

باسمه تعالی

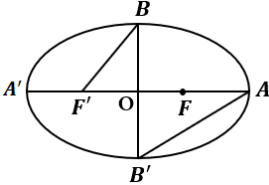
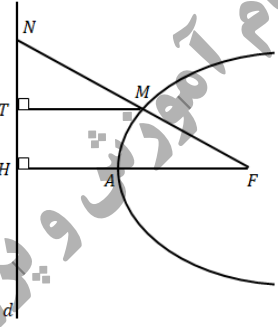
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۰/۷۵	۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -3 & & \\ & 2k-1 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$ ، مقدار k برابر است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر است.
۰/۷۵	۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس همانی و $A^2 - A = I$ باشد، وارون ماتریس A ، برابر $(I - A)$ است. ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. پ) بردار $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.
۲	۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)
۱/۲۵	۴	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.
۱/۲۵	۵	اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $ A = -2$ ، حاصل $ 2A + A^{-1} ^2$ را محاسبه کنید.
۱	۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.
۱/۵	۷	نقطه‌ای A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (درمورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ بوده و با دایره $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x+y=3$ و دایره $x^2+y^2-2y-3=0$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{4}{5}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث OAB' را بیابید.	۱/۵
		
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
		
۱۲	اگر $ \vec{a} = 10$ و $ \vec{b} = 2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (3, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 2, -1)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{3}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir							
ردیف		راهنمای تصحیح					
		نمره					

۱	الف) $k = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ۱۲ ص ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ۳۹ ص پ) یک (۰/۲۵) ۸۲ ص و ۸۳ ص	۰/۷۵
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ۲۲ ص ب) درست (۰/۲۵) ۳۹ ص پ) درست (۰/۲۵) ۷۵ ص	۰/۷۵
۳	ص ۲۱ و ص ۲۸ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ (۰/۵) الف) $A \times B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $ B = \underbrace{(-1 + 1 - 8)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-2 - 2 + 2)}_{(۰/۲۵)} = -6$ (۰/۲۵)	۲
۴	ص ۲۴ $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{6-4}_{(۰/۲۵)}} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$	۱/۲۵
۵	ص ۳۱ $ 2A + A^{-1} ^2 = \underbrace{2^2 A }_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{1}{ A ^2}}_{(۰/۵)} = \underbrace{8(-2)}_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	ص ۲۰ $z = -3$ (۰/۲۵) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1$ (۰/۵) $\rightarrow x^2 - 2y + z = -1$ (۰/۲۵)	۱
ادامه در صفحه دوم		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir							
ردیف		راهنمای تصحیح					
		نمره					

۷	ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. (۰/۵) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم. اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. (۰/۲۵) اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. (۰/۲۵) (بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)	۱/۵
۸	ص ۴۴ (۰/۲۵) $r' = ۴$ و $O'(۲,۳)$ $\rightarrow (x-۲)^2 + (y-۳)^2 = ۱۶$ (۰/۲۵) $d = OO' = \sqrt{(۰-۲)^2 + (۱-۳)^2} = \sqrt{۸}$ (۰/۲۵) $ r - r' = d \rightarrow r - ۴ = \sqrt{۸} \rightarrow r = ۴ \pm ۲\sqrt{۲}$ (۰/۵) $(x - ۰)^2 + (y - ۱)^2 = (۴ \pm ۲\sqrt{۲})^2$	۱/۵
۹	ص ۴۵ روش اول: $x + y = ۳ \Rightarrow y = ۳ - x$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \rightarrow x^2 + (۳ - x)^2 - ۲(۳ - x) - ۳ = ۰$ (۰/۵) $۲x^2 - ۴x = ۰$ دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است (۰/۲۵) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵) روش دوم: (۰/۵) $x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \Rightarrow O(۰,۱)$ و $r = \frac{1}{۲}\sqrt{۴ + ۱۲} = ۲$ (۰/۵) $OH = \frac{ ۰ + ۱ - ۳ }{\sqrt{۱ + ۱}} = \sqrt{۲} < ۲$ (۰/۲۵) پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵)	۱/۵
ادامه در صفحه سوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir							
ردیف		راهنمای تصحیح					
		نمره					

۱۰	۴۸ ص	$\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/25)$ $\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB'}} = \frac{\frac{1}{2} OB \times OF' \quad (0/25)}{\frac{1}{2} OB' \times OA \quad (0/25)} = \frac{\frac{1}{2} bc \quad (0/25)}{\frac{1}{2} ba \quad (0/25)} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/25)$	۱/۵
۱۱	۵۸ ص	بنا به تعریف سهمی $MT = MF$ و لذا مثلث MFT متساوی الساقین است پس $\widehat{MTF} = \widehat{MFT} \quad (0/25)$ از طرفی FT و $FH \parallel MT$ خط مورب می باشد پس بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب $\widehat{MTF} = \widehat{TFH} \quad (0/25)$ از دو رابطه ی اخیر نتیجه می شود که TF نیمساز زاویه ی $\widehat{NFH}$ می باشد. $(0/25)$ با استفاده از قضیه ی نیمساز در مثلث FHN داریم: $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)$ (برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)	۱/۵
۱۲	۸۴ ص	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \quad (0/25) \quad \rightarrow \quad 12 = 10 \times 2 \times \cos \theta \quad \rightarrow \quad \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (0/25)$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad (0/5)$ $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} = 16 \quad (0/25)$ (اگر از رابطه ی $\vec{a} \times \vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ نیز استفاده شود نمره لحاظ گردد.)	۱/۵
۱۳	۸۴ ص	$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k} = (-3, 5, 7) \quad (0/25)$	۱

ادامه در صفحه چهارم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir				
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

۱۴	ص ۸۴	$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (0/5)$ $\vec{a'} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} ^2} \vec{d} = \frac{(-2-2+8)}{(-2)^2+1^2+2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (0/25)	۱/۵
۱۵	ص ۸۴	$S = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b} \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2} 0 + 2\vec{a} \times \vec{b} = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ (0/25)	۱/۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	