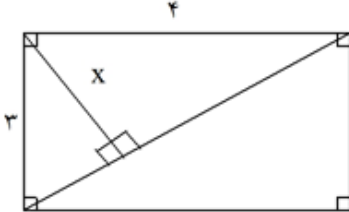
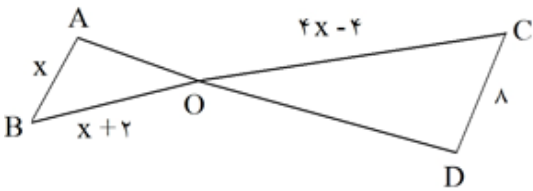
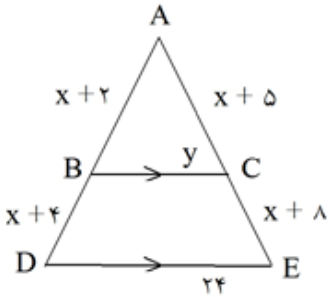
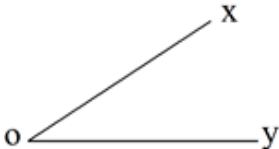
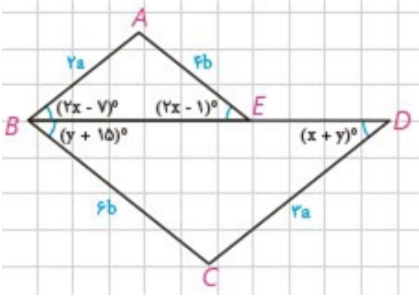
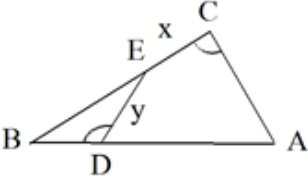




ردیف	لطفاً پاسخ سوالات را روی همین برگه بنویسید	بارم
۱	برای گزاره‌های زیر مثال نقض بیاورید. (الف) حاصل جمع دو عدد گنگ همیشه گنگ است. (ب) تمام عددهای حقیقی معکوس دارند.	۱
۲	جاهای خالی را با کلمه یا عبارت‌های مناسب کامل کنید. (۱) فاصله هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن است. (۲) از یک نقطه خارج خط فقط خط عمود می‌توان به خط داده شده رسم کرد.	۱
۳	درست یا نادرست بودن جمله‌های زیر را مشخص کنید. (الف) نسبت بین ضلع‌ها را در دو مثلث متشابه نسبت تشابه گوئیم. ☐ درست ☐ نادرست (ب) نسبت بین محیط‌های دو مثلث متشابه برابر است با توان دوم نسبت تشابه. ☐ درست ☐ نادرست	۱
۴	اگر $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ باشد آن گاه حاصل $\frac{3y-2}{3x-2}$ را به دست آورید.	۱
۵	مقدار x را حساب کنید. 	۱.۵
۶	مقدار x را حساب کنید. $(AB \parallel CD)$ 	۱.۵
۷	طول اضلاع یک مثلث به ترتیب ۶ و ۸ و ۹ است و طول کوچک‌ترین ضلع مثلث متشابه با آن برابر با ۸ است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.	۱



۲	 اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید.	۸
۱	عکس قضیه‌ی زیر را بنویسید. «اگر چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد آن گاه قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.»	۹
۱	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید: «از یک نقطه خارج خط فقط یک عمود می‌توان رسم کرد.»	۱۰
۱	یک لوزی رسم کنید که قطر آن ۵ سانتی‌متر و ضلع‌هایش برابر ۳ سانتی‌متر باشد.	۱۱
۱	 نیمساز زاویه‌ی $\widehat{XOY}$ را به دست آورید.	۱۲
۲	در شکل روبه‌رو می‌دانیم $BE = 2DE$ است. اولاً x و y را به دست آورید. ثانیاً نسبت مساحت مثلث BCD به مساحت ABE را بیابید. 	۱۳
۱	با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC، $AB \neq AC$، آن گاه $\widehat{B} \neq \widehat{C}$.	۱۴
۲	در شکل زیر اگر $\widehat{BDE} = \widehat{ACB}$، $BE = AC = ۱۲$ و $BD = ۱۰$ و $AB = ۴۰$ مجهولات را بیابید. 	۱۵
۱	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسانند.	۱۶



$$\sqrt{2} \in Q \Rightarrow (\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q \quad \text{الف (۱)}$$

ب) عدد صفر معکوس ندارد، چون معکوس صفر $\frac{1}{0}$ می شود که تعریف نشده است.

