

ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	نام و نام خانوادگی:	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت ۵ ماه سال ۱۳۹۹ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.		
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی ..... .</p> <p>ب) در حالتی که صفحه <math>P</math> بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (<math>d</math>) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک ..... خواهد بود.</p> <p>پ) رأس سپهmi به معادله <math>x^2 + y^2 = 2x - 2y</math> نقطه به مختصات ..... است.</p> <p>ت) حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> که با هم موازی هستند، برابر بردار ..... است.</p>	۱
۲	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر برای ماتریس های متمازی <math>A</math>, <math>B</math> و <math>C</math> داشته باشیم، <math>AB=AC</math> ، آنگاه لزوماً <math>B=C</math> است</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع <math>d'</math> و <math>d</math> به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می باشد.</p> <p>پ) نقطه <math>(-2, -3)</math> روی دایره <math>x^2 + y^2 = 2x - 2y</math> قرار دارد.</p> <p>ت) برای دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> ، حاصل <math>(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0</math> است.</p>	۲
۳	<p>اگر <math>A = [a_{ij}]</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> با درآیه های <math>j</math> باشد، درآیه های <math>a_{12}, a_{31}, a_{23}</math> را</p> $a_{ij} = \begin{cases} i - j & i < j \\ 2 & i = j \\ i + j & i > j \end{cases}$ <p>به دست آورید.</p>	۰/۷۵
۴	<p>مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را از معادله زیر به دست آورید.</p> $[x \ 2] \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = [4 \ y - 2]$	۱
۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> ماتریس قطری باشد.</p> <p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری به دست آورید که <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p>	۱
۶	<p>دستگاه مقابله را با استفاده از <math>A^{-1}</math> حل کنید.</p> $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۱/۵
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	نام و نام خانوادگی:	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت ۵ ماه سال ۱۳۹۹ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	۱/۲۵
۸	نقطه $A$ و خط $d$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای را بیابید که از $A$ به فاصله ۲ سانتی متر و از خط $d$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد. بحث کنید.	۱/۵
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x + y = 3$ شامل قطراهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۱/۲۵
۱۰	وضعیت دو دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ و $x^2 + (y-1)^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۱۱	دو نقطه $A$ و $B$ مطابق شکل روی بیضی و نقاط $F$ و $F'$ کانون‌های بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دوپاره خط $AF$ و $BF'$ موازی اند.	۱
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که $(1, 2, -2)$ رأس و $(1, 2, 1)$ کانون آن باشد، وسیس معادله خط هادی آن را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضادرنظر می‌گیریم، کدام ها روی خط $y = 2$ و $z = 1$ قرار دارند؟ چرا؟	۱
۱۴	دوبعدی $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $\mathbb{R}^3$ واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	برای هر دوبعدی غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند.	۱
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 0)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ بیابید.	۱
۱۷	مساحت متوازی الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می‌آید.	۱
	موفق و سربلند باشید .	۲۰ جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ندارد (۰/۲۵) ب) بیضی (۰/۲۵) پ) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ (۰/۲۵) ت) صفر (۰/۲۵)	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۳	$a_{33} = 2(0/25), a_{31} = 3 + 1 = 4(0/25), a_{13} = 1 - 2 = -1(0/25)$	۰/۷۵
۴	$\begin{bmatrix} 2x & 4x - 2 \\ 4 & y - 2 \end{bmatrix} \underbrace{\Rightarrow}_{0/5} \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2(0/25) \\ 4x - 2 = y - 2 \Rightarrow y = 8(0/25) \end{cases}$	۱
۵	$A \times B = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}}_{0/5} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4(0/25) \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3(0/25) \end{cases}$	۱
۶	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} (0/25),  A  = 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-5) = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} (0/25), B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$ $X = \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{0/25} = A^{-1} \times B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1+40 \\ 2+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2(0/5)$	۱/۵
۷	$ A  = (4-9-4) - (-4-12+3) = -9+13 = 4 (0/25),  B  = -6 (0/25)$ $ A \times B  +  2I_2  = \underbrace{ A  \times  B  + 8 I }_{0/5} = -24 + 8 = -16$	۱/۲۵
۸	مکان هندسی نقاطی که از $A$ به فاصله ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز $A$ وشعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می کنیم (۰/۲۵) نقاطی که از خط $d$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد دو خط $d'', d'$ , $d'$ در طرفین خط $d$ و به موازات $d$ است این دو خط را رسم می کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو خط $d'', d'$ , $d'$ با دایره مطابق شکل جواب مساله است. اگر یکی از دو خط $d'$ یا $d''$ دایره را قطع کند مساله ۲ جواب دارد. اگر یکی از دو خط $d'$ یا $d''$ بر دایره مماس باشد مساله ۱ جواب دارد. اگر هیچ یک از دو خط $d'$ یا $d''$ دایره را قطع نکند مساله جواب ندارد. رسم شکل (۰/۲۵)	۱/۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۲۵	$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 & (0/25) \\ y=-1 & (0/25) \end{cases}, r = \frac{ 4(2)+3(-1)+5 }{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2 (0/5)$ <p>مرکز دایره <math>(-1, 2)</math> و شعاع آن برابر <math>r = 2</math> است. معادله دایره برابر با: <math>(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4</math> (<math>0/25</math>) است.</p>		۹
۲	$(0/5) O = (1, 0), r = 1 \quad (x-1)^2 + y^2 = 1$ $(0/5) O' = (0, 1), r' = 1 \quad x^2 + (y-1)^2 = 1$ $(0/25) r - r' = 1 \quad r + r' = 2 \quad (0/25) OO' = \sqrt{2}$ $(0/25)  r - r'  < OO' < r + r' \quad (0/25)$ <p>بنابرین دو دایره متقاطع اند (<math>0/25</math>)</p>		۱۰
۱	<p>نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم</p> $(0/25) AF + AF' = 2a \quad (1)$ $(0/25) BF + BF' = 2a \quad (2)$ $(0/25) AF = BF' \quad (\text{نتیجه می شود})$ <p>از (۱) و (۲) و فرض <math>AF = BF'</math> یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع، ضلع های رو برو موازی اند.</p> <p><math>AF \parallel BF'</math> (<math>0/25</math>)</p>		۱۱
۱/۲۵	<p>با توجه به جایگاه راس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت:</p> $a = \underbrace{4}_{0/25}$ <p>سهمی رو به پایین و</p> $y = \underbrace{6}_{0/5}$ <p>معادله خط هادی:</p> $(x-1)^2 = \underbrace{-16(y-2)}_{0/5}$		۱۲
۱	$(0/5) A, B \text{ در این دونقطه } Z = y = 1 \text{ و } Z = y = 2 \text{ می باشد.}$		۱۳
۰/۵	<p>الف) بردار <math>\vec{a}</math> در ناحیه ۵ واقع است. (<math>0/5</math>)</p>		۱۴
۱	$2\vec{a} - \vec{b} = \underbrace{(2, 2, -1)}_{0/5} \Rightarrow  2\vec{a} - \vec{b}  = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$		
۱	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \underbrace{ \vec{a}   \vec{b} }_{0/5} \underbrace{\cos \theta = 0}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{\cos \theta = 0}_{0/25} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$		۱۵
	<p>«ادامه در صفحه سوم»</p>		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \underbrace{\frac{2+1+0}{1+1+0}}_{0/5} (1, -1, 0) = \underbrace{\frac{3}{2}}_{0/25} (1, -1, 0)$		۱۶
۱	$\vec{a} \times \vec{b} = (3, 2, 1) \times (2, 0, 1) = (2, -1, -4) \quad (0/5)$ $S =  \vec{a} \times \vec{b}  = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21} \quad (0/5)$		۱۷
۲۰	مجموع نمره موفق و سربلند باشید		

" مصحح گرامی ، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "