

به نام خدا

نمونه سوالات ریاضی ۳

تهیه و تنظیم : معصومه قوانلو

دبیر ریاضی شهرستان رامیان

فصل اول

۱- کدام عبارت همواره درست و کدام نادرست است ؟

الف) هر تابع اکیدا صعودی، صعودی نیز است.

ب) دامنه تابع $y = f(kx)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

پ) تابع $f(x) = |x + 2|$ با دامنه $(1, +\infty)$ وارون پذیر نمی باشد

ت) اگر f تابعی یک به یک باشد آنگاه f^{-1} نیز تابعی یک به یک است.

ث) اگر $f(3) = 2$ و $g(-2) = 2$ باشد مقدار $g^{-1} \circ f$ به ازای $x = 3$ برابر با ۲ است.

ج) اگر دامنه تابع f بازه $[a, b]$ باشد آنگاه دامنه تابع $f(2x)$ بازه $[2a, 2b]$ است.

چ) اگر تابع f در $\mathbb{R}$ اکیدا نزولی باشد، تابعی یک به یک است.

چ) اگر $f \circ g(x) = \text{gof}(x)$ ، آن گاه لزوماً $g = f^{-1}$.

خ) برد تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ یکسان است.

د) اگر برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $x \pm 3 \in D_f$ و $f(x \pm 3) = f(x)$ ، آن گاه دوره تناوب تابع برابر ۳ است.

ذ) نمودار تابع $y = 2^x - 2$ یک تابع اکیدا صعودی است.

ر) دامنه تابع با ضابطه $y = f(kx)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

ز) تابعی وجود دارد که اکیدا یکنوا باشد ولی یک به یک نباشد.

ژ) اگر $f(x) = \sqrt{x}$ ، $g(x) = 2x - 1$ باشد، تابع $g(2) = fog(5)$.

کیدا صعودی است



س) تابع ۱

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر $f = \{(\dots, \dots), (\dots, \dots)\}$ و $g = \{(3, 8), (1, -2), (7, 5)\}$ آنگاه $gof = \{(2, 8), (4, 5)\}$

ب) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ آنگاه $fog(4) = \dots$ است.

پ) اگر $k > 1$ باشد نمودار $y = kf(x)$ از $y = f(x)$ نمودار حاصل می شود.

ت) تابعی که فقط صعودی یا فقط نزولی باشد را تابع $\dots$ می گویند.

ث) تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ همواره تابعی $\dots$ و تابع $y = \log_2 x$ همواره تابعی $\dots$ است.

ج) در تابع $f(kx)$ اگر $\dots$ باشد می گوئیم نمودار تابع $f(x)$ انبساط افقی یافته است.

ج) تابع $y = |x - 2|$ در بازه $\dots$ اکیدا صعودی است.

ذ) تابع $y = |x|x^3$ در بازه $[-\infty, a]$ نزولی است حداکثر مقدار a $\dots$ است.

ر) اگر $() = x^3$ و $(x) = 3x - 1$ حاصل $g^{-1} \circ f^{-1}(8)$ برابر $\dots$ است.

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید .

الف) در کدام یک از بازه های زیر نمودار $y = x^3$ بالای نمودار $y = x^2$ قرار دارد؟

۱) $(1, +\infty)$ ۲) $(0, 1)$ ۳) $(-1, 0)$ ۴) $(-\infty, -1)$

ب) کدام تابع یکنوا نیست ؟

۱) $y = x|x|$ ۲) $y = |x| + x$ ۳) $y = |x| - x$ ۴) $y = x^2|x|$

پ) کدام یک از تساوی های زیر برقرار است؟

۱) $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ ۲) $f \circ f^{-1}(3) = 3$ ۳) $(f \circ g)^{-1}(x) = f^{-1} \circ g^{-1}(x)$ ۴) $D_{gof} = D_f$

ت) اگر تابع $f = \{(2, 3), (1, b-4), (7, 3-a), (-3, 24-3b), (5, a+1)\}$ نزولی باشد، حدود a کدام است؟

$b = 7, 1 \leq a \leq 2$ (۴) $b \geq 7, 2 \leq a \leq 3$ (۳) $b \leq 7, 1 \leq a \leq 2$ (۲) $b = 7, 1 \leq a \leq 3$ (۱)

ث) اگر برد تابع f بازه $[-2, 3]$ باشد آنگاه برد تابع $g(x) = -2f(4x) + 1$ کدام گزینه است؟

$[-5, 5]$ (۱) $[-6, 4]$ (۲) $[-4, 6]$ (۳) $[-2, 5]$ (۴)

ج) کدام یک از تساوی های زیر درست است؟

$(f \circ f^{-1})(x) = x^2$ (۱) $(f \circ g)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ (۲) $D_{f \circ g} = D_g$ (۳) $(f \circ f^{-1})(5) = 5$ (۴)

چ) اگر $f(x) = x^2 - 3\sqrt{x} - 7$ باشد، مقدار $f^{-1}(2)$ کدام است؟

9 (۱) 1 (۲) 4 (۳) 2 (۴)

چ) با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ در کدام بازه می توان یک تابع یک به یک ساخت؟

$[1, 4]$ (۱) $[0, 3]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $(-\infty, +\infty)$ (۴)

خ) اگر $f = \{(1, 2) \text{ و } (2, 3)\}$ ، $f \circ f^{-1}$ کدام است؟

$\{(2, 2) \text{ و } (3, 3)\}$ (۱) $\{(1, 1) \text{ و } (2, 2)\}$ (۲) $\{(2, 1) \text{ و } (3, 2)\}$ (۳) $\{(1, 1) \text{ و } (3, 3)\}$ (۴)

