



$$AA' = 2a \rightarrow OA' = a$$

$$BB' = 2b \rightarrow OB' = b$$

$$FF' = 2c \rightarrow OF' = c$$

می دانیم که

از طرفی می دانیم که طول وتر کانونی در بیضی برابر $\frac{2b^2}{a}$ است در نتیجه خواهیم داشت ،

$$MF = \frac{\frac{b^2}{a}}{2} = \frac{b^2}{2a}$$

همچنین بنابر قضیه خطوط موازی و مورب داریم؛

$$A'B \parallel OM \text{ مورب } AA' \Rightarrow \widehat{A'_1} = \widehat{O_1}$$

$$\stackrel{\text{لذا}}{\Rightarrow} \tan(\widehat{A'_1}) = \tan(\widehat{O_1}) \Rightarrow \frac{OB}{OA'} = \frac{MF}{OF}$$

با جایگذاری در تناسب حاصله داریم؛

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{b^2}{a}}{c} \Rightarrow \Rightarrow b \times c = a \times \frac{b^2}{a}$$

$$\Rightarrow bc = b^2 \quad \xrightarrow{b \neq 0} c = b$$

درس: ۳	فصل: ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: چگونگی ایجاد مکان سهمی در مقطع مخروطی		نام درس: بیضی و سهمی		نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی
بارم: ۰/۲۵ نمره	سطح ارزشیابی: آسان		حیطه شناختی: دانش	
شهرستان: نور		استان: مازندران		نام طراح: لیلا مقصدی

سوال
هرگاه صفحه ای با مولد مخروط موازی باشد واز راس مخروط عبور نکند در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی چه شکلی است؟ الف) نقطه ب) دو خط متقاطع ج) دایره د) سهمی

پاسخ تشریحی
گزینه د) سهمی

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: شناخت کانون - خط هادی در سهمی و ارتباط سهمی با دایره		
حیطه شناختی: ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۷۵ نمره		
نام طراح: لیلا مقصدی	استان: مازندران	شهرستان: نور		

سوال
سهمی $y = \frac{x^2}{2} - 3x + 2$ مفروض است. دایره ای به مرکز کانون سهمی رسم می کنیم که بر خط هادی سهمی مماس است. معادله دایره را بنویسید.

پاسخ تشریحی
نوشتن معادله سهمی به صورت استاندارد ۰/۵ نمره $2y = x^2 - 6x + 4 \rightarrow 2y = (x - 3)^2 - 5 \rightarrow (x - 3)^2 = 2y + 5 \rightarrow (x - 3)^2 = 2\left(y + \frac{5}{2}\right) \rightarrow s\left(3, -\frac{5}{2}\right) \quad 4a = 2$ $a = \frac{1}{2}$ و $F(3, -2)$ نوشتن راس سهمی و کانون سهمی و فاصله کانونی هر کدام ۰/۲۵ شعاع دایره $= 1$ ۰/۲۵ نمره $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$ نوشتن معادله دایره ۰/۲۵ نمره

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: شناخت فاصله کانونی و نکات مربوط به راس سهمی و انواع سهمی		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: لیلا مقصدی		استان: مازندران		شهرستان: نور

سوال
اگر خط $y = cx + d$ در راس سهمی $x^2 - 4x + my + 12 = 0$ با فاصله کانونی ۲ بر آن مماس باشد مقدار c, d را بیابید. ($m > 0$)

پاسخ تشریحی
$-my - 12 = (x - 2)^2 \rightarrow (x - 2)^2 = -m(y + \frac{12}{m}) \rightarrow 4a = m$ $a = 2, m = 12$ $(x - 2)^2 = -12(y + 1)$ (نوشتن معادله سهمی به صورت استاندارد ۰/۵ نمره و نوشتن مقدار m ۰/۲۵ نمره) چون خط در راس سهمی مماس است و راس سهمی $S(2, -1)$ است. پس معادله خط به صورت $y = -1$ خواهد بود؛ یعنی $c = 0, d = -1$ (۰/۵ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: درک فاصله راس تا کانون		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۱ نمره
نام طراح: لیلا مقصدی		استان: مازندران		شهرستان: نور

سوال
نقاط $S(۴,۶)$ و $F(۴,۵)$ به ترتیب کانون و راس سهمی است. نقطه تلاقی این سهمی با محور y ها کدام است؟

پاسخ تشریحی
$a = FS = \sqrt{(۴ - ۴)^2 + (۶ - ۵)^2} = ۱$ دهانه سهمی رو به پایین (نمره ۰/۲۵) $(x - ۴)^2 = -۴(y - ۶)$ (نمره ۰/۲۵) نوشتن معادله سهمی $x = ۰ \rightarrow y = ۲$ (نمره ۰/۲۵) محل برخورد سهمی با محور yها

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: مفهوم کوتاه ترین فاصله بین نقاط سهمی و خط هادی		
حیطه شناختی: دانش – کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: لیلا مقصدی		استان: مازندران		شهرستان: نور

سوال
اگر خطوط $y = 2$ و $x = 2$ به ترتیب محور کانونی و خط هادی یک سهمی باشند و این سهمی از نقطه $M(4.4)$ بگذرد، کوتاه ترین فاصله بین نقاط سهمی و خط هادی آن چقدر است؟

پاسخ تشریحی
کوتاهترین فاصله بین نقاط سهمی و خط هادی برابر a است فرض کنیم $F(c, 2)$ $0/25$ نمره $0/25$ نمره فاصله M تا کانون = فاصله M تا خط هادی $2 = \sqrt{(c-4)^2 + (4-2)^2} \rightarrow 4 = (c-4)^2 + 4 \rightarrow c = 4$ $F(4, 2) \rightarrow FH = 2 \rightarrow a = 1$ بدست آوردن c $0/25$ نمره بدست آوردن a $0/25$ نمره

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: مفهوم تلاقی خط هادی و محور تقارن		
حیطه شناختی: درک و فهم - کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم ۱/۷۵ نمره
نام طراح: لیلا مقصدی		استان: مازندران		شهرستان: نور

سوال
در سهمی $2(y^2 - 6y) = 3(x - 5)$ مجموع مختصات نقطه تلاقی خط هادی و محور تقارن کدام است؟

پاسخ تشریحی
$2((y - 3)^2 - 9) = 3(x - 5) \rightarrow 2((y - 3)^2) = 3x - 15 + 18$ $(y - 3)^2 = \frac{3}{2}(x + 1) \quad \text{نمره } 0.5$ $s(-1, 3). \quad 4a = \frac{3}{2} \quad a = \frac{3}{8} \quad \text{نمره } 0.25$ $\rightarrow x = \frac{-11}{8} \quad \text{معادله خط هادی} \quad \text{نمره } 0.25$ $\rightarrow y = 3 \quad \text{محور تقارن} \quad \text{نمره } 0.25$ $H\left(\frac{-11}{8}, 3\right) \quad \text{نقطه تلاقی خط هادی و محور تقارن} \quad \text{نمره } 0.25$ $H = \frac{13}{8} \quad \text{مجموع مختصات} \quad \text{نمره } 0.25$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: بازتابندگی سهمی		
حیطه شناختی: دانش – کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: لیلا مقصدی		استان: مازندران		شهرستان: نور

سوال
یک دیش مخابراتی فاصله راس تا کانون آن ۷۲ سانتی متر و قطر قاعده آن ۱۶۸ سانتی متر است. عمق این دیش مخابراتی در مرکز آن چند سانتی متر است ؟

پاسخ تشریحی
رأس این دیش را روی $S(0,0)$ قرار می دهیم : $(X)^2 = 4 \times 72 Y \rightarrow A(84, h)$ نمره ۰/۵ $(84)^2 = 4 \times 72 h \rightarrow h = 24/5$ (بدست آوردن عمق دیش ۰/۵ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: مکان هندسی در مقطع مخروطی		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۰/۵ نمره
نام طراح: اعظم مختاری		استان: مازندران		شهرستان: نوشهر

سوال			
یک سهمی با مختصات $F(3,3)$ از نقطه $M(-1,0)$ می گذرد، فاصله M از خط هادی سهمی کدام است؟			
۳ (۱)	۴ (۲)	۵ (۳)	۶ (۴)

پاسخ تشریحی
گزینه ۳ درست است. می دانیم سهمی مکان هندسی نقاطی است که فاصله آنها از کانون و خط هادی برابر است. پس کافی فاصله M از کانون F را به دست آوریم. $MF = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = 5 \quad (0/5 \text{ نمره})$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله ضمنی سهمی		
حیطه شناختی: ترکیب		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: اعظم مختاری		استان: مازندران		شهرستان: نوشهر

سوال
معادله سهمی زیر را به فرم متعارف تبدیل کنید. $3x^2 + 4y - 6x + 1 = 0$

پاسخ تشریحی
با تقسیم طرفین معادله بر ۳ ضریب x^2 را یک می نماییم و متغیر x و y را در دو طرف معادله قرار می دهیم، سپس مربع کامل می کنیم. بنابراین $x^2 - 2x = -\frac{4}{3}y - \frac{11}{3}$ (۵/۰ نمره) و در نتیجه $(x - 1)^2 = -\frac{4}{3}y - \frac{11}{3} + 1 \Rightarrow (x - 1)^2 = -\frac{4}{3}(y + 2)$ (۵/۰ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: وتر کانونی		
حیطه شناختی: دانش - ترکیب		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: اعظم مختاری		استان: مازندران		شهرستان: نوشهر

سوال
وتری از سهمی به معادله $y^2 = 4(x + y)$ که از کانون بر محور آن عمود است، قطری از دایره است. معادله این دایره را بنویسید.

