

طراح: محمد اسمعیلیان

استان: آذربایجان شرقی، ناحیه ۵ تبریز

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخنامه دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) اگر دو وتر از یک دایره موازی باشند، کمان های محصور بین این دو وتر برابرند. ب) یک دوزنقه محیطی است اگر و فقط اگر متساوی الساقین باشد. پ) انتقال، شیب خط را حفظ می کند. ت) ترکیب دو بازتاب با محورهای عمود بر هم، یک دوران با زاویه 90° است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب کامل کنید. الف) زاویه ای که راس آن یک نقطه از دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از همان دایره باشند را زاویه می نامند. ب) دو دایره هیچ مماس مشترکی ندارند. پ) اگر نسبت تجانس منفی باشد، تجانس را می نامیم. ت) بازتاب دارای نقطه ثابت است.	۲
۳	در هر سوال، گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) در دایره به شعاع ۶، مساحت قطاعی که زاویه مرکزی آن 120° باشد کدام است؟ (۱) 3π (۲) 6π (۳) 9π (۴) 12π ب) اگر اندازه شعاع های دایره های محاطی خارجی یک مثلث ۳ و ۴ و ۶ باشد، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$ پ) مساحت یک ۸ ضلعی منتظم که در دایره ای به شعاع ۲ محاط شده باشد، کدام است؟ (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $12\sqrt{2}$ (۴) $16\sqrt{2}$ ت) در کدام تبدیل، همواره اگر $T(A) = A'$ آن گاه $T(A') = A$ است؟ (۱) بازتاب (۲) دوران (۳) انتقال (۴) تجانس ث) در مثلث ABC ، اگر $AB = 6$ ، $AC = 10$ و $BC = 14$ باشد، طول میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟ (۱) $\sqrt{21}$ (۲) $\sqrt{19}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{15}$	۲/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخنامه دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۴	در شکل مقابل، اندازه کمان AB برابر 100° و اندازه زاویه C برابر 20° است. اندازه زاویه B را بیابید.	۱
۵	با توجه به شکل مقابل ثابت کنید: $MT^2 = AM \times BM$.	۱
۶	دو دایره متخارج‌اند. اگر طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن‌ها به ترتیب $\sqrt{15}$ و $3\sqrt{7}$ بوده و طول خط‌المركزین ۸ باشد، اندازه شعاع‌های این دو دایره را بیابید.	۱/۵
۷	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع از هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.	۱/۵
۸	نشان دهید هر تبدیل طول‌پا، اندازه زاویه را حفظ می‌کند.	۱
۹	یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت ناحیه بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را بیابید.	۱
۱۰	نقاط A و B در یک سمت خط d مفروض‌اند. نقطه‌ای مانند M روی خط d بیابید که $AM + BM$ کمترین مقدار ممکن باشد (ادعای خود را اثبات کنید).	۱/۵
۱۱	در شکل مقابل، $BC = 3\sqrt{2}$ ، $CD = 4\sqrt{2}$ و $\widehat{BCD} = 150^\circ$ است. با ثابت نگه داشتن محیط و تعداد اضلاع، مساحت را افزایش دهید و مقدار این افزایش را بیابید.	۱
۱۲	در مثلثی به اضلاع ۴ و ۵ و ۷ سینوس بزرگترین زاویه مثلث را بیابید.	۱

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

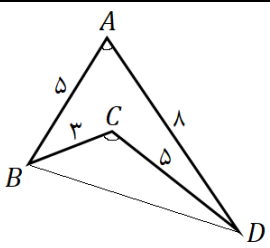
۱۳	طول اضلاع مثلثی ۴ و ۱۰ و ۷ است. طول نیمساز زاویه داخلی مقابل به ضلع متوسط را بیابید.	۱/۲۵
۱۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم: $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.	۱
۱۵	در شکل مقابل، طول هر یک از اضلاع بر روی آن نوشته شده است. اگر $\hat{BCD} = 120^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی $ABCD$ را محاسبه کنید.	۱/۷۵
	موفق و سربلند باشید	جمع بارم
۲۰		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱	الف) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۵ پ) درست (۰/۲۵) صفحه ۴۱	۱
۲	الف) محاطی (۰/۵) صفحه ۱۲ پ) معکوس (۰/۵) صفحه ۴۵	۲
۳	الف) ۴ (۰/۲۵) صفحه ۱۲ پ) ۲ (۰/۲۵) صفحه ۳۱ ث) ۲ (۰/۲۵) صفحه ۶۹	۲/۵
۴	فرض کنید طول کمان‌های AB و DE به ترتیب x و y باشد. در این صورت: $\hat{C} = \frac{x - y}{2} \text{ (۰/۲۵) } \text{ و } ۲۰^\circ = \frac{۱۰۰^\circ - y}{2} \text{ و } y = ۴۰^\circ \text{ (۰/۲۵)}$ $\hat{B} = \frac{y}{2} \text{ (۰/۲۵) } \text{ و } \hat{B} = \frac{۴۰^\circ}{2} = ۲۰^\circ \text{ (۰/۲۵)}$ صفحه ۱۶	۱
۵	با توجه به شکل مقابل، $\hat{T}_1 = \hat{B}$ و $\hat{B} = \hat{B}$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث BMT و TMA بنا به حالت برابری دو زاویه با هم متشابه‌اند. پس $\frac{BT}{AT} = \frac{TM}{AM} = \frac{BM}{TM}$ (۰/۲۵) و لذا با ضرب طرفین در وسطین $\frac{TM}{AM} = \frac{BM}{TM}$ نتیجه می‌گیریم که $TM^2 = MA \cdot MB$ (۰/۲۵). صفحه ۱۹	۱
۶	فرض کنید شعاع دایره بزرگتر برابر r و شعاع دایره کوچکتر برابر r' باشد. در این صورت: $\sqrt{۱۵} = \sqrt{۸^2 - (r + r')^2} \text{ (۰/۲۵) } \text{ و } r + r' = ۷ \text{ (۰/۲۵)}$ $۳\sqrt{۷} = \sqrt{۸^2 - (r - r')^2} \text{ (۰/۲۵) } \text{ و } r - r' = ۱ \text{ (۰/۲۵)}$ $\textcircled{R} \quad r = ۴ \text{ (۰/۲۵) و } r' = ۳ \text{ (۰/۲۵)}$ صفحه ۲۱ و ۲۲	۱/۵
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم		

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۷	دایره محیطی مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم. عمودمنصف ضلع BC را رسم کرده (خط d) و محل تلاقی آن با دایره محیطی را M می‌نامیم (۰/۲۵). چون مرکز دایره محیطی، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است، پس مرکز دایره روی خط d واقع است (۰/۲۵). از طرفی با توجه به اینکه قطر عمود بر وتر، کمان نظیر آن را نصف می‌کند، نتیجه می‌گیریم که M وسط کمان BC است (۰/۲۵). اکنون M را به A وصل می‌کنیم. چون $\hat{A}_1$ محاطی است، پس $\hat{A}_1 = \frac{BM}{2}$ (۰/۲۵) و چون $\hat{A}_2$ محاطی است، پس $\hat{A}_2 = \frac{CM}{2}$ (۰/۲۵). لذا با توجه به برابری اندازه کمان‌های BM و CM نتیجه می‌گیریم که $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و این یعنی M روی نیمساز $\hat{A}$ واقع است (۰/۲۵). صفحه ۲۹	۱/۵
۸	فرض کنید T یک تبدیل طول‌پا باشد. زاویه دلخواه xOy را در نظر گرفته و فرض کنید $T(A) = A'$، $T(B) = B'$ و $T(O) = O'$ باشد. از آنجایی که T طول‌پا است، پس $AB = A'B'$ (۰/۲۵) و $OA = O'A'$ (۰/۲۵) و $OB = O'B'$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث ABO و $A'B'O'$ بنا به حالت برابری سه ضلع هم‌نهشت بوده و از برابری اجزای متناظر نتیجه می‌گیریم که $\hat{A}OB = \hat{A'O'B'}$ (۰/۲۵). صفحه ۳۶	۱
۹	فرض کنید $S_{ABCD} = S$ و $S_{A'B'C'D'} = S'$ باشد. در این صورت: $\frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad \text{پس} \quad \frac{S - S'}{S} = \frac{5}{9} \quad (۰/۲۵) \quad \frac{S}{9} = \frac{5}{9} \quad \text{پس} \quad S = ۹ \quad (۰/۲۵)$ بنابراین طول اضلاع مربع $ABCD$ برابر ۳ بوده و لذا محیط آن ۱۲ می‌باشد (۰/۲۵). صفحه ۵۱	۱
۱۰	بازتاب نقطه B نسبت به خط d را B' می‌نامیم (۰/۲۵). اگر خط گذرا از دو نقطه A و B' خط d را در نقطه M قطع کند، در این صورت $AM + BM$ کمترین مقدار را دارد (۰/۲۵). اثبات: فرض کنید N یک نقطه دلخواه روی خط d باشد. چون d عمودمنصف BB' است، پس $BN = B'N$ (۰/۲۵). به طریق مشابه $BM = B'M$ و لذا $AM + BM = AM + MB' = AB'$ (۰/۲۵). اکنون با توجه به قضیه نامساوی مثلثی در مثلث ANB' می‌توان نوشت: $AB' < AN + B'N \quad (۰/۲۵)$ $AB' < AN + BN$ صفحه ۵۱	۱/۵
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم	

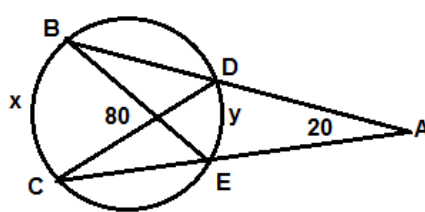
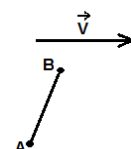
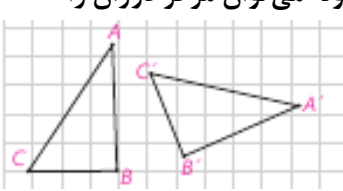
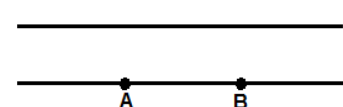
ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱۱	بازتاب نقطه C نسبت به خط BD را C' می‌نامیم (۰/۲۵). در این صورت محیط پنج ضلعی $ABCDE$ با محیط پنج ضلعی $ABC'DE$ است ولی مساحت آن بیشتر می‌باشد (۰/۲۵). چون $S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin(150^\circ) = 6$ پس $2S_{BCD} = 12$ مساحت برابر ۱۲ است (۰/۲۵). صفحه ۵۶	۱
۱۲	فرض کنید $a = 7$, $b = 5$ و $c = 4$ اضلاع مثلث ABC باشند. در این صورت $\hat{A}$ بزرگترین زاویه از این مثلث بوده و بنا بر قضیه کسینوس‌ها داریم: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$ پس می‌توان نوشت: $7^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4) \cos \hat{A}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-1}{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin \hat{A} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{25}}$ (۰/۲۵) از آنجایی که $0^\circ < \hat{A} < 180^\circ$ پس $\sin \hat{A} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ (۰/۲۵). صفحه ۶۷	۱
۱۳	فرض کنید CD نیمساز $\hat{C}$ باشد. در این صورت: $\frac{4}{10} = \frac{x}{7-x}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2$ (۰/۲۵) $CD^2 = 4^2 + 10^2 - 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot \cos \hat{C}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow CD = \sqrt{30}$ (۰/۲۵) $CD^2 = AC^2 + BC^2 - AD^2 - BD^2$ صفحه ۷۲	۱/۲۵ ۱
۱۴	$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} = \frac{a^2}{(bc)^2} = \frac{a^2}{(ah_a)^2} = \frac{1}{h_a^2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) صفحه ۶۵	۱
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم	

بارم	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۷۵	 از B به D وصل می‌کنیم. در این صورت $BD^2 = 5^2 + 3^2 - 5 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$ (۰/۲۵) و لذا $BD = 7$ (۰/۲۵). اکنون طبق قضیه هرون می‌توان نوشت: $P_{ABD} = \frac{5 + 7 + 8}{2} = 10 \quad (۰/۲۵)$ $S_{ABD} = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)} = 10\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) و $S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4} \quad (۰/۲۵)$ $10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \quad (۰/۲۵) \quad \text{صفحه ۷۶}$	۱۵
سپاس و عرض خداقوت خدمت همکار گرامی		

طراح: مرضیه شفیع

استان: اصفهان

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲		تعداد صفحه: ۳		رشته: ریاضی - فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح	
پایه: یازدهم		دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون:		نام و نام خانوادگی:	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه							
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						نمره
۱	جملات زیر را با عبارت مناسب کامل کنید. (الف) دو دایره به شعاعهای ۳ و ۱ واحد و طول خط المרכזین ۲ واحد، نسبت به هم هستند. (ب) در دایره‌ی $C(O, 4)$ اگر طول وتر AB برابر با ۴ باشد، مساحت قطاع OAB برابر است با (پ) دو خط d و d' یکدیگر را در نقطه‌ی O با زاویه ی 50° درجه قطع می‌کنند. اگر بازتاب نقطه‌ی A نسبت به d نقطه‌ی A' و بازتاب نقطه‌ی A' نسبت به d' نقطه‌ی A'' باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی AOA'' برابر است با (ت) هرگاه به ازای هر نقطه‌ی A از صفحه داشته باشیم $T(A)=A$ تبدیل T را تبدیل گوئیم.(ثابت-همانی)						۱
۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. (الف) دو وتر از دایره با هم موازیند اگر و تنها اگر کمانهای محصور بین آنها با هم برابر باشند. (ب) یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین لزوما محاطی است. (ج) هر تبدیل هندسی طولیا لزوما جهت شکل را حفظ می‌کند. (د) در حالت کلی بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند.						۱
۳	در هر قسمت گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. ۱-۳- اگر تصویر مربع $ABCD$ تحت تجانس با نسبت $\frac{1}{2}$ - و مرکز O (محل برخورد قطرهای مربع)، مربع $A'B'C'D'$ باشد، نسبت مساحت $ABCD$ به مساحت $A'B'C'D'$ کدام است؟ (الف) $\frac{1}{2}$ (ب) ۲ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) ۴ ۲-۳- کدام گزینه درست است؟ (الف) هر انتقال بی‌شمار نقطه ثابت دارد. (ب) هر تجانس طولیاست. (ج) هر دوران حداقل یک نقطه ثابت دارد. (د) تجانس لزوما اندازه‌ی زاویه را حفظ نمی‌کند. ۳-۳- مساحت مثلثی با طول اضلاع ۵ و ۶ و ۹ برابر است با : (الف) $10\sqrt{3}$ (ب) ۱۰ (ج) $5\sqrt{3}$ (د) $15\sqrt{3}$ ۴-۳- نیمسازهای زوایای داخلی یک چهارضلعی از یک نقطه می‌گذرند. اگر اندازه‌ی سه ضلع متوالی آن به ترتیب ۷ و ۱۰ و ۹ باشند، محیط چهارضلعی کدام است؟ (الف) ۳۶ (ب) ۲۸ (ج) ۳۵ (د) ۳۲						۱
۴	نشان دهید در هر دایره قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان متناظر با آن را نصف می‌کند.						۱,۲۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم							

۱،۲۵	۵	در شکل مقابل اندازه ی زاویه ی DBE را تعیین کنید.	
۱،۵	۶	نشان دهید هرگاه از نقطه‌ای خارج از دایره یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شود، طول مماس واسطه هندسی دو قطعه‌ی قاطع است.	
۱	۷	مراحل رسم مماس بر دایره از نقطه‌ای خارج از آن را توضیح دهید. (همراه با رسم شکل)	
۱،۵	۸	شعاعهای دو دایره که طول مماس مشترک های داخلی و خارجی آنها به ترتیب $\sqrt{15}$ و $3\sqrt{7}$ و طول خط مرکزین آنها ۸ است را تعیین کنید. وضعیت این دو دایره نسبت به هم چگونه است؟	
۱،۵	۹	الف) نشان دهید هر تبدیل هندسی طولی اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند. (با رسم شکل) ب) آیا عکس قضیه‌ی فوق برقرار است؟ (همراه با ذکر دلیل)	
۱	۱۰	با توجه به شکل زیر نشان دهید انتقال طولی است و شیب خط را حفظ می‌کند.	
۰،۷۵	۱۱	در شکل زیر مثلث A'B'C' دوران یافته‌ی مثلث ABC است. توضیح دهید چگونه می‌توان مرکز دوران را تعیین کرد.	
۱،۲۵	۱۲	می‌خواهیم کنار رودخانه سه اسکله بسازیم. جای دو اسکله‌ی A و B در شکل زیر مشخص شده است. الف) محل احداث اسکله‌ی M را در ساحل دیگر رودخانه طوری تعیین کنید که مسیر MABM کوتاهترین مسیر باشد. ب) اگر عرض رودخانه ۲۰۰ متر و فاصله‌ی دو اسکله ۳۰۰ متر باشد، مجموع فواصل M تا A و تا B چقدر است؟	
ادامه سوالات در صفحه سوم			