چ) اگر نقطه $A = (-2, 4)$ متعلق به تابع $y = f(x)$ باشد، نقطه متناظر آن در تابع $y = -3f(-x + 1)$ کدام است؟

$\bigcirc (-2, 12)$ (۱) $\bigcirc (-1, -12)$ (۲) $\bigcirc (1, -12)$ (۳) $\bigcirc (-3, -4)$ (۴)

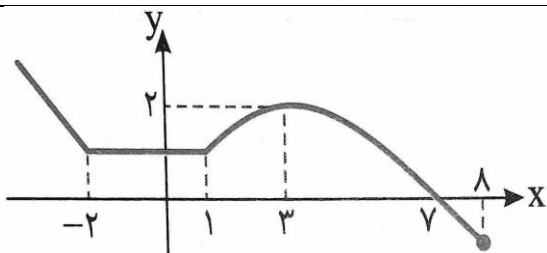
خ) وارون تابع $f(x) = (x-1)^2, x \leq 1$ عبارتست از تابع $f(x) = -\sqrt{x} + 1$ - $f(x) = \sqrt{x} + 1$

۳- به سوال زیر پاسخ کوتاه دهید. (ذکر دلیل الزامی نیست)

اگر برد تابع f بازه $[-2, 5]$ باشد، برد تابع $y = -2f(3x) + 1$ چیست؟

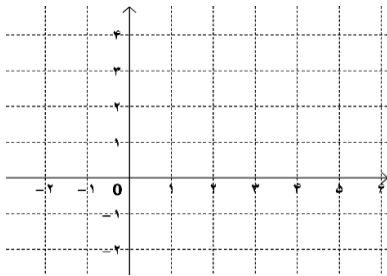
۴- نمودار تابع $y = x + |x|$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است؟

۵- با استفاده از نمودار داده شده مشخص کنید این تابع در چه بازه هایی صعودی، نزولی یا ثابت است.



۶-الف) نمودار تابع $y = |1 - \log_7 x|$ را رسم کنید.

ب) تابع f در چه بازه ای اکیداً صعودی و در چه بازه ای اکیداً نزولی است؟
(بزرگترین بازه ممکن)



۷-نمودار تابع $y = (x - 1)^3 + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۸-نمودار تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ را رسم کنید.

۹-نمودار تابع $f(x) = (x - 2)^2 + 2$ را رسم کنید و دامنه و برد و یکنوایی آن را مشخص کنید.

۱۰- اگر $f(x) = x^2 - 6x - 1$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی باشد، حداکثر مقدار a را بیابید.

۱۱- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 2f^{-1}(x) - 1$ مقدار $g^{-1}(7)$ را بیابید.

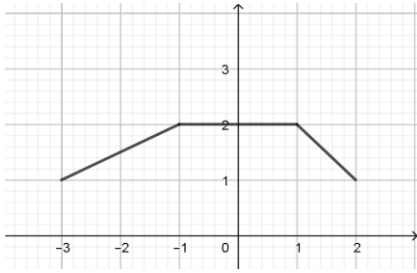
۱۲- نمودار تابع $y = \frac{1}{3} \cos(-3x)$ را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.

۱۳- نمودار تابع $f(x) = \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده، با استفاده از آن نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.
 $f(x) = -\sin(2x)$

۱۴- نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی را که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است مشخص کنید.

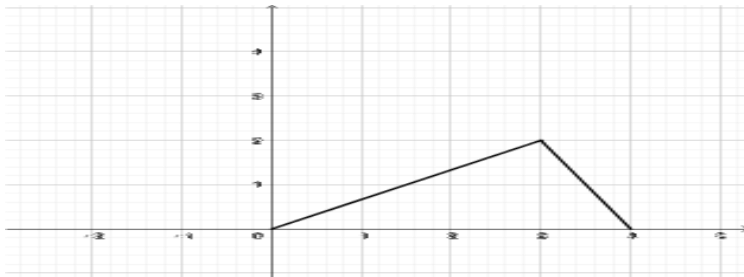
$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & x < -2 \\ 1 & -2 \leq x < 2 \\ 3x - 4 & x \geq 2 \end{cases}$$

۱۵- تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد اولاً: دامنه ی $g(x) = f(2x - 1)$ را تعیین کنید

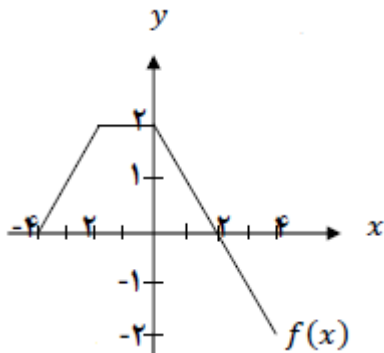


ثانیا: نمودار تابع g را رسم کنید.

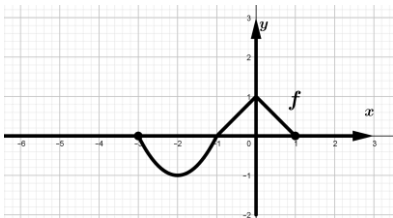
۱۶- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = 3f(2x + 1)$ را با تعیین دامنه و برد، رسم نمایید.



۱۷- با استفاده از نمودار تابع $f(x)$ نمودار $y = 2f\left(\frac{1}{2}x\right) - 2$ را رسم کنید.



۱۸- اگر نمودار تابع f بصورت زیر باشد، نمودار $2f\left(-\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.



۱۹- الف) اگر دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به صورت $D_f = (-2, 3]$ و $R_f = [-4, 5]$ باشد دامنه و برد تابع $g(x) = 3f\left(\frac{1}{2}x\right) - 2$ را بیابید.

