



نمونه سوالات فصل های

۱ و ۲ و ۳

هندسه ۳

به کوشش: مرتضی معینی



بهار ۹۹

گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه دو کرج

ردیف	
۱	عبارات زیر را تعریف کنید: الف) ماتریس مربعی ب) ماتریس سطری پ) ماتریس ستونی ت) ماتریس ستونی ث) ماتریس قطری ج) ماتریس اسکالر ح) تساوی بین دو ماتریس خ) ماتریس همانی
۲	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}$ ماتریسی 3×4 باشد به طوری که برای $i = j$ داشته باشیم $a_{ij} = 7$ و برای $i > j$ داشته باشیم $a_{ij} = i + j$ و برای $i < j$ داشته باشیم $a_{ij} = i^2$ در این صورت ماتریس A را با درایه هایش مشخص کنید.
۳	اگر دو ماتریس زیر مساوی باشند، $x + y + z$ را بیابید. $A = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$
۴	اگر دو ماتریس $A = [2i - j]_{2 \times 2}$ ، $B = \begin{bmatrix} x+2y & 0 \\ 3 & x+y \end{bmatrix}$ با هم برابر باشند مقدار $x - y$ را بیابید.
۵	ماتریس های $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت های زیر تعریف شده اند. حاصل $2A - 3B$ را بدست آورید. $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i < j \\ 1 & i = j \\ j-i & i > j \end{cases}, \quad b_{ij} = \text{Max}\{i, j\}$
۶	برای دو ماتریس زیر $B \times A, A \times B$ را بدست آورید. $2) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad 1) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ $3) A = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$
۷	اگر A یک ماتریس مربع مرتبه ۲ باشد بطوری که $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = A \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، A را بیابید.
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل A^v, A^r, A^z را بیابید.
۹	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a, b را طوری بدست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.

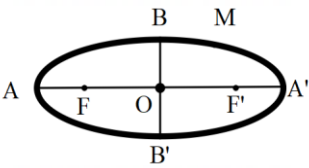
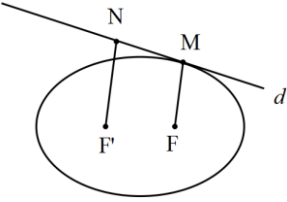
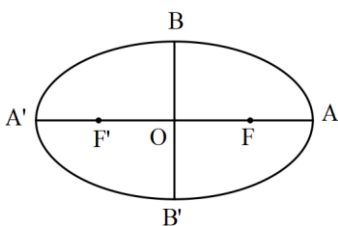
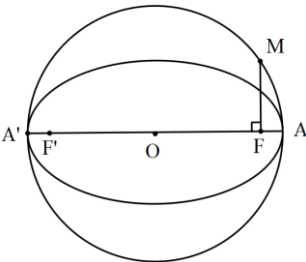
۱۰	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ به صورت زیر معرفی شده باشند، ابتدا A و B را با درایه هایشان بنویسید و سپس $A \times B$ و $B \times A$ را به دست آورید.
	$a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}, \quad b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j + 2 & i < j \end{cases}$
۱۱	اگر $A = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}$ ماتریسی قطری باشد و B ماتریسی 3×3 و دلخواه باشد در این صورت ماتریس $A \times B$ را تشکیل دهید. چه نتیجه ای می گیرید.
۱۲	اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ مفروض باشد. حاصل A^3 را بدست آورید. چه نتیجه ای می گیرید.
۱۳	اگر $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ x & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 14$ باشد، مقدار x چقدر است؟
۱۴	ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس $A^T - A^F$ را محاسبه کنید.
۱۵	اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $-2A \times X = \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ ماتریس X را تعیین کنید.
۱۶	اگر A, B دو ماتریس مربعی و هم مرتبه باشند و بین این دو ماتریس رابطه زیر برقرار باشد آنگاه نشان دهید این دو ماتریس تعویض پذیرند. $(A - B)(A + B) = A^T - B^T$
۱۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} m & n \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$ داشته باشیم $AB = BA$ ، در اینصورت مقادیر n, m را محاسبه کنید.
۱۸	ماتریسهای $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ در رابطه $(A - B)(A + B) = A^T - B^T$ صدق می کنند. حاصل عبارت $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix} [x \ 2 \ y]$ را بیابید.
۱۹	اگر A, B, C سه ماتریس غیر صفر باشند و r یک عدد حقیقی غیر صفر باشد، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را بررسی کنید. الف) $AB = AC \Rightarrow B = C$ (ب) ب) $A = \bar{0} \vee B = \bar{0} \Rightarrow AC = \bar{0}$ (ت) ج) $(A + B)^T = A^T + 2AB + B^T$

۲۰	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -6 \\ 3 & 2 & 9 \\ -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ حاصل A^{-1} را پیدا کنید.
۲۱	وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ را بدست آورید.
۲۳	دستگاه های زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید. ۱) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 7x + 4y = 15 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$
۲۴	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از A^{-1} را بیابید.
۲۵	اگر $(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، درایه a_{21} در ماتریس A^2 چه عددی است.
۲۶	دستگاه معادلات $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ را به روش استفاده از ماتریس وارون حل کنید.
۲۷	ثابت کنید وارون هر ماتریس منحصر بفرد است.
۲۸	از دیدگاه هندسی معادله دو مجهولی را بررسی کنید و از طریق آن در مورد حل معادله دو مجهولی به روش ماتریس وارون شروط داشتن جواب را بیان کنید.
۲۹	به ازای چه مقادیری از k دستگاه زیر یک دسته جواب منحصر به فرد است. $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$
۳۰	روی وجود و عدم وجود و تعداد جوابهای دستگاه های زیر بحث کنید. ۱) $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ -2x - 6y = 1 \end{cases}$ ۳) $\begin{cases} -2x + 3y = 2 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases}$
۳۱	بدون حل کردن دستگاه $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 6x + 3y = 1 \end{cases}$ درباره تعداد جوابهای آن تحقیق کنید.
۳۲	به ازای چه مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} 5x + (m-1)y = -m \\ 5x + 6y = 5 \end{cases}$ جواب ندارد.
۳۳	دترمینان ماتریس های زیر را محاسبه کنید. ۱) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ۲) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

۳۴	خواص دترمینان را بیان کنید. الف) دترمینان ماتریس حاصل ضرب $ A \times B = A B $ و تعمیم آن $ A^n = A ^n$ اثبات کنید. ب) اگر دو سطر یا دو ستون ماتریسی برابر باشد دترمینان آن پ) اگر یک سطر یا یک ستون ماتریس در عددی غیر صفر ضرب شود دترمینان آن در ت) اگر یک ماتریس $n \times n$ در عددی غیر صفر ضرب شود دترمینان آن ث) دترمینان هر ماتریس قطری برابر س) دترمینان ماتریس مربعی صفر، است.
۳۵	اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ در این صورت $ A^2 $ را به دست آورید.
۳۶	ماتریس $A_{3 \times 3}$ مثال بزنید که در معادله $2 A ^2 + 5 A - 7 = 0$ صدق کند.
۳۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه $ A^2 $ را پیدا کنید.
۳۸	مقدار دترمینان ماتریس $A_{3 \times 3}$ برابر -2 می باشد، دترمینان ماتریس $-5A$ چقدر است.
۳۹	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ داده شده اند، دترمینان ماتریس $B^T A$ را بدست آورید.
۴۰	$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند حاصل $ AB + 2 A+B $ را تعیین کنید.
۴۱	کامل کنید: الف) اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A برابر است با ب) اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ x + y - m = 0 \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، مقدار m برابر است با
۴۲	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & A \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ A A + A$ را بدست آورید.
۴۳	به ازای کدام مقدار a ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & a \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟
۴۴	اگر A, B دو ماتریس هم مرتبه وارون پذیر باشند و k یک عدد حقیقی باشد، کدام گزینه در مورد دترمینان آنها نادرست است؟

الف) $ A^{-1} = A ^{-1}$ ب) $ AB = BA $ پ) $ kA = k A $ ت) $ AB^{-1} = A B^{-1} $	
۴۵	الف) مکان هندسی را تعریف کنید. ب) مهمترین مکان های هندسی را بیان کنید: نیم ساز، عمود منصف، دایره، نقاط به فاصله k از یک خط l
۴۶	دو نقطه B, A و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از B, A به یک فاصله باشد و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.
۴۷	مکان هندسی هر یک از مجموعه نقاط زیر را مشخص کنید: الف) نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d, d' به یک فاصله باشد. ب) مرکز دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند. پ) مرکز همه دایره هایی که با شعاع ثابت r که بر خط d در صفحه مماس اند. ت) مرکز همه دایره هایی که با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه دایره مماس خارجی اند.
۴۸	نقاط D, C, B, A در صفحه مفروض اند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از B, A به یک فاصله و از D, C نیز به یک فاصله باشد.
۴۹	نقاط C, B, A در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از B, A به یک فاصله ۲ و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد.
۵۰	نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.
۵۱	هرگاه صفحه ای شامل یک محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل چه شکلی خواهد بود؟
۵۲	هرگاه دو خط l, d موازی باشد، از دوران d حول l سطحی ایجاد می شود که آن را یک سطح استوانه ای می نامیم. حال فرض کنید صفحه P ، یک سطح استوانه ای را قطع کند. در حالت های مختلف درباره سطح مقطع ایجاد شده بحث کنید.
۵۳	کامل کنید. الف) صفحه ای بر محور سطح مخروطی دوار عمود است و از رأس آن نمی گذرد، مقطع حاصل می باشد. ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع l, l' به یک فاصله اند است. پ) مکان هندسی مرکز های دایره هایی با شعاع ثابت R که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه ی این دایره، مماس خارج اند، دایره ای به مرکز O' و شعاع می باشد.
۵۴	گزینه صحیح را انتخاب کنید: الف) صفحه ای از راس یک رویه مخروطی میگذرد و هر دو رویه آن را قطع میکند. فصل مشترک حاصل کدام شکل میتواند باشد؟ ۱) خط راست ۲) دایره ۳) بیضی ۴) سهمی ب) صفحه ای بر محور رویه مخروطی عمود است مقطع حاصل کدام شکل می تواند باشد؟ ۱) سهمی یا نقطه ۲) دایره یا نقطه ۳) هذلولی ۴) دو خط متقاطع
۵۵	مکان هندسی مرکز تمام دایره هایی که از نقطه A میگذرند و شعاع آنها برابر R است را تعیین کنید.
۵۶	دو خط متقاطع d, d' و خط l در صفحه مفروضند. مکان هندسی نقاطی از خط l را بیابید که از دو خط d, d' به یک اندازه باشد. در تعداد جواب های مساله بحث کنید.

۵۷	خط d و نقطه A غیر واقع بر آن داده شده اند. نقطه ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه A به فاصله معلوم l باشد. (در باره تعداد جواب های آن بحث کنید)
۵۸	مکان هندسی مرکز دایره های را که در خارج یک دایره مفروض واقع اند و روی محیط آن می غلند تعیین کنید.
۵۹	شرایطی در معادله گسترده بیان کنید: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ (الف) معادله دایره شود. (ب) معادله نقطه شود. (پ) معادله جواب نداشته باشد.
۶۰	معادله دایره ای را بنویسید که از دو نقطه $(0, 1)$, $(3, 0)$ گذشته و معادله یک قطر آن به صورت $x - y = 2$ باشد.
۶۱	مساحت دایره ی گذرنده از نقاط $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, -3)$ را بدست آورید.
۶۲	وضعیت نسبی دو دایره به معادله ی $x^2 + y^2 = 2$, $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$ را تعیین کنید.
۶۳	اگر نقطه $A(m, m-1)$ داخل دایره ی $x^2 + y^2 = 5$ باشد، حدود m را تعیین کنید.
۶۴	مقدار m را چنان تعیین کنید که معادله ی $(m^2 - 7)x^2 + 2y^2 + 4x + m = 0$ یک دایره باشد.
۶۵	خط به معادله ی $3x - 4y - a = 0$ بر دایره ی به معادله ی $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$ مماس است، a را تعیین کنید.
۶۶	معادله دایره ای که دو نقطه $A(4, -1)$, $B(1, 2)$ دو سر قطری از آن باشند را معین کنید.
۶۷	معادله دایره ای که مرکزش نقطه $O(2, -2)$ و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 4$ مماس خارج است را بدست آورید.
۶۸	وضعیت خط $3x + 4y = 0$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ مشخص کنید.
۶۹	مرکز دایره ای بر روی نیمساز ناحیه اول است. اگر این دایره از نقطه $A(6, 3)$ بگذرد و بر خط به معادله $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن را تعیین کنید.
۷۰	اگر $x^2 + y^2 - 2x - 4y + k^2 + 1 = 0$ یک دایره باشد حدود k را مشخص کنید.
۷۱	معادله دایره ای بنویسید که نقطه $O(1, -1)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.
۷۲	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2, 0)$ باشد و از خط به معادله $4x - 3y + 7 = 0$ وترى به طول ۸ جدا کند.
۷۳	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس داخل باشد.
۷۴	وضعیت هر یک از جفت دایره های زیر را نسبت به هم مشخص کنید: (الف) $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 3$ و $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73 = 0$ (ب) $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x = 1$
۷۵	حدود a را طوری تعیین کنید که $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ بتواند معادله یک دایره باشد.
۷۶	مفاهیم زیر را تعریف کنید. (الف) بیضی (ب) سهمی
۷۷	بیضی که مجموع فواصل آن از دو کانون F, F' برابر $2a$ است را در نظر بگیرید. اگر نقطه A : (الف) درون بیضی باشد، ثابت کنید $AF + AF' < 2a$ (ب) بیرون بیضی باشد، ثابت کنید $AF + AF' > 2a$