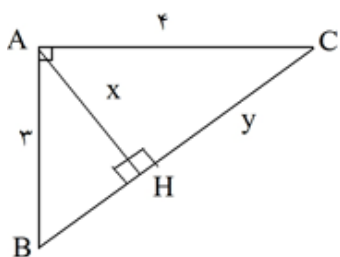
۲) به یک فاصله (۲) یک

الف) درست (۳) ب) نادرست

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس طرفین}} \frac{y}{x} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{در عددی ثابت ضرب کنیم}} \frac{3y}{2x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3y}{2} = \frac{3x}{2} \Rightarrow 3y = 3x \Rightarrow y = x$$

حاصل همان $\frac{3}{2}$ است.

در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ داریم: (۵)



$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \Rightarrow y^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = 5 \\ AH \times BC &= AB \times AC \Rightarrow x \times 5 = 3 \times 4 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{5} = 2.4 \end{aligned}$$

این دو مثلث بنا به دو زاویه برابر متشابه هستند. (۶)

$$\begin{cases} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{BO}{OC} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{x+2}{4x-4} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow x^2 - x = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ق ق} \\ x = -1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

نسبت تشابه برابر است با $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ که همان نسبت بین محیط است: (۷)

محیط مثلث اول $13 + 8 + 6 = 27$

$$\frac{27}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{27 \times 4}{3} = 36$$

محیط مثلث دوم ۳۶

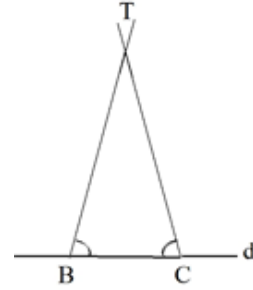
چون $BC \parallel DE$ است بنابراین طبق قضیه تالس داریم: (۸)

$$\begin{aligned} \frac{AB}{BD} &= \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+2}{x+4} = \frac{x+5}{x+8} \Rightarrow x^2 + 10x + 16 = x^2 + 9x + 20 \Rightarrow x = 4 \\ \frac{AB}{AD} &= \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{6}{14} = \frac{y}{24} \Rightarrow y = \frac{6 \times 24}{14} \Rightarrow y = \frac{72}{7} \end{aligned}$$

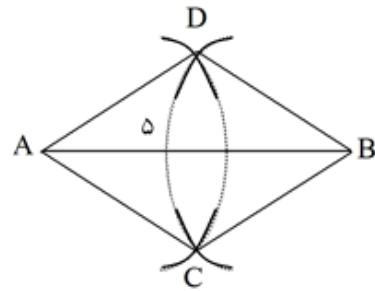
اگر در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند آن گاه آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است. (۹)

خط d و نقطه T بیرون خط d مفروض است. ۱۰

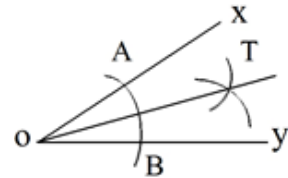
فرض خلف: از نقطه T دو عمود بر خط d رسم کرده‌ایم. بنابراین دو عمود خط d را در ۲ نقطه B و C قطع کرده‌اند. بنابراین یک مثلث داریم که مجموع زاویه‌های داخلی آن از ۱۸۰° بیش‌تر خواهد شد و این امکان وجود ندارد. بنابراین از نقطه T دو عمود نمی‌توان رسم کرد و فقط یک عمود می‌توانیم رسم کنیم.