پاسخ تشریحی
دایره به قطر وتر کانونی سهمی است پس کانون سهمی مرکز دایره و شعاع آن a می باشد پس : $y^2 = 4x + 4y$ با مشتق گیری نسبت به متغیر x داریم : $y = 2 \Rightarrow y = 4$ حال با جایگذاری در معادله سهمی داریم: $4 = 4(x + 2) \Rightarrow x = -1$ پس راس سهمی به صورت $S(-1, 2)$ و $a = -\frac{4}{4 \times 1} = 1$ چون سهمی افقی و رو به راست است پس : $F(-1 + 1, 2) = F(0, 2)$ (۵/۰ نمره) بنابراین معادله دایره به مرکز (۰، ۲) و شعاع ۲ به صورت $x^2 + y^2 - 4y = 0 \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 2^2$ می باشد. (۵/۰ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: نوشتن معادله سهمی		
حیطه شناختی: درک و فهم - کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: اعظم مختاری	استان: مازندران	شهرستان: نوشهر		

سوال
مکان هندسی مرکز دوایری که از نقطه $A(3,2)$ می‌گذرد و بر خط $y = -5$ مماس است را تعیین کنید.

پاسخ تشریحی
مکان هندسی مورد نظر سهمی با کانون $F(3,2)$ و خط هادی $y = -5$ است. پس: سهمی قائم و رو به بالا است و بنابراین داریم: $a = \frac{y}{p} \Rightarrow a = \frac{y}{p} \Rightarrow 2 a = 2 - (-5) = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{7}{2}$ و $F(3,2) \Rightarrow S(3, -\frac{3}{2})$ (۵/۰ نمره). حال معادله سهمی زیر را داریم: $(x-3)^2 = 4 \times \frac{7}{2} (y + \frac{3}{2}) \Rightarrow x^2 + 6x - 14y - 12 = 0$ (۵/۰ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره مماس بر خط هادی و گذرا از کانون سهمی		
حیطه شناختی: دانش - کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: اعظم مختاری		استان: مازندران		شهرستان: نوشهر

سوال
مکان هندسی مرکز دوایری که از نقطه $(2,0)$ گذشته و به خط $y = 2$ مماس هستند. محور x ها را در نقاط A و B قطع می کند. طول پاره خط AB را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
مکان هندسی مورد نظر مرکز دایره یک سهمی به کانون $F(2,0)$ و خط هادی $y = 2$ است. پس $S = (2,1)$, $2 a = 2 \Rightarrow a = -1$ (نمره ۵/۰). بنابراین معادله سهمی را نوشته و نقاط تلاقی آن را با محور xها به دست می آوریم: $(x-2)^2 = -4(y-1)$ $\Rightarrow (x-2)^2 = -4(0-1) \Rightarrow x = 4, x = 0 \Rightarrow AB = 4 - 0 = 4$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: دیش مخابراتی		
حیطه شناختی: دانش - کاربرد		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۰/۵ نمره
نام طراح: اعظم مختاری		استان: مازندران		شهرستان: نوشهر

سوال
عمق یک دیش مخابراتی در مرکز آن ۹ واحد و قطر قاعده آن ۶۰ واحد است. فاصله کانون تا رأس آن را محاسبه کنید.

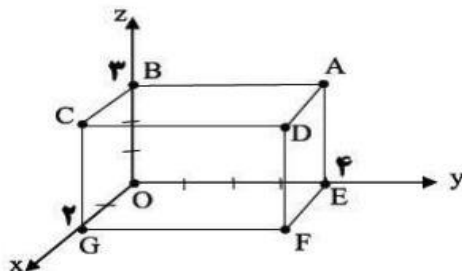
پاسخ تشریحی
$d^2 = 16 a h \Rightarrow 60^2 = 16 \times a \times 9 \Rightarrow a = 25$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۲	درس: ۳
نام فصل: آشنایی با مقاطع مخروطی	نام درس: بیضی و سهمی	مفهوم مورد ارزشیابی: بازتابندگی سهمی		
حیطه شناختی: دانش - کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: اعظم مختاری		استان: مازندران		شهرستان: نوشهر

سوال
اگر بدنه داخل سهمی $y^2 - 4y - 8x + 12 = 0$ آینه ای باشد و از نقطه $(3, 1)$ دو شعاع نورانی بر سهمی بتابانیم، بازتاب آن دو شعاع نورانی کدام است؟ (۱) موازی هم رو به بالا (۲) موازی محور سهمی (۳) موازی هم و رو به پایین (۴) متقاطع

پاسخ تشریحی
باید بررسی کنیم وضعیت نقطه $(3, 1)$ نسبت به کانون سهمی چگونه است. پس مختصات کانون سهمی را به دست می آوریم. $2y - 4 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 4 - 8 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow 8x = 8 \Rightarrow x = 1$ $\Rightarrow S(1, 2)$ پس $a = \frac{-8}{4 \times 1} = 2$ (نمره ۰/۵) بنابراین سهمی رو به راست بوده و نقطه $(3, 1)$ پایین تر از محور سهمی واقع است پس بازتاب این دو شعاع نورانی موازی و رو به بالاست. (۵/۰ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: محورهای مختصات		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

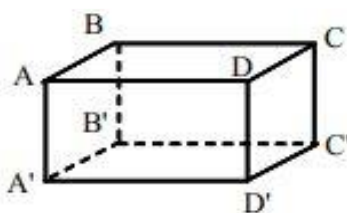
سوال
وجه های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت هایی از صفحات به معادلات $x = 0$، $x = 2$، $y = 0$، $y = 4$ و $z = 0$، $z = 3$ هستند. الف) مختصات نقطه A را مشخص کنید. ب) معادلات مربوط به یال AD و وجه $CDFG$ را بنویسید. 

پاسخ تشریحی
الف) $A(2, 4, 3)$ ب) $AD: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$ $CDFG: \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: شناخت وجه		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال

مکعب مستطیل مقابل قسمتی هایی از صفحات $x = 1$ و $x = 3$ و $y = 1$ و $y = 4$ و $z = -2$ و $z = 2$ است.



- (الف) نقطه ای روی وجه $ABCD$ بنویسید. (ب) معادلات یال $\overline{AD}$ را بنویسید.
- (ج) روابط مشخص کننده وجه D را بنویسید. (د) طول پاره خط $\overline{BD}$ را به دست آورید.
- (ه) روابط مشخص کننده $BC\overline{C'D}$ را بنویسید. (و) مختصات نقطه ای درون مستطیل را بیابید.
- (ز) روابطی را بنویسید که مشخص کننده حجم محدود شده به درون و روی سطح مکعب مستطیل را نشان دهد.

پاسخ تشریحی

- (الف) وجه $ABCD$ قسمتی از صفحه $z = 2$ است و نقطه $(3, 2, 2)$ روی آن قرار دارد.
- (ب) یال $A'D'$ تلاقی دو صفحه $x = 3$ و $z = -2$ است به طوری که عرض نقاط واقع بر آن بین ۱ و ۴ قرار دارد پس، معادلات یال $A'D'$ به صورت $\begin{cases} x = 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ z = -2 \end{cases}$ است.
- (ج) راس D تلاقی سه صفحه $x = 3$ و $y = 4$ و $z = 2$ است. پس D به مختصات $(3, 4, 2)$ است.
- (د) مختصات راس B به صورت $(1, 1, 2)$ و مختصات راس D' به صورت $(3, 4, 2)$ است. پس:
- $$\overline{BD} = \sqrt{(3-1)^2 + (4-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+9+0} = \sqrt{13}$$
- (ه) وجه $DCC'D'$ قسمتی از صفحه $y = 4$ است که طول نقاط روی آن بین ۱ و ۳ و ارتفاع نقاط روی آن بین -۲ و ۲ است. پس معادله این وجه به صورت مقابل است.
- $$\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ y = 4 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases}$$
- (و) با توجه به حدود وجه های این مکعب مستطیل نقطه $(-1, 3, 2)$ درون آن است.

و) حجم این مکعب مستطیل در رابطه $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases}$ صدق می کند.

درس: ۱	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: نقطه در فضای سه بعدی		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		نام فصل: بردارها
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط	حیطه شناختی: درک و فهم		
شهرستان: بابل		استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی	

سوال
در فضای $\mathbb{R}^3$ ، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه YOZ و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض‌اند. مختصات وسط AB را بیابید.

پاسخ تشریحی
نقطه $A = (0, 2, 3)$ و مختصات وسط AB برابر است با: $(-2, 4, 0)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		
حیطه شناختی: ارزشیابی		سطح ارزشیابی: متوسط		
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		
		شهرستان: بابل		
سوال ۴				
اگر $y = b$ معادله صفحه ای در فضای R^3 باشد که از نقطه $A = (۲, -۳, ۴)$ بگذرد، مقدار عددی b چه قدر است؟				

پاسخ تشریحی
$b = -3$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: طول بردار
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای R^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود). ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.

پاسخ تشریحی
الف) بردار $\vec{a}$ در ناحیه ۵ واقع است. ب) $2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1) \Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: خط و بردار		
حیطه شناختی: ترکیب	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۰/۵ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضا در نظر می گیریم، کدام ها روی خط $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟

پاسخ تشریحی
نقاط A و B ؛ زیرا در این دو نقطه $y = 2$ و $z = 1$ می باشد.

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: نمودار		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ در فضای $\mathbb{R}^3$ چه شکلی است و چه ارتباطی با نمودار $x = 0$ دارد؟

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ محور y ها است. معادله $x=0$ معادله صفحه yz که شامل محور y ها است.

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله صفحه		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) معادله صفحه ای را بنویسید که از نقطه $A = (2, 3, 4)$ بگذرد و با صفحه xOy موازی باشد. ب) معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ مربوط به کدام محور است؟ پ) در فضای R^3، نقطه A به طول ۲ روی محور طولها و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض اند. مختصات وسط AB را بیابید.