۷۸	نقطه M روی بیضی با قطرهای ۶ و ۱۰ واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف) نشان دهید: $OM = OF = OF'$ ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم الزویه است.	
۷۹	در شکل مقابل خط d بر بیضی در نقطه M مماس شده است، اگر $NF' \parallel MF'$ باشد. ثابت کنید $NF' = MF'$	
۸۰	الف) فرض کنید $F'(-3,0), F(3,0)$ دو کانون بیضی باشند. اگر طول قطر کوچک بیضی ۸ باشد، طول قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) در بیضی زیر طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زوایه FBF' چند درجه است؟	
۸۱	قطر دایره C مانند شکل، قطر بزرگ بیضی e است و از کانون F عمودی بر AA' رسم کرده ایم تا دایره را در نقطه ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF برابر نصف قطر کوچک بیضی است.	
۸۲	مختصات کانون و خط هادی سهمی به معادله $y^2 = 2x - 4y$ را بیابید. نقاط برخورد سهمی به محورهای مختصات را بیابید.	
۸۳	مختصات کانون و خط هادی سهمی به معادله $y = 3x^2 - 6x + 1$ را بیابید.	
۸۴	مختصات کانون و خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ را بیابید.	
۸۵	معادله سهمی را بنویسید که مختصات کانون $F(2, -\frac{7}{4})$ و خط هادی $y = -\frac{5}{4}$ آن باشد.	
۸۶	سهمی به معادله $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد دایره ای رسم می کنیم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را مشخص کنید.	
۸۷	مختصات کانون و معادله سهمی با راس $A(4, 6)$ و خط هادی $x = 9$ را بیابید.	
۸۸	نقطه $A = (6 - 2m, m^2 - m, m^2 - 9)$ مفروض است. m را طوری بیابید که: الف) روی محور Oy باشد. ب) روی صفحه XOZ باشد.	
۸۹	شکل کلی مربوط به هر رابطه را در محور مختصات مشخص کنید. الف) $x = 1, -1 \leq y < 3$ ب) $y = x^2, -1 \leq x < 2$ ج) $x^2 \leq y \leq 2$ د) $-1 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 1$	

