

فصل ۱: تابع

۱) در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.

الف) در بازه $(0, 1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، از نمودار تابع $f(x) = x^3$ قرار دارد. (دی ۹۹) (دی ۱۴۰۰)

ب) تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود، تابع نامیده می شود. (دی ۹۸)

ج) توابع اکیداً یکنوا، همواره هستند. (ش ۹۹)

د) تابع $y = (x + 1)^3$ در دامنه ی تعریف خود است. (خ ۹۸) (صعودی، نزولی)

ه) تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^2$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است. (دی ۹۷)

و) اگر $f = \{(2, 3), (3, 5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر است. (خ ۱۴۰۱)

ز) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است. (دی ۱۴۰۱)

ح) ضابطه تابع وارون $y = x^3$ ، برابر است. (ش ۱۴۰۱)

۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) دامنه توابع چندجمله ای برابر $\mathbb{R}$ است. (ش ۱۴۰۰)

ب) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک چندجمله ای از درجه ۳ است. (دی ۱۴۰۱)

ج) تابع $y = \sqrt{2}x - x^2$ یک چندجمله ای از درجه ۲ است. (خ ۱۴۰۱)

د) تابع $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{3}{4}x$ یک چندجمله ای از درجه ۳ است. (دی ۱۴۰۰)

ه) نمودار تابع $f(x) = x^2$ در بازه $(0, 1)$ ، پایین تر از نمودار تابع $y = x^3$ است. (دی ۱۴۰۱)

و) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود. (خ ۹۹) (دی ۹۷)

ز) هر تابع یکنوا، یک به یک است. (دی ۱۴۰۱)

ح) تابع $f(x) = x^3$ تابعی اکیداً صعودی است. (ش ۹۸)

ط) تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه تعریف اش صعودی است. (ش ۹۸)

ی) تابع $y = \sqrt{x}$ در دامنه تعریف اش اکیداً نزولی است. (ش ۱۴۰۰)

ک) برد تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است. (دی ۹۸)

ل) دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است. (ش ۹۹) (دی ۹۹)

م) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آنگاه $fog(4) = 5$. (دی ۱۴۰۰)

ن) دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{x}$ وارون یکدیگرند. (ش ۱۴۰۰)

س) دو تابع $f(x) = -\frac{7x}{2} - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند. (دی ۱۴۰۰)

ع) دو تابع $f(x) = -\frac{2x+6}{7}$ و $g(x) = -\frac{7}{3}x - 3$ وارون یکدیگرند. (خ ۹۸) (دی ۱۴۰۰)

۳) با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را بیابید.

x	-۱	۰	۱	۲
$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵
$g(x)$	۲	۳	۴	-۲

الف) $(g \circ f)(1)$ ب) $(fo(f+g))(0)$ (ش ۱۴۰۰)

۴) اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ (خ ۱۴۰۱) خروجی $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow 2x-2 \rightarrow x$ ورودی

۵) اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ باشند. ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید. (خ ۹۹)

۶) دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (خ ۹۸)

۷) اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (ش ۹۸)

ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. (ش ۹۹) ج) مقدار $g \circ f(2)$ را تعیین کنید. (خ ۱۴۰۰)

۸) اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشند. (دی ۹۸)

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) با محدود کردن دامنه تابع f تابعی وارون پذیر بسازید.

۹) اگر $g(x) = x^2 + 2x - 1$ و $f(x) = \sqrt{4-2x}$ باشند. (خ ۹۹)

الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $g \circ f(2) - \frac{f}{g}(0)$ را تعیین کنید.

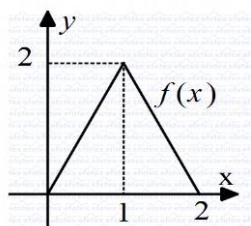
۱۰) اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشند. (دی ۱۴۰۱)

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $g \circ f(1)$ را محاسبه کنید.

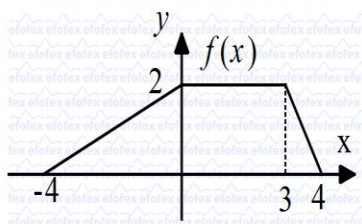
۱۱) توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (دی ۹۷)

۱۲) با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار توابع خواسته شده را رسم کرده و دامنه و برد هریک را بیابید.

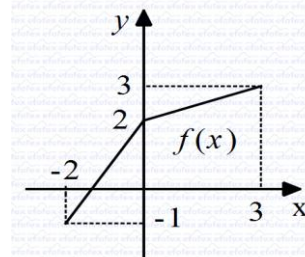
$$g(x) = -2f\left(\frac{1}{3}x\right) \text{ (ش ۹۸)}$$



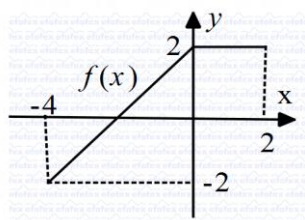
$$g(x) = \frac{1}{2}f(4x) \text{ (خ ۹۸)}$$



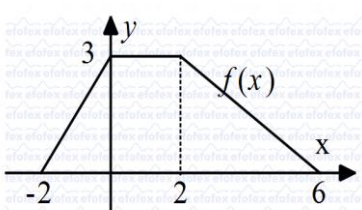
$$g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2 \text{ (دی ۹۷)}$$



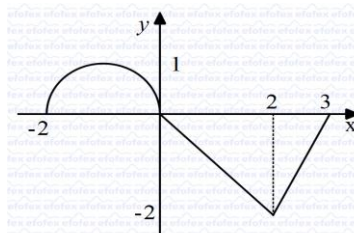
$$g(x) = f(-x) + 2 \text{ (خ ۱۴۰۰)}$$

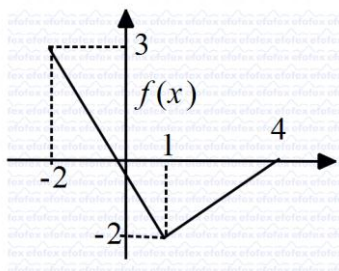


$$g(x) = \frac{1}{3}f(2x) \text{ (ش ۹۹)}$$



$$g(x) = 3f\left(\frac{1}{2}x\right) \text{ (خ ۹۹)}$$





(ش ۱۴۰۱) $g(x) = 2f(x-1)$

۱۳) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پائین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور ها قرینه می کنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید. (ش ۱۴۰۰)

۱۴) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $(-1, 3]$ و برد آن باشد. دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید. (دی ۱۴۰۱)

۱۵) برد تابع f بازه $(-3, 1]$ است. برد تابع $y = -2f(3x-1) + 3$ کدام یک از موارد زیر است. (خ ۱۴۰۱)

الف) $(-8, 0]$ ب) $(-12, 0]$ ج) $(1, 9]$ د) $(-10, 2]$

۱۶) ضابطه وارون تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ را به دست آورید. (ش ۹۹)

۱۷) ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ را به دست آورید. (دی ۹۹)

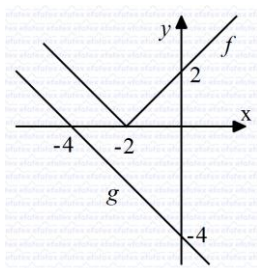
۱۸) نشان دهید توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند. (دی ۹۸)

۱۹) با توجه به نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ به سوالات زیر پاسخ دهید: (دی ۹۹)

الف) مقدار $f \circ g(-1)$ را محاسبه کنید.

ب) اگر $g(3t-1) = 0$ ، آنگاه مقدار t را به دست آورید.

ج) با محدود کردن دامنه f ، بازه ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.

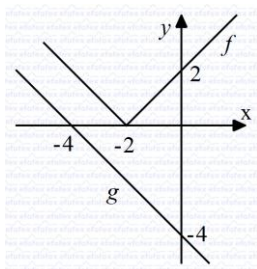


۲۰) با توجه به نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ مقادیر زیر را در صورت وجود بیابید. (دی ۱۴۰۰)

الف) $g \circ f(-1)$

ب) $(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$

ج) نمودار تابع $f(x-2) - 3$ را رسم کنید.



۲۱) اگر $f(x) = \frac{1}{x} - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید. (دی ۹۷) (ش ۹۸)

۲۲) اگر $f = \{(0, -1), (5, 9), (3, 7), (-2, 4)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, -1), (9, 0), (-1, 4), (7, 7)\}$ باشند، تابع $g \circ f$ را در صورت وجود بنویسید. (ش ۱۴۰۱)

فصل ۲: مثلثات

۱) در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.

الف) برد تابع $y = \tan x$ برابر است. (خ ۹۹)

ب) دوره ی تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است. (دی ۹۸)

۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) دوره ی تناوب تابع $y = \tan x$ برابر 2π است. (خ ۹۸)

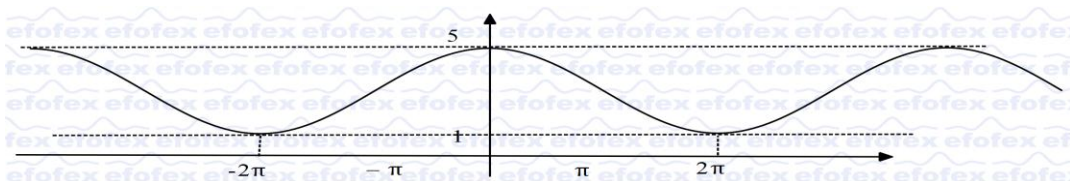
ب) دامنه تابع $y = \tan x$ برابر $\left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\}$ است. (ش ۹۸)

ج) برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر بازه $[-1, 1]$ است. (ش ۹۹)

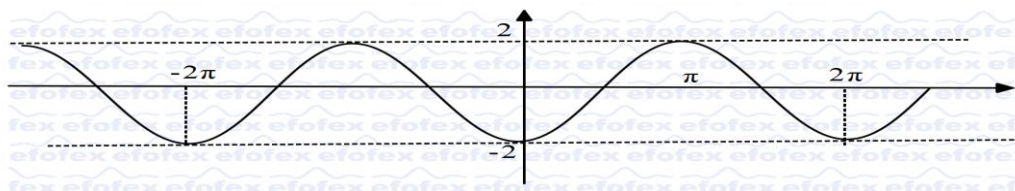
د) مقدار عددی $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. (دی ۱۴۰۱)

۳) نمودارهای زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \cos bx + c$ است. با توجه به نمودارها، ضابطه هر یک را مشخص کنید.