پاسخ تشریحی
الف) $z=4$ (ب) محور zها پ) نقطه $A = (2, 0, 0)$ و مختصات وسط AB برابر است با: $(-1, 3, \frac{-3}{2})$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: طول بردار		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
اگر $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - k$ و $\vec{b} = (2, 1, 1)$ دو بردار در $\mathbb{R}^3$ باشند، آن گاه مطلوبست محاسبه: الف) مختصات $2\vec{a} - 3\vec{b}$ ب) طول بردار $-\vec{a} + 2\vec{b}$ ج) طول بردار $\frac{\vec{a}}{ \vec{a} }$

پاسخ تشریحی
الف) $2\vec{a} - 3\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2k - 6\vec{i} - 3\vec{j} - 3k = \vec{j} - 5k = (0, 1, -5)$ ب) $-\vec{a} + 2\vec{b} = -(3\vec{i} + 2\vec{j} - k) + 2(2, 1, 1) = (-3, -2, 1) + (4, 2, 2) = (1, 0, 3)$ ج) $\vec{a} = \sqrt{9 + 4 + 1} = \sqrt{14}$ $\frac{\vec{a}}{ \vec{a} } = \frac{3\vec{i} + 2\vec{j} - k}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}}(3, 2, -1) \Rightarrow \left \frac{\vec{a}}{ \vec{a} } \right = \frac{1}{\sqrt{14}}\sqrt{9 + 4 + 1} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{14}} = 1$

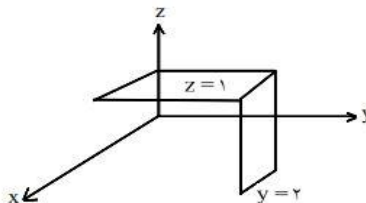
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله صفحه		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
چهار نقطه $A(2, 1, 3)$ و $B(-1, 1, 3)$ و $C(2, -1, 3)$ و $D(-1, -1, 3)$ در دستگاه مختصات $\mathbb{R}^3$ را در نظر بگیرید. معادلات مشخص کننده سطح محدود به چهار ضلعی $ABCD$ را بنویسید.

پاسخ تشریحی
نقاط A و B و C و D دارای ارتفاع برابر ۳ هستند پس این نقاط در صفحه $z = 3$ قرار دارند. از طرف دیگر دو نقطه A و B در صفحه $y = 1$ و دو نقطه C و D در صفحه $y = -1$ و نقاط A و C در صفحه $x = 2$ و نقاط B و D در صفحه $x = -1$ واقع اند. پس معادلات مشخص کننده سطح محدود به چهار ضلعی $ABCD$ به صورت زیر است. $\begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 1 \\ z = 3 \end{cases}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: نمودار		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ چه شکلی است و بر کدام صفحه مختصات عمود است؟

پاسخ تشریحی
نمودار مربوط به $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ از تلاقی دو صفحه $y = 2$ و $z = 1$ تشکیل شده است. صفحه $y = 2$ موازی با صفحه xz و صفحه $z = 1$ موازی با صفحه xy است. پس تلاقی این دو صفحه خطی است موازی محور xها و این خط بر صفحه yz عمود است. 

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: ترسیم نمودار		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال

شکل کلی مربوط به رابطه $x + y \leq 1$ و $x \geq y$ و $y \geq -1$ را ترسیم کنید.

پاسخ تشریحی

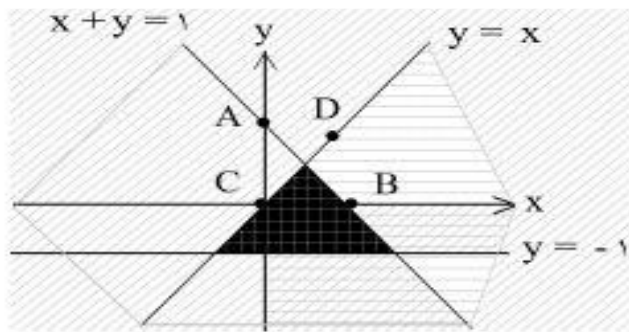
ابتدا خطوط $x + y = 1$ و $x = y$ و $y = -1$ را رسم می کنیم.

برای این کار دو نقطه از هر خط را انتخاب می کنیم.

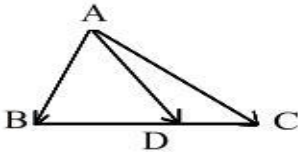
پس $x + y \leq 1$ ناحیه هاشور خورده $///$ است و $x \geq y$

ناحیه هاشور خورده $===$ است و $y \geq -1$ ناحیه بالای خط $y = -1$ است.

پس شکل مربوط به رابطه خواسته شده قسمت مشترک مثلث می باشد.



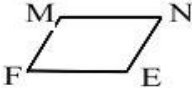
درس: ۱	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: اثبات		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		نام فصل: بردارها
بارم: ۱/۵ نمره	سطح ارزشیابی: دشوار		حیطه شناختی: کاربرد	
شهرستان: بابل		استان: مازندران		نام طراح: مسعود منعمی

سوال
اگر نقطه D طوری بر ضلع BC از مثلث ABC قرار گیرد که $DB = 2DC$ باشد، آن گاه ثابت کنید $\vec{AD} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{2}{3} \vec{AC}$ 

پاسخ تشریحی
با توجه به رابطه $DB = 2DC$ به رابطه برداری $\vec{BD} = 2\vec{DC}$ می‌رسیم. به جای $\vec{BD}$ مساوی آن $\vec{AD} - \vec{AB}$ و به جای $\vec{DC}$ مساوی آن $\vec{AC} - \vec{AD}$ را قرار می‌دهیم. $\vec{BD} = 2\vec{DC} \Rightarrow \vec{AD} - \vec{AB} = 2(\vec{AC} - \vec{AD}) \Rightarrow$ $3\vec{AD} = 2\vec{AC} + \vec{AB} \Rightarrow \vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AB}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: متوازی الاضلاع		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
اگر نقاط $M \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$ ، $E \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ ، $N \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{vmatrix}$ رؤس متوازی الاضلاع $MNEF$ باشند، آن گاه مختصات نقطه F را به دست آورید؟

پاسخ تشریحی
چهار ضلعی $MNEF$ متوازی الاضلاع است در صورتی که $M + E = N + F$ داریم:  $\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{vmatrix} + F \Rightarrow F \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{vmatrix}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: جمع و تفریق		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
اگر $\vec{a} = (2, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, 4, 1)$ آن گاه مطلوبست محاسبه: (۱) $\vec{a} + \vec{b}$ (۲) $\frac{\vec{a}}{ \vec{a} }$ (۳) $2\vec{a} - 3\vec{b}$

پاسخ تشریحی
(۱) $\vec{a} + \vec{b} = (5, 3, 3)$ (۲) $\vec{a} = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3 \Rightarrow \frac{\vec{a}}{ \vec{a} } = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (۳) $2\vec{a} - 3\vec{b} = 2(2, -1, 2) - 3(3, 4, 1) = (-5, -14, 1)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: اثبات
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
فرض کنید a و b دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید: $ a + b ^2 + a - b ^2 = 2(a ^2 + b ^2)$

پاسخ تشریحی
$ a + b ^2 + a - b ^2 = (a + b) \cdot (a + b) + (a - b) \cdot (a - b)$ $= a \cdot a + 2a \cdot b + b \cdot b + a \cdot a - 2a \cdot b + b \cdot b = 2a \cdot a + 2b \cdot b = 2(a ^2 + b ^2)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: طول میانه		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
نقاط $A(1, 2, 1)$ و $B(3, 1, 4)$ و $C(1, 5, 2)$ سه راس مثلث ABC هستند. طول میانه AM را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی
$M = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}, \frac{z_B + z_C}{2} \right) = (2, 3, 3)$ $ AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2}$ $= \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 2)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{6}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: اثبات		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
فرض کنید a و b دو بردار غیر صفر باشند. ثابت کنید اگر a بر b عمود باشد، آن گاه $ a + b ^2 = a ^2 + b ^2$.

پاسخ تشریحی
$a + b \Rightarrow a \cdot b = 0$ $ a + b ^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a ^2 + 2a \cdot b + b ^2 = a ^2 + b ^2$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: اثبات
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
برای هر دو بردار a و b ثابت کنید: $ a + b \leq a + b $

پاسخ تشریحی
$ a + b ^2 = a ^2 + b ^2 + 2a \cdot b$ $\leq a ^2 + b ^2 + 2 a b $ $\Rightarrow a + b ^2 \leq (a + b)^2 \Rightarrow a + b \leq a + b $

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: زاویه بین دو بردار		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵	نمره	
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
در صورتی که $\vec{a} = (-1, -\sqrt{2}, 1)$ باشد، زاویه هایی که این بردار با محورهای مختصات می سازد را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
$ \vec{a} = 2 \quad \cos \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ \quad , \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \beta = 135^\circ$ $\cos \gamma = \frac{1}{2} \Rightarrow \gamma = 60^\circ$

درس: ۱	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: تصویر قائم		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		نام فصل: بردارها
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: دشوار		حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	
شهرستان: بابل		استان: مازندران		نام طراح: مسعود منعمی

سوال
اگر نقاط M و N به ترتیب تصاویر قائم نقطه $A(3, -4, 2)$ بر صفحات xOZ و yOZ باشند، طول MN را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی
$M(3, 0, 2), N(0, -4, 2) \rightarrow MN = \sqrt{9 + 16 + 0} = 5$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: اثبات
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره	
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
فرض کنید دو بردار a و b بر هم عمود باشند، ثابت کنید: $ a - b ^2 = a ^2 + b ^2$

پاسخ تشریحی
$a \perp b \Rightarrow a \cdot b = 0$ $ a - b ^2 = a ^2 + b ^2 - 2(a \cdot b) = a ^2 + b ^2$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: محیط		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
محیط مثلث ABC را با فرض $A = (-1, 0, 0)$ ، $B = (2, 0, \sqrt{7})$ ، $C = (3, \sqrt{2}, \sqrt{7})$ پیدا کنید.

