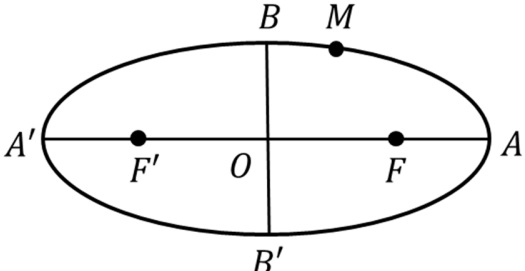
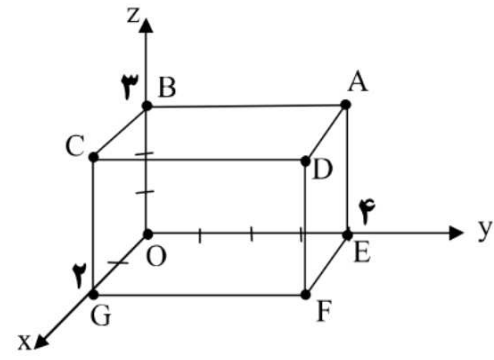
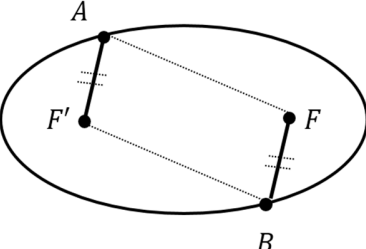


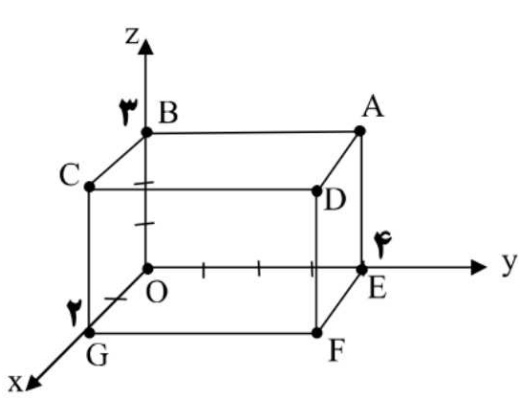
سوال‌ات درس : هندسه ۳		۱۴ سوال در ۲ صفحه	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۲/۷	آزمون نوبت صبح
پایه : دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته : ریاضی فیزیک	
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین اردیبهشت ۱۴۰۱				
گروه ریاضی استان قزوین	صفحه اول استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است			
ردیف	نمره			

۱	جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید: (الف) اگر دترمینان ماتریس مربعی A مخالف صفر باشد ماتریس A است. (ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (l) عمود نباشد و با مولد (d) موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، سطح مقطع حاصل است. (پ) رابطه ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره است، اگر و تنها اگر باشد (ت) نقطه $A(-1, 2, -3)$ در ناحیه (کنج) فضای $\mathbb{R}^3$ قرار دارد.	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (الف) هرچه خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک تر شود بیضی به دایره شبیه تر می شود (ب) نقطه $A(2, -1)$ درون دایره $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ قرار دارد. (پ) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه آن بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت. (ت) اگر $\vec{a}$ یک بردار غیر صفر و r یک عدد حقیقی غیر صفر باشد بردارهای $\vec{a}$ و $r\vec{a}$ باهم موازیند.	۱
۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i < j \\ i - 2j & i \geq j \end{cases}$ ، همانی 3×3 باشد ماتریس $A + 3I$ را به دست آورید.	۱/۵
۴	اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & A \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A A$ را بدست آورید.	۱
۵	(الف) حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + 4y = 2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$ دارای جواب منحصر بفرد باشد (ب) جواب دستگاه بالا را به ازای $m = 3$ با استفاده از A^{-1} محاسبه کنید.	۱/۵
۶	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = 15$ بر آن مماس باشد.	۱/۵
۷	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(0, 1)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس داخل باشد.	۲

صفحه دوم		
۱/۵	۸ دو نقطه A و B روی یک بیضی و F و F' کانون‌های بیضی‌اند. A به کانون F' نزدیک‌تر و B به کانون F نزدیک‌تر است. اگر $AF' = BF$ باشد. در حالتی که دو پاره‌خط AF و BF' یکدیگر را درون بیضی قطع نکنند ثابت کنید با هم موازی‌اند.	
۱/۷۵	۹ نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به‌گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف) نشان دهید $OM = OF = OF'$ ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم‌الزاویه است. پ) خروج از مرکز بیضی چقدر است؟ 	
۱/۵	۱۰ معادله و خط هادی سهمی را بنویسید که رأس آن $S(1,2)$ و کانون آن $F(1,-2)$ باشد.	
۲	۱۱ سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد، دایره‌ای رسم می‌کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	
۱	۱۲ نقاط با مختصات $P = (2,1,-3)$ و $Q = (0,3,1)$ را در نظر بگیرید الف) مختصات نقطه M وسط پاره خط PQ را بیابید ب) طول پاره خط PQ چقدر است؟	
۱/۲۵	۱۳ بردارهای $\vec{a} = 5\vec{k} + \vec{j}$ و $\vec{b} = -\vec{k} + \vec{i}$ و $r = \frac{1}{5}$ را در نظر بگیرید الف) طول بردار $\vec{a}$ را به دست آورید ب) بردار $r\vec{a} + \vec{b}$ را بیابید	
۱/۵	۱۴ با توجه به شکل مقابل، معادله وجه $CDFG$ و یال AD و مختصات رأس D را بنویسید 	
۲۰	تندرست، شاداب و موفق باشید	