ابتدا قطر ۵ سانتی‌متر را رسم می‌کنیم و آن را A و B می‌نامیم. سپس دو کمان به مرکز دو سر پاره‌خط و به اندازه‌ی ۳ سانتی‌متر رسم می‌کنیم و آن‌ها را D و C می‌نامیم. نقاط A, B, C, D را به هم وصل می‌کنیم. ۱۱



دهانه پراگار را به اندازه دلخواه باز کرده و کمانی به مرکز O رسم می‌کنیم. محل برخورد دو کمان را A و B می‌نامیم. دو کمان به مرکز A و B و به اندازه‌ی بیش‌تر از نصف AB رسم می‌کنیم. محل برخورد دو کمان را T می‌نامیم. O را به T وصل کرده و امتداد می‌دهیم. خط حاصل نیمساز موردنظر خواهد بود. ۱۲



$$BE = 2DE \Rightarrow \frac{BE}{DB} = \frac{2}{3} \text{ و } \frac{AB}{DC} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3} \text{ و } \frac{AE}{BC} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3} \quad (۱) \quad ۱۳$$

اندازه‌ی اضلاع مثلث‌ها با هم متناسب‌اند، در نتیجه، مثلث‌های ABE و BCD متشابه‌اند و زاویه‌هایشان با هم برابر

$$\angle A = \angle C \text{ و } \angle D = \angle ABE \text{ و } \angle E = \angle CBD \text{ است.}$$

$$\angle D = \angle ABE \Rightarrow (x + y)^\circ = (2x - 7)^\circ \Rightarrow y = x - 7 \quad (۱) \text{ بنابراین می‌توان نوشت:}$$

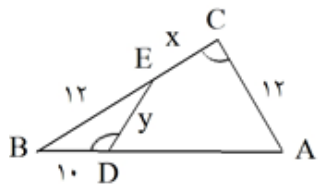
$$\angle E = \angle CBD \Rightarrow (2x - 1)^\circ = (y + 15)^\circ \Rightarrow y = 2x - 16 \quad (۲)$$

$$2x - 16 = x - 7 \Rightarrow x = 9, y = 2 \text{ با توجه به ۱ و ۲ داریم:}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \text{ با توجه به ۱ نسبت تشابه } BCD \text{ به } BAE \text{ برابر } \frac{3}{2} \text{ است. در نتیجه، نسبت مساحت‌ها برابر است با } \frac{9}{4}$$

فرض کنیم که $\widehat{B} = \widehat{C}$ لذا باید مثلث ABC متساوی‌الساقین باشد پس باید $AB = AC$ باشد و این مخالف فرض است. ۱۴





$$(\widehat{C} = \widehat{BDE}, \widehat{B} = \widehat{B}) \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{y}{12} = \frac{10}{x+12}$$

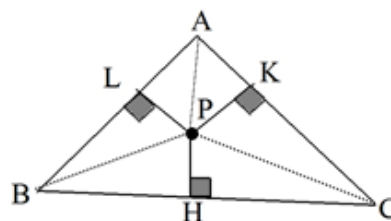
۱۵

$$\Rightarrow \begin{cases} 20 \cdot y = 144 \Rightarrow y = \frac{18}{5} \\ 12x + 144 = 200 \Rightarrow x = \frac{64}{3} \end{cases}$$

در مثلث $\triangle ABC$ نیمسازهای داخلی زاویه‌های $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی P قطع کنند. از P بر ضلع‌های AB و AC و BC عمود می‌کنیم. تا به ترتیب آن‌ها را در نقاط L و K و H قطع نمایند.

$$\left. \begin{array}{l} P \text{ روی نیمساز } \widehat{B} \text{ است} \rightarrow PH = PL \\ P \text{ روی نیمساز } \widehat{C} \text{ است} \rightarrow PH = PK \end{array} \right\} \Rightarrow PL = PK$$

بنابراین P روی نیمساز $\widehat{A}$ نیز قرار دارد. یعنی P نقطه‌ی هم‌رسی هر سه نیمساز است.



۱۶

