



نمونه سوالات فصل دوم

مثلثات

ریاضی ۳ و حسابان ۲

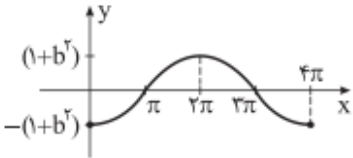
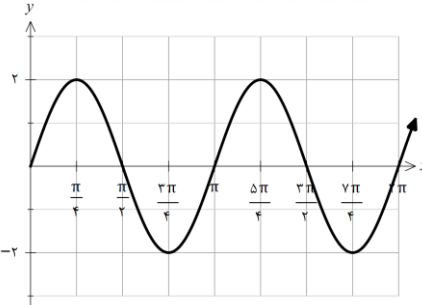
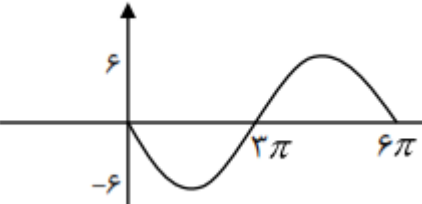
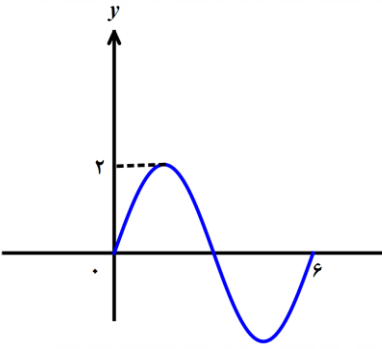
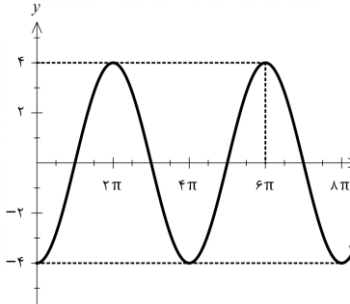
به کوشش: مرتضی معینی



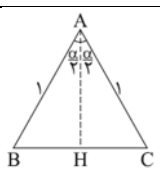
بهار ۹۹

گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه ۲ کرج

۱	دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع مثلثاتی زیر را بیابید. الف) $y = 2 \sin(4x) - 1$ ب) $y = \frac{-1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ پ) $y = \frac{\pi}{4} \cos(-2x) + 2$ ت) $y = 6 \sin\left(\frac{x}{3}\right)$ ث) $y = \frac{-3}{2} \sin\left(\frac{x}{4}\right) - 2$
۲	ضابطه ی تابعی مثلثاتی با دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم داده شده را بنویسید. الف) $T = 4\pi$, $\max = 8$, $\min = 5$ ب) $T = 3$, $\max = 2$, $\min = -4$ پ) $T = \frac{\pi}{4}$, $\max = 4$, $\min = -1$ ت) $T = 3\pi$, $\max = 6$, $\min = -3$
۳	چرا توابع متناوب هیچ گاه یک به یک نیستند؟
۴	با افزایش مقادیر زاویه α در ربع دوم و نزدیک شدن آن به π مقادیر تانژانت تا چه حد افزایش یا کاهش می یابد؟ (با رسم شکل)
۵	توضیح دهید اگر عدد حقیقی و منفی داده شده ی a چگونه می توان زاویه ای مانند α یافت طوری که $\tan \alpha = a$.
۶	دامنه ی توابع زیر را بیابید. الف) $y = \tan 2x$ ب) $y = \frac{1}{4} \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ پ) $y = 3 \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ ت) $y = 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
۷	نمودار $y = \tan x$ را در بازه ی $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ رسم کنید. یکنوایی آن را مشخص کنید.
۸	در ربع اول مقدار $\cos \alpha$ را با مقدار $\tan \alpha$ مقایسه کنید. $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$
۹	شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه ی $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟ ۲(۱) ۲(۵) ۳(۳) ۴(۵/۳)
۱۰	دوره تناوب دو تابع زیر با هم برابرند. مقادیر ممکن b را بیابید. $y = 3 \sin\left(\frac{\pi x}{b-1}\right)$, $y = -\cos((b+1)\pi x)$
۱۱	معادله ی منحنی روبه رو را به صورت $y = a \sin(bx)$ یا $y = a \cos(bx)$ بیان کنید.

	
	۱۲ معادله ی منحنی روبه رو را به صورت $y = a \sin(bx)$ یا $y = a \cos(bx)$ بیان کنید.
	۱۳ معادله ی منحنی روبه رو را به صورت $y = a \sin(bx)$ یا $y = a \cos(bx)$ بیان کنید.
	۱۴ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b \pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$
	۱۵ معادله ی نمودار زیر را بنویسید.
۱۶ معادله ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx)$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ است.	

معادله ی نمودار های زیر را بنویسید. ۱۷	نمودار تابع $f(x) = 1 - a \sin(bx)$ به صورت زیر است، a و b را بدست آورید. ۱۸	معادله ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که ماکزیمم آن ۵ و مینیمم آن ۱- و دوره تناوب آن 8π است. ۱۹	معادله ی یک تابع کسینوسی $y = a \cos(bx) + c$ را بنویسید که ماکزیمم آن $\frac{1}{4}$ و مینیمم آن ۱- و دوره تناوب آن ۶ است. ۲۰	معادله ی نمودار های زیر را بنویسید. ۲۱ الف ب	معادله ی منحنی روبه رو را به صورت $y = a \cos(bx)$ یا $y = a \sin(bx)$ بیان کنید. ۲۲ الف ب	درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید. ۲۳ الف) تابع تانژانت در ربع چهارم از $\frac{3\pi}{4}$ تا رسیدن به زاویه 2π مقدار کاهشی دارد.
---	---	---	---	---	---	---

	(ب) بازه ای وجود دارد که تانژانت در آن بازه صعودی است. (پ) تابع تانژانت تابعی غیر متناوب است. (ت) دوره تناوب تابع $y = -2 \cos\left(\frac{\pi}{8}x\right) + 1$ برابر ۱۶ است. (ث) دامنه تانژانت برابر $D = R - \left\{x = k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ است. (ج) دوره تناوب تانژانت برابر $\frac{\pi}{4}$ است. (چ) در نمودار تابع $y = a \cos(bx) + c$ مقدار بیشینه نمودار ۵ و کمینه ی نمودار ۲ است. در این صورت مقدار a برابر $\frac{3}{5}$ و مقدار c برابر $\frac{1}{5}$ است.
۲۴	درستی رابطه های زیر را اثبات کنید. الف) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$ ب) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ پ) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$ ت) $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$
۲۵	α حاده است ، روابط زیر را اثبات کنید. فرمول های طلایی مثلثات الف) $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$ ب) $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$
۲۶	صفر های توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ را بیابید.
۲۷	حاصل $\cos 22/5^\circ$ و $\sin 22/5^\circ$ را بیابید. راهنمایی: از فرمول های طلایی بهره بگیرید.
۲۸	اگر $\sin \alpha = \frac{-2}{5}$ باشد. حاصل $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ را بیابید.
۲۹	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع است اگر اندازه ی هر ضلع آن ۴ و ۸ سانتی متر باشد ، آن گاه چند مثلث با این خاصیت وجود دارد؟
۳۰	اگر α در ربع سوم و $\sin \alpha = \frac{-3}{5}$ باشد مطلوب است محاسبه ی $\sin 2\alpha$
۳۱	اگر $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ باشد. $\cos 2x$ را محاسبه کنید.
۳۲	از تساوی $\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ = \frac{1}{4}$ نسبت های مثلثاتی زاویه های 15° را حساب کنید.
۳۳	اگر α حاده و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد مطلوب است محاسبه ی $\sin 2\alpha$، $\cos 2\alpha$.
۳۴	مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را بیابید.
۳۵	با استفاده از مثلث متساوی الساقین زیر که طول ساق های آن واحد است و زاویه راس آن α است. با محاسبه ی مساحت آن از دو طریق نتیجه بگیرید: $\sin \alpha = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ 
۳۶	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید. $\frac{2}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \sin 2\alpha$
۳۷	فرض کنید $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α زاویه حاده باشد ، حاصل $\sin 2\alpha$ را بیابید.

۳۸	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید. $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha$
۳۹	خلاصه شده ی عبارت $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \times \cos(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \times \cos(-\alpha)$ کدام است؟ (۱) $-\sin 2\alpha$ (۲) $\sin 2\alpha$ (۳) $\cos 2\alpha$ (۴) ۰
۴۰	اگر $1 = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \times \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$
۴۱	اگر α, β زاویه های منفرجه و کم تر از 270° باشند: به طوری که $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\sin \beta = \frac{4}{5}$ مقادیر زیر بیابید. الف) $\sin 2\alpha$ ب) $\cos 2\alpha$ پ) $\tan 2\alpha$
۴۲	اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲
۴۳	اگر $\tan \alpha = 3$ حاصل $\cos 2\alpha$ کدام است؟ (۱) $0/75$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) $0/45$
۴۴	اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{4}$
۴۵	حاصل $\sin x \cos x (1 - 2 \sin^2 x)$ به ازای $x = 7/5^\circ$ کدام است؟ (۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$
۴۶	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب کلی آن ها را بنویسید. الف) $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0$ ب) $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ پ) $\cos x - \cos^3 x = 0$ ت) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ث) $\sin 2x + \sin x = 0$ ج) $2 \sin^2 2x - \sin 2x + 1 = 0$ ح) $\sin 3x - \sin 7x = 0$ چ) $2 \sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0$ خ) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ د) $\sin^3 x - \sin x = 0$ ذ) $\sin 2x = 2 \cos x$ ر) $\cos 2x - 5 \cos x + 3 = 0$
۴۷	معادلات زیر را حل کنید. الف) $\sin x - \sin 3x = 0$ ب) $\sin x + \sin 3x = 0$ پ) $\cos x - \cos 3x = 0$

ت) $\cos x + \cos 3x = 0$	
معادله ی مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب های کلی آن را بنویسید. $\cos 3x + 2 \cos 2x - 3 = 0$	۴۸
جواب کلی معادله ی $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ کدام است؟	۴۹
معادله ی $\sin 4x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟	۵۰
جواب کلی معادله ی مثلثاتی زیر کدام است؟ $2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$	۵۱
جواب های معادله ی $\sin^2 x = \cos^2 x$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟	۵۲
جواب های کلی معادله ی مثلثاتی $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = -\sqrt{3}$ را بنویسید.	۵۳
معادله ی $4 \cos^2 x - 9 \cos x + 5 = 0$ را حل کنید. و جواب های کلی آن را بیابید.	۵۴
جواب کلی معادله ی مثلثاتی $6 + \cos 2x = 5 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ را بدست آورید.	۵۵
جواب های کلی معادله ی مثلثاتی $\sin 3x + \cos x = 0$ را به دست آورید.	۵۶
معادله $\sin x + \cos x = 1$ را حل کنید.	۵۷
کلیه جواب های معادله مثلثاتی $\cos^2 x - 3 \cos x + 2 = 0$ را تعیین کنید.	۵۸
معادله مثلثاتی $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.	۵۹
کلیه ی جواب های معادله ی $2 \cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۶۰
معادله ی مثلثاتی $\sin 5x = \sin 2x$ را حل کنید.	۶۱
کلیه ی جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۶۲
معادله ی زیر را حل کنید. $(2 \sin x + 1)(\cos x - 1) = 0$	۶۳
معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x + \cos 2x = 0$ را حل کرده و جواب های بین ۰ و 2π را تعیین کنید.	۶۴
معادله ی مثلثاتی روبه رو را حل کنید و جواب های کلی را بنویسید. $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$	۶۵
معادله ی مثلثاتی $2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ را حل کرده و جواب های بین ۰ و 2π را تعیین کنید.	۶۶
مجموع تمام جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (۱) 8π (۲) 9π (۳) 10π (۴) 11π	۶۷
جواب کلی معادله ی $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$ را بیابید.	۶۸
معادله ی $\sin^2 x + 2 \cos^2 x = \frac{5}{4}$ چند ریشه در بازه ی $[0, 2\pi]$ دارد؟	۶۹
معادله ی $\sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟	۷۰
معادله ی $(2 \sin x + 1)(3 \sin x + 2) = 0$ در بازه ی $[\pi, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟	۷۱
جواب کلی معادله ی مثلثاتی $(1 + \tan^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2$ را بیابید.	۷۲

۷۳	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ را بیابید.
۷۴	معادله ی $\cos 5x = \sin x$ را حل کنید.
۷۵	در مثلثی طول اضلاع آن $\sqrt{7}, 3, 1$ باشد، زاویه رو به رو به ضلع $\sqrt{7}$ چقدر است؟
۷۶	الف) معادلات مثلثاتی $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ را حل کنید. ب) معادله $\sin^2 x = \cos^2 x + 1$ را حل کنید. ج) معادله $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. د) معادله مثلثاتی $2\sin^2 x - \sin x = 0$ را حل کرده جوابهایی که در بازه $[0, 2\pi]$ هستند را تعیین کنید. ه) معادله $\sin 2x - \sqrt{3}\cos x = 0$ را حل کنید. و) معادله $2\sin^2 x + 9\cos x + 3 = 0$ را حل کنید. ز) معادله $\sin 5x = \sin 2x$ را حل کنید. ح) معادله $\sin x - \cos x = 1$ را حل کنید. ط) معادله $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید. ی) کلیه جوابهای معادله $2\cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید. ک) معادله $\sin x + \cos x = 1$ را حل کنید. ل) معادله $\tan x \tan 2x = 1$ را حل کنید.
۷۷	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است؟ (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
۷۸	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$ به کدام صورت است؟ (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$
۷۹	یکی از جواب های معادله $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ کدام است؟ (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) $\frac{7\pi}{6}$ (۴) $\frac{4\pi}{3}$
۸۰	جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin(\pi + x) \times \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2\sin(\pi - x) + 1 = 0$ به کدام صورت است؟ (۱) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$
۸۱	جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin x$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$ بیان شده است. مجموعه ی مقادیر i کدام است؟ (۱) $\{7, 9\}$ (۲) $\{1, 3, 5\}$ (۳) $\{1, 4, 7\}$ (۴) $\{1, 5, 9\}$
۸۲	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟ (۱) $k\pi$ (۲) $2k\pi + \pi$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{2}$
۸۳	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sin^2 x = 3\cos x$ به کدام صورت است؟ (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۸۴	نمودار تابع $y = \cos 3x$ محور x ها را در فاصله ی $[0, \pi]$ در چند نقطه قطع می کند؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
۸۵	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sqrt{2} \sin x \times \cos x = \sin x + \cos x$ کدام است؟ (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$
۸۶	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ کدام است؟ (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{3}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$
۸۷	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = 1$ به کدام صورت است؟ (۱) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$
۸۸	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟ (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$
۸۹	مجموع جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (۱) 5π (۲) 4π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) $\frac{14\pi}{3}$
۹۰	جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$ کدام است؟ (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$