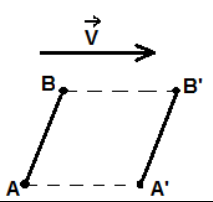
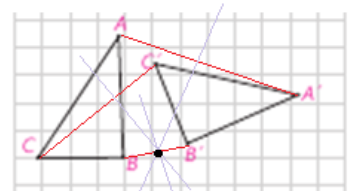
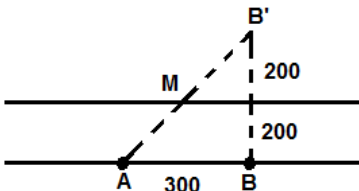
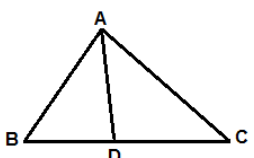
۱۳	نشان دهید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه‌ی داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند. (رسم شکل الزامی است)	۱،۲۵
۱۴	مثلث ABC با $AB = ۴$ و $AC = ۵$ و $BC = ۶$ مفروض است. طول نیمساز زاویه‌ی داخلی A را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	در مثلثی با طول اضلاع ۹ و ۸ و ۳، طول میانه‌ی وارد بر ضلع بزرگتر را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۶	در شکل مقابل $AB = ۱۱$ و $AD = ۱۳$ و $BC = CD = ۷$ و $\widehat{C} = ۱۲۰^\circ$. الف) اندازه‌ی زاویه‌ی A را تعیین کنید. ب) مساحت چهارضلعی $ABCD$ را محاسبه کنید. ج) اگر بخواهیم با حفظ محیط چهارضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم، حداکثر افزایش مساحت چقدر است؟	۲
	موفق باشید.	۲۰
	مجموع نمرات	

طراح: مرضیه شفیع

استان: اصفهان

راهنمای تصحیح: هندسه ۲	تعداد صفحه:	رشته: ریاضی-فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

ردیف	دانش آموز عزیز، لطفا پاسخ خود را صرفاً در محل تعیین شده بنویسید.	نمره
۱	الف) مماس درون (ب) $\frac{8\pi}{3}$ (پ) ۱۰۰ درجه (ت) همانی هر مورد (۰/۲۵)	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵) (د) درست (۰/۲۵)	۱
۳	۱-۳-د (۰/۲۵) ۲-۳-ج (۰/۲۵) ۳-۳-الف (۰/۲۵) ۳-۴-د (۰/۲۵)	۱
۴	فعالیت صفحه ۱۳ کتاب- اثبات تساوی دو مثلث (۰/۷۵) و نتایج هر کدام (۰/۲۵)	۱.۲۵
۵	$\frac{x+y}{2} = 80, \frac{x-y}{2} = 20 \Rightarrow \begin{cases} x+y=160 \\ x-y=40 \end{cases} \Rightarrow x=100, y=60$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $(۰/۲۵) DBE = \frac{y}{2} = 30$	۱.۲۵
۶	قضیه صفحه ۱۸ کتاب (قسمت سوم فعالیت صفحه ۱۸) اثبات تشابه دو مثلث (۱ نمره) - نوشتن تناسب صحیح (۰/۲۵) - طرفین وسطین و نتیجه (۰/۲۵)	۱.۵
۷	صفحه ۱۹ کتاب پیدا کردن وسط OM (۰/۲۵) - زدن دایره به مرکز N و شعاع ON (۰/۵) - یافتن T و رسم MT (۰/۲۵)	۱
۸	$(۰/۵) \sqrt{64-(R-R')^2} = 3\sqrt{7} \Rightarrow (R-R')^2 = 1 \Rightarrow R-R' = 1$ $(۰/۵) \sqrt{64-(R+R')^2} = \sqrt{15} \Rightarrow (R+R')^2 = 49 \Rightarrow R+R' = 7$ (۰/۲۵) $R = 4, R' = 3$ d > R+R' پس دو دایره متخارج هستند. (۰/۲۵)	۱.۵
۹	الف) فعالیت صفحه ۳۴ کتاب- رسم شکل (۰/۲۵) - دلیل همنهشتی (۰/۷۵) (ب) خیر به عنوان مثال نقض، تجانس اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند اما طولی نیست.	۱ ۰.۵

۱۰	با توجه به تعریف انتقال $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \vec{V}$ پس $\overline{BBA'} \parallel \overline{AA'}$. بنابراین چهارضلعی $ABB'A'$ متوازی الاضلاع است و در نتیجه دو ضلع دیگر آن نیز با هم موازی و مساویند یعنی $AB = A'B'$ که نشان می‌دهد انتقال طولپاست (۰/۲۵) و $AB \parallel A'B'$ که نشان می‌دهد انتقال شیب خط را حفظ می‌کند. (۰/۲۵) 	۱
۱۱	با توجه به این که مرکز دوران روی عمودمنصف پاره خطی است که یک نقطه را به تصویرش متصل می‌کند، با رسم عمودمنصفهای پاره خطهای AA' و BB' و CC' و تعیین محل برخورد آنها، مرکز دوران را مشخص کرد. (رسم دو عمودمنصف هم کافی است) (۰/۵) رسم شکل (۰/۲۵) 	۰.۷۵
۱۲	الف) ابتدا تصویر یکی از نقاط مثلاً B را تحت بازتاب نسبت به ساحل دیگر رودخانه تعیین می‌کنیم و آن را B' می‌نامیم. (۰/۲۵) محل برخورد پاره خط AB' به ساحل دیگر رودخانه، نقطه M می‌باشد. (۰/۲۵)  ب) $AM + MB = AM + MB' = AB' = \sqrt{300^2 + 400^2} = \sqrt{250000} = 500$ (۰.۵)	۰.۷۵
۱۳	صفحه ۶۸ کتاب - رسم پاره خط EC (۰/۲۵) - اثبات متساوی الساقین مثلث AEC (۰/۵) - نوشتن رابطه تعمیم تالس و نتیجه آن (۰/۵)	۱.۲۵
۱۴	(انمره) $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{BD}{6-BD} \Rightarrow BD = \frac{8}{3}, CD = \frac{10}{3}$ $AD^2 = AB \times AC - BD \times CD = 4 \times 5 - \frac{8}{3} \times \frac{10}{3} = 20 - \frac{80}{9} = \frac{100}{9}$ (۰/۵) 	۱/۵
۱۵	$AM = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2(64+9) - 81} = \frac{\sqrt{65}}{2}$ نوشتن فرمول (۰/۵) - جایگذاری صحیح (۰/۷۵) روش های حل بدون استفاده از فرمول هم به تناسب نمره داده شود	۱/۲۵

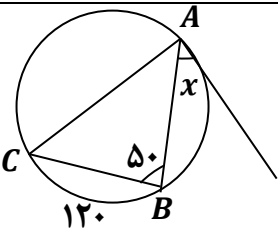
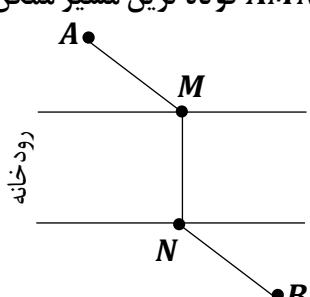
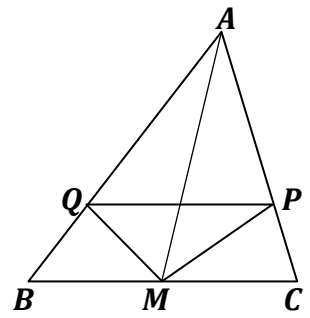
۲	الف) $BD^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \times 7 \times 7 \times \cos 120 = 147 \Rightarrow BD = 7\sqrt{3}$ (۰/۵) $BD^2 = 11^2 + 13^2 - 2 \times 11 \times 13 \times \cos A = 147 \Rightarrow \cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60$ (۰/۵) ب) $S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 11 \times 13 \times \sin 60 - \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin 120 = \frac{143\sqrt{3}}{4} - \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{94\sqrt{3}}{4}$ (۰/۷۵) ج) حداکثر افزایش مساحت به اندازه‌ی دو برابر مساحت مثلث BCD است پس $S = \frac{49\sqrt{3}}{2}$ (۰/۲۵) ♦	۱۶
موفق باشید		

استان: خوزستان

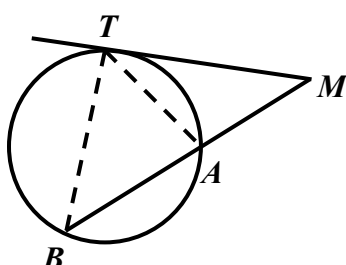
طراحین: خانم‌ها: محبی، مرادی، حسینی فرد، نژادزاده، بیژنی و آقای: فرهودی

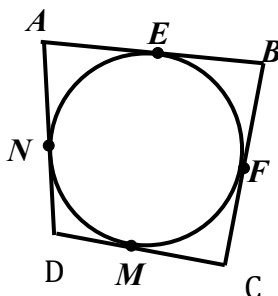
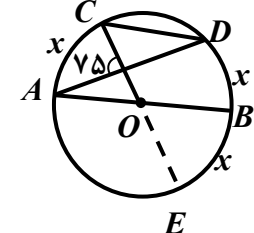
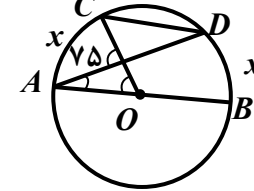
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

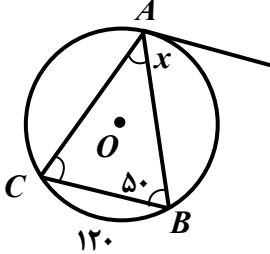
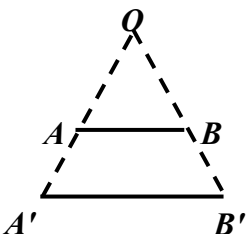
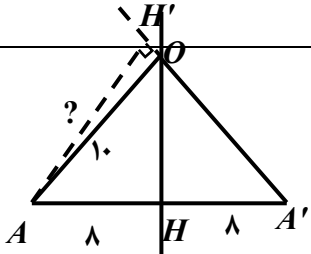
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) کایت یک چهار ضلعی محاطی است. ب) در دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی متر، طول کمان رو به رو به زاویه ۶۰ درجه $\frac{3\pi}{4}$ است. پ) بازتاب، هیچگاه تبدیل همانی نیست. ت) در مثلث ABC ، اگر $a^2 > b^2 + c^2$ باشد آنگاه $\hat{A} > 90^\circ$	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دو دایره به شعاع‌های $m - 2$ و $m + 2$ با خط‌المركزین $3m - 12$ ، دارای دقیقاً سه مماس مشترک باشند، مقدار m برابر است. ب) شعاع دایره محاطی خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲، برابر است. پ) ترکیب دو بازتاب با محورهای بازتاب موازی، یک است. ت) در تجانس به مرکز O و نسبت K ، اگر تصویر شکل، بزرگ‌تر می‌شود.	۱/۵
۳	نشان دهید هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع.	۱/۵
۴	در شکل زیر ثابت کنید: $\widehat{DAE} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$	۱/۲۵
۵	نشان دهید اگر یک چهار ضلعی محیطی باشد. آنگاه مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است.	۱/۵
۶	در دایره رسم شده شکل مقابل $AB \parallel CD$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.	۱/۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

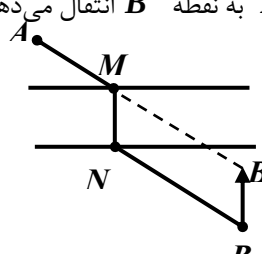
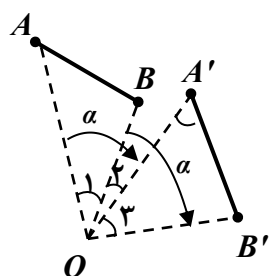
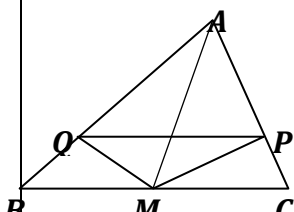
۱/۵	۷	طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن ها $6\sqrt{2}$ و طول مماس مشترک داخلی آن ها $4\sqrt{2}$ و طول خط مرکزین آن ها مساوی ۹ باشد.
۱/۷۵ ۰	۸	با توجه به شکل زیر مقدار x را به دست آورید. 
۱/۲۵	۹	ثابت کنید تجانس، شیب خط را حفظ می کند. (در حالتی اثبات کنید که مرکز تجانس روی پاره خط نباشد و $k > 0$)
۱/۲۵	۱۰	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است. اگر $AA' = 16$ و نقطه O روی خط L و $OA = 10$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟
۱	۱۱	اگر دو شهر A و B دو طرف رودخانه باشند و بخواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر ممکن باشد؟ 
۱/۵	۱۲	ثابت کنید دوران تبدیلی طولی است. (در حالتی اثبات کنید که مرکز دوران روی پاره خط AB نباشد و زاویه دوران، از زاویه $\widehat{AOB}$ بیشتر باشد.)
۱/۲۵	۱۳	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای $\widehat{AMC}$ و $\widehat{AMB}$ هستند؛ ثابت کنید: $PQ \parallel BC$ 
۱/۵	۱۴	در مثلث ABC ، $BC = 10$ و $\widehat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ است. مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه $\widehat{B}$ را به دست آورید.
۱/۷۵ ۱	۱۵	مثلث با اضلاع $AB = 3$ و $AC = 5$ و $BC = 7$ مفروض است. الف) مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید. ب) اندازه زاویه A را به دست آورید. (A منفرجه است)
۲۰	جمع	موفق باشید

کلید آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	کلید سوالات هندسه ۲	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ - صفحه ۲۸ (ب) نادرست ۰/۲۵ - صفحه ۱۲ پ) درست ۰/۲۵ - صفحه ۴۸ (ت) درست ۰/۲۵ - صفحه ۷۴	۱
۲	الف) $m=12$ - صفحه ۲۲ (ب) $\sqrt{3}$ - صفحه ۲۵ پ) انتقال ۰/۲۵ - صفحه ۴۲ (ت) $ k > 1$ - صفحه ۴۶	۱/۵
۳	 $\begin{cases} \widehat{MTA} = \frac{\widehat{AT}}{2} \cdot 0/25 \\ \widehat{MBT} = \frac{\widehat{AT}}{2} \cdot 0/25 \end{cases} \rightarrow \widehat{MTA} = \widehat{MBT}$ دو مثلث $\triangle MTA$ و $\triangle MTB$ متشابهند زیرا: $\begin{cases} \widehat{MTA} = \widehat{MBT} \\ \widehat{M} = \widehat{M} \end{cases} \cdot 0/5 \rightarrow \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \rightarrow MT^2 = MA \cdot MB$ ص ۱۸	۱/۵
۴	راه حل اول: از نقطه C خط CF را موازی BD رسم می‌کنیم. $BD \parallel CF \rightarrow \widehat{BC} = \widehat{DF} \cdot 0/25$ $AD \parallel CF \text{ و } AE \text{ مورب} \cdot 0/25 \rightarrow \hat{A} = \hat{C} = \frac{1}{2}EF \cdot 0/25$ $\hat{A} = \frac{1}{2}EF \rightarrow A = \frac{1}{2}(\widehat{DE} - \widehat{DF}) \xrightarrow{\widehat{BC}=\widehat{DF}} \cdot 0/25$ $\rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{DE}-\widehat{BC}}{2} \cdot 0/25$ راه حل دوم: از نقطه C به نقطه D وصل می‌کنیم، زاویه DCE زاویه خارجی مثلث ACD است، بنابراین: ۰/۲۵ $D\hat{C}E = B\hat{D}C + D\hat{A}C \cdot 0/25$ زاویه $D\hat{C}E = \frac{\widehat{DE}}{2}$, $B\hat{D}C = \frac{\widehat{BC}}{2} \cdot 0/25 \rightarrow D\hat{A}E = D\hat{C}E - B\hat{D}C$ محاطی $D\hat{A}C = D\hat{A}E \cdot 0/25 \rightarrow \begin{cases} D\hat{A}E = D\hat{C}E - B\hat{D}C \\ D\hat{A}E = \frac{\widehat{DE}-\widehat{BC}}{2} \end{cases} \cdot 0/25$ ص ۱۵	۱/۲۵

۱/۵	اگر از نقطه‌ای بیرون دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، دو پاره‌خط مماس هم‌اندازه‌اند. (۰/۲۵) پس:  $\begin{cases} AE = AN \\ BE = BF \\ CM = CF \\ DM = DN \end{cases} \rightarrow (AE + BE) + (CM + DM) = ۰/۲۵$ $(AN + DN) + (BF + CF) = ۰/۲۵$ $\rightarrow AB + CD = AD + BC \quad ۰/۲۵$ صفحه ۲۷	۵
۱/۵	راه حل اول: از مرکز دایره پاره‌خط CO را امتداد می‌دهیم که دایره را در نقطه E قطع کند؛ در این صورت:  $\widehat{AC} = \widehat{BD} = x \quad ۰/۲۵$ $\widehat{AC} = \widehat{BE} = x \quad ۰/۲۵$ $\rightarrow 75^\circ = \frac{(x + x) + x}{۲} \rightarrow 150 = 3x \rightarrow x = 50^\circ \quad ۰/۲۵$ $\rightarrow \widehat{CD} = 180 - 2x \rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \quad ۰/۲۵$ راه حل دوم: زاویه ۷۵ درجه را E می‌نامیم. کمان $\widehat{BD} = \widehat{AC}$ زیرا بین دو خط موازی AB و DC قرار دارند. پس مقدار هر دو کمان را $\widehat{BD} = \widehat{AC} = x$ قرار می‌دهیم.  $\widehat{BD} = \widehat{AC} = x \quad ۰/۲۵$ $\widehat{O} = \widehat{AC} \quad ۰/۲۵$ $\widehat{A} = \frac{\widehat{AB}}{۲} = \frac{x}{۲} \quad ۰/۲۵$ حال زاویه ۷۵ درجه یک زاویه خارجی برای مثلث AOE است. پس: $75^\circ = \widehat{O} + \widehat{A} = x + \frac{x}{۲} = \frac{3x}{۲} \rightarrow x = 50^\circ \quad ۰/۲۵$ $\widehat{CD} = 180 - 2x = 180 - 2 \times 50 = 80 \quad ۰/۲۵$ صفحه ۱۷	۶
۱/۵	$TT'^2 = 81 - (R - R')^2 = 72 \quad ۰/۲۵$ $MM'^2 = 81 - (R + R')^2 = 32 \quad ۰/۲۵$ $\rightarrow R - R' = 3 \quad ۰/۲۵; R + R' = 7 \quad ۰/۲۵$ $R = 5 \quad ۰/۲۵; R' = 2 \quad ۰/۲۵$	۷

۰/۷۵	راه حل اول:  $\hat{A}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{120}{2} = 60 \quad ۰/۲۵$ $\hat{C} = 180 - (60 + 50) = 70 \quad ۰/۲۵$ $\widehat{AB} = 70 \times 2 = 140 \rightarrow \hat{x} = \frac{140}{2} = 70 \quad ۰/۲۵$ راه حل دوم: $\widehat{BC} = 120 \rightarrow \widehat{AC} = 50 \times 2 = 100 \quad ۰/۲۵$ $\widehat{AB} = 360 - (120 + 100) = 140 \quad ۰/۲۵$ $\hat{x} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{140}{2} = 70 \quad ۰/۲۵$ صفحه ۱۴	۸
۱/۲۵	مرکز تجانس روی پاره خط AB نیست. در این حالت مطابق شکل A' و B' مجانس های A و B هستند:  $\begin{cases} OA' = K OA \\ OB' = K OB \end{cases} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = K \quad ۰/۲۵$ بنا به عکس قضیه تالس $AB \parallel A'B' \rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad ۰/۲۵$ ص ۴۶	۹
۱/۲۵	راه حل اول: مطابق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = ۸$ در مثلث قائم الزاویه OAH داریم:  $10^2 = 8^2 + OH^2 \rightarrow OH = 6 \quad ۰/۲۵$ $\begin{cases} S_{OAA'} = \frac{L_{AA'} \times OH}{2} \quad ۰/۲۵ \\ S_{OAA'} = \frac{OA' \times AH'}{2} \quad ۰/۲۵ \end{cases} \rightarrow \frac{16 \times 6}{2} = \frac{10 \times AH'}{2} \rightarrow AH = \frac{48}{5} = 9/6 \quad ۰/۲۵$ راه حل دوم: طبق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = ۸$ و می دانیم محور بازتاب عمود منصف AA' است؛ پس $OA = OA' = ۱۰$ و طبق فیثاغورس $OH = ۶$ (۰/۲۵) حال دو مثلث OHA' و AHA' متشابهند (۰/۲۵) زیرا $\hat{A}' = \hat{A}'$ و $H = H' = 90$ پس $\frac{AA'}{OA'} = \frac{AH'}{OH} \rightarrow \frac{16}{10} = \frac{AH'}{6} \rightarrow AH' = 9/6 \quad ۰/۲۵$ صفحه ۴۳	۱۰

۱	نقطه B را تحت برداری مساوی و عمودی بر راستای رودخانه در جهت شهر A به نقطه B' انتقال می دهیم پس از B' به A وصل می کنیم، تا نقطه M بدست آید. (۰/۲۵) از نقطه M بر رودخانه عمود می کنیم تا نقطه N بدست آید، محل احداث پل MN بدست می آید. (۰/۲۵) $AMB'B$ کوتاه ترین مسیر است. (۰/۲۵)  ۰/۲۵ مسیر $AM + MB' + BB' \xrightarrow{MB'=NB} AM + NB + MN = AMNB$ مسیر $AMB'B$ صفحه ۵۳	۱۱
۱/۵	با توجه به شکل  $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_1 + \hat{O}_3 \rightarrow \hat{O}_2 = \hat{O}_3$ ۰/۲۵ دو مثلث OAB و $OA'B'$ هم نهشت اند. (۰/۲۵) $\begin{cases} OA = OA' \\ \hat{O}_2 = \hat{O}_3 \rightarrow AB = A'B' \\ OB = OB' \end{cases}$ ۰/۲۵ ۰/۵ صفحه ۴۱	۱۲
۱/۲۵	 ۱/۲۵ $\begin{aligned} \Delta ABM: \quad MQ \text{ نیمساز} &\Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{BM} \\ \Delta AMC: \quad MP \text{ نیمساز} &\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} \frac{AQ}{QB} &= \frac{AP}{PC} \\ \frac{AM}{BM} &= \frac{AM}{MC} \end{aligned} \right. \begin{aligned} \frac{AQ}{QB} &= \frac{AP}{PC} \\ \frac{AM}{BM} &= \frac{AM}{MC} \end{aligned}$ ۰/۲۵ پس بنا بر عکس تالس داریم: $QP \parallel BC$ (۰/۲۵ ۰/۲۵) تمرین صفحه ۷۰	۱۳
۱/۵	به کمک قضیه سینوس ها $\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = 2R \xrightarrow{\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} 2R = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow R = \frac{10\sqrt{3}}{2}$ ۰/۲۵ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{B} = 45^\circ$ ۰/۲۵	۱۴

	صفحه ۶۲	
۱/۷۵	(الف) $P = \frac{۵+۷+۳}{۲} = \frac{۱۵}{۲} \rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $S = \sqrt{\frac{۱۵}{۲}(\frac{۱۵}{۲}-۷)(\frac{۱۵}{۲}-۵)(\frac{۱۵}{۲}-۳)} = \frac{۱۵}{۴}\sqrt{۳} \quad \cdot/۲۵$ (ب) $S = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۵ \times \sin A = \frac{۱۵}{۲} \sin A \quad \cdot/۲۵$ $\frac{۱۵}{۲} \sin A = \frac{۱۵}{۴} \sqrt{۳} \rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \hat{A} = ۱۲۰ \quad \cdot/۲۵$ صفحه ۷۳	۱۵
۲۰	جمع نمرات	
همکار گرامی لطفا به راه حل های درست دیگر که منطبق بر کتاب درسی است، به تناسب نمره دهید.		

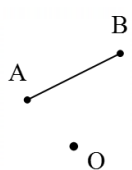
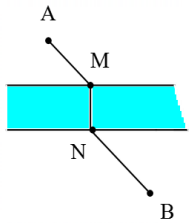
طراح: پوران نوروزی

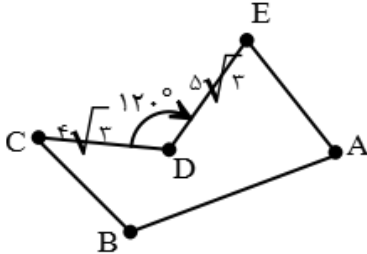
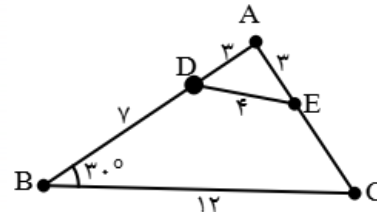
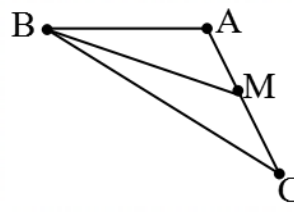
استان: تهران

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی و یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید: الف) عمود منصف‌های همه اضلاع یک چند ضلعی محاطی در یک نقطه هم‌رس هستند. ب) تبدیل‌های بازتاب، انتقال، دوران همواره موقعیت شکل را تغییر می‌دهند، اما اندازه پاره‌ها و زاویه‌ها را تغییر نمی‌دهند.	۰/۲۵ ۰/۲۵
۲	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. الف) اگر نقطه P بیرون دایره $C(O, r)$ باشد، فاصله آن تا مرکز دایره شعاع دایره است. ب) در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه رو به رو به آن ضلع برابر با اندازه است.	۰/۲۵ ۰/۲۵
۳	گزینه مناسب را انتخاب کنید: الف) در دایره $C(O, r)$ اندازه وترهای AB, CD به ترتیب برابر a^2 و $a^2 + 1$ می‌باشد. اگر $OH = x + 1$ و $OH' = 2x - 1$ حدود x کدام است. (OH و OH' به ترتیب فاصله وتر AB و CD از مرکز دایره است) $(1) x > 2 \quad (2) x < 2 \quad (3) \frac{1}{2} < x < 2 \quad (4) -3 < x < 2$ ب) یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۵ باشد، مساحت مربع اولیه کدام است: $(1) S = 9 \quad (2) S = 2 \quad (3) S = 3 \quad (4) S = 4$ پ) اگر در مثلث ABC ، $BC = 10 \text{ cm}$ و $A = 120^\circ$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث کدام است: $(1) \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (2) \frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (3) \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (4) \frac{10\sqrt{3}}{2}$	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۴	مساحت قطاعی از دایره $C(O, 6)$ را بیابید که طول کمان روبه روی آن برابر 2π است.	۱

ادامه سؤالات در صفحه دوم

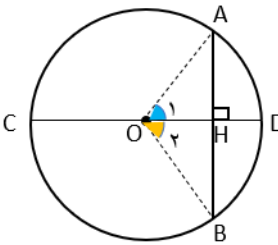
۱/۲۵	۵	نشان دهید اگر قطر CD از دایره $C(O, r)$ بر وتر AB عمود باشد، آنگاه کمان AB را نصف می کند.
۲	۶	در شکل های زیر مقدار x را به دست آورید. 
۱	۷	برای دو دایره متقاطع $C(O, R)$ ، $C'(O', R')$ درستی رابطه $ OO' < R + R'$ را ثابت کنید.
۱	۸	طول شعاع های دو دایره مماس برون را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $2\sqrt{10}$ و $R - R' = 3$ باشد.
۰/۷۵	۹	برای یک مثلث متساوی الاضلاع با طول ضلع $\sqrt{3}$ ، شعاع دایره محاطی را محاسبه کنید.
۱/۵	۱۰	برای حالت زیر نشان دهید تبدیل دوران طول پاره خط را حفظ می کند. (زاویه دوران از زاویه AOB بزرگتر است) 
۱/۵	۱۱	الف) نقطه ثابت تبدیل های غیر همانی (بازتاب، دوران، تجانس) را در صورت وجود مشخص کنید. ب) تبدیل های "انتقال"، دوران، تجانس "در چه صورتی می توانند تبدیل همانی باشند؟
۱/۵	۱۲	اگر دو شهر A, B در دو طرف یک رودخانه قرار داشته باشند و بخواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که $AMNB$ کوتاه ترین مسیر ممکن باشد؟ ادعای خود را ثابت کنید. 
ادامه سوالات در صفحه سوم		

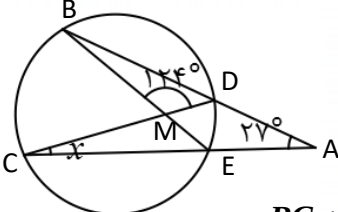
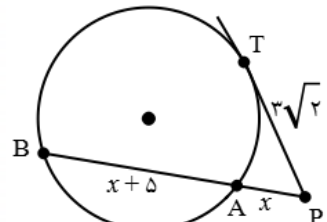
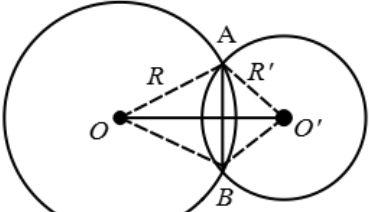
۱۳	شکل زیر را در نظر بگیرید، می خواهیم بدون آنکه محیط این شکل تغییر کند، مساحت آن را افزایش دهیم. به کمک کدام تبدیل هندسی می توان این کار را انجام داد؟ میزان افزایش مساحت را حساب کنید. 	۱
۱۴	نشان دهید در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می کند.	۱/۵
۱۵	در مثلث ABC، $AB = ۱۳$، $AC = ۱۴$، $BC = ۱۵$ است. طول های دو قطعه ای را به دست آورید که نیمساز زاویه A روی ضلع مقابل ایجاد می کند.	۱
۱۶	در شکل مقابل مساحت چهارضلعی $DECB$ را محاسبه کنید. 	۱/۲۵
۱۷	در مثلث ABC، میانه BM را رسم کرده ایم. به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید: $(AB = c, AC = b, BC = a) \quad a^2 + c^2 = 2BM^2 + \frac{b^2}{2}$ 	۱/۲۵
	موفق باشید	۲۰ جمع

طراح: پوران نوروزی

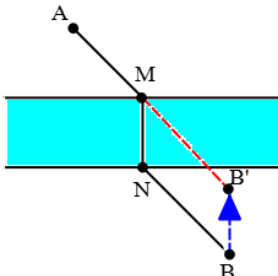
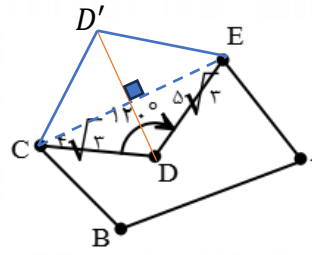
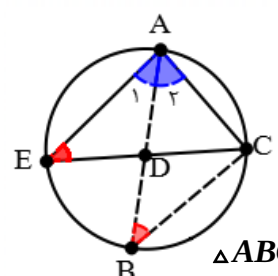
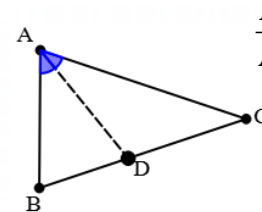
استان: تهران

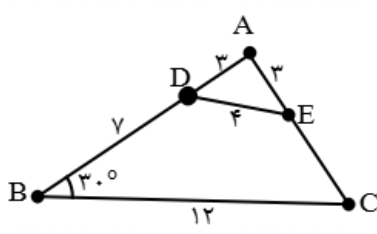
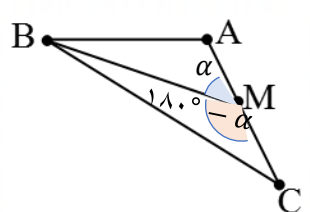
راهنمای آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۶	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره				
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵)	۰/۵				
۲	الف) بزرگتر (۰/۲۵) ب) وتر (یا دو برابر شعاع دایره محیطی) (۰/۲۵)	۰/۵				
۳	الف) گزینه ۳ (۰/۵) ب) گزینه ۱ (۰/۵) پ) گزینه ۳ (۰/۵)	۱/۵				
۴	$L = \frac{\alpha}{360} 2\pi r = 2\pi \left(\frac{0}{25} \right) \Rightarrow \alpha = 60^\circ \left(\frac{0}{25} \right)$ $S = \frac{\alpha}{360} \pi r^2 \left(\frac{0}{25} \right) = \frac{60}{360} \pi (6)^2 = 6\pi \left(\frac{0}{25} \right)$	۱				
۵	روش اول: <table border="1"> <tr> <td>فرض</td><td>$CD \perp AB$</td></tr> <tr> <td>حکم</td><td>$AD = BD, AC = BC$</td></tr> </table>  $AH \cong \Delta OBH \rightarrow \begin{cases} OA = OB = r \\ OH = OH \quad \left(\frac{0}{5} \right) \Rightarrow O_1 = O_2 \quad \left(\frac{0}{25} \right) \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \end{cases}$ $AD = BD \left(\frac{0}{25} \right) \Rightarrow 180^\circ - AD = 180^\circ - BD \rightarrow AC = BC \left(\frac{0}{25} \right)$ روش دوم: چون $OA = OB = r$ پس نقطه O روی عمود منصف AB قرار دارد. (۰/۲۵) از طرفی چون $CD \perp AB$ پس OH عمود منصف AB است. (۰/۲۵) همچنین مثلث OAB متساوی الساقین است، پس OH نیمساز زاویه O است. یعنی $O_1 = O_2$ (۰/۲۵). لذا، $AD = BD$ (۰/۲۵) و: $180^\circ - AD = 180^\circ - BD \rightarrow AC = BC \quad (0/25)$	فرض	$CD \perp AB$	حکم	$AD = BD, AC = BC$	۱/۲۵
فرض	$CD \perp AB$					
حکم	$AD = BD, AC = BC$					
ادامه در صفحه دوم						

۲	 $A = \frac{BC - DE}{2} = 27^\circ \Rightarrow BC - DE = 54^\circ \quad (0 / 25)$ $M_1 = \frac{BC + DE}{2} \Rightarrow 180^\circ - 124^\circ = \frac{BC + DE}{2} \Rightarrow BC + DE = 112^\circ \quad (0 / 25)$ $\begin{cases} BC - DE = 54^\circ \\ BC + DE = 112^\circ \end{cases} \Rightarrow BC = 83^\circ, DE = 29^\circ \quad (0 / 5) \Rightarrow x = \frac{DE}{2} = 14 / 5^\circ \quad (0 / 25)$ $PT^r = PA \times PB \Rightarrow (r\sqrt{2})^r = x \times (2x + 5) \quad (0 / 25)$ $\Rightarrow 2x^r + 5x - 18 = 0 \quad (0 / 25) \Rightarrow (2x + 9)(x - 2) = 0 \rightarrow x = 2 \quad (0 / 25) \text{ ق ق}$ 	۶
۱	بنا به نامساوی مثلثی در مثلث OAO' داریم :  $\begin{cases} OO' \angle R + R' \quad (1) \\ R \angle OO' + R' \quad (0 / 25) \\ R' \angle OO' + R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R - R' \angle OO' \\ -OO' \angle R - R' \end{cases} \Rightarrow -OO' \angle R - R' \angle OO' \quad (2) \quad (0 / 25)$ $\Rightarrow R - R' \angle OO' \quad (0 / 25) \stackrel{(1) \vee (2)}{\Rightarrow} R - R' \angle OO' \angle R + R' \quad (0 / 25)$	۷
ادامه در صفحه سوم		

۱	۸	دو دایره مماس برون اند، پس $R + R' = OO'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{10}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow RR' = 10$, $R - R' = 3 \Rightarrow R = 5$, $R' = 2$ (۰/۵)
۰/۷۵	۹	$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}a}{6} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)
۱/۵	۱۰	فرض کنیم تبدیل یافته نقطه A ، نقطه A' و تبدیل یافته نقطه B ، نقطه B' باشد. با توجه به شکل روبرو $O_1 + O_2 = O_2 + O_3 = \alpha$ (۰/۲۵) پس می توان گفت: $AOB = A'OB'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB = A'B'$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) $\Delta AOB \cong \Delta A'OB' \rightarrow \begin{cases} OA = OA' \\ OB = OB' \\ AOB = A'OB' \end{cases}$ (۰/۵)
۱/۵	۱۱	الف) تمام نقاط روی محور تقارن بازتاب، نقاط ثابت تبدیل بازتاب است. (۰/۲۵) مرکز دوران تبدیل دوران، نقطه ثابت تبدیل دوران است. (۰/۲۵) مرکز تجانس تبدیل تجانس، نقطه ثابت تبدیل تجانس است. (۰/۲۵) ب) در تبدیل انتقال اگر بردار انتقال، بردار صفر باشد، تبدیل همانی می شود. (۰/۲۵) در تبدیل دوران اگر زاویه دوران $\alpha = K \times 360^\circ$ (۰/۲۵) باشد، K عدد صحیح است) تبدیل همانی می شود. در تبدیل تجانس اگر نسبت تجانس $k = 1$ (۰/۲۵) تبدیل همانی می شود.
۱/۵	۱۲	ابتدا تحت تبدیل انتقال (۰/۲۵) که بردار آن در راستای عمود بر رودخانه و طول آن برابر اندازه عرض رودخانه باشد، تصویر نقطه B را به دست می آوریم و آن را B' می نامیم. از A وصل می کنیم و محل برخورد آن را باراستای رودخانه نقطه M می نامیم (۰/۲۵)، نقطه M محل احداث پل خواهد بود. از M به راستای دیگر رودخانه عمود می کنیم و آن را N می نامیم. مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر است. زیرا با توجه به ویژگی تبدیل انتقال خواهیم داشت:

	 $MN = BB', MN \parallel BB' \quad (0/25)$ $AMNB = AM + MN + NB = AM + BB' + MB' = AB' + BB' \quad (0/5)$ رسم شکل (0/25)	
۱	 $S_{DCD'E} = 2 \times S_{DCE} = 2 \times \frac{1}{2} \times DC \times DE \times \sin(120^\circ)$ $= 2 \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \sin(120^\circ) (0/5) = 30\sqrt{3} \quad (0/25)$	۱۳
۱/۵	 ابتدا نیمساز زاویه A یعنی AD را امتداد می دهیم تا دایره محیطی مثلث را در نقطه B قطع کند. از B به C وصل می کنیم. زاویه های B, E هر دو محاطی و روبه رو به یک کمان هستند، $B = E = \frac{AC}{2} \quad (0/25)$ $\triangle ABC \sim \triangle AED \quad (0/25) \Rightarrow \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} \quad (0/25)$ $\Rightarrow AC \times AE = AD \times AB = AD \times (AD + DB) \quad (0/25) = AD^2 + AD \times DB$ $= ED \times DC \quad (0/25) \Rightarrow AC \times AE = AD^2 + ED \times DC \Rightarrow AD^2 = AC \times AE - ED \times DC \quad (0/25)$	۱۴
۱	 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{13}{14} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{13+14}{14} = \frac{BD+DC}{DC} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \frac{27}{14} = \frac{15}{DC} \Rightarrow DC = \frac{70}{9} (0/25), \quad BD = 15 - \frac{70}{9} = \frac{65}{9} (0/25)$	۱۵
	ادامه در صفحه پنجم	

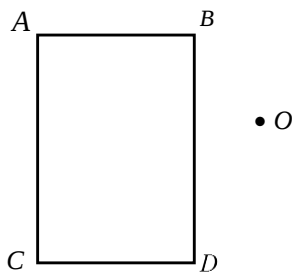
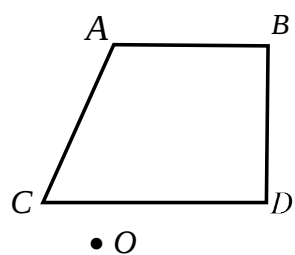
	روش اول : ۱۶  $2P = 3 + 3 + 4 \Rightarrow P = 5 \quad (0 / 25)$ $\Rightarrow S_{ADE} = \sqrt{P(P-a)(p-b)(p-c)} \quad (0 / 25)$ $S_{ADE} = \sqrt{5(5-3)(5-3)(5-4)} = 2\sqrt{5}$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin(30^\circ) \quad (0 / 25)$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \frac{1}{2} = 30 \quad (0 / 25)$ $S_{DECB} = S_{ABC} - S_{ADE} = 30 - 2\sqrt{5} \quad (0 / 25)$	
۱/۲۵	روش دوم : ۱۶ $AC^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \times 10 \times 12 \times \cos 30^\circ = 244 - 120\sqrt{3} \Rightarrow AC = 2\sqrt{61 - 30\sqrt{3}} \quad (0 / 25)$ $S_{ABC} = \sqrt{P(P-10)(P-12)\left(P - 2\sqrt{61 - 30\sqrt{3}}\right)} =$ $\sqrt{\left(11 + \sqrt{61 - 30\sqrt{3}}\right)\left(1 + \sqrt{61 - 30\sqrt{3}}\right)\left(-1 + \sqrt{61 - 30\sqrt{3}}\right)\left(11 - \sqrt{61 - 30\sqrt{3}}\right)}$ $S_{ABC} = 30 \quad (0 / 25) \quad , \quad 2P = 3 + 3 + 4 = 10 \rightarrow P = 5 \quad (0 / 25)$ $S_{ADE} = \sqrt{5(5-3)(5-3)(5-4)} = 2\sqrt{5} \quad (0 / 25) \quad S_{DECB} = S_{ABC} - S_{ADE} = 30 - 2\sqrt{5} \quad (0 / 25)$	
۱/۲۵	در مثلث ABM طبق قضيه کسينوس ها داريم : ۱۷  $AB^2 = BM^2 + AM^2 - 2 \times BM \times AM \times \cos \alpha \quad (0 / 25)$ $AB^2 = BM^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 2 \times BM \times \frac{b}{2} \times \cos \alpha$ $\Rightarrow c^2 = BM^2 + \frac{b^2}{4} - BM \times b \times \cos \alpha \quad (0 / 25)$ همچنين در مثلث BMC طبق قضيه کسينوس ها داريم: $BC^2 = BM^2 + MC^2 - 2 \times BM \times MC \times \cos(180^\circ - \alpha) \quad (0 / 25)$	

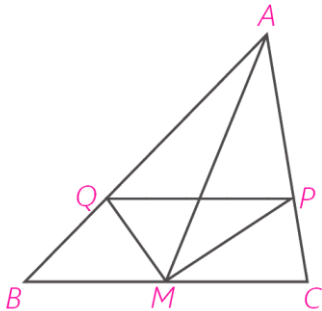
	$BC^2 = BM^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + 2 \times BM \times \frac{b}{2} \times \cos \alpha \Rightarrow a^2 = BM^2 + \frac{b^2}{4} + BM \times b \times \cos \alpha \quad (25 / \circ)$ $\begin{cases} c^2 = BM^2 + \frac{b^2}{4} - BM \times b \times \cos \alpha \\ a^2 = BM^2 + \frac{b^2}{4} + BM \times b \times \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow a^2 + c^2 = 2BM^2 + \frac{b^2}{2} \quad (25 / \circ)$	
۲۰	جمع	
صفحه ششم		

استان: کردستان طراحین: شوبو صادقی

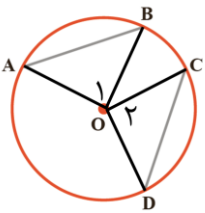
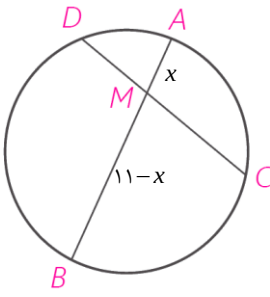
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه:	دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:
		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

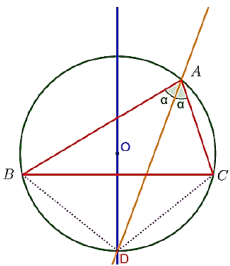
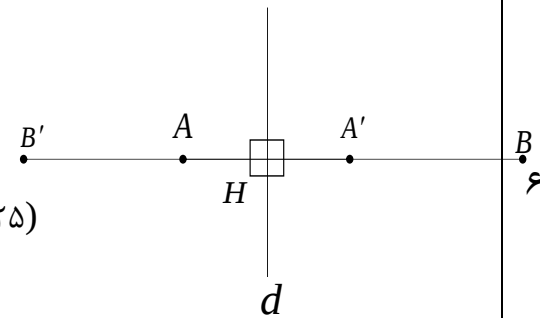
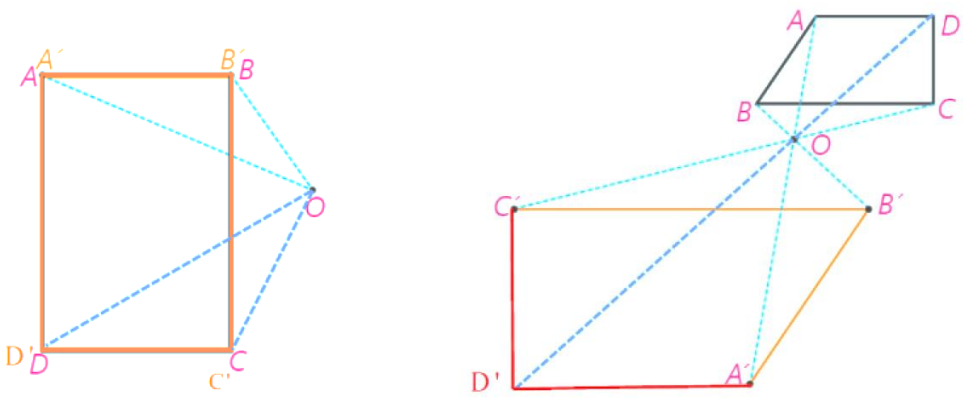
ردیف	سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) اندازه زاویه محاطی برابر است با اندازه کمان روبرو به آن زاویه. (ب) یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر زوایای مقابل آن مکمل باشند. (پ) تجانس اندازه زاویه را حفظ می کند. (ت) در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن ضلع برابر است با اندازه شعاع دایره محیطی مثلث.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) اندازه هر زاویه ظلی برابر است با کمان روبرو به آن زاویه. (ب) تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ می کنند تبدیلات نامیده می شود. (ج) در تجانس اگر نسبت تجانس کمتر از یک باشد، شکل کوچکتر می شود و آن را می نامیم. (د) در هر مثلث مربع اندازه هر داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می کند.	۱
۳	فرض کنید دو وتر AB و CD از یک دایره با هم برابر باشند. ثابت کنید اندازه های کمان های AB و CD نیز با هم برابرند.	۱,۲۵
۴	در دایره $C(O, R)$ وتر AB ، وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = 11 \text{ cm}$ آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع کرده است؟	۲
۵	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.	۱
۶	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب و متقاطع با آن قرار دارد ثابت کنید اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم اندازه اند.	۱,۷۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

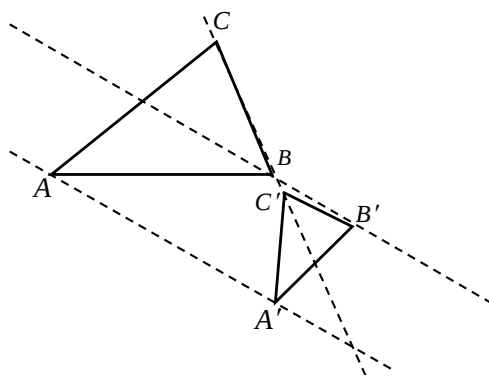
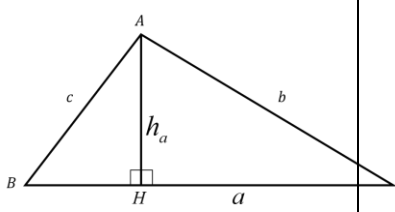
۱,۵	با توجه به نسبت تجانس داده شده مجانس شکل های زیر را رسم کنید. $k = ۱$  $k = -۲$ 	۷								
۱	با توجه به ویژگی تجانس و به کمک مثال نقض نشان دهید دو شکل متشابه الزاماً متجانس نیستند.	۸								
۱	یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس $\frac{۲}{۳}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.	۹								
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول مشخص کنید. <table><tr><td>الف) طول پاره خط را حفظ می کند</td><td>ب) اندازه زاویه را حفظ می کند</td><td>ج) شیب خط را حفظ می کند</td><td>د) جهت شکل را حفظ می کند</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> تجانس	الف) طول پاره خط را حفظ می کند	ب) اندازه زاویه را حفظ می کند	ج) شیب خط را حفظ می کند	د) جهت شکل را حفظ می کند					۱۰
الف) طول پاره خط را حفظ می کند	ب) اندازه زاویه را حفظ می کند	ج) شیب خط را حفظ می کند	د) جهت شکل را حفظ می کند							
۱,۷۵	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم: $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$	۱۱								
۱,۵	در مثلث ABC، $AB = ۲\sqrt{۲}$ و $AC = \sqrt{۶} + \sqrt{۲}$ و $\hat{A} = ۶۰^\circ$ طول ضلع BC را به کمک قضیه کسینوس ها به دست آورید.	۱۲								
ادامه سؤالات در صفحه سوم										

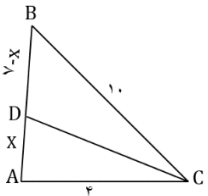
۱۳	در مثلث ABC، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید $PQ \parallel BC$. 	۱,۵
۱۴	مثلث ABC با اضلاع ۴ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید.	۱,۵
۱۵	مثلث ABC در، $AB = ۷$ ، $AC = ۴$ و $BC = ۱۰$ طول نیمساز زاویه داخلی C را بدست آورید.	۱,۲۵
	موفق باشید	۲۰
	جمع	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

۱	الف) نادرست (نصف کمان روبرو) درست (ب) درست (پ) درست (ت) نادرست (برابر است با طول قطر دایره محیطی آن) هر مورد ۰,۲۵	۱
۲	الف) نصف (ب) طولیا (ایزومتري) (پ) انقباض (ت) نیمساز هر مورد ۰,۲۵	۱
۳	 $\left. \begin{array}{l} \text{فرض } (0,25) \quad \overline{AB} = \overline{CD} \\ \text{شعاع دایره } (0,25) \quad \overline{OA} = \overline{OD} \\ \text{شعاع دایره } (0,25) \quad \overline{OB} = \overline{OC} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ض ض ض (۰,۲۵) بنابراین $AB = CD$ (۰,۲۵) زیرا اندازه زاویه مرکزی با کمان مقابل برابر است	۱/۲۵
۴	 $\frac{DM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{1}{3} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{DM}{9} = \frac{1}{3} \quad (0/25)$ $\Rightarrow DM = 3 \quad (0/25) \Rightarrow MC = 6 \quad (0/25)$ $DM \cdot MC = AM \cdot MD \quad (0/25) \Rightarrow 3 \times 6 = x(11-x) \quad (0/25)$ $\Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 9, x = 2 \quad (0/25)$ اما $x = 9$ قابل قبول نیست زیرا $AM < MB$ بنابراین $x = 2$ در نتیجه $AM = 2 \Rightarrow MB = 11 - 2 = 9 \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2}{9} \quad (0/25)$	۲

۱	فرض کنیم نیمساز زاویه BAC دایره محاطی را در نقطه‌ی D قطع کند. بنابر تعریف نیمساز داریم:  $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} \quad (0/25)$ دو زاویه محاطی برابر کمان‌های روبروی برابر نیز دارند لذا: $BD = CD \quad (0/25)$ کمان‌های مساوی، وترهای منظر مساوی دارند: $BD = CD \quad (0/25)$ فاصله‌ی نقطه‌ی D از دو نقطه‌ی B و C به یک اندازه است در نتیجه طبق خاصیت عمود منصف‌ها، نقطه‌ی D روی عمود منصف BC نیز قرار دارد. ۰,۲۵	۵
۱,۷۵	$B'H = BH \quad (0/25)$ $B'A + AH = BA' + A'H \quad (0/25)$ $AH' = AH \quad (0/25) \Rightarrow BA' = B'A \quad (0/25)$ $AB = AA' + A'B \quad (0/25)$ $A'B' = AA' + AB' \quad (0/25)$ $\left. \begin{array}{l} AB = AA' + A'B \\ A'B' = AA' + AB' \end{array} \right\} \Rightarrow AB = A'B' \quad (0/25)$ 	۶
۱,۵	 رسم هر شکل ۰,۷۵ نمره	۷

۱		کافیست دو شکل متشابه رسم کنیم که وقتی هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم، هم‌رس نشوند به این ترتیب مرکز تجانس وجود نخواهد داشت در این صورت تجانس هم در کار نیست. (۰,۷۵) در شکل زیر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند اما متجانس نیستند. (رسم شکل (۰,۲۵))	۸							
۱	فرض کنیم a ضلع مربع اولیه باشد $\frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad (0/25) \Rightarrow S' = \frac{4}{9}S$ $S - S' = 5 \Rightarrow S - \frac{4}{9}S = 5 \Rightarrow S = 9 \quad (0/25) \Rightarrow a = 3 \quad (0/25)$ $\Rightarrow P = 4 \times 3 = 12 \quad (0/25)$	۹								
۱	<table border="1"> <tr> <td>الف) طول پاره خط را حفظ می‌کند</td> <td>ب) اندازه زاویه را حفظ می‌کند</td> <td>ج) شیب خط را حفظ می‌کند</td> <td>د) جهت شکل را حفظ می‌کند</td> </tr> <tr> <td>×</td> <td>✓</td> <td>✓</td> <td>×</td> </tr> </table> تجانس هر مورد ۰,۲۵ نمره	الف) طول پاره خط را حفظ می‌کند	ب) اندازه زاویه را حفظ می‌کند	ج) شیب خط را حفظ می‌کند	د) جهت شکل را حفظ می‌کند	×	✓	✓	×	۱۰
الف) طول پاره خط را حفظ می‌کند	ب) اندازه زاویه را حفظ می‌کند	ج) شیب خط را حفظ می‌کند	د) جهت شکل را حفظ می‌کند							
×	✓	✓	×							
۱,۷۵	$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{2}ah_a \quad (0/25) \\ s &= \frac{1}{2}bc \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow bc = ah_a \quad (0/25) \Rightarrow (bc)^r = (ah_a)^r$ $\Rightarrow b^r c^r = a^r h_a^r \quad (0/25) \Rightarrow b^r c^r = (b^r + c^r)h_a^r \quad (0/25)$ $\Rightarrow b^r c^r = b^r h_a^r + c^r h_a^r$ $\frac{b^r c^r}{b^r c^r h_a^r} = \frac{b^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} + \frac{c^r h_a^r}{b^r c^r h_a^r} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{1}{h_a^r} = \frac{1}{b^r} + \frac{1}{c^r} \quad (0/25)$		۱۱							

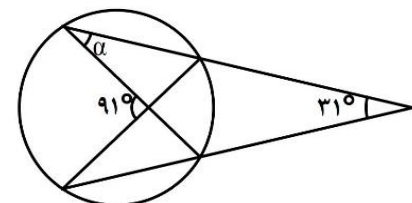
	$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos 60^\circ \quad (0/5)$ $(BC)^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times (2\sqrt{2}) \times \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $= 12 \quad (0/5) \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} \quad (0/25)$	۱۲
۱,۵	در مثلث AMB پاره خط MQ نیمساز زاویه AMB و در مثلث AMC پاره خط MP نیمساز زاویه AMC می باشد لذا: $\left. \begin{aligned} \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QB} \quad (0/25) \\ \frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC} \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{MB=MC \quad (0/25)} \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{QB} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC} \quad (0/25)$ در نتیجه طبق عکس قضیه تالس $PQ \parallel BC \quad (0,25)$	۱۳
۱,۵	$P = \frac{4+5+7}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad (0/5)$ $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (0/25)$ $= \sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)} = \sqrt{8 \times 4 \times 3 \times 1} \quad (0/25)$ $= \sqrt{16 \times 6} \quad (0/25)$ $= 4\sqrt{6} \quad (0/25)$	۱۴
۱,۲۵	 $4x = 10(7-x) \rightarrow x = 5 \quad (0/5) \quad , BD = 2 \quad (0/25)$ $CD^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \quad (0/25) \rightarrow CD = \sqrt{30} \quad (0/25)$	۱۵

طراح: صالح دامن افشان

استان: کرمان

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر دو وتر یک دایره باهم موازی باشند، آنگاه کمانهای محدود بین آنها با هم مساوی هستند. ب) دو دایره متداخل، دارای یک مماس مشترک هستند. ج) تجانس با نسبت k را که $ k > 1$ ، انبساط می نامیم.	۰/۷۵
۲	جمله های زیر را کامل کنید. الف) طول و اندازه کمانی از یک دایره، به ترتیب ۳ واحد و 60° هستند. محیط این دایره برابر با واحد است. ب) بازتاب نسبت به خط، نقطه ثابت تبدیل دارد. ج) تبدیل T را گوییم، هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم $T(A) = A$	۰/۷۵
۳	با توجه به شکل مقابل، نشان دهید $\hat{CAB} = \frac{1}{2} \hat{ADB}$	۱/۵
۴	در شکل روبه رو، نشان دهید $\hat{DAE} = \frac{1}{2} (BC + DE)$	۱
۵	در شکل مقابل، اندازه زاویه α را به دست آورید.	۱/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

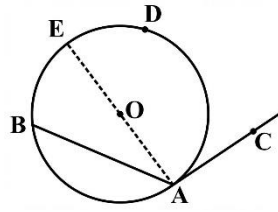


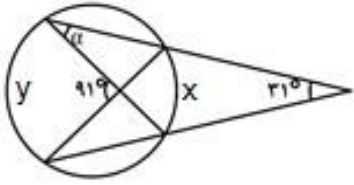
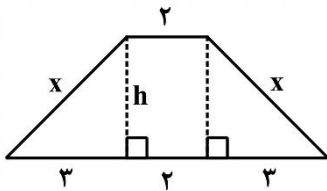
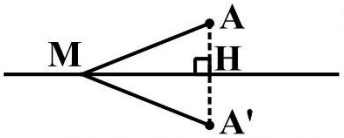
ردیف	سؤالات	نمره
۶	فرض کنید TT' اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره مماس بیرونی است. اگر شعاع‌های این دایره‌ها R و R' باشند، نشان دهید $TT' = 2\sqrt{RR'}$	۱
۷	یک دوزنقه، هم محیطی است و هم محاطی. اگر اندازه‌های قاعده‌های این دوزنقه ۲ و ۸ باشند، مساحت این دوزنقه را به دست آورید.	۱/۲۵
۸	مثلث ABC محیطی است و نسبت شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع BC به شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع AC برابر $\frac{2}{3}$ هستند. اگر $AC = ۸$ و $BC = ۶$ باشند، طول ضلع AB را به دست آورید.	۱/۲۵
۹	در شکل مقابل، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط بازتاب d مشخص کنید و آن را A' بنامید، سپس نشان دهید $AM = A'M$.	۱/۵
۱۰	با رسم شکل، نشان دهید برای حالتی که $k > ۰$ ، تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.	۱/۵
۱۱	یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۲۰ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۲	زمینی به شکل مقابل داریم. می‌خواهیم بدون آنکه محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید. ($\hat{B} = ۱۳۵^\circ$ و $BC = 4\sqrt{2}$ ، $AB = ۳$)	۱
۱۳	در مثلث ABC ، $BC = ۱۰$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$. اندازه زاویه $\hat{B}$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) با ارتفاع $AH = h_a$ داریم $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$	۱/۵
۱۵	در مثلث ABC ، $AB = ۳$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و $AC = ۵$. طول ضلع BC را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.	۲
۲۰	موفق باشید	جمع

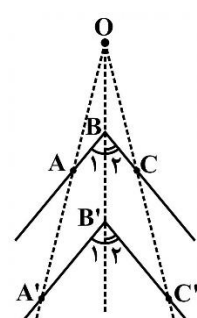
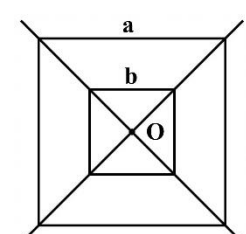
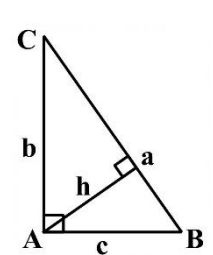
استان: کرمان

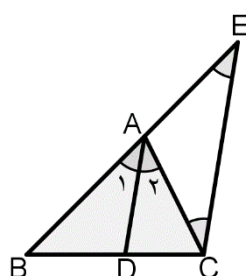
طراح: صالح دامن افشان

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (نتیجه، ص ۱۵) ج) درست (کادر، ص ۴۶) ب) نادرست (فعالیت، ص ۲۱، س ۵) (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) ۱۸ (کاردکلاس، ص ۱۲) ج) همانی (تعریف، ص ۴۷) ب) بی شمار (متن درس، ص ۳۶) (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	ابتدا مطابق شکل، قطر AE را رسم می کنیم (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} \underbrace{E\hat{A}C = 90^\circ \Rightarrow E\hat{A}C = \frac{1}{2} ADE}_{(0/25)} \\ \underbrace{B\hat{A}E = \frac{1}{2} BE}_{(0/25)} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{B\hat{A}E + E\hat{A}C = \frac{1}{2} (BE + ADE)}_{(0/25)}$ $\Rightarrow \underbrace{B\hat{A}C = \frac{1}{2} ADB}_{(0/25)}$ رسم شکل: (۰/۲۵) (فعالیت، ص ۱۴، قسمت: ت) 	۱/۵
۴	$\left. \begin{array}{l} \underbrace{D\hat{A}E = \hat{D} + \hat{B}}_{(0/25)} \\ \underbrace{\hat{D} = \frac{1}{2} BC}_{(0/25)} \\ \underbrace{\hat{B} = \frac{1}{2} DE}_{(0/25)} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{D\hat{A}E = \frac{1}{2} (BC + DE)}_{(0/25)}$ (فعالیت، ص ۱۵، سؤال ۲، قسمت: ب)	۱
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	 $\left. \begin{aligned} 91^\circ &= \frac{1}{2}(y + x) \\ 31^\circ &= \frac{1}{2}(y - x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underbrace{x = 60^\circ}_{(0/25)}, \quad \underbrace{\alpha = \frac{1}{2}x}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\alpha = 30^\circ}_{(0/25)}$ (تمرین، ص ۱۶، س ۲)	۱/۲۵
۶	$\underbrace{d = R + R'}_{(0/25)}$ $\underbrace{TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{TT' = 2\sqrt{RR'}}_{(0/25)}$ (فعالیت، ص ۲۱، س ۳)	۱
۷	از آنجا که دوزنقه مورد نظر، هم محیطی و هم محاطی است، لذا یک دوزنقه متساوی الساقین می باشد. (۰/۲۵) و به دلیل محیطی بودن دوزنقه، داریم: $2x = 2 + 8 \Rightarrow x = 5$ (۰/۲۵)  $\underbrace{h = \sqrt{x^2 - 3^2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{h = 4}_{(0/25)}, \quad \underbrace{S = \frac{1}{2}(2 + 8) \times 4 = 20}_{(0/25)}$ (تمرین، ص ۲۹، س ۴)	۱/۲۵
۸	$\frac{r_a}{r_b} = \frac{\frac{S}{p-a}}{\frac{S}{p-b}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{p-8}{p-6} \Rightarrow \underbrace{p = 12}_{(0/25)} \Rightarrow c = AB = 10 \quad (0/25)$ (فعالیت، ص ۲۶)	۱/۲۵
۹	 طبق تعریف بازتاب: $\left. \begin{aligned} \hat{H} &= 90^\circ \\ AH &= A'H \end{aligned} \right\} \quad (0/5)$ $\underbrace{\left. \begin{aligned} AH &= A'H \\ MH &= MH \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AMH \cong \triangle A'MH}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{AM = A'M}_{(0/25)}$ رسم شکل: (۰/۲۵) (فعالیت، ص ۳۶، قسمت: ب)	۱/۵
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم		

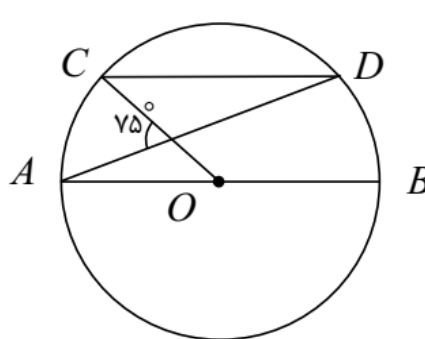
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	می دانیم در تجانس، شیب خط حفظ می شود: $\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{B}'_1 \Leftarrow AB \parallel A'B' \\ \hat{B}_r &= \hat{B}'_r \Leftarrow BC \parallel B'C' \end{aligned} \right\}$ (۰/۵) رسم شکل: (۰/۵) (فعالیت، ص ۴۷)  $\underbrace{\hat{B}_1 + \hat{B}_r}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\hat{B}'_1 + \hat{B}'_r}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \hat{B} = \hat{B}'$	۱/۵
۱۱	 $\left. \begin{aligned} \frac{b^2}{a^2} &= \frac{4}{9} \\ \frac{b}{a} &= \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 6, 4a = 24$ (۰/۲۵) محیط مربع اولیه: ۴ا = ۲۴ ، ا = ۶ (۰/۲۵) (تمرین، ص ۴۸، س ۳)	۱/۲۵
۱۲	میزان افزایش مساحت ۱۲ : $\underbrace{2 \times S_{\Delta ABC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \sin(135^\circ)}_{(۰/۵)} = \underbrace{12}_{(۰/۲۵)}$ (تمرین، ص ۵۴، س ۵)	۱
۱۳	$\frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{6}}{3 \sin \hat{B}} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$ (مثال ۱، ص ۶۲)	۱/۲۵
۱۴	 $\underbrace{a^2 = b^2 + c^2}_{(۰/۲۵)}$ $\underbrace{bc = ah_a}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow h_a = \frac{bc}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{b^2 c^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ (تمرین، ص ۶۳، س ۱)	۱/۵
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$BC^2 = 9 + 25 - 2(3)(5) \cos(120^\circ) = 49 \Rightarrow BC = 7$ (مثال، ص ۶۵)	۱/۲۵
۱۶	فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_r$ (۰/۲۵) حکم: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (۰/۲۵) ابتدا مطابق شکل، از نقطه C خطی موازی نیمساز AD رسم می‌کنیم تا امتداد BA را در نقطه E قطع کند. (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} AD \parallel CE \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E} \\ AD \parallel CE \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_r \\ \Rightarrow \hat{C} = \hat{E} \Rightarrow AC = AE \end{array} \quad (0/25)$ $AD \parallel CE \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \quad (0/25)$  (قضیه ۱، ص ۶۸)	۲
سپاس و عرض خداقوت خدمت همکار گرامی		

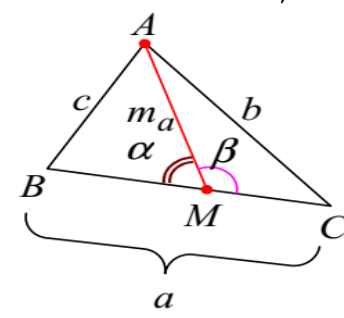
طراحین: سید ابوالفضل قاسمیان

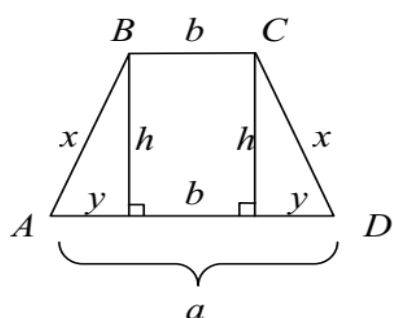
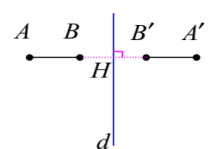
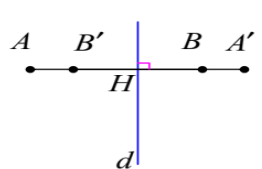
استان: کهگیلویه و بویر احمد

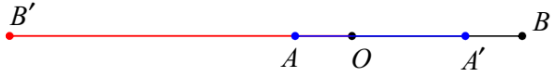
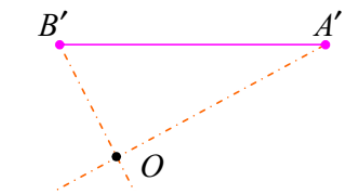
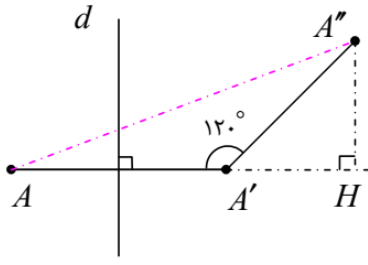
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه:	رشته: ریاضی	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخنامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: (الف) در دایره دوکمان ممکن است هم اندازه باشند ولی قطاع هایی با مساحت های برابر به وجود نمی آورند. (ب) دو دایره مماس خارج فقط یک مماس مشترک خارجی دارند. (ج) ترکیب دو بازتاب که محور های بازتاب موازی باشند، یک انتقال است. (د) در مثلث ABC ، $A < 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 > c^2$.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید: (الف) بزرگترین وتر دایره را می نامند. (ب) تبدیل را گویند هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم: $T(A) = A$. (ج) اگر فاصله وتر AB از مرکز دایره $C(O, 13)$ برابر ۵ باشد طول وتر AB برابر با (د) اگر A' و B' به ترتیب دوران یافته نقاط A و B به مرکز O و زاویه θ باشند، عمود منصف های دو پاره خط غیر موازی AA' و BB' همدیگر را در قطع می کنند.	۱
۳	ثابت کنید: اگر از یک نقطه واقع در بیرون دایره یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره ای رسم کنیم، اندازه مماس واسطه ای هندسی بین اندازه ی دو قطعه ی قاطع است.	۱/۵
۴	در شکل زیر نقطه O مرکز دایره و $AB \parallel CD$ ، اندازه کمان CD را بدست آورید.	۱/۵
		
۵	دو دایره $C(O, 2x + 4)$ ، $C'(O', 2x)$ مماس خارجی هستند اگر طول خط المרכזین $d = 5x + 3$ باشد طول مماس مشترک خارجی را بدست آورید.	۱/۵
۶	یک ذوزنقه، هم محیطی و هم محاطی است. ثابت کنید: مساحت این ذوزنقه با حاصل ضرب میانگین هندسی اندازه های دو قاعده در میانگین حسابی آنها برابر است.	۱/۵

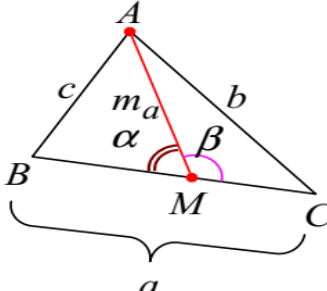
ادامه سؤالات در صفحه دوم

۱/۵	۷	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که AB و بازتاب آن هم اندازه هستند. (در دو حالت پاره خط AB محور بازتاب را قطع می کند و پاره خط AB محور بازتاب را قطع نمی کند ثابت شود)
۱/۵	۸	ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند. (حالتی را ثابت کنید که $k < 0$ باشد)
۱/۵	۹	نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.
۱/۵	۱۰	دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه ای واقعند. می خواهیم جاده ای از A به B بسازیم بطوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود روی شکل محل جاده ساحلی را مشخص کنید بطوری که مسیر بدست آمده کوتاهترین مسیر باشد.
		
۱/۵	۱۱	در مثلث ABC میانه AM را رسم کرده ایم ($BM = MC = \frac{BC}{2}$, $BC = a$). با استفاده از قضیه سینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید.
		$b^r + c^r = r m_a^r + \frac{a^r}{r}$ 
۱/۵	۱۲	در مثلث ABC ، $AB = 3$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$ طول نیمساز زاویه A را بدست آورید.
۱/۵	۱۳	اندازه های سه ضلع مثلثی ۳، ۵ و ۷ می باشند. اندازه زاویه مقابل به ضلع ۷ سانتی متر را بدست آورید.
۱/۵	۱۴	در مثلث ABC ، $A < 90^\circ$ دایره ی محیطی آن را در نظر بگیرید. قضیه سینوس ها را در این مثلث ثابت کنید. (همراه با رسم شکل)
۲۰	جمع	موفق باشید

۱.۵	$d = R + R' \Rightarrow \Delta x + 3 = 2x + 4 + 2x \rightarrow x = 1$ مشابه تمارین صفحه ۲۳ $\begin{cases} R = 2x + 4 = 6 \\ R' = 2x = 2 \Rightarrow AB = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} \\ d = \Delta x + 3 = 4 \end{cases}$	۵
۱.۵	دوزنقه $ABCD$ محاطی است پس متساوی الساقین است، پس  $AB = CD = x$; $y + b + y = a \rightarrow y = \frac{a-b}{2}$ دوزنقه $ABCD$ محیطی است، پس $AB + CD = AD + BC \rightarrow x = \frac{a+b}{2}$ $h^2 = x^2 - y^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab \rightarrow h = \sqrt{ab} \rightarrow S = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(a+b)\sqrt{ab}$ تمرین ۴ صفحه ۲۹	۶
۱.۵	حالت اول) پاره خط AB محور بازتاب را قطع می کند: (تمرین ۱ صفحه ۴۴)  $\begin{cases} AH = A'H \\ BH = B'H \end{cases} \rightarrow AH - BH = A'H - B'H \rightarrow AB = A'B'$ حالت دوم) پاره خط AB محور بازتاب را قطع نمی کند:  $\begin{cases} AH = A'H \\ BH = B'H \end{cases} \rightarrow AH + BH = A'H + B'H \rightarrow AB = A'B'$ ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم	۷

۱.۵	الف) نقطه O روی خط AB باشد. در این حالت نقاط A', B' به ترتیب مجانس های B, A روی خط AB قرار می گیرند بنابراین $A'B'$ بر AB واقع است و شیب حفظ می شود. (۰/۵)  ب) نقطه O روی خط AB نباشد. اگر نقاط A', B' به ترتیب مجانس های B, A باشند خواهیم داشت : $\left. \begin{aligned} OA' &= -k \times OA \\ OB' &= -k \times OB \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{OA'}{OB'} = \frac{-k \times OA}{-k \times OB} = \frac{OA}{OB} \rightarrow \frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'}$  پس طبق عکس قضیه تالس نتیجه می شود که $AB \parallel A'B'$ تمرین ۱ صفحه ۵۰	۸
۱.۵	 $A'A'' = AA' = 4\sqrt{6}$; ۰/ ۲۵ $A''A'H = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \rightarrow A'A''H = 30^\circ$; ۰/ ۲۵ $A'H = \frac{1}{2}A'A'' = 2\sqrt{6}$; ۰/ ۲۵ $A''H = \frac{\sqrt{3}}{2}A'A'' = 2\sqrt{18}$; ۰/ ۲۵ $AH = 6\sqrt{6}$ $AA''^2 = AH^2 + A''H^2 \rightarrow AA''^2 = (6\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{18})^2$ $\rightarrow AA'' = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$; ۰/ ۲۵ تمرین ۶ صفحه ۴۵	۹

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم

۱۰	ابتدا از نقطه B به موازات رودخانه BB' را برابر ۴ کیلومتر رسم می‌کنیم. اکنون بازتاب A را نسبت به رودخانه پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم، بعد نقطه A' را به B' وصل می‌کنیم تا نقطه C بدست آید. لذا جواب مسأله بدین شکل است از A به C سپس از C در امتداد رودخانه به طول ۴ کیلومتر حرکت کرده تا به D برسیم سپس از D به B موازات CB' حرکت می‌کنیم. $ACDB$ جواب مسأله است. شکل یا توضیحات ۱ نمره $A'B'$ کوتاهترین مسیر بین A' و B' است پس ACB' کوتاهترین مسیر از A به رودخانه سپس به B' است. چهار ضلعی $CDBB'$ متوازی الاضلاع است. $A'B' = AC + DB \rightarrow A'B' + CD = AC + DB + CD$. نشان دادن کوتاهترین مسیر به صورت فوق ۰/۵ نمره (مسأله قسمت ب صفحه ۵۵) به اثبات‌های دیگر نیز نمره اختصاص داده شود.	۱۰
۱۱	 $\beta = 180^\circ - \alpha \rightarrow \cos \beta = -\cos \alpha; ۰/۲۵,$ $\triangle AMC : b^r = \frac{a^r}{r} + m_a^r + am_a \cos \alpha (1); ۰/۵$ $\triangle ABM : c^r = \frac{a^r}{r} + m_a^r - am_a \cos \alpha (۲); ۰/۵$ با جمع کردن روابط (۱) و (۲) داریم: ۰,۲۵ $b^r + c^r = 2m_a^r + \frac{a^r}{r}$ تمرین ۴ صفحه ۶۹	۱۱
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه پنجم	

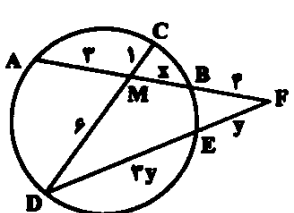
۱۲	$\frac{c}{x} = \frac{b}{y} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{5}{y}; \cdot / 5$ $\rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{7}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{21}{1}, y = \frac{35}{1}$ $AD = \sqrt{bc - xy} = \sqrt{15 - \frac{735}{64}} = \sqrt{\frac{225}{64}} = \frac{15}{8}$	۱.۵
۱۳	$p = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}; \cdot / 25$ $S = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3 \right) \left(\frac{15}{2} - 5 \right) \left(\frac{15}{2} - 7 \right)} = \frac{15}{4} \sqrt{3}; \cdot / 25$ $S = \frac{1}{2} (5)(3) \sin A \rightarrow \frac{15}{4} \sqrt{3} = \frac{1}{2} (5)(3) \sin A; \cdot / 5$ $\rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow A = 60^\circ, 120^\circ$	۱.۵
۱۴	در این حالت قطر BD را رسم می کنیم و A را به D وصل می کنیم. پس $D = C = \frac{AB}{r}, \angle BAD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ; \cdot / 5$ بنابراین طبق حالت قبل داریم: $\frac{c}{\sin C} = BD = 2R; \cdot / 25$ به طریق مشابه خواهیم داشت: $\frac{a}{\sin A} = 2R, \frac{b}{\sin B} = 2R; \cdot / 25$ (فعالیت ۳ صفحه ۶۳)	۱.۵
جمع		۲۰

طراحین:

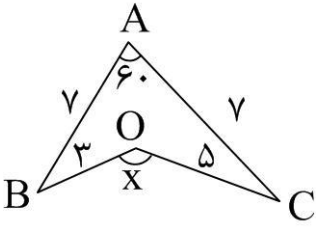
مرکزی

استان:

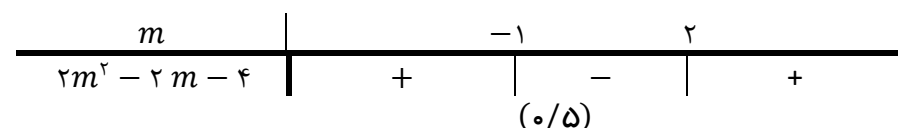
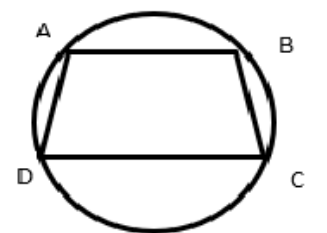
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

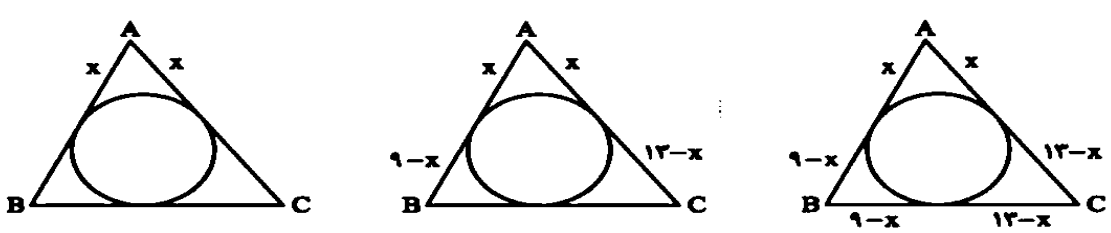
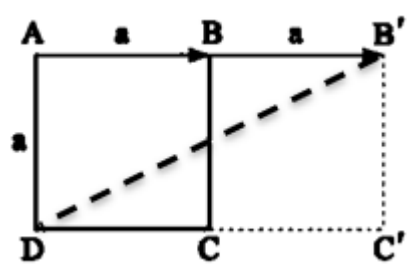
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی نمایید: (الف) دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی‌کنند موازی هستند، اگر و تنها اگر کمان‌های محدود بین آن‌ها مساوی باشد. (ب) هرگاه تمام اضلاع یک چند ضلعی محدب هم اندازه باشند، آن چند ضلعی را <u>منتظم</u> می‌گوئیم	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل نمایید: (الف) چند ضلعی که تمامی راس‌های آن روی محیط دایره باشد و اضلاع آن وترهایی از دایره باشند، چند ضلعی نامیده می‌شود. (ب) در هر دایره اندازه هر زاویه ظلی، اندازه کمان روبرو به آن است. (پ) در هر مثلث نسبت هر ضلع به سینوس زاویه مقابلش برابر است با قطر دایره مثلث. (محیطی-محاطی) (ت) در مثلث ABC ، $a^2 < b^2 + c^2$ اگر و تنها اگر زاویه A 90° باشد. (بزرگتر-کوچکتر)	۱
۳	در دایره زیر مقادیر مجهول x و y را بیابید. $DE=3y$ ، $EF=y$ ، $AM=3$ ، $MB=x$ ، $BF=4$ ، $DM=6$ ، $MC=1$	۱/۵
		
۴	یک دایره به مرکز مبدا و شعاع $\sqrt{5}$ را در نظر بگیرید. اگر نقطه $A(m, m-1)$ خارج دایره قرار نداشته باشد، محدوده m را بیابید.	۱/۵
۵	آیا نوزنقه‌ای وجود دارد که محاطی باشد. برای ادعای خود دلیل بیاورید و آن را اثبات کنید.	۱/۵
۶	دایره محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۸، ۹ و ۱۳ را در نظر بگیرید که کوچکترین ضلع مثلث را در نقطه تماس به دو قطعه تقسیم می‌کند. نسبت اندازه‌های این دو قطعه را بیابید.	۱/۵
۷	دو دایره $C(O, x+2)$ و $C'(O', x-1)$ با طول خط‌المركزین $d=7$ را در نظر بگیرید. اگر این دو دایره دارای سه مماس مشترک باشند، مقدار x را بیابید.	۱
۸	اگر مربع $ABCD$ را با بردار $\overrightarrow{AB}$ انتقال بدهیم، فاصله راس D تا تبدیل یافته راس B چند برابر ضلع مربع است؟	۱/۵
۹	در شکل مقابل خط d با دوران به مرکز O روی خط d' تصویر شده است. زاویه این دوران چند درجه است؟	
		۱

۱۰	در شکل مقابل طول ضلع مربع های یک صفحه شطرنجی، برابر ۱ است. اگر راس B را نسبت به ضلع AC بازتاب دهیم تا به نقطه B' برسیم، مساحت پنج ضلعی AB'CDE چقدر از مساحت پنج ضلعی ABCDE بیشتر خواهد بود؟ محیط چه تغییری می کند؟	
۱۱	اگر در شکل زیر نقطه M را روی خط d، طوری به دست بیاوریم که AM+BM کمترین مقدار را داشته باشد. طول AM را بیابید.	
۱۲	در یک مثلث با اضلاع ۶، ۷ و ۸ طول نیمساز وارد بر ضلع متوسط را محاسبه نمایید.	
۱۳	در مثلث ABC، $AM = \sqrt{10}$، میانه و $AC = 6$ و $AB = 4$، محیط مثلث ABC را حساب کنید.	
۱۴	در مثلث ABC، اگر $BC = 2$، $B = 70^\circ$ و $C = 60^\circ$ طول ضلع AB را بیابید.	
۱۵	در شکل مقابل اندازه ی زاویه ی x کدام است؟	

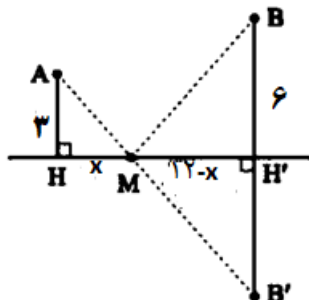
		
۲۰	جمع	موفق باشید

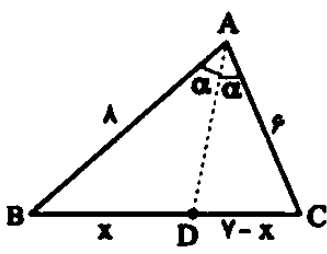
راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

ردی ف	دانش آموز عزیز، لطفا پاسخ خود را صرفا در محل تعیین شده بنویسید.	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵)	۰/۵
۲	الف) محاطی (۰/۵) ب) نصف (۰/۵) پ) محیطی (۰/۲۵) ت) کوچکتر (۰/۲۵)	۱
۳	ابتدا برای دو وتر AB و CD که در نقطه M متقاطع هستند رابطه طولی را می نویسیم: $MA \times MB = MC \times MD$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۳x = ۱ \times ۶ \Rightarrow x = ۲$ (۰/۵) حال برای امتداد دو وتر AB و DE که در نقطه F متقاطع هستند، رابطه طولی را می نویسیم: $FB \times FA = FE \times FD$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۴(۴ + ۲ + ۳) = y(y + ۳y) \Rightarrow y^2 = ۹ \Rightarrow y = ۳$ (۰/۵)	۱/۵
۴	$OA \leq r$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sqrt{m^2 + (m-1)^2} \leq \sqrt{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲m^2 - ۲m - ۴ \leq ۰$ (۰/۲۵)  بنابراین، بازه قابل قبول $[-۱, ۲]$ است. (۰/۲۵)	۱/۵
۵	بله، اگر دوزنقه متساوی الساقین باشد آنگاه این دوزنقه محاطی است. (۰/۲۵) بدین منظور گزاره زیر را ثابت می کنیم: اگر یک دوزنقه متساوی الساقین باشد، آنگاه این دوزنقه محاطی است. (شکل رسم) (۰/۲۵) $\hat{A} + \hat{D} = ۱۸۰$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{C=D} \hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰$ (۰/۲۵) $\hat{A} + \hat{D} = ۱۸۰$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{A=B} \hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰$ (۰/۲۵) بنابراین دوزنقه ABCD محاطی است. 	۱/۵

۱/۵	۶ طول دو مماس که از هر نقطه خارج دایره بر آن رسم می شود، با هم برابر است. (./۲۵) اکنون طول دو مماس مرسوم از نقطه A را x فرض می کنیم لذا داریم: (رسم شکل (./۵))  $(9 - x) + (13 - x) = 8 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7 \text{ (./۲۵)}$ بنابراین اندازه دو قطعه ایجاد شده روی ضلع کوچکتر ۲ و ۶ خواهد بود که نسبت آن ها $\frac{6}{2} = 3$ است. (./۲۵)	
۱	۷ چون دو دایره دارای ۳ مماس مشترک هستند، لذا مماس خارج هستند (./۲۵) و داریم: $d = R + R' \text{ (./۲۵)} \Rightarrow 7 = x + 2 + x - 1 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow x = 3 \text{ (./۲۵)}$	
۱/۵	۸ چون انتقال یک تبدیل طولپا است (./۲۵) لذا تصویر مربع ABCD به ضلع a تحت انتقال باز هم، مربعی به ضلع a است (./۲۵) پس نقطه B روی B' تصویر شده است. (./۲۵) بنابراین با توجه به شکل داریم:  $DB' = \sqrt{AD^2 + AB'^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a \text{ (./۷۵)}$	
۱	۹ با توجه به شکل، زاویه دوران با زاویه مشخص شده بین دو خط برابر است. (./۵) لذا: $360 - 2\theta = \theta \text{ (./۲۵)} \Rightarrow 3\theta = 360 \Rightarrow \theta = 120 \text{ (./۲۵)}$	

محیط تغییر نمی کند (۵/۰)

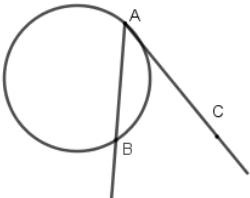
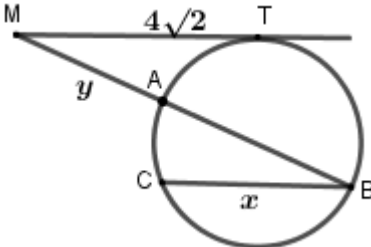


۱۲	با استفاده از قضیه نیمساز (۲۵/۰) در شکل زیر داریم: $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x}{y-x} = \frac{8}{6} \quad (./۲۵) \Rightarrow 6x = 56 - 8x \Rightarrow x = 4 \quad (./۲۵)$ $AD^2 = bc - x(y-x) \quad (./۲۵) \Rightarrow AD^2 = 6 \times 8 - 4(7-3) \Rightarrow AD = \sqrt{32} \quad (./۲۵)$ 	
۱۳	$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$ $16 + 36 = 20 + \frac{BC^2}{2} \quad (./۵) \Rightarrow BC^2 = 64 \Rightarrow BC = 8 \quad (./۵) \quad \text{محیط} = 4 + 6 + 8 = 18 \quad (./۲۵)$	
۱۴	ابتدا اندازه زاویه A را می یابیم: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 45 \quad (./۲۵)$ حال طبق قضیه سینوس ها داریم: $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{2}{\sin 45} = \frac{c}{\sin 60} \quad (./۵) \Rightarrow c = \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} \quad (./۵)$	
۱۵	$ABC: \hat{A} = 60^\circ \text{ و } AB = AC = 7 \Rightarrow ABC: \text{متساوی الاضلاع} \Rightarrow B = 7 \quad (./۵)$ $BOC: 7^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos x$ $\Rightarrow 49 = 9 + 25 - 30 \cos x \quad (./۵)$ $\Rightarrow \cos x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = 120^\circ \quad (./۵)$	

بسمه تعالی

طراح: گروه ریاضی استان مازندران (الهام جعفری)

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳ صفحه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	<u>سؤالات فصل اول</u> (الف) قطر عمود بر وتر، کمان نظیر وتر را نصف می‌کند. (درست - نادرست) (ب) لوزی، یک چهارضلعی محاطی است. (درست - نادرست) (ج) مرکز دایره محیطی مثلث، نقطه هم‌رسی نیم سازه‌های داخلی مثلث است. (درست - نادرست) (د) طول کمانی از دایره به شعاع ۴، برابر با π است. اندازه زاویه مرکزی رو به رو به این کمان، برابر است با	۰/۷۵ ۰/۵
۲	با توجه به شکل، ثابت کنید اندازه زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه رو به آن زاویه. 	۱/۵
۳	نقطه M خارج دایره $C(O, 2)$ قرار دارد. (الف) چگونه می‌توان از نقطه M، خط مماس بر دایره C رسم کرد؟ (با ذکر دلیل) (ب) اگر فاصله نقطه M تا مرکز دایره برابر ۵ باشد، طول خط مماس را بیابید.	۱/۲۵
۴	در شکل زیر، قطر $AB = 4$، مماس $MT = 4\sqrt{2}$ و فاصله وتر CB تا مرکز دایره برابر ۱ است. مقادیر عددی x و y را بدست آورید. 	۱/۵
۵	ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آنگاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

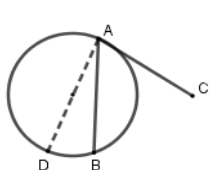
۶	هشت ضلعی منتظم به ضلع ۱ واحد را در نظر بگیرید: الف) اندازه شعاع دایره محاطی آن، با توجه به داده های مساله بیابید. $\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx 2/4\right)$ ب) مساحت این هشت ضلعی را، محاسبه کنید.	۱
۷	<u>سوالات فصل دوم</u> در هر یک از جملات زیر یکی از کلمات درون پرانتز را انتخاب کنید. الف) تبدیلی است که همواره شیب خط را حفظ می کند. (دوران - انتقال - بازتاب) ب) تبدیلی است که در آن، اگر $T(A) = A'$ آنگاه $T(A') = A$ است. (دوران - انتقال - بازتاب)	۰/۵
۸	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) در تجانسی به مرکز O و نسبت $k = -\frac{5}{2}$، اگر $OA = 8$ باشد، فاصله نقطه A از تصویرش کدام است؟ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۸ (۴) ۱۲ ب) در پنج ضلعی منتظم، نقطه O مرکز است. در دوران به مرکز O و زاویه α، این چندضلعی بر خودش تصویر می شود. کمترین مقدار مثبت غیرصفر زاویه α کدام است؟ (۱) 36° (۲) 72° (۳) 48° (۴) 96°	۱
۹	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، ثابت کنید که AB و $A'B'$ هم اندازه اند.	۱/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه سوم		

۱/۲۵	در شکل زیر، نشان دهید دوران با مرکز O ، تبدیلی طولی است.	۱۰
۰/۷۵	در شکل زیر، اگر $AH = ۲$ ، $BK = ۴$ و $HK = ۶$ باشد. نقطه M روی پاره خط HK را به گونه ای بیابید که:	۱۱
۰/۵	الف) مسیر AMB کوتاهترین مسیر باشد. ب) کمترین مقدار عددی $AM + MB$ را محاسبه کنید.	
۰/۷۵	در شکل زیر، با ثابت نگه داشتن محیط، حداکثر چه مقدار می توان مساحت را افزایش داد؟	۱۲
۰/۵	<u>سوالات فصل سوم</u> در مثلث ABC ، $BC = ۱۰$ و $\hat{A} = ۱۵۰^\circ$ ، مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟ ۱۵ (۲) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴)	۱۳
۱/۵	در مثلث ABC که در آن $\hat{A} > ۹۰^\circ$ ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$	۱۴
۱/۵	در مثلث ABC ، $AB = ۷$ و $AC = ۴$ و $BC = ۱۰$ است.	۱۵
۰/۷۵	الف) طول نیمساز داخلی زاویه C را بیابید. ب) طول میانه وارد بر ضلع BC را محاسبه کنید.	
۱/۷۵	در مثلث ABC به ا ضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه ای که از ا ضلاع به طول های ۵ و ۶، به فاصله ۲ و ۳ سانتی متر باشد، از ضلع بزرگتر چه فاصله ای دارد؟	۱۶
۲۰	موفق باشید جمع	

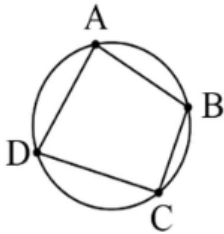
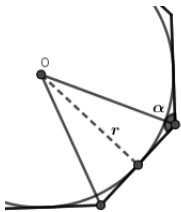
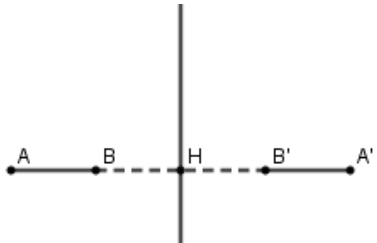
طراح: گروه ریاضی استان مازندران (الهام جعفری)

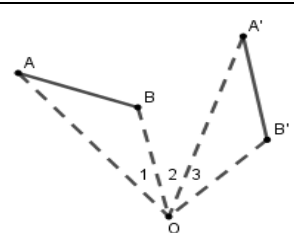
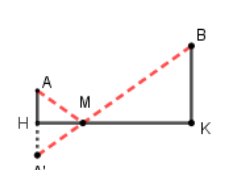
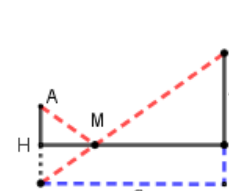
بسمه تعالی

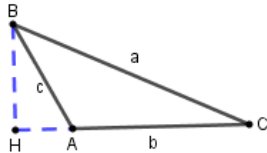
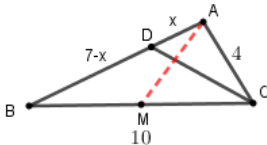
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ (ص ۱۳) ب) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۸) ج) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۵) د) ۴۵° ۰/۵ (ص ۱۲)	۱/۲۵
۲	قطری از دایره که شامل A است را رسم می کنیم. ۰/۲۵  $\begin{cases} \hat{D\hat{A}C} = 90^\circ = \frac{1}{2} \hat{D\hat{B}A} \\ \hat{D\hat{A}B} = \frac{1}{2} \hat{D\hat{B}} \end{cases} \rightarrow \underbrace{\hat{B\hat{A}C} = \frac{1}{2} \hat{D\hat{B}A} - \frac{1}{2} \hat{D\hat{B}}}_{0/5} = \frac{1}{2} \hat{B\hat{A}}$ ۰/۷۵ (ص ۱۴)	۱/۵
۳	الف) ابتدا دایره به قطر OM را رسم می کنیم. ۰/۲۵ این دایره، دایره مفروض را در دو نقطه T و T' قطع می کند. MT و MT' بر دایره مماس اند. ۰/۲۵ زیرا زوایای MÔT و MÔT' محاطی رو به رو به قطرند و برابر با ۹۰° . ۰/۲۵ (ص ۱۹) ب) ۰/۵ $\sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$ (ص ۲۰)	۱/۲۵
۴	$\underbrace{2^2 - 1^2 = 3}_{0/5} = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \rightarrow \underbrace{x = 2\sqrt{3}}_{0/25} \quad (ص ۱۳)$ $y(y + 4) = 4\sqrt{2}^2 \rightarrow y^2 + 4y - 32 = 0 \rightarrow y = 4 \quad 0/75 \quad (ص ۱۸)$	۱/۵

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

۱/۵	۵	طبق فرض نقاط A, B, C و D روی دایره هستند. ۰/۲۵	 $\begin{cases} \hat{A} = \frac{1}{2} BCD \\ \hat{C} = \frac{1}{2} DAB \end{cases} \rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{1}{2} BCD + \frac{1}{2} DAB = \frac{1}{2} 360^\circ = 180^\circ$ ۰/۵ به طور مشابه $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ ۰/۲۵ (ص ۲۷)
۱	۶	الف) (ص ۲۹) ب) (ص ۲۵)	$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{\frac{1}{2}} \rightarrow r = \frac{1}{2} \times 2 / 4 = 1 / 2$ ۰/۵ $S = rp = 1 / 2 \times 4 = 4 / 8$ ۰/۵ 
۰/۵	۷	الف) انتقال ۰/۲۵ (ص ۳۸) ب) بازتاب ۰/۲۵ (ص ۳۹)	
۱	۸	الف) گزینه ۳ ۰/۵ (ص ۴۳) ب) گزینه ۲ ۰/۵ (ص ۴۰)	
۱/۲۵	۹	طبق تعریف بازتاب، محور بازتاب عمود منصف AA' و BB' است. پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، در نتیجه تصویر آن، در راستای عمود بر خط بازتاب و در امتداد AB قرار می گیرد. ۰/۵	$\begin{cases} AH = A'H \\ BH = B'H \end{cases} \rightarrow \underbrace{AH - BH = A'H - B'H}_{0/5} \rightarrow AB = A'B'$ ۰/۲۵  (ص ۴۲)
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم			

۱/۲۵	 $\left\{ \begin{array}{l} OA = OA' \\ OB = OB' \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_2 + \hat{O}_3 \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3 \end{array} \right. \rightarrow \Delta AOB \cong \Delta A'OB' \rightarrow AB = A'B' \quad \text{۰/۲۵}$ (ص ۴۱)	۱۰
۱/۲۵	الف) بازتاب نقطه A را نسبت به محور HK نقطه A' می نامیم. محل تلاقی A'B با HK را M می نامیم. مسیر AMB پاسخ مساله است. ۰/۵ رسم شکل زیر ۰/۲۵  (ب)  $\underbrace{AMB = AM + MB = A'M + MB}_{\text{۰/۲۵}} \rightarrow \underbrace{AMB = 6\sqrt{2}}_{\text{۰/۲۵}}$ (ص ۵۲)	۱۱
۰/۷۵	با استفاده از بازتاب ۰/۲۵ افزایش مساحت برابر است با دو برابر مثلث با اضلاع ۲ و $2\sqrt{3}$ و زاویه بین ۱۲۰ درجه ۰/۲۵ $2S = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = 6 \quad \text{۰/۲۵}$ (ص ۵۴)	۱۲
۰/۵	(ص ۶۲) گزینه ۴ ۰/۵	۱۳
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم		

۱/۵	 $BC^2 = BH^2 + CH^2 = (AB^2 - AH^2) + (AC + AH)^2$ ۰/۵ $\rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2 \times AC \times AH$ ۰/۲۵ $AH = \cos(180^\circ - \hat{A}) \times AB = -\cos \hat{A} \times AB \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \hat{A}$ ۰/۵ ۰/۲۵ (ص ۶۴)	۱۴
۱/۵	الف) طبق قضيه نيم سازهاي داخلي داريم:  $\frac{CA}{CB} = \frac{AD}{BD} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow x = AD = 2, BD = 5$ ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ $DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \rightarrow DC = \sqrt{30}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ (ص ۶۸) ب) طبق قضيه ميانه ها داريم: $4^2 + 7^2 = 2AM^2 + \frac{10^2}{2} \rightarrow AM = \sqrt{\frac{15}{2}}$ ۰/۵ ۰/۲۵ (ص ۶۷)	۱۵
۱/۷۵	مساحت را از دستور هرون و افراز به سه مثلث، محاسبه مي كنيم و برابر قرارمي دهيم. (ص ۷۴) $p = 9 \rightarrow S = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = 6\sqrt{6}$ ۰/۷۵ $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times h \times 7 \rightarrow 6\sqrt{6} = 14 + \frac{7}{2} \times h \rightarrow h = \frac{2}{7}(6\sqrt{6} - 14)$ ۰/۵ ۰/۵	۱۶

سپاس و عرض خداقوت خدمت همكار گرامي

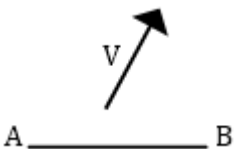
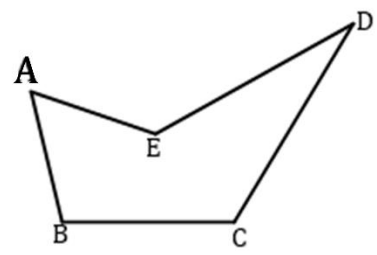
طراح: سید مهدی حسینی

استان: لرستان

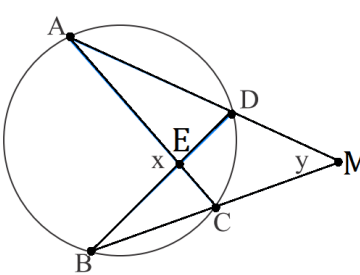
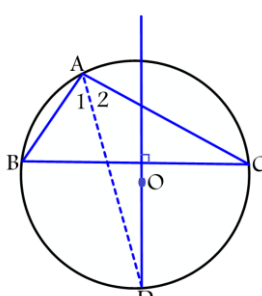
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

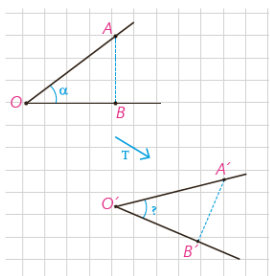
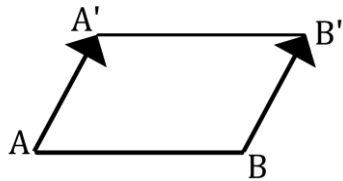
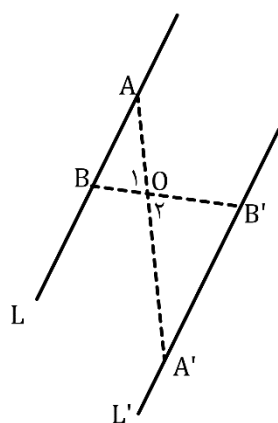
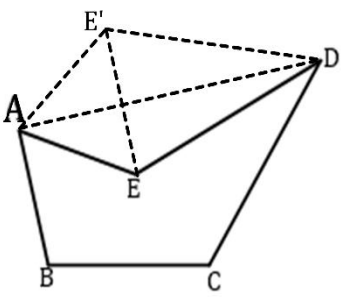
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر را مشخص کنید. (الف) در هر دایره، دو کمان محدود به دو وتر موازی، با هم برابرند. (ب) هر دوزنقه متساوی الساقین، یک چهار ضلعی محیطی است. (ج) تبدیل بازتابی وجود دارد که تبدیل همانی است. (د) تبدیل انتقال، شیب خطوط را حفظ می‌کند.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید (الف) اگر در دایره $C(O, R)$ و $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 12$ باشد، آنگاه فاصله مرکز دایره از وتر AB برابر است. (ب) دو دایره که مماس خارجی هستند، مماس مشترک دارند. (ج) در حالت کلی بازتاب، شیب خط را (د) تبدیل دوران، زمانی تبدیل همانی است که زاویه دوران باشد.	۱
۳	در شکل مقابل، $\widehat{ECB} = 80^\circ$ و $\widehat{CAD} = 35^\circ$. اندازه زاویه‌های x و y را به دست آورید.	۱/۵
۴	طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط‌المركزین آنها مساوی ۸ واحد است.	۱/۵
۵	در شکل داده شده، مقادیر x و a را بیابید.	۱/۵
۶	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

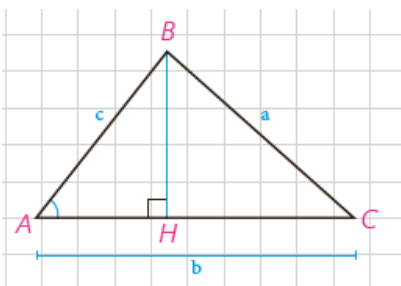
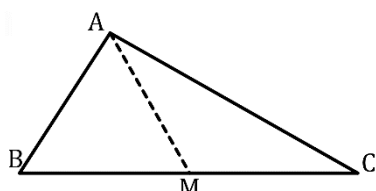
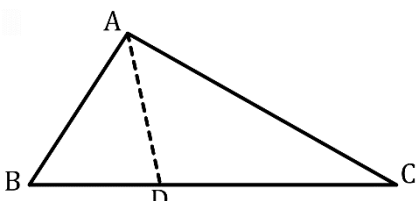
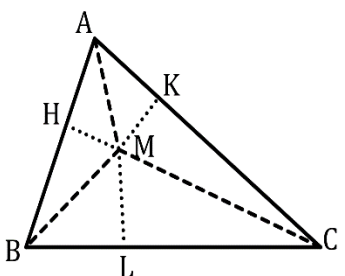
۷	اگر شعاع دایره محاطی مثلث ABC و h_a و h_b و h_c ارتفاع‌های آن باشد، آنگاه ثابت کنید $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	۱
۸	ثابت کنید هر تبدیل طولی، زاویه بین خطوط را حفظ می‌کند.	۱/۵
۹	در حالت زیر، ثابت کنید انتقال تحت بردار $\vec{V}$ طولپاست.	۱/۵
		
۱۰	با فرض $k < 0$ ، ثابت کنید تجانس به مرکز نقطه دلخواه O و با نسبت k ، شیب خطوط را حفظ می‌کند.	۱
۱۱	می‌خواهیم مساحت شکل داده شده را بدون تغییر محیط آن، افزایش دهیم. اگر $\widehat{E} = 135^\circ$ و $DE = 8$ و $AE = 5$ باشند، آنگاه میزان افزایش مساحت را حساب کنید.	۱
		
۱۲	اگر در مثلث ABC ، $\hat{A} < 90^\circ$ آنگاه ثابت کنید $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$.	۱/۵
۱۳	با استفاده از قضیه استوارت، اندازه میانه وارد بر ضلع BC را در مثلث ABC بدست آورید.	۱/۵
۱۴	در مثلثی با طول اضلاع ۷ و ۵ و ۴ طول نیمساز وارد بر ضلع ۷ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	درون مثلثی با طول اضلاع ۷ و ۵ و ۶، نقطه M از اضلاع ۶ و ۵ به فاصله ۳ و ۲ قرار دارد. این نقطه از ضلع بزرگ‌تر چه فاصله‌ای دارد؟	۱/۵
	موفق باشید	۲۰
	جمع	

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۳	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۲)
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه		تاریخ آزمون:	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	(هر مورد ۰/۲۵) درست (ب) نادرست (ج) نادرست (د) درست	۱
۱	(هر مورد ۰/۲۵) مضرب صحیح ۳۶۰° (ج) حفظ نمی کند.	۲
۱/۵	 $\widehat{CD} = 2\hat{A} = 70^\circ \text{ و } \widehat{AB} = 2\hat{C} = 160^\circ$ $x = \frac{\widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{70^\circ + 160^\circ}{2} = 115^\circ$ $y = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{160^\circ - 70^\circ}{2} = 45^\circ$ هر مورد (۰/۵)	۳
۱/۵	با فرض $R_1 > R_2$ $3\sqrt{7} = \sqrt{8^2 - (R_1 - R_2)^2} \rightarrow 63 = 64 - (R_1 - R_2)^2 \rightarrow R_1 - R_2 = 1 \text{ (۰/۵)}$ $\sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R_1 + R_2)^2} \rightarrow 15 = 64 - (R_1 + R_2)^2 \rightarrow R_1 + R_2 = 7 \text{ (۰/۵)}$ $\begin{cases} R_1 - R_2 = 1 \\ R_1 + R_2 = 7 \end{cases} \rightarrow 2R_1 = 8 \rightarrow R_1 = 4 \rightarrow R_2 = 3 \text{ (۰/۵)}$	۴
۱/۵	$3 \times a = 2 \times (a + 4) \rightarrow 3a = 2a + 8 \rightarrow a = 8 \text{ (۰/۷۵)}$ $a \times x = 4 \times (a + 2) \xrightarrow{a=8} 8x = 40 \rightarrow x = 5 \text{ (۰/۷۵)}$	۵
۱/۵	در مثلث ABC، عمود منصف BC از مرکز دایره محیطی (محل همرسی عمود منصفهای اضلاع مثلث) می گذرد. (۰/۵) فرض کنید محل برخورد این عمود منصف با دایره محیطی، نقطه D باشد.  $OD \perp BC \rightarrow \widehat{BD} = \widehat{DC} \text{ (۰/۵)}$ $\rightarrow 2\hat{A}_1 = 2\hat{A}_2 \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \rightarrow AD \text{ نیمساز } A \text{ است (۰/۵)}$	۶
۱	$S = \frac{1}{2}ah_a \rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \text{ (۰/۲۵)}$ $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{a+b+c}{2S} = \frac{2p}{2S} = \frac{1}{r}$	۷
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم		

۱/۵		۸ فرض کنید T تبدیلی طولی باشد. $\left. \begin{matrix} T(A) = A' \\ T(B) = B' \\ T(O) = O' \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{طولیا است}} \begin{cases} AB = A'B' \\ AO = A'O' \\ BO = B'O' \end{cases} \quad (۰/۵)$ $\Delta OAB \cong \Delta OA'B' \quad (۰/۵) \rightarrow \hat{O} = \hat{O'} \quad (۰/۵)$	
۱/۵		۹ بنا بر تعریف انتقال داریم: $\begin{aligned} \overrightarrow{AA'} &= \overrightarrow{BB'} = \vec{V} & (۰/۲۵) \\ AA' &= BB' & (۰/۲۵) \\ AA' &\parallel BB' & (۰/۲۵) \end{aligned}$ پس $AA'B'B$ متوازی الاضلاع است. (۰/۲۵) بنابراین $AB = A'B'$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵)	
۱		۱۰ $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k \quad (۰/۲۵)$ $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (۰/۲۵)$ $\Delta OAB \sim \Delta OA'B'$ $\rightarrow \hat{A} = \hat{A'} \quad (۰/۲۵)$ $AB \parallel A'B' \rightarrow L \parallel L' \quad (۰/۲۵)$	
۱		۱۱ $S_{AED} = \frac{1}{2} AE \cdot ED \cdot \sin E = \frac{1}{2} \times ۵ \times ۸ \times \frac{\sqrt{2}}{2} = ۱۰\sqrt{2} \quad (۰/۵)$ $S'_{AEDE} = 2S_{AED} = 20\sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$ رسم شکل (۰/۲۵)	

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم

۱/۵	$\cos A = \frac{AH}{c} \rightarrow AH = c \cdot \cos A \quad \text{و} \quad \sin A = \frac{BH}{c} \rightarrow BH = c \cdot \sin A \quad (۰/۵)$ $\Delta BCH: a^2 = BH^2 + CH^2 = (c \cdot \sin A)^2 + (b - AH)^2 \quad (۰/۵)$ $a^2 = (c \cdot \sin A)^2 + b^2 - 2bc \cdot \cos A + (c \cdot \cos A)^2$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \quad (۰/۵)$ 	۱۲
۱/۵	 $AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot MB = AM^2 \cdot BC + MB \cdot MC \cdot BC \quad (۰/۵)$ $c^2 \cdot \frac{a}{2} + b^2 \cdot \frac{a}{2} = m_a^2 \cdot a + \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \quad (۰/۵)$ $b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2} \quad (۰/۵)$	۱۳
۱/۵	 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{4}{5} \quad (۰/۵)$ $\rightarrow BD = \frac{28}{9} \quad \text{و} \quad DC = \frac{35}{9} \quad (۰/۵)$ $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC = 20 - \frac{28}{9} \times \frac{35}{9} = \frac{640}{81} \quad (۰/۵)$	۱۴
۱/۵	 $p = \frac{5+6+7}{2} = 9 \quad (۰/۲۵)$ $S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6} \quad (۰/۵)$ $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} + S_{BCM} = 5 + 9 + \frac{7ML}{2} \quad (۰/۵)$ $ML = \frac{2(6\sqrt{6} - 14)}{7} \quad (۰/۲۵)$	۱۵
سپاس و عرض خداقوت خدمت همکار گرامی		