پاسخ تشریحی سوالات درس : هندسه ۳		۱۴ سوال در ۳ صفحه	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۲/۷	آزمون نوبت صبح
پایه : دوازدهم دوره دوم متوسطه		نام نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته : ریاضی فیزیک
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین اردیبهشت ۱۴۰۱		گروه ریاضی استان قزوین		
ردیف	صفحه اول		استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	
			نمره	
۱	الف) وارون پذیر (۰/۲۵) پ) $a^2 + b^2 > 4c$ (۰/۲۵)	ب) بیضی (۰/۲۵) ت) ۶ (۰/۲۵)	۱	
۲	الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) درست	۱		
۳	$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (۰/۷۵)$ $A + 3I = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (۰/۷۵)$			۱/۵
۴	$ A = 2 A - 2 \Rightarrow A = 2 \quad (۰/۵)$ $ A A = 2A = 4 A = 8 \quad (۰/۵)$			۱
۵	الف) $\frac{m}{1} \neq \frac{4}{-2} \Rightarrow m \neq -2 \quad (۰/۵)$ ب) $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = -6 - 4 = -10 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -20 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 2, y = -1 \quad (۰/۵)$			۱/۵
۶	$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = -1 \Rightarrow \text{مرکز } O = (2, -1) \quad (۰/۵)$ $r = \frac{ 4(2) + 3(-1) - 15 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۰/۵)$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4 \quad (۰/۵)$			۱/۵

	صفحه دوم	
۲	$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \Rightarrow O' = (2, 3), r' = 4 \quad (0/5)$ $OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$ $OO' = r - r' \Rightarrow 2\sqrt{2} = r - 4 \Rightarrow \begin{cases} r = 4 + 2\sqrt{2} \\ r = 4 - 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (0/75)$ $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = (4 + 2\sqrt{2})^2 \\ x^2 + (y-1)^2 = (4 - 2\sqrt{2})^2 \end{cases} \quad (0/5)$	۷
۱/۵	 تعریف بیضی $\begin{cases} AF + AF' = 2a \\ BF + BF' = 2a \end{cases} \xrightarrow{AF' = BF'} AF = BF'$ (۱ نمره) در چهارضلعی $AFBF'$ ضلع های روبرو ، دو به دو مساویند یعنی متوازی الاضلاع است پس $AF \parallel BF'$ (۰/۵)	۸
۱/۷۵	$OM = 4$ (الف) $2a = 10 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 9} = 4 \quad (0/75)$ $2b = 6 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow OF = OF' = OM = 4 \quad (0/25)$ (ب) در مثلث MFF' میانه MO نصف ضلع مقابل FF' است بنابراین قائم الزویه است (۰/۲۵) (پ) $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/5)$	۹
۱/۵	$S(1, 2)$ $F(1, -2) \Rightarrow a = 4$, سهمی رو به پایین (۰/۵) $(x-1)^2 = -16(y-2)$ (۰/۵) $y = 2 + 4 \Rightarrow y = 6$ خط هادی (۰/۵)	۱۰
۲	$y^2 = 4(x-1) \Rightarrow \begin{cases} S = (1, 0) \text{ راس} \\ 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \quad (0/75) \Rightarrow F(2, 0) \quad (0/25)$ $\begin{cases} y^2 = 4x - 4 \\ (x-2)^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow (x-2)^2 + 4x - 4 = 9 \Rightarrow x^2 = 9$ $\Rightarrow \begin{cases} x = +3 \Rightarrow (3, \sqrt{3}), (3, -\sqrt{3}) \\ x = -3 \end{cases} \quad (1 \text{ نمره})$	۱۱

	صفحه سوم		
۱	الف) $M = (۱, ۲, -۱)$ (۰/۵) ب) $PQ = \sqrt{(۲ - ۰)^۲ + (۳ - ۱)^۲ + (-۳ - ۱)^۲} = \sqrt{۲۴} = ۲\sqrt{۶}$ (۰/۵)	۱۲	
۱/۲۵	الف) $\vec{a} = (۰, ۱, ۵) \Rightarrow \vec{a} = \sqrt{۰ + ۱ + ۲۵} = \sqrt{۲۶}$ (۰/۵) ب) $\vec{b} = (۱, ۰, -۱) \Rightarrow r\vec{a} + \vec{b} = \frac{۱}{۵}(۰, ۱, ۵) + (۱, ۰, -۱) = (۱, \frac{۱}{۵}, ۰)$ (۰/۷۵)	۱۳	
۱/۵	CDFG : وجه $\begin{cases} x = ۲ \\ ۰ \leq y \leq ۴ \\ ۰ \leq z \leq ۳ \end{cases}$ (۰/۵) AD : $\begin{cases} ۰ \leq x \leq ۲ \\ y = ۴ \\ z = ۳ \end{cases}$ (۰/۵) راس $D = (۲, ۴, ۳)$ (۰/۵)		۱۴
۲۰	تندرست، شاداب و موفق باشید		