پاسخ تشریحی
کافیست طول اضلاع AB و AC و BC را به دست آورده و جمع کنیم. $\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{9 + 0 + 7} = \sqrt{16} = 4 \\ AC &= \sqrt{16 + 2 + 7} = \sqrt{25} = 5 \\ BC &= \sqrt{1 + 2 + 0} = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} \Delta_{ABC} \text{ محیط} = 4 + 5 + \sqrt{3} = 9 + \sqrt{3}$

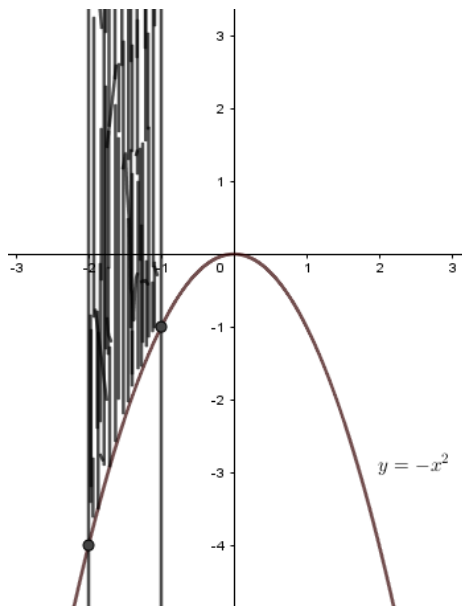
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: تشخیص سطوح در دستگاه مختصات	
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۰/۷۵ نمره
نام طراح: حدیقه حق شناس		استان: مازندران		شهرستان: آمل

سوال

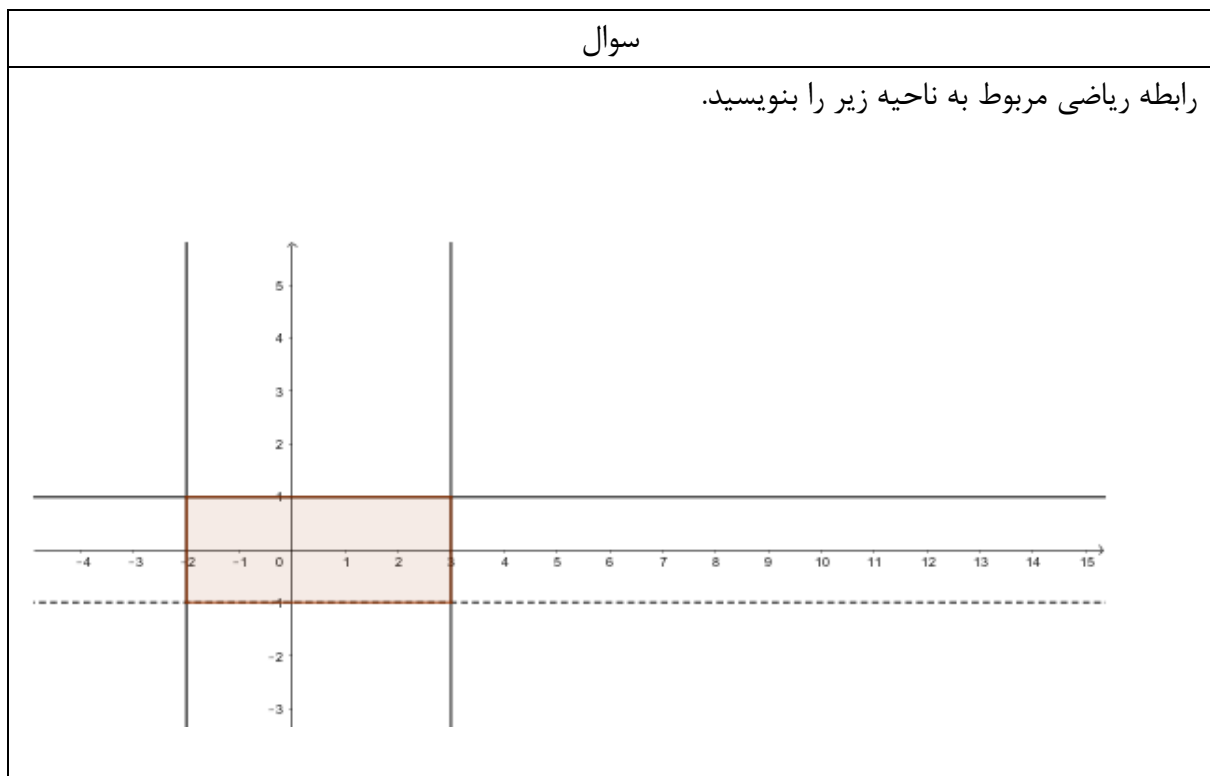
ناحیه ای از صفحه $\mathbb{R}^2$ را مشخص کنید که در رابطه زیر صدق کند.

$$x^2 + y > 0 \quad \text{و} \quad -2 \leq x \leq -1$$

پاسخ تشریحی



کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: تعیین حدود جواب‌ها در دستگاه مختصات		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۰/۵	نمره
نام طراح: حدیقه حق‌شناس	استان: مازندران	شهرستان: آمل		



پاسخ تشریحی
$-2 \leq x \leq 3 \quad \text{و} \quad -1 < y \leq 1$

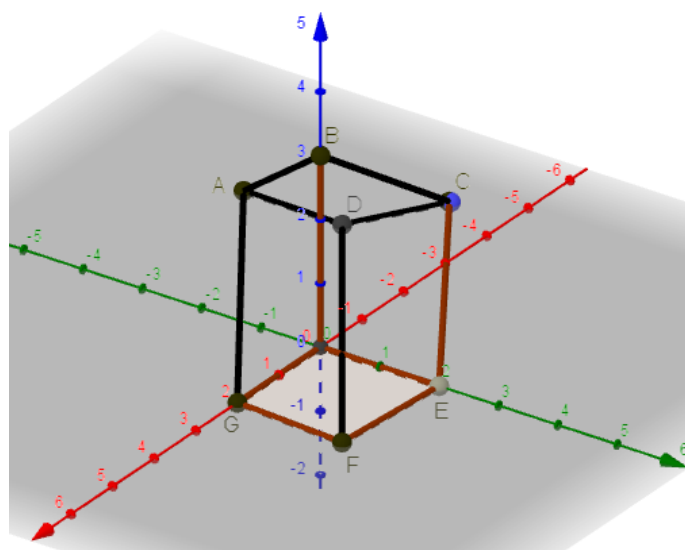
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: شناخت ناحیه‌ها در $\mathbb{R}^3$		
حیطه شناختی: دانش - درک و فهم		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۱ نمره
نام طراح: حدیقه حق‌شناس		استان: مازندران		شهرستان: آمل

سوال
به سؤالات زیر پاسخ کوتاه بدهید (راه حل مد نظر نیست). الف) نقطه $A(-a^2, 7, \sqrt{b})$ که در آن b عدد مثبتی است، در کدام ناحیه واقع است؟ ب) اگر نقطه $M(a^2 - 1, a + 2, 3 - a)$ در ناحیه هفتم فضای $\mathbb{R}^3$ باشد، حدود a را مشخص کنید.

پاسخ تشریحی
الف) ناحیه ۲ ب) تهی (چون سه بازه زیر اشتراک ندارند مجموعه جواب a، تهی است.) $\left\{ \begin{array}{l} a^2 - 1 < 0 \rightarrow -1 < a < 1 \\ a + 2 < 0 \rightarrow a < -2 \\ 3 - a < 0 \rightarrow a > 3 \end{array} \right\}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله و فاصله‌ها در $\mathbb{R}^3$		
حیطه شناختی: درک و فهم - کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: حدیقه حق شناس	استان: مازندران	شهرستان: آمل		

سوال



در مکعب مستطیل مقابل،

الف) معادله وجه $ADFG$ را بنویسید.

ب) مختصات نقطه ای را بیابید که روی هیچ کدام از وجه ها نباشد.

پ) معادله یال DF را بیابید.

ت) طول قطر AE را بدست آورید.

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 5 \end{cases} \quad \text{الف)}$$

$$M(1, 1, 1) \quad \text{ب)}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ 0 \leq z \leq 5 \end{cases} \quad \text{پ)}$$

$$A(2, 0, 5) \text{ و } E(0, 2, 0) \quad \text{ت)}$$

$$AE = \sqrt{(2-0)^2 + (0-2)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{33}$$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: مختصات وسط پاره خط و طول پاره خط		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۰/۵	نمره
نام طراح: حدیقه حق شناس	استان: مازندران	شهرستان: آمل		

سوال
اگر نقاط $A(2, 1, 5)$ و $B(3, 4, -2)$ و $C(-1, 2, 0)$ سه راس مثلث ABC باشد، طول میانه نظیر راس A را بیابید.

پاسخ تشریحی
$M = \left(\frac{3-1}{2}, \frac{4+2}{2}, \frac{-2+0}{2} \right) = (1, 3, -1)$ $A(2, 1, 5) \rightarrow AM = \sqrt{1+4+36} = \sqrt{41}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: وضع نقاط در $\mathbb{R}^3$		
حیطه شناختی: دانش - درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: حدیقه حق شناس		استان: مازندران		شهرستان: آمل

سوال
اگر $A(m + n \text{ و } n + 1 \text{ و } m - 2)$ روی محور Z ها باشد، آنگاه نقطه $B(m + n + 1 \text{ و } n + 2 \text{ و } m)$ روی کدام یک از محورها یا صفحه های مختصاتی واقع است؟

پاسخ تشریحی
$\left. \begin{array}{l} m - 2 = 0 \rightarrow m = 2 \\ n + 1 = 0 \rightarrow n = -1 \end{array} \right\} \rightarrow B = (2, 0, 0) \text{ روی محور } x \text{ ها}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: بردارها و اندازه آن	
حیطه شناختی: دانش – درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: حدیقه حق شناس		استان: مازندران		شهرستان: آمل

سوال
اگر $\vec{u} = 2i + 3j - mk$ و $\vec{v} = (0, 1, 3)$ ، آنگاه مقدار m را طوری پیدا کنید که طول بردار $\vec{u} - \vec{v}$ برابر ۳ باشد.

