

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره	

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریسگویند. (ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد. (پ) در حالتی که $\frac{c}{a} = 1$ بیضی به یکتبدیل می شود. (ت) بردار $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$ در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات سه بعدیمنطبق است. (xOz , yOz , xOy)	۱
۲	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) اگر A و B دو ماتریس 3×3 دلخواه باشند آنگاه عبارت $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ همواره برقرار است. (ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است. (پ) نقطه $(2, -3)$ روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد. (ت) برای سه بردار $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ به طول های واحد روی محورهای مختصات در $\mathbb{R}^3$ ، داریم: $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$.	۱
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۱/۵
۴	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید (الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟ (ب) حاصل $ A \times B $ را به دست آورید.	۱/۷۵
۵	ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.	۱
۶	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۱/۲۵
۷	معادله دایره ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	۱/۵
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	در نقطه $A(2,3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.	۱
۹	در بیضی روبرو نقاط A, A' دو سر قطر بزرگ و نقاط F, F' کانون های بیضی هستند ثابت کنید: $AF' = AF$	۱/۲۵
۱۰	در بیضی مقابل، طول قطر کوچک $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $F'BF$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	سه می به معادله $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ را در نظر بگیرید: الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سه می را به دست آورید. ب) نمودار سه می را رسم کنید.	۲
۱۲	نقطه A به طول ۲ روی محور x ها و نقطه B روی صفحه xOz به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند. الف) مختصات نقاط A و B را مشخص کنید. ب) طول پاره خط AB را محاسبه کنید. پ) مختصات وسط پاره خط AB را به دست آورید.	۲
۱۳	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۴	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به طول های $ \vec{a} = 3$ و $ \vec{b} = 26$ و اندازه ضرب خارجی $ \vec{a} \times \vec{b} = 72$ مفروضاند. اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کمتر از 90° باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	مقدار m را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (0, m, -1)$, $\vec{c} = (1, -2, 3)$ در یک صفحه باشند.	۱
	موفق و سربلند باشید .	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهر یورماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره
۱		الف) قطری (۰/۲۵) ص ۱۲ ب) مشترک (۰/۲۵) ص ۳۶ پ) پاره خط (۰/۲۵) ص ۴۹ ت) yoz (۰/۲۵) ص ۷۳					۱
۲		الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۱ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۳۹ پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۲ ت) درست (۰/۲۵) ص ۸۱					۱
۳		$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \xrightarrow{(\cdot/5)} \begin{cases} -8+2a=0 \xrightarrow{(\cdot/25)} a=4 \quad (0/25) \\ b-3=0 \xrightarrow{(\cdot/25)} b=3 \quad (0/25) \end{cases}$ ص ۲۱					۱/۵
۴		الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. (۰/۵) ب) (۰/۵) $ A \times B = 0$ (۰/۵) $A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix}$ ص ۱۳ ص ۳۰					۱/۷۵
۵		$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(\cdot/25)} A^{-1} = 8, A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ ص ۲۳					۱
۶		$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \xrightarrow{(\cdot/25)} \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \xrightarrow{(\cdot/25)} m(m-1) = 2 \xrightarrow{(\cdot/25)} \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \quad (0/5)$ ص ۲۶					۱/۲۵
۷		از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود OH وتر AB را نصف می کند. $OH = \frac{ x+y-2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{ 0+1-2 }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/5)$ $OA^2 = OH^2 + AH^2 \xrightarrow{(\cdot/25)} OA^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{4} = R^2$ $(x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ ص ۴۳					۱/۵
« ادامه در صفحه دوم »							

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	مرکز دایره برابر است با $O(1,1)$ و $A(2,3)$ شیب خط عمود بر دایره در نقطه $A(2,3)$ برابر است با: $m_{AO} = \frac{3-1}{2-1} = 2$ $m' = -\frac{1}{m_{OA}} = -\frac{1}{2}$ شیب خط مماس بر دایره در نقطه $A(2,3)$ قرینه و برعکس شیب خط عمود است معادله خط مماس بر دایره برابر است با: $(0/25) y - 3 = \frac{-1}{2}(x - 2)$ ص ۴۵	۱
۹	نقطه A', A روی بیضی قرار دارند بنا به تعریف بیضی داریم $A'F' + A'F = 2a$ و $AF' + AF = 2a$ نتیجه می گیریم: $A'F' + A'F = AF + AF' \xrightarrow{(0/25)} A'F' + (A'F' + FF') = AF + (AF + FF')$ $\xrightarrow{(0/5)} AF = A'F'$ ص ۴۸	۱/۲۵
۱۰	در مثلث BOF داریم: $\cos \hat{OBF} = \frac{BO}{BF} \xrightarrow{BF=a, BO=b(0/25)} \cos \hat{OBF} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{(0/25)}$ $\hat{OBF} = 30^\circ (0/25) \longrightarrow F'\hat{B}F = 2\hat{OBF} = 60^\circ (0/25)$ ص ۵۸	۱/۲۵
۱۱	(الف) $y^2 - 2y + 1 = -8x - 9 + 1 \longrightarrow (y-1)^2 = -8(x+1) \xrightarrow{(0/5)} A = (-1,1), a = 2 (0/5)$ $F(-3,1) (0/25), x = 1 (0/25)$ (ب) رسم سهمی $(0/5)$ ص ۵۵	۲
۱۲	(الف) $A = (2,0,0) (0/25), B = (1,0,3) (0/25)$ (ب) $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10} (0/25)$ (پ) $M = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{0+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2} \right) (0/25)$ ص ۶۶ و ۷۶	۲
	« ادامه در صفحه سوم »	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهر یورماه سال ۱۴۰۰	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۳	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 1 + (-1)(-1) + 2 \times 0 = 3 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad \vec{b} = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$ $a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{3}{2} (1, -1, 0) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right) \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵	ص ۸۰
۱۴	روش اول: $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} \sin \theta = \frac{72}{3 \times 26} = \frac{12}{13} \quad (۰/۲۵) \longrightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{13} \quad (۰/۲۵)$ $\xrightarrow{\theta < 90} \cos \theta = \frac{5}{13} \quad (۰/۲۵) \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 30 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} 72^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 26^2 \quad (۰/۲۵)$ $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 900 \xrightarrow{(۰/۲۵)} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = \pm 30 \xrightarrow{\theta < 90} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = 30 \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵	ص ۸۴
۱۵	$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} (0, m, -1) \cdot ((3, -3, -3)) = 0$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} -3m + 3 = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} m = 1 \quad (۰/۲۵)$	۱	ص ۸۲
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید	

"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"