۹۰	بردار $\vec{a} = (\frac{1}{3}, 3, 2)$ را بر حسب بردارهای یکه $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ نشان دهید.
۹۱	اگر بردار $\vec{a} = (-5, 2, 3)$ باشد: الف) بردار $2\vec{a}$ را بدست آورید. ب) بردار $3\vec{a}$ را بر حسب بردارهای یکه بنویسید. پ) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر $\vec{b} = (2, 0, 3)$ بیابید.
۹۲	اگر بردار $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و بردار $\vec{b}$ به طول $\sqrt{56}$ موازی و غیر هم جهت $\vec{a}$ باشد مولفه های بردار $\vec{b}$ را بدست آورید.
۹۳	در هر یک از حالات زیر بردار خواسته شده را یافته طول آن را بدست آورید. الف) $r\vec{a} - \vec{b} = ?$, $r = 3, \vec{b} = (\sqrt{2}, 1, 1), \vec{a} = (-\frac{1}{3}, 0, 2)$ ب) $r\vec{a} + \vec{b} = ?$, $r = -1, \vec{b} = (3, 1, -1), \vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ پ) $r\vec{a} + \vec{b} = ?$, $r = \frac{1}{5}, \vec{b} = -\vec{k} + \vec{i}, \vec{a} = 5\vec{k} + \vec{j}$
۹۴	الف) ضرب داخلی بین دو بردار را تعریف کنید. ب) نشان دهید: $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} ^2$
۹۵	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2), \vec{b} = (1, -1, 0)$ را پیدا کنید.
۹۶	اگر زاویه بین دو بردار $\vec{u} = (2, -1, 1), \vec{v} = (1, 1, m)$ برابر 60° باشد مقدار m را بیابید.
۹۷	نامساوی زیر را در بردارها ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $
۹۸	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = \vec{i}$ بیابید.
۹۹	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.
۱۰۰	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, 3, 1)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (3, 2, 1)$ بیابید.
۱۰۱	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4), \vec{b} = (3, -4, 2), \vec{c} = (-1, 1, 4)$ باشند. آنگاه تصویر $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.
۱۰۲	نشان دهید که اگر دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ بر هم عمود باشند، آنگاه تصویر یکی بر امتداد دیگری بردار صفر است.
۱۰۳	نشان دهید که اگر دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ در یک راستا باشند، آنگاه تصویر $\vec{a}$ بر $\vec{b}$ برابر خود $\vec{a}$ است.
۱۰۴	بردارهای $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ در $\square$ در نظر بگیرید. حاصل $\vec{i} \times \vec{j}, \vec{j} \times \vec{k}, \vec{k} \times \vec{i}$ را بدست آورید.
۱۰۵	بردار عمود بر دو بردار $\vec{a} = (1, -3, 2), \vec{b} = (-2, 1, -5)$ پیدا کنید.
۱۰۶	دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ با هم موازی هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
۱۰۷	اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4\sqrt{3}, \vec{a} \times \vec{b} = (-3, \sqrt{6}, -1)$ زاویه بین دو بردار $\vec{a}, \vec{b}$ را بدست آورید.
۱۰۸	فرض کنید $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو بردار دلخواه باشند. ثابت کنید: $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$
۱۰۹	فرمول محاسبه حجم متوازی السطوح را بیان کنید.
۱۱۰	حجم متوازی السطوح را به دست آورید که توسط بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0), \vec{b} = (1, 0, 1), \vec{c} = (0, 1, 1)$ تولید شده است.
۱۱۱	آیا بردارهای $\vec{a} = (2, 3, -1), \vec{b} = (1, -1, 3), \vec{c} = (1, 9, -1)$ در یک صفحه اند؟

۱۱۲	فرض کنید $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بردارهایی باشند به ترتیب به طول های ۳ و ۲ و ۳ با این خاصیت که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = ?$ را محاسبه کنید.
۱۱۳	بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ مفروض اند. به طوری که $ \vec{a} = 3, \vec{b} = 26, \vec{a} \times \vec{b} = 72$ ، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.
۱۱۴	مساحت مثلثی به راسهای $A = (3, 5, 7), B = (5, 5, 0), C = (-4, 0, 4)$
۱۱۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. الف) اگر نقطه ای روی صفحه YOZ قرار داشته باشد. مختصات آن به صورت $(0, y, z)$ است. ب) ضرب خارجی دو بردار خاصیت جابجایی دارد. پ) مجموع فواصل نقطه $A = (a, a, a)$ از محورهای مختصات برابر است با $3a\sqrt{3}$
۱۱۶	در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. الف) اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ آنگاه دو بردار غیر صفر $\vec{a}, \vec{b}$ ب) اگر دو بردار برهم عمود باشند، آنگاه تصویر یکی بر دیگری برابر است با..... پ) حاصل $\vec{k} \times (\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j}))$ برابر ت) مختصات وسط دو نقطه $A = (1, 2, 1), B = (3, -2, 1)$ برابر