پاسخ تشریحی
$\vec{u} = (2, 3, -m) \quad \text{و} \quad \vec{v} = (0, 1, 3) \rightarrow \vec{u} - \vec{v} = (-1, 2, -m-3)$ $ \vec{u} - \vec{v} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-m-3)^2} = 3 \rightarrow (m+3)^2 = 4$ $\rightarrow m = -3 \text{ و } -1$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: جمع بردارها		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: حدیقه حق شناس	استان: مازندران	شهرستان: آمل		

سوال
اگر $\vec{a} = (2, 1, -2)$ و $\vec{b} = (0, 3, 0)$ باشد، برداری پیدا کنید که در راستای نیمساز زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد.

پاسخ تشریحی
چون دو بردار هم‌اندازه هستند، هر ضربی از جمع دو بردار، مورد نظر است. $ \vec{a} = \vec{b} = 3$ $\vec{a} + \vec{b} = (2, 4, -2)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: قرینه‌یابی		
حیطه شناختی: دانش - درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: حدیقه حق‌شناس		استان: مازندران		شهرستان: آمل

سوال
قرینه نقطه $A(2, 3, 5)$ نسبت به نقطه $B(1, 2, 1)$ روی کدام صفحه قرار می‌گیرد؟

پاسخ تشریحی
$x_{\hat{A}} = 2x_B - x_A = 0 \text{ و } y_{\hat{A}} = 2y_B - y_A = 1 \text{ و } z_{\hat{A}} = 2z_B - z_A = -3$ $\rightarrow (0, 1, -3)$ این نقطه روی صفحه YOZ قرار دارد.

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: قرینه‌یابی و تصویر نقاط		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۰/۵ نمره
نام طراح: حدیقه حق‌شناس		استان: مازندران		شهرستان: آمل

سوال
کدام گزینه در مورد نقطه $A(2, 3, 5)$ درست نیست؟ (۱) تصویر A روی محور zها نقطه $(0, 3, 0)$ است. (۲) تصویر A روی صفحه $x = 3$ نقطه $(3, 3, 5)$ است. (۳) قرینه نقطه A نسبت به محور zها نقطه $(-2, -3, 5)$ است. (۴) قرینه نقطه A نسبت به صفحه $x = 0$ نقطه $(2, -3, 5)$ است.

پاسخ تشریحی
گزینه ۴

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: مشخص کردن ناحیه در فضا با شرایط موجود		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۰/۵	نمره
نام طراح: مهدی پاکزاد	استان: مازندران	شهرستان: رامسر		

سوال
در چند ناحیه از فضای $\mathbb{R}^3$ ، عرض نقاط موجود منفی و ارتفاع آن مثبت است ؟ الف) ۱ ب) ۲ ج) ۴ د) ۶

پاسخ تشریحی
گزینه (ب) نقطه مورد نظر را به صورت $A(x, y, z)$ در نظر می گیریم. طبق فرض باید $z > 0$ ، $y < 0$ ، باشد؛ یعنی y و z هر کدام یک حالت دارند. اما x می تواند مثبت یا منفی باشد. (۰/۲۵ نمره) طبق اصل ضرب $2 \times 1 \times 1 = 2$ ناحیه با شرایط داده شده داریم. (۰/۲۵ نمره)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: ویژگی اندازه مجموع و تفاضل دو بردار		
حیطه شناختی: درک و فهم - کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۰/۵ نمره
نام طراح: مهدی پاکزاد		استان: مازندران		شهرستان: رامسر

سوال
۴ - کدامیک از نامساوی های زیر همواره نادرست است ؟ الف) $\vec{a} - \vec{b} \leq \vec{a} + \vec{b}$ ب) $\vec{a} - \vec{b} \leq \vec{a} - \vec{b}$ ج) $\vec{a} - \vec{b} \geq \vec{a} - \vec{b}$ د) $\vec{a} + \vec{b} \leq \vec{a} + \vec{b}$

پاسخ تشریحی
گزینه ج) زیرا همواره داریم : $ \vec{a} - \vec{b} \leq \vec{a} \pm \vec{b} \leq \vec{a} + \vec{b} \quad (۰/۵ \text{ نمره})$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: بررسی رابطه و نمودار مربوط به آن در فضای سه بعدی		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: مهدی پاکزاد	استان: مازندران	شهرستان: رامسر		

سوال
معادله $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ چه شکلی در فضای سه بعدی است؟ این شکل را با جمله ای مناسب توصیف کنید.

پاسخ تشریحی
رابطه $x = 1$ صفحه ای است عمود بر محور xها که از نقطه $A(1, 0, 0)$ می گذرد (۰/۲۵) و $y = 2$ نیز صفحه ای است عمود بر محور yها که از نقطه $B(0, 2, 0)$ می گذرد (۰/۲۵) فصل مشترک این دو صفحه یک خط راست است، این خط موازی با محور zها می باشد، (۰/۲۵) پس $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ خطی موازی محور zها است که صفحه xoy را در نقطه $B(1, 2, 0)$ قطع می کند. (۰/۲۵)

درس: ۱	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
نام فصل: بردارها		نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$		مفهوم مورد ارزشیابی: مجموع دو بردار به روش تحلیلی
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۲۵ نمره
نام طراح: مهدی پاکزاد		استان: مازندران		شهرستان: رامسر

سوال
فرض کنید $\vec{u} = (-3, 2)$ و $\vec{v} = (4, -1)$ و $\vec{w} = (8, 3)$ باشند. اسکالرهایی c و d را طوری بیابید که $c\vec{u} + d\vec{v} = \vec{w}$.

پاسخ تشریحی
$c(-3, 2) + d(4, -1) = (8, 3) \quad (۰/۲۵)$ $(-3c + 4d, 2c - d) = (8, 3) \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} -3c + 4d = 8 \\ 2c - d = 3 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ d = 5 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: بردارهای یکه و طول بردار		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱/۵ نمره
نام طراح: مهدی پاکزاد	استان: مازندران	شهرستان: رامسر		

سوال
اگر $\vec{a} = 3i - j + tk$ و $\vec{b} = (2, 1, 0)$ ، آنگاه مقدار t را طوری بیابید که طول بردار $\vec{a} - \vec{b}$ برابر ۳ شود؟

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} \vec{a} = 3i - j + tk \\ \vec{b} = 2i + j \end{cases} \Rightarrow \vec{a} - \vec{b} = i - 2j + tk \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) $ \vec{a} - \vec{b} = \sqrt{5 + t^2} \quad (۰/۲۵)$ $\sqrt{5 + t^2} = 3 \quad (۰/۲۵)$ $t^2 = 4 \rightarrow t = \pm 2 \quad (۰/۵)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: رابطه بین دو نقطه و مختصات بردار در فضا		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۲ نمره
نام طراح: مهدی پاکزاد		استان: مازندران		شهرستان: رامسر

سوال
فرض کنید $A(۸, ۸, ۷)$ و $B(۲, -۱, -۵)$ و $C(۴, ۲, -۶)$ و $D(۸, ۸, ۲)$. با استفاده از بردارها نشان دهید چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه است.

پاسخ تشریحی
با توجه به اینکه دوزنقه یک چهار ضلعی است که فقط دو ضلع مقابل آن موازی می باشد ، بنابراین باید نشان دهیم دو ضلع مقابل این چهار ضلعی موازی و دو ضلع دیگر غیر موازی هستند. $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (-۶, -۹, -۱۲) \quad \cdot/۲۵ \\ \overrightarrow{CD} = (۴, ۶, ۸) \quad \cdot/۲۵ \end{array} \right. \Rightarrow \frac{-۶}{۴} = \frac{-۹}{۶} = \frac{-۱۲}{۸} = \frac{-۳}{۲} \quad \cdot/۲۵ \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \quad \cdot/۲۵$ $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AD} = (۰, ۰, -۵) \quad \cdot/۲۵ \\ \overrightarrow{BC} = (۲, ۳, -۱) \quad \cdot/۲۵ \end{array} \right. \Rightarrow \frac{۰}{۲} = \frac{۰}{۳} \neq \frac{-۵}{-۱} \quad \cdot/۲۵ \Rightarrow \overrightarrow{AD} \nparallel \overrightarrow{BC} \quad \cdot/۲۵$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: بردارهای یکه و معادلات صفحات گذرنده از محورها و جمع بردارها		
حیطه شناختی: دانش - درک و فهم	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۰/۷۵ نمره		
نام طراح: فرشاد جباری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) بردار $\vec{a} = (-1, 5, 3)$ بر حسب بردارهای یکه $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ به صورت می باشد. ب) نمودار مربوط به معادله $x = 0$ در فضای R^3، تمام نقاط صفحه می باشد. ج) حاصل $\vec{AO} + \vec{AB} + \vec{OB}$ برابر است.

پاسخ تشریحی
الف) $-\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}$ ب) yz ج) جواب برابر $2\vec{AB}$ است . $\vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB} \quad ۰/۲۵$ $(\vec{AO} + \vec{OB}) + \vec{AB} = 2\vec{AB} \quad ۰/۲۵$

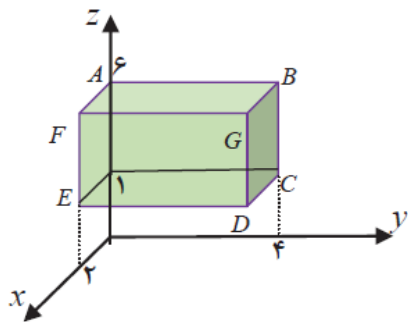
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: مشخص کردن مکان بردار و بدست آوردن فاصله نقطه از محور		
حیطه شناختی: درک و فهم - کاربرد	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۰/۷۵	نمره	
نام طراح: فرشاد جبّاری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف) اگر نقطه $(k \text{ و } a^2 \text{ و } 1) A$ در ناحیه پنجم باشد آنگاه $k > 0$ است . ب) بردار $\vec{b} = (4, -2, 3)$ در ناحیه چهارم از فضای R^3 قرار دارد. ج) فاصله نقطه $A(1, 2, 3)$ از محور x ها برابر $\sqrt{13}$ است.

پاسخ تشریحی
الف) نادرست ب) درست ج) درست، $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: طریقه بدست آوردن معادلات مختلف در فضای سه بعدی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: فرشاد جباری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
با توجه به شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) معادله وجه $FGDE$ را بنویسید. ب) معادله یال AF را بیابید. پ) مختصات راس G را تعیین کنید.



پاسخ تشریحی
الف) $FGDE: \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 1 \leq z \leq 6 \end{cases}$ ب) $AF: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 0 \\ z = 6 \end{cases}$ پ) $G(2, 4, 6)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: چگونگی محاسبه طول در فضای سه بعدی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: فرشاد جباری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
نقاط $A(1, -2, 5)$ و $B(0, 4, -1)$ و $C(4, 2, 3)$ سه راس مثلثی در فضای R^3 هستند. طول میانه AM را به دست آورید.

پاسخ تشریحی
$M\left(\frac{0+4}{2}, \frac{4+2}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) \rightarrow M(2, 3, 1)$ $\rightarrow AM = \sqrt{(2-1)^2 + (3+2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{42}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: طریقه بدست آوردن طول در فضای سه بعدی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۰/۷۵	نمره	
نام طراح: فرشاد جباری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
اگر $\vec{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ باشد، طول بردار $\vec{AB}$ را به دست آورید.

پاسخ تشریحی
$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (-1, 1, 1) - (1, -3, 1) = (-3, 4, 0) \rightarrow \vec{AB} = \sqrt{9 + 16} = 5$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: چگونگی استفاده از جمع و تفاضل بردارها در مسائل		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۰/۷۵	نمره	
نام طراح: فرشاد جبّاری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
$\vec{a}$, $\vec{b}$ دو بردار غیر صفر هستند و $\vec{a} + \vec{b}$ بر $\vec{a} - \vec{b}$ عمود است. در این صورت بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

پاسخ تشریحی
$\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطرهای متوازی الاضلاع بنا شده بر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ می باشند. اگر قطرهای یک متوازی الاضلاع بر هم عمود باشند، آن شکل لوزی است و اضلاع آن با هم برابرند. پس $\vec{a} = \vec{b}$.

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۱
نام فصل: بردارها	نام درس: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	مفهوم مورد ارزشیابی: طریقه بدست آوردن طول بردار در فضای سه بعدی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۲۵	نمره	
نام طراح: فرشاد جباری	استان: مازندران	شهرستان: سیمرغ		

سوال
اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = (1, -1, 1)$ دو بردار در فضای R^3 باشند، حاصل $\frac{ \vec{a}-2\vec{b} }{ \vec{a}+2\vec{b} }$ را به دست آورید.

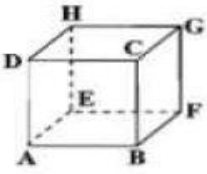
پاسخ تشریحی
$\vec{a} - 2\vec{b} = (0, 5, -1) \rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = \sqrt{0 + 25 + 1} = \sqrt{26}$ $\vec{a} + 2\vec{b} = (4, 1, 3) \rightarrow \vec{a} + 2\vec{b} = \sqrt{16 + 1 + 9} = \sqrt{26}$ $\rightarrow \frac{ \vec{a}-2\vec{b} }{ \vec{a}+2\vec{b} } = 1$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط	حیطه شناختی: دانش		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
اگر داشته باشیم $ a - b = ۳ b $, $ a = ۲b $ ، آنگاه $a . b$ بیابید؟

پاسخ تشریحی
$ a - b ^۲ = ۹ a ^۲ \Rightarrow a ^۲ + b ^۲ - ۲a . b = ۹ b ^۲ \Rightarrow ۴ b ^۲ + b ^۲ - ۲a . b = ۹ b ^۲$ $\Rightarrow -۲ a . b = ۴ b ^۲ \Rightarrow a . b = -۲ b ^۲$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
در مکعب مقابل، طول هر یال برابر یک واحد است. حاصل $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{HB}$ چقدر است؟ 

پاسخ تشریحی
زاویه بین دو قطر مکعب $\frac{1}{3} \cos^{-1} \theta$ است. (قضیه کسینوس ها) چون در اینجا زاویه بین HB و AG منفرد است پس: $\Rightarrow \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AG} \overrightarrow{HB} \cos \theta = (a\sqrt{3})^2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -a^2 = -1$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		نام فصل: بردارها
بارم: ۱/۵ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	
شهرستان: بابل		استان: مازندران		نام طراح: مسعود منعمی

سوال
دو نقطه ثابت $A = (1, -1, 2)$ و $B = (3, 1, -2)$ مفروض اند. نقطه متغیر M را در فضا طوری در نظر می گیریم که $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AM} = 3$ باشد، فاصله نقطه M از نقطه $(2, 0, 0)$ را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
$M = (x, y, z)$: نقطه‌ی متغیر $\overrightarrow{AM} = (x - 1, y + 1, z - 2), \overrightarrow{BM} = (x - 3, y - 1, z + 2)$ $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 3 \Rightarrow (x - 1, y + 1, z - 2) \cdot (x - 3, y - 1, z + 2) = 3$ $\Rightarrow (x^2 - 4x + 3) + (y^2 - 1) + (z^2 - 4) = 3$ $\Rightarrow x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 5 \Rightarrow (x - 2)^2 - 4 + y^2 + z^2 = 5$ $\Rightarrow (x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 9$ عبارت $(x - 2)^2 + y^2 + z^2$ برابر مجذور فاصله بین دو نقطه $M = (x, y, z)$ و $N = (2, 0, 0)$ از هم/است پس: $MN ^2 = 9 \Rightarrow MN = 3$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		نام فصل: بردارها
بارم: ۱/۵ نمره	سطح ارزشیابی: دشوار		حیطه شناختی: کاربرد	
شهرستان: بابل		استان: مازندران		نام طراح: مسعود منعمی

سوال
سه بردار $V_1 = (1, -1, a)$ و $V_2 = (2, b, 1)$ و $V_3 = (c, 3, 2)$ دو به دو عمود هستند. $a + b + c$ را بیابید؟

پاسخ تشریحی
حاصل ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم صفر است، پس داریم: $V_1 \cdot V_2 \Rightarrow (1, -1, a) \cdot (2, b, 1) = 0 \Rightarrow 2 - b + a = 0$ $V_2 \cdot V_3 = 0 \Rightarrow (2, b, 1) \cdot (c, 3, 2) = 0 \Rightarrow 2c - 3b + 2 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 2a + c = 3 \\ 3b + 2c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 2b = 4 \\ 2a + c = 3 \\ 3b + 2c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + c = 7 \\ 3b + 2c = -2 \end{cases}$ $\Rightarrow -b = -16 \Rightarrow b = 16, c = -25, a = 14$ بنابراین $a + b + c = 16 - 25 + 14 = 5$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: عمود بودن بردار		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار عمود بر هم باشند و $\vec{a} = (0, -\sqrt{2}, 2m)$ و $2\vec{b} + 3\vec{a} = (0, -\sqrt{2}, 2m)$ و $2\vec{b} - 3\vec{a} = (1, m, 2)$ باشد، $ m $ را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
اگر بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار عمود بر هم باشند در این صورت طول بردار تفاضل و بردار مجموع یعنی $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ با هم برابر است. به طور کلی اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار عمود بر هم باشند، $ m\vec{a} + n\vec{b} = m\vec{a} - n\vec{b} $ است. $\Rightarrow 2 + 4m^2 = 5 + m^2 \Rightarrow 3m^2 = m^2 = 1 \Rightarrow m = 1$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		مفهوم مورد ارزشیابی: زاویه بردارها
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
اگر α زاویه بین دو بردار $a = (-3, 2, 1)$ و $b = (1, 0, -1)$ باشد، $\tan \alpha$ بیابید؟

پاسخ تشریحی
$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{ a b } = \frac{-3 + 0 - 1}{\sqrt{14} \sqrt{2}} = \frac{-4}{2\sqrt{7}} = -\frac{2}{\sqrt{7}}$ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\frac{4}{7}} = \frac{7}{4} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: زاویه بردارها	
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره	
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران	شهرستان: بابل	

سوال
بردار $\vec{a} = (-1, \alpha, 1)$ با محور Z در فضا زاویه 45° درجه می سازد. اگر $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ و زاویه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور Z ها، θ باشد، مقدار $\cos \theta$ را بدست آورید.

پاسخ تشریحی
زاویه بین بردار a و محور Z ها همان زاویه بین a و بردار $\vec{k}$ است. $\cos 45^\circ = \frac{\vec{a} \cdot \vec{k}}{ \vec{a} \vec{k} } \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{(-1, \alpha, 1) \cdot (0, 0, 1)}{\sqrt{1 + \alpha^2 + 1} \sqrt{1}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + 2}}$ پس $a = (-1, 0, 1)$ بنابراین: $\vec{a} + \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 0 & 1 \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 2 \end{vmatrix} = -\frac{2}{3}i - \frac{2}{3}j$ $\cos \theta = \frac{(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{k}}{ \vec{a} \times \vec{b} \vec{k} } = \frac{-\frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9}} \times 1} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها			
حیطه شناختی: ترکیب		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۱ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}(-1, 2, -1)$ قائمه و ضرب خارجی این دو بردار برابر $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ باشد، بردار $\vec{a}$ چه مختصاتی دارد؟

پاسخ تشریحی
با توجه به نمودار زیر، به شرح زیر داریم: $\vec{a}(x, y, z) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (-y - 2z) \\ -(-x + z) \\ (2x + y) \end{vmatrix}$ از طرف دیگر: $\begin{cases} y + 2z = -1 \\ x - z = 1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ در ضمن داریم: $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow -x + 2y - z = 0$ پس: $\begin{cases} y = 1 - 2x \\ z = x - 1 \end{cases} \Rightarrow -x + 2(1 - 2x) - (x - 1) = 0 \Rightarrow -x + 2 - 4x - x + 1 = 0$ $\Rightarrow -6x = -3 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \\ z = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \left(\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2} \right)$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب خارجی		
حیطه شناختی: ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
اگر a و b و c سه بردار غیر صفر باشند خلاصه شده $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot ((\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} - \vec{a}))$ را بیابید؟

پاسخ تشریحی
$ \begin{aligned} & (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} - \vec{a}) \\ &= (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c} - \vec{b} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{a}) \\ &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) - \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) + \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) \\ &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 2\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \end{aligned} $

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب خارجی		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
بردارهای $\vec{a} = (-1, \alpha, 2)$ و $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ در فضا مفروض اند. اگر بردار $(\vec{a} \times \vec{b})$ موازی بردار $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ باشد. مقدار α را بدست آورید؟

پاسخ تشریحی
چون $a \cdot b$ یک عدد است پس بردار $(a \cdot b)(a \times b)$ مضرب $a \times b$ است پس $(a \cdot b)(a \times b)$ موازی بردار $\vec{c}$ است، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی $\vec{c}$ باشد. پس ابتدا $a \times b$ را به دست می آوریم. $a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & \alpha & 2 \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 2 \end{vmatrix} = \left(2\alpha - \frac{4}{3}\right)i - \left(-2 + \frac{8}{3}\right)j + \left(-\frac{2}{3} + \frac{4\alpha}{3}\right)k$ چون $(\vec{a} \times \vec{b}) \parallel \vec{c}$ است پس مختصات آن ها نظیر به نظیر متناسبند. $\vec{a} \times \vec{b} = \left(2\alpha - \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3} + \frac{4\alpha}{3}\right), \vec{c} = (-1, 1, -1)$ $(\vec{a} \times \vec{b}) \parallel \vec{c} \Rightarrow \frac{2\alpha - \frac{4}{3}}{-1} = \frac{-\frac{2}{3}}{1} = \frac{-\frac{2}{3} + \frac{4\alpha}{3}}{-1}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 1 \\ \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} + \frac{4\alpha}{3} \Rightarrow \frac{4\alpha}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$ بنابراین به ازای $\alpha = 1$ شرط سوال برقرار است.

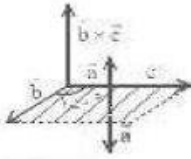
کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب خارجی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: مسعود منعمی	استان: مازندران	شهرستان: بابل		

سوال
به ازای کدام مقدار m سه بردار $\vec{a} = (m, -1, 2)$ و $\vec{b} = (2, -1, 2)$ و $\vec{c} = (-1, 3, 5)$ در تساوی $\vec{a} \times \vec{b} + (\vec{b} \times \vec{c}) + (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{0}$ صدق می کنند؟

پاسخ تشریحی
طرفین فرض را در $\vec{a}$ ضرب داخلی می کنیم: $(\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{b} \times \vec{c}) + (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{0}$ $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{a} \cdot \vec{0}$ $\Rightarrow 0 + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + 0 = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ $\begin{vmatrix} m & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m(-11) + 1(12) + 2(5) = 0 \Rightarrow -11m = -22$ $\Rightarrow m = 2$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: زاویه بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط	حیطه شناختی: دانش		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
اگر اندازه بردارهای a ، b و c به ترتیب ۲، ۲ و ۴ و زاویه بین دو بردار b و c برابر ۱۵۰° درجه و بردار a عمود بر صفحه دو بردار b و c باشد، حاصل $ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times (\vec{c} - \vec{b})) $ چه قدر است؟

پاسخ تشریحی
 $ \begin{aligned} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times (\vec{c} - \vec{b})) &= \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c} - \vec{b} \times \vec{b}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = a \cdot (b \times c) \\ &= a b \times c \cos 180^\circ = a b c \sin 150^\circ \cos 180^\circ \\ &= \left 2 \times 2 \times 4 \times \frac{1}{2} \times (-1) \right = +8 \end{aligned} $

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب خارجی	
حیطه شناختی: ترکیب		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۱/۵ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
اگر $A = (3, 1, 0)$ و $B = (1, -1, 1)$ و $C = (2, -1, 0)$ سه راس مثلث ABC باشند، آن گاه طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این مثلث چقدر است؟

پاسخ تشریحی
ابتدا مساحت مثلث ABC را محاسبه می نماییم. داریم: $\overrightarrow{AB} = (-2, -2, 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = (2, -1, 2)$ $\overrightarrow{BC} = (1, 0, -1)$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 1 + 4} = \frac{3}{2}$ $ BC = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ اگر AH، ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آن گاه: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2} AH \times \sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

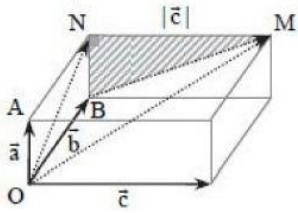
درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب خارجی	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط	حیطه شناختی: ترکیب		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
بین سه بردار a، b و c به ترتیب با اندازه های ۵، ۴ و ۳، رابطه $a + b + c = 0$ برقرار است. مساحت چهارضلعی ای که روی دو بردار b و c ساخته می شود را بیابید.

پاسخ تشریحی
$a + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -a \Rightarrow b + c ^2 = -a ^2$ $\Rightarrow b ^2 + c ^2 + 2b \cdot c = a ^2 \Rightarrow 4^2 + 3^2 + 2b \cdot c = 5^2$ $\Rightarrow 2b \cdot c = 0 \Rightarrow b \cdot c = 0 \Rightarrow b \perp c$ چهارضلعی ساخته شده روی b و c مستطیل است. پس: $S = b \times c = b c \sin \frac{\pi}{2} = 4 \times 3 \times 1 = 12$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب مختلط	
حیطه شناختی: ارزشیابی		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۱ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
سه بردار به طول های $ \vec{a} = 1$ و $ \vec{b} = 2$ و $ \vec{c} = 3$ دو به دو بر هم عمودند. حجم شکل حاصل از سه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ و $\vec{b}$ بدست آورید؟

پاسخ تشریحی
مطابق شکل سه بردار دو به دو عمود بر هم تشکیل مکعب مستطیل می دهند. داریم:  $\vec{OM} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{ON} = \vec{a} + \vec{b}$ بنابراین شکل حاصل از سه بردار $\vec{OM}$ و $\vec{ON}$ و $\vec{OB}$ هرمی به قاعده مثلث BMN و ارتفاع OB می باشد، داریم: $V = \frac{1}{3} \times \vec{b} \times \frac{ \vec{BN} \times \vec{c} }{2} = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1 \times 3}{2} = 1$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب مختلط	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱/۵ نمره	سطح ارزشیابی: دشوار	حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
با سه بردار $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{k}$ ، $\vec{b} = \vec{j} + 3\vec{k}$ و $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j}$ یک متوازی السطوح ساخته ایم. بیشترین فاصله دو وجه مقابل این متوازی السطوح را بیابید؟

پاسخ تشریحی
بیش ترین فاصله دو وجه مقابل در یک متوازی السطوح، ارتفاع وارد بر وجهی با مینیمم مساحت است. $S_1 = \vec{a} \times \vec{b} = \sqrt{161}$ $S_2 = \vec{a} \times \vec{c} = \sqrt{21}$ $S_3 = \vec{b} \times \vec{c} = 7$ $h_{max} = \frac{ \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) }{ \vec{a} \times \vec{c} } \longrightarrow h_{max} = \frac{14}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

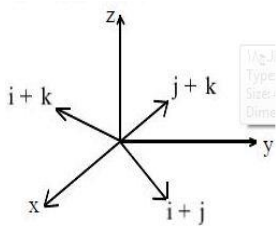
درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب مختلط	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱/۵ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط	حیطه شناختی: کاربرد		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
اگر $\vec{a} = (1, -1, p)$، $\vec{c} = (4, 0, -1)$ و $\vec{d} = (-3, 1, -1)$ یک متوازی السطوح ساخته شده با سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر حجم متوازی السطوح ساخته شده با سه بردار $\vec{b}$، $\vec{c}$ و $\vec{d}$ باشد، مقدار p بدست آورید؟

پاسخ تشریحی
$\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2(0 + 1) - 1(-4 - 3) = 9$ $2 \text{ و } 1 \text{ از } \Rightarrow -4p - 3 = 9 \Rightarrow \begin{cases} 4p + 3 = 9 \\ 4p + 3 = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \frac{3}{2} \\ p = -3 \end{cases}$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب مختلط	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱ نمره	سطح ارزشیابی: متوسط	حیطه شناختی: ترکیب		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار واقع بر نیمسازهای سه صفحه xoy، yaz و zox به ترتیب با طول های $\sqrt{2}$، $2\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$ با مولفه های غیرمنفی ساخته می شود، چند واحد مکعب است؟

پاسخ تشریحی
نیمسازهای این صفحه ها بردارهای $a_1 = i + j$ و $b_1 = j + k$ و $c_1 = i + k$ می باشند و اما طول آن ها همگی مضرب $\sqrt{2}$ است. برای این منظور که طول آن ها $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$ شود اولی را در ۱ و دومی را در ۲ و سومی را در ۳ ضرب می کنیم.

$\left. \begin{array}{l} a = i + j \\ b = 2j + 2k \\ c = 3i + 3k \end{array} \right\} \rightarrow V = a \cdot (b \times c) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 6 = 12$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب مختلط	
حیطه شناختی: دانش			سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره
نام طراح: مسعود منعمی		استان: مازندران		شهرستان: بابل

سوال
اگر سه بردار $(2, a, 1)$ و $(b, 2, 4)$ و $(2, 1, c)$ یال های یک مکعب مستطیل باشند، حجم آن بیابید؟

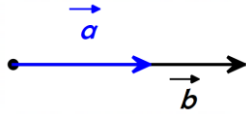
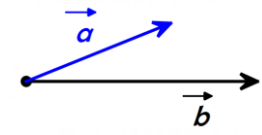
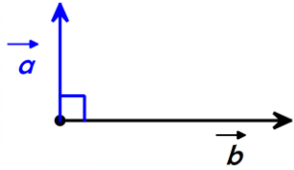
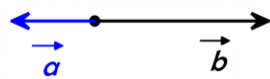
پاسخ تشریحی
توجه داشته باشید چون سه یال مکعب سه بردار هستند هر سه در مبدا همرسند، پس یال های مکعب مستطیل دوجه دو عموداند. $(2, a, 1) \cdot (b, 2, 4) = 0 \Rightarrow 2b + 2a + 4 = 0$ $(2, a, 1) \cdot (2, 1, c) = 0 \Rightarrow 4 + a + c = 0$ $(b, 2, 4) \cdot (2, 1, c) = 0 \Rightarrow 2b + 2 + 4c = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ a + c = -4 \\ b + 2c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 2 \\ b + 2c = -1 \end{cases} \Rightarrow 3c = -3 \Rightarrow c = -1, b = 1, a = -3$ ضرب مختلط سه بردار $= \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2(-6) + 3(-9) + 1(-3) = -42$ حجم $= -42 = 42$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب مختلط	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	نام فصل: بردارها		
بارم: ۱/۵ نمره	سطح ارزشیابی: دشوار	حیطه شناختی: کاربرد		
شهرستان: بابل	استان: مازندران	نام طراح: مسعود منعمی		

سوال
بر روی سه بردار $a = 2\vec{i} - \vec{j}$, $b = \vec{j} + 3\vec{k}$, و $c = 4\vec{i} - \vec{k}$ یک متوازی السطوح ساخته شده است. اگر قاعده این متوازی السطوح را بردارهای a و b تشکیل دهند، ارتفاع متوازی السطوح بدست آورید؟

پاسخ تشریحی
$(\vec{a} \times \vec{b}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-3, -6, 2)$ مساحت قاعده‌ی متوازی السطوح $S = \vec{a} \times \vec{b} = \sqrt{9 + 36 + 4} = \sqrt{49} = 7$ حجم متوازی السطوح $V = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = (4, 0, -1) \cdot (-3, -6, 2) = -12 - 2 = 14$ $v = S \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{ \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) }{ \vec{a} \times \vec{b} } = \frac{14}{7} = 2$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۱/۲۵	نمره
نام طراح: محمدمهدی غفوری	استان: مازندران	شهرستان: قائم شهر		

سوال	
هر یک از شکل‌های سمت راست را فقط به یک عبارت مناسب در سمت چپ وصل کنید.	
	(۱)
	(۲)
	(۳)
	(۴)
	(۵)
$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ (الف)	
$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ (ب)	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (پ)	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a b $ (ت)	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = - a b $ (ث)	

پاسخ تشریحی
(۱) به (ت)
(۲) به (الف)
(۳) به (پ)
(۴) به (ث)
(۵) به (ب)

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		نام فصل: بردارها
بارم: ۱/۲۵ نمره	سطح ارزشیابی: آسان		حیطه شناختی: درک و فهم	
شهرستان: قائم شهر		استان: مازندران	نام طراح: محمدمهدی غفوری	

سوال	
اگر θ زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، هر یک از عبارت‌های سمت راست را فقط به یک عبارت مناسب در سمت چپ وصل کنید.	
$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ (الف)	$\theta = 0$ (۱)
$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ (ب)	$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ (۲)
$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (پ)	$\theta = \frac{\pi}{2}$ (۳)
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a b $ (ت)	$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ (۴)
$\vec{a} \cdot \vec{b} = - a b $ (ث)	$\theta = \pi$ (۵)

پاسخ تشریحی
(۱) به (ت)
(۲) به (الف)
(۳) به (پ)
(۴) به (ب)
(۵) به (ث)

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: زاویه بین دو بردار		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط		
نام طراح: محمدمهدی غفوری	استان: مازندران	شهرستان: قائم شهر		

سوال
زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (1, -2, 3)$ و $\vec{b} = (-3, 4, 2)$ کدام است؟ (۱) تند (حاده) (۲) باز (منفرجه) (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

پاسخ تشریحی
گزینه ۲ $\cos \theta = \frac{a \cdot b}{ a b } = \frac{-3 - 8 + 6}{ a b } = \frac{-5}{ a b } \Rightarrow \cos \theta < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

درس: ۲	فصل: ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	کتاب: هندسه (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی		نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها		نام فصل: بردارها
بارم: ۲ نمره	سطح ارزشیابی: دشوار		حیطه شناختی: ترکیب	
شهرستان: قائم شهر		استان: مازندران	نام طراح: محمدمهدی غفوری	

سوال
اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ و $ \vec{a} = 3$ ، $ \vec{b} = 5$ و $ \vec{c} = 7$. زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را حساب کنید.

پاسخ تشریحی
$ \vec{c} ^2 = \vec{c} \cdot \vec{c} = (-a - b)(-a - b) = \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow \quad (۱ \text{ نمره})$ $49 = 9 + 25 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{15}{2} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$ $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{\frac{15}{2}}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \quad (۵/۰ \text{ نمره})$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: ضرب داخلی و خارجی		
حیطه شناختی: دانش		سطح ارزشیابی: آسان		بارم: ۱ نمره
نام طراح: محمدمهدی غفوری		استان: مازندران		شهرستان: قائم شهر

سوال
درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید: ۱. ضرب داخلی دو بردار خاصیت جابه‌جایی دارد. ☐ ۲. حاصل ضرب خارجی دو بردار عمود بر هم برابر بردار صفر است. ☐ ۳. از $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ نتیجه می‌گیریم که $\vec{b} = \vec{c}$. ☐ ۴. اگر $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ آنگاه $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{b}$. ☐

پاسخ تشریحی
۱. درست ۲. نادرست ۳. نادرست ۴. درست

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: خواص ضرب خارجی		
حیطه شناختی: ترکیب		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۲ نمره
نام طراح: محمدمهدی غفوری		استان: مازندران		شهرستان: قائم شهر

سوال
مقادیر m, n, p را طوری مشخص کنید که تساوی زیر برقرار باشد. $(\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}) \times (2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}) = m(\vec{a} \times \vec{b}) + n(\vec{b} \times \vec{c}) + p(\vec{c} \times \vec{a})$

پاسخ تشریحی
$(\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}) \times (2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}) =$ $2(\vec{a} \times \vec{a}) + 3(\vec{a} \times \vec{b}) - 4(\vec{a} \times \vec{c}) - 4(\vec{b} \times \vec{a}) - 6(\vec{b} \times \vec{b}) + 8(\vec{b} \times \vec{c}) + 6(\vec{c} \times \vec{a}) + 9(\vec{c} \times \vec{b}) - 12(\vec{c} \times \vec{c}) =$ $3(\vec{a} \times \vec{b}) - 4(\vec{a} \times \vec{c}) - 4(\vec{b} \times \vec{a}) + 8(\vec{b} \times \vec{c}) + 6(\vec{c} \times \vec{a}) + 9(\vec{c} \times \vec{b}) =$ $3(\vec{a} \times \vec{b}) + 4(\vec{c} \times \vec{a}) + 4(\vec{a} \times \vec{b}) + 8(\vec{b} \times \vec{c}) + 6(\vec{c} \times \vec{a}) - 9(\vec{b} \times \vec{c}) =$ $7(\vec{a} \times \vec{b}) - (\vec{b} \times \vec{c}) + 10(\vec{c} \times \vec{a}) \Rightarrow m=7, n=-1, p=10 \quad (0.75 \text{ نمره})$

کتاب: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	فصل: ۳	درس: ۲
نام فصل: بردارها	نام درس: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	مفهوم مورد ارزشیابی: خواص ضرب خارجی		
حیطه شناختی: ترکیب		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۲ نمره
نام طراح: محمدمهدی غفوری	استان: مازندران	شهرستان: قائم شهر		

سوال
دو بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ مفروض اند. ثابت کنید $\vec{a} \perp \vec{a} \times \vec{b}$

پاسخ تشریحی
فرض: $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ حکم: $\vec{a} \perp \vec{a} \times \vec{b}$ باید ثابت کنیم که $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ (۰/۲۵ نمره) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = a_1(a_2b_3 - a_3b_2) + a_2(a_3b_1 - a_1b_3) + a_3(a_1b_2 - a_2b_1) =$ (۱/۵ نمره) $\underline{a_1a_2b_3} - \underline{a_1a_3b_2} + \underline{a_2a_3b_1} - \underline{a_2a_1b_3} + \underline{a_3a_1b_2} - \underline{a_3a_2b_1} = 0$ (۰/۲۵ نمره)