ب) اگر $-2 \leq x \leq 2$ ، $f(x) = x^2 - 1$ ، دامنه و برد تابع $|f(x - 2)|$ را بدست آورید.

۲۰- توابع f و g به صورت های زیر تعریف شده اند. مقادیر خواسته شده را تعیین کنید.

x	-۱	۰	۴	۵
$f(x)$	۲	۱	۲	۳

x	۱	۲	۳	۴
$g(x)$	۰	-۱	۵	۴

الف) $fog(۱) =$ ب) $gof(۵) =$

۲۱- اگر $g(f(x)) = -10x^2 + 5x + 17$ ، $g(x) = -5x - 13$ ضابطه تابع $f(x)$ را بیابید .

۲۲- اگر $f(x) = \frac{1}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ باشند:
الف) دامنه تابع fog را به کمک تعریف بدست آورید.
ب) ضابطه fog را بنویسید.

ج) حاصل $gof(3)$ را بدست آورید.

۲۳- اگر $f(x) = \frac{1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{3}{x}$ ، دامنه و ضابطه ی تابع $fog(x)$ را تعیین کنید.

۲۴- اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{2}{x}$ دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.

۲۵- اگر $f(x) = x^2 - 10$ و $g(x) = \sqrt{x+20}$ باشد، fog و D_{fog} را به دست آورید.

۲۶- اگر $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ و $g(x) = \frac{2x^2}{3x-6}$ دو تابع باشند دامنه تابع gof را به دست آورید.

۲۷- توابع $f(x) = \sqrt{x^2-16}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروضند. دامنه و ضابطه تابع $(fog)(x)$ را بنویسید.

۲۸- اگر $f(x) = x^2 + 2x$ و $g(x) = x^2 - 1$ جوابهای معادله $gof(x) = 8$ را بیابید.

۲۹- اگر $f(x) = \frac{1}{x} - 3$ ، $g(x) = x^2$ ، مقدار $(fog)^{-1}(5)$ را بدست آورید.

۳۰- اگر f^{-1} وارون تابع خطی f باشد و داشته باشیم $f(1)=2$ و $f^{-1}(2)=3$ ، ضابطه f^{-1} را بنویسید.

۳۱- اگر $f(x) = \frac{3x+4}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند،

الف) دامنه ی تابع $f \circ g$ را مشخص کنید.

ب) $(f \circ g)^{-1}(4)$ را بیابید.

۳۱- اگر $f(x) = -\frac{1}{3}x + 5$ ، $g(x) = \sqrt{x-2}$ حاصل مقادیر زیر را بدست آورید.

الف) $(f^{-1} \circ g^{-1})(3) =$

ب) $(g^{-1} \circ f^{-1})(2) =$

۳۲- ضابطه وارون تابع $f(x) = 2 + \sqrt{x+1}$ به دست آورده و دامنه و برد f, f^{-1} را با استفاده از نمودار مشخص کنید

۳۳- در تابع $f(x) = x^2 - 6x + 7$ دامنه تابع را طوری محدود کنید که تابع وارون پذیر باشد. سپس ضابطه تابع وارون را به دست آورده و دو تابع f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۳۴- تابع $h(x) = x^2 + 4x + 5$ را به گونه ای محدود کنید که یک به یک باشد سپس وارون آن را بدست آورید.

۳۵- ضابطه تابع وارون $f(x) = x^2 - 6x + 10, x \leq 3$ را بدست آورید.

۳۶- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,7), (4,-1)\}$ ، $g = \{(2,3), (-1,4), (4,1), (3,0)\}$ تابع $g \circ f^{-1}$ را بنویسید.

۳۷- وارون تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ را در صورت وجود به دست آورید.

۳۸- اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x^2$ ، مقدار $f^{-1}(g^{-1}(8))$ را بیابید.

۳۹- اگر $f(x) = \sqrt{x-5}$ و $g(x) = 2x - 1$ دامنه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.

فصل دوم

۱- کدام عبارت همواره درست و کدام نادرست است ؟

(الف) اگر $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ آنگاه $\tan \alpha < \sin \alpha$

(ب) جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos x = -1$ برابر $x = 2k\pi \pm \pi$ است.

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

(الف) دوره تناوب تابع $g(x) = 3 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x)$ برابر است.

(ب) دوره تناوب تابع $y = -2 \cos(\frac{\pi x}{8}) + 1$ برابر است

(پ) دوره تناوب تابع $f(x) = -3 \cos(\sqrt{2}\pi x) + 1$ عدد است.

(ت) حاصل $\cos^2 22/5 - \cos^2 67/5$ برابر است.

(ث) تابع تانژانت در هر بازه ای در آن تعریف شده باشد اکیدا " صعودی است.

(ث) اگر به ازای هر $x \in D_f$ ، $(x \pm 3) \in D_f$ ، $f(x \pm 3) = f(x)$ باشد، آنگاه $T = 3$ دوره تناوب تابع است.

(ح) در ربع دوم مثلثاتی، مقدار $\sin \alpha$ از $\tan \alpha$ است.

(ج) در تابع $y = -\frac{2}{3} \cos(8x) + 2$ دوره تناوب، مینیمم و ماکزیمم است.

(خ) اگر $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ در این صورت در این صورت مقدار تانژانت از سینوس است.

(چ) تابع تانژانت در ربع سوم است. (افزایشی - کاهششی) و بازه ی تغییرات آن است.

(ر) دوره تناوب تابع $y = \sin(\frac{\pi}{4}x)$ برابر است با

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید .

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

(الف) اگر $\frac{3\pi}{2}$ ، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

(۱) $\sin \alpha < \tan \alpha$ (۲) $\cos \alpha < \tan \alpha$ (۳) $\sin \alpha > \tan \alpha$ (۴) $\cos \alpha < \sin \alpha$

(ب) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -8 \sin(\frac{\pi}{2}x) - 2$ کدام است؟

(۱) $T = 1$, $\min = -10$, $\max = 10$ (۲) $T = 4$, $\min = -10$, $\max = 6$

(۳) $T = 1$, $\min = 6$, $\max = 10$ (۴) $T = 4$, $\min = 6$, $\max = 10$

پ) دوره تناوب $\tan 2x$ عبارتست از $(\frac{\pi}{2}, \pi)$

۴- به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (ذکر دلیل الزامی نیست)
الف) مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3 + 2\sin(-4x)$ را بنویسید.

ب) تابعی مثلثاتی بنویسید که دوره تناوب آن $T = \pi$ و مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار می نیمم آن ۱ باشد و از نقطه $(\frac{\pi}{2}, 3)$ نیز بگذرد.

۵- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم یک تابع مثلثاتی داده شده ، ضابطه آن را بنویسید و نمودارش را در یک دوره تناوب رسم کنید.

۶- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را مشخص کنید .
الف) $y = 8 \sin \frac{x}{4} + 4$

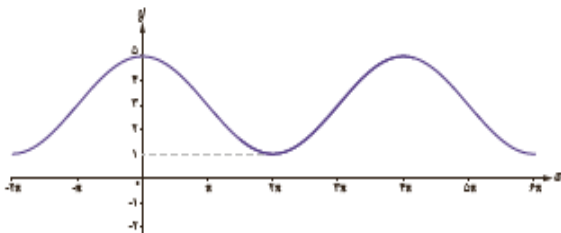
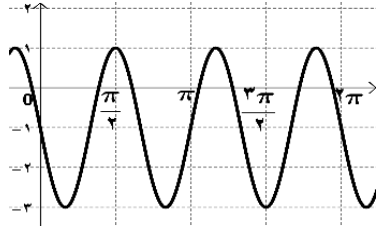
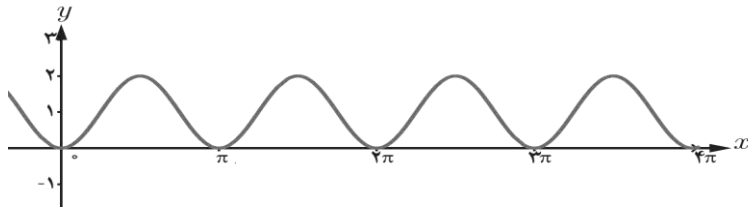
ب) $y = 2\sin(3x)$

پ) $y = 8\cos(\frac{\pi}{3})$

۷- تابع $y = -\sin \pi x + 1$ را در نظر بگیرید، با پیدا کردن مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب، نمودار آن را در یک دوره تناوب رسم کنید.

۸- اگر دوره تناوب تابع $y = -2\cos \frac{m-1}{2}x$ برابر $\frac{3\pi}{2}$ باشد مقدار m را بیابید.

۹-- ضابطه مربوط به نمودار تابع مقابل را بنویسید.



۱۰- اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، مقدار $\tan 2x$ را بدست آورید.

۱۱- اگر $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ و α زاویه ای حاده باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.

۱۲- الف) کنید $\cos(2\alpha) = \frac{17}{18}$ و 2α زاویه ای حاده باشد. (2α در ربع اول قرار دارد). مقدار $\sin \alpha$ را بیابید.

۱۳- الف) حاصل $\tan 2 \cdot 2/5^\circ$ را بدست آورید.

ب) مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید.

۱۴- معادلات مثلثاتی مقابل را حل کنید.

ب) $2\sin 3x - \sqrt{2} = 0$

الف) $\sin x - \cos 2x = 0$

ت) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

پ) $\cos x(2\cos x - 9) = 5$

ح) $\cos^2 x + 2\cos^2 x = 0$

ث) $\cos^2 x - \sin x = 1$

چ) $\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$

ج) $\sin x + \sin^2 x = \cos^2 x$

خ) $2 \sin x - \cos 2x = 1$

ر) $\sin^3 x - \cos x = 0$

۱۵- مثلثی با مساحت ۶ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه ی دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۱۲ سانتی متر باشد، آن گاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟

۱۶- با استفاده از رسم نمودار تعیین کنید معادله $2 \cos x - 1 = 0$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱۷- معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin \frac{\pi}{6}$ را حل کنید و جواب هایی را که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارد را مشخص نمایید.

فصل سوم

۱- کدام عبارت همواره درست و کدام نادرست است ؟

الف) حد تابع $g(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ در نقطه به طول یک وجود ندارد.

ب) بازه (۵ و ۳) ، یک همسایگی برای ۳ می باشد.

پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{(x+1)^2}$ برابر با است.

ت) بازه (۵ و ۲) یک همسایگی راست ۲ است.

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) باقیمانده ی تقسیم $f(x) = 2x^5 - 3x^3 - 2x + 4$ بر $x + 1$ برابر است.

ب) اگر بتوان مقادیر $f(x)$ را از هر عدد مثبت دلخواه بزرگتر کرد به شرط آنکه x را با مقادیر بزرگتر از ۲- به قدر کافی به ۲- نزدیک اختیار کنیم در اینصورت می گوییم

پ) باقیمانده چند جمله ای $f(x) = x^3 - 2x + 5$ بر $3x + 9$ برابر است.

ت) اگر r یک عدد حقیقی باشد آنگاه بازه $(a, a + r)$ یک همسایگی عدد a است.

ث) چند جمله ای $x^n - a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است ، اگر n باشد.

ج) اگر بازه (a, b) یک همسایگی عدد حقیقی x_0 باشد، مجموعه $\{x_0\} - (a, b)$ یک همسایگی x_0 نامیده می شود.

ج) مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1}$ عبارتست از

چ) اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - 3x + 1}{x^2 + 5x - 3} = \frac{2}{5}$ مقادیر a و n به ترتیب عبارتند از و

خ) باقیمانده چند جمله ای $2x^3 + x^2 + 1$ بر $x + 1$ عبارتست از

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید .

الف) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-1)(x+1)}{(4-m)(x-2)} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

ب) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-n)x^2 + x^2 - 1}{3x^n + x} = 1$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (۵)

پ) حد کسر $\frac{x^n + 3x^2 + 1}{3x^n + 5x^2 + 7}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر $\frac{1}{2}$ است. n کدام است؟

۱ (۱) $n > 2$ ۲ (۲) $n < 2$ ۳ (۳) $n = 1$ ۴ (۴) $n = 2$

ت) اگر بازه باز $(n-3, n+2m)$ یک همسایگی عدد ۵ و همچنین همسایگی چپ عدد ۷ باشد آنگاه:

$$n < 8, m = \frac{7-n}{2} \quad (۴) \quad n = 10, m > \frac{1}{2} \quad (۳) \quad n > 8, m > -\frac{1}{2} \quad (۲) \quad n < 8, m > \frac{1}{2} \quad (۱)$$

ث) کدام بازه همسایگی برای ۳ نمی باشد؟

$$(2, 5) \quad (۱) \quad (1, 4) \quad (۲) \quad (2/5, 4) \quad (۳) \quad (3, 4) \quad (۴)$$

۴- به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (ذکر دلیل الزامی نیست)

الف) آیا چند جمله ای $x^4 - 4x^2 - x + 1$ بر $2x - 1$ بخش پذیر است؟

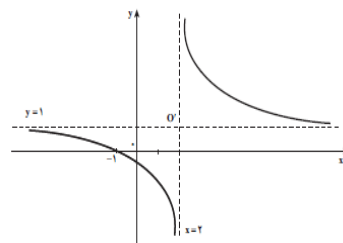
ب) باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $f(x) = -2x^2 - 4x + 8$ بر $x + 3$ را به دست آورید.

پ) یک همسایگی محذوف و یک همسایگی راست برای عدد -3 بنویسید.

۵- باقیمانده تقسیم چندجمله ای $p(x) = x^4 - kx^3 + 2x^2 + 3$ بر $x - 2$ برابر -5 است. مقدار k را بیابید.

۶- اگر $f(x) = x^2 + mx + n$ بر $x-2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر ۴ باشد مقادیر m و n را بیابید.

۷- با توجه به نمودار تابع f حاصل حدهای زیر را بیابید.



الف) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$

۸- با توجه به نمودار f به سؤالات زیر پاسخ دهید.

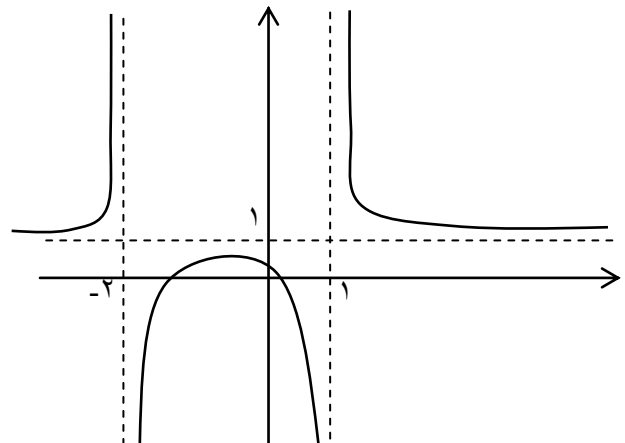
الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$

ب) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = ?$

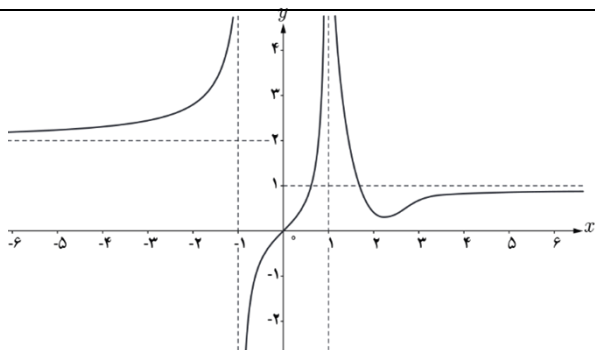
ج) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = ?$

د) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = ?$

هـ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ?$



۹- نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:



الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

د) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) =$

۱۰- نمودار هریک از تابع های زیر را رسم کنید و سپس حدود خواسته شده را بیابید

الف) $F(x) = \frac{1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

ب) $g(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) =$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) =$

۱۱- الف) هر یک از رابطه های $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی الف را داشته باشد؟

۱۲- حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 2}{x^2 - 5x + 6}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

پ) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\cos^2 x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x^3 + 3x + 5}{3x^2 - 2x^3 + 6}$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x-3)^4}$$

$$\text{ح) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x+4}{x^3+x-8}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3}$$

$$\text{چ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

$$\text{خ) } h(x) = \frac{x^2-8x}{\sqrt[3]{x}-2}$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2-\sqrt{x+1}}{2x-6}$$

$$\text{ز) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2-9}{|x-3|}$$

$$\text{ذ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-3x^3}{5x^3-x+1}$$

$$\text{س) } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4-x^2}{[-x]+x}$$

$$\text{ش) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-3x+2}$$

$$\text{س) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^7+5x^2}{2x^3+9}$$

ص) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1-5t^2}{t^2+3t}$

ض) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x]-5}{|2+x|}$

ط) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 8x - 3}{9 - x^2}$

ظ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+7}{\sqrt{x^2+1}}$

ع) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-3}{1-\cos x}$

غ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x]-3}{x-3}$

ف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+x}{3-x^2}$

ق) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 5x - 3} =$

ك) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 25} =$

گ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} =$

J) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r - rx^r + r}{x^r + rx^r - r} =$

فصل چهارم

۱- کدام عبارت همواره درست و کدام نادرست است ؟

الف) اگر $f'(a) = 0$ آنگاه خط مماس بر منحنی در a موازی محور x ها است.

ب) اگر $f(x) = -x^3 + 2x^2$ ، مقدار $f''(-1)$ عبارتست از (۲- یا ۱۰)

پ) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0,1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقطه است.

ت) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.

ث) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f(a) = 0$ و هم $f'(a) = 0$.

ج) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.

چ) شرط لازم و کافی برای آنکه تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن است که در این نقطه پیوسته باشد.

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) شیب خط مماس بر منحنی در یک نقطه برابر در آن نقطه است.

ب) در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ داریم $f''(1) = -2$ ، مقدار a عبارتست از.....

پ) تابع f روی بازه $[a,b]$ مشتق پذیر است هرگاه.....

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید .

الف) اگر تابع f نسبت به خط $x = 2$ متقارن باشد، در مورد $f'(1)$ (شیب خط مماس بر تابع در نقطه $x = 1$) و $f'(3)$ چه می توان گفت؟

$$\text{۱) } f'(3) = \frac{1}{f'(1)} \quad \text{۲) } f'(3) = f'(1) \quad \text{۳) } f'(3) = -f'(1) \quad \text{۴) } f'(3) = \frac{-1}{f'(1)}$$

ب) اگر $f'(3) = 6$ ، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{2h^2 + 3h}$ برابر چند است؟

$$\text{۱) } 1 \quad \text{۲) } 2 \quad \text{۳) } 4 \quad \text{۴) } 8$$

پ) تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. $a - b$ کدام است؟

$$\text{۱) } 1 \quad \text{۲) } 2 \quad \text{۳) } 3 \quad \text{۴) } 4$$

ت) شیب نیم مماس راست تابع $y = |x|$ در نقطه $x = 0$ چقدر از شیب نیم مماس چپ تابع در این نقطه بیشتر است؟

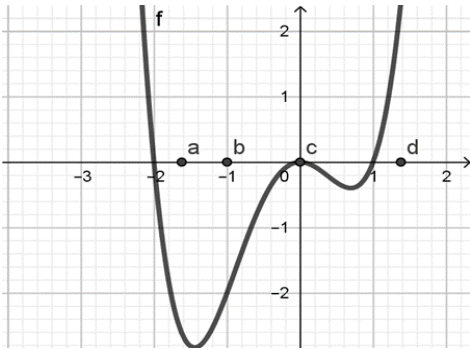
$$\text{صفر (۱) } \quad \text{۲ (۱) } \quad \text{۳ (۲) } \quad \text{۴ (۳)}$$

۴- از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 3x^2 - 1$ را در نقطه $x = -3$ بدست آورید و سپس معادله مماس بر منحنی در نقطه y به طول ۳- واقع بر منحنی را بنویسید.

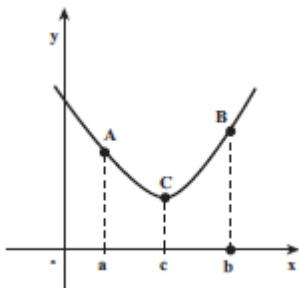
۵- تابع $f(x) = 2x^3 - 3x$ ، مفروض است:
الف) $f'(2)$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید.

ب) معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

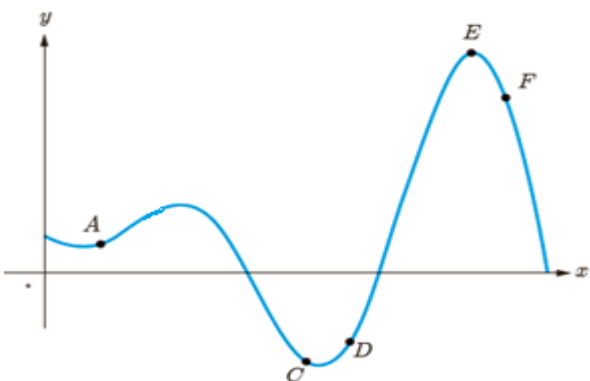
۶- نمودار f' در شکل، علامت مشتق در نقاط به طولهای a, b, c, d را تعیین کنید.



۷- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد. علامت شیب خطوط مماس بر نمودار تابع f را در نقاط A و B و C مشخص کنید.



۷- نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید



شیب	نقطه
-۳	
-۱	
۰	
۰/۵	
۲	

۹- الف) معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+3}$ را در نقطه ای به طول ۱ روی نمودار به دست آورید.

ب) معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = -x^3 + 2x - 1$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی بدست آورید.

پ) معادله خط مماس بر منحنی $y = 3x^2 - 4x + 1$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر نمودار تابع بنویسید.

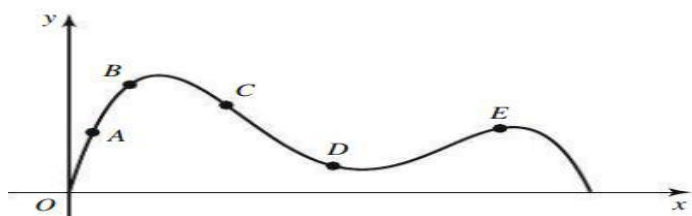
۱۰) با استفاده از نقاط E, D, C, B, A روی نمودار های زیر به سوالات زیر پاسخ دهید. (برای قسمتهای الف تا پ یک مورد کافی است.)

الف) در کدام یک از نقاط شیب منحنی منفی است؟

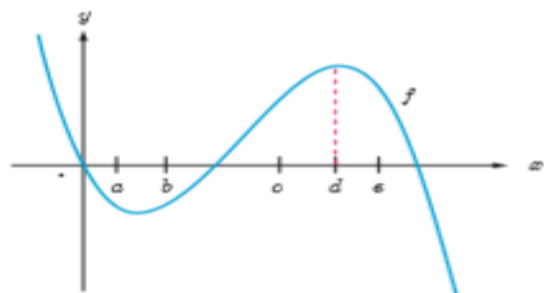
ب) در کدام یک از نقاط شیب منحنی مثبت است؟

پ) نقطه ای روی نمودار مشخص کنید که در آن مشتق صفر است؟

ت) نقاط A تا E را بر حسب شیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.



۱۱- با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر نقاط a, b, c, d را با شیب های داده شده در جدول نظیر کنید.



شیب	نقطه
صفر	
$0/5$	
2	
$-0/5$	

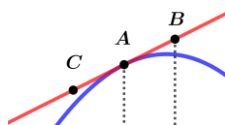
۱۲- تابع $f(x) = [x]$ را در نظر بگیرید، ابتدا دامنه تابع مشتق f را مشخص نموده و سپس نمودار f' را در بازه $[-2, 1.5]$ رسم کنید.

۱۳- اگر تابع $f(x) = x^2 - ax$ در نقطه ای به طول ۲ بر خط $y = 3x - 1$ مماس باشد، مقدار a را بیابید.

۱۴- اگر نیم مماس های چپ و راست تابع $f(x) = |x|(x + a)$ در نقطه $x=0$ بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر a را بدست آورید.

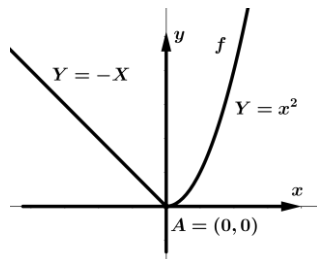
۱۵- برای تابع f در شکل روبرو داریم $f(3) = 2.5$, $f'(3) = 0.5$.

با توجه به شکل، عرض نقطه B را بدست آورید.



۱۶- در تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \leq 1 \\ x^2+3 & x > 1 \end{cases}$ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق های چپ و راست تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید. آیا این تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است؟

۱۷- با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید که این تابع در نقطه A مشتق پذیر نیست. سپس نمودار تابع مشتق را رسم کنید.



۱۸- نمودار تابع پیوسته ای را رسم کنید که در تمام شرایط زیر صدق کند:

۱- وقتی $x \rightarrow 1$ ، $y \rightarrow +\infty$

۲- مشتق آن در $x = 3$ برابر صفر شود

۳- در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر نباشد

۱۹- الف) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $y = |x^2 - 4|$ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.

ب) آیا این تابع در بازه $[1, 3]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟

۲۰- اگر تابع f به صورت زیر تعریف شده باشد ضابطه و نمودار تابع f' را بنویسید.

$$f(x) = \begin{cases} 3x-2 & x < 0 \\ x^2+1 & 0 \leq x \leq 2 \\ 2x+1 & x > 2 \end{cases}$$

۲۱- مشتق توابع زیر را بدست آورید. (محاسبه لازم نیست)

الف) $f(x) = \frac{(2x-5)^3}{3x+1}$

ب) $f(x) = (x^2-1)\sqrt[3]{x-1}$

پ) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5$

ت) $g(x) = (x^3+1) + \sqrt{3x+2}$

ث) $f(x) = (2x^3+1)(-x^2+7x-2)^2$

ج) $g(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$

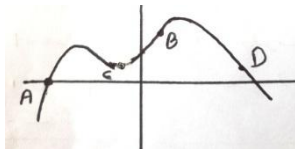
خ) $y = (\sqrt{4x-2})(x^2+2x)$

چ) $y = \left(\frac{-2x}{x^2-1}\right)^5$

۲۲- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. جرم این توده باکتری در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ به طور متوسط چند گرم افزایش می یابد؟

۲۳- تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتیمتر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد بر حسب ماه است، آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

۲۴- شکل روبرو نمودار تابع f است تعیین کنید هر کدام از شیب های مماس داده شده در جدول زیر متعلق به کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار است.



شیب	-۲	۰	$\frac{1}{2}$	۱
نقطه				

۲۵- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ 2x-1 & x < 1 \end{cases}$ باشد

الف: نمودار f را رسم کنید.

ب: ضابطه f' را بنویسید.

ج: دامنه f' ، f را بدست آورید.

۲۶- معادله حرکت متحرکی بصورت $f(t) = t^2 - 2t + 3$ است در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمان $[1, 5]$ با هم برابرند؟

فصل ۵

۱- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) تابع $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

ب) تابع با ضابطه $y = x - [x]$ در بازه $[0, 4]$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲- مقدار ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $y = -x^3 + 9x - 13$ را در بازه $[-1, 2]$ در صورت وجود بدست آورید.

۳- مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را در بازه $[-1, \frac{1}{2}]$ بیابید.

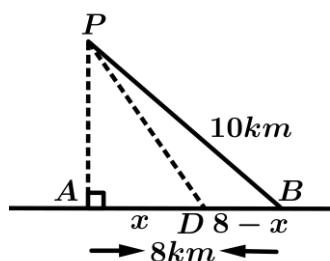
۴- با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه هایی صعودی اکید و در کدام بازه ها نزولی اکید است؟

۵- اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ را در بازه $[-3, 3]$ بیابید.

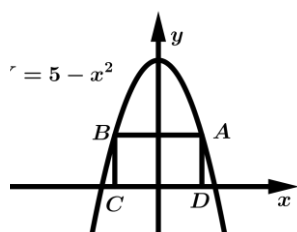
۶- در تابع $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ ابتدا نقاط بحرانی تابع را بدست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود بدست آورید.

۷- می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل بسازیم که گنجایش آن دقیقا 16π متر مکعب باشد. ابعاد قوطی را طوری پیدا کنید که هزینه فلز استفاده شده در آن مینیمم شود.

۸- فردی درون قایقی در نقطه P قرار دارد که فاصله مستقیمش با نقطه مقصد یعنی نقطه B، ۱۰ کیلومتر است. اگر قایق به طور عمودی به طرف ساحل حرکت کند به نقطه A می رسد که فاصله اش از مقصد ۸ کیلومتر است. فرض کنید سرعت حرکت قایق $4 \frac{km}{h}$ و سرعت پیاده روی فرد $3 \frac{km}{h}$ باشد. اگر او بخواهد در کوتاهترین زمان ممکن به B برسد، در چه نقطه ای از ساحل باید پیاده شود و به سوی B پیاده روی کند؟



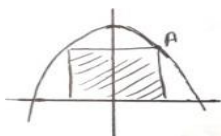
۹- مطابق شکل روبرو از نقطه A روی منحنی تابع $y = 5 - x^2$ خطوطی بر محور x ها و y ها عمود کرده ایم. بیشترین مساحت مستطیل ABCD چقدر است؟



۱۰- در تابع $y = -x^3 + 3x$ ابتدا نقاط بحرانی را بدست آورید. سپس با رسم جدول تغییرات نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی را بدست آورید.

۱۱- مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ را در بازه $[0, 4]$ بدست آورید.

مطابق شکل از نقطه A روی منحنی تابع $Y = -X^2 + 27$ خطوطی بر محور x ها و y ها عمود کرده ایم. بیشترین مساحت مستطیل چقدر است؟



فصل ششم

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر صفحه p در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل سهمی است.
ب) اگر صفحه p بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند شکل حاصل بیضی است.

۲- کامل کنید.

الف) از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول ضلع قائمه آن ، یک حاصل می شود.

ب) دایره C به مرکز $(2, -1)$ و شعاع ۳ و دایره C' به معادله $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ نسبت به هم هستند.

پ) اگر صفحه p بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل است.

ت): شکل حاصل دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن است.

۳- گزینه درست را انتخاب نمایید.

الف) سطح مقطع استوانه با صفحه مایلی که با قاعده های استوانه متقاطع نباشد، (بیضی ، سهمی) است.

ب) دو دایره با معادلات زیر نسبت به هم چه وضعی دارند؟

$$x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0 \text{ و } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3 \text{ (متداخل - متخارج)}$$

۴- معادله دایره ای به مرکز $(1, -1)$ را بنویسید که با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ مماس درون باشد.

۵- مرکز دایره ای نقطه $O(4, 2)$ است. این دایره روی خط $y = 1$ و تری به طول ۶ جدا می کند، معادله این دایره را بنویسید.

۶- معادله دایره ای به مرکز $C(1, 2)$ را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس باشد.

۷-در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه (۴و۵) باشد، ابتدا فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید و سپس مختصات کانون های بیضی را بنویسید.

۸-کانون های یک بیضی $(1, -5)$ و $(1, 3)$ است. اگر $a=6$ باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.

۹-خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. مختصات قطر بزرگ بیضی را پیدا کنید.

۱۰-یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه ۳ و ۴ را حول وترش دوران می دهیم. حجم حاصل چقدر است؟

۱۱- در یک بیضی طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه ای به مختصات $(1و2)$ باشد. الف: فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید.

ب: مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ و قطر کوچک را بنویسید.

۱۲-دایره ای به مرکز $(۲و۱)$ ۰ بر خط $۳x + ۴y = ۱$ مماس است. معادله دایره را بنویسید.

فصل هفتم

۱- دو کیسه یکسان داریم، کیسه اول شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است و کیسه دوم شامل ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه است از کیسه اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده و در کیسه دوم قرار می دهیم سپس یک مهره از کیسه دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سفید است؟

۲- سه جعبه یکسان داریم، در اولین جعبه ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز است و در جعبه دوم ۱۰ مهره وجود دارد که تمام آنها قرمزند و در جعبه سوم ۸ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. به تصادف یکی از جعبه ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد را پیدا کنید.

۳- ۴۰ درصد دانشجویان دانشگاهی، پسرند. $\frac{1}{6}$ پسرها و نصف دخترها خوابگاهینند. اگر دانشجویی از این دانشگاه به تصادف انتخاب شود، با کدام احتمال خوابگاهيست؟

دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و ظرف دوم ۶ مهره آبی و ۳ مهره قرمز دارد. از ظرف اول به تصادف مهره ای انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم برمیداریم. احتمال اینکه این مهره قرمز باشد چقدر است؟

احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی به نوزاد پسر $\frac{0.08}{0.03}$ و نوزاد دختر $\frac{0.03}{0.03}$ است. و خانواده ای که قصد بچه دار شدن دارند با کدام احتمال فرزند آنها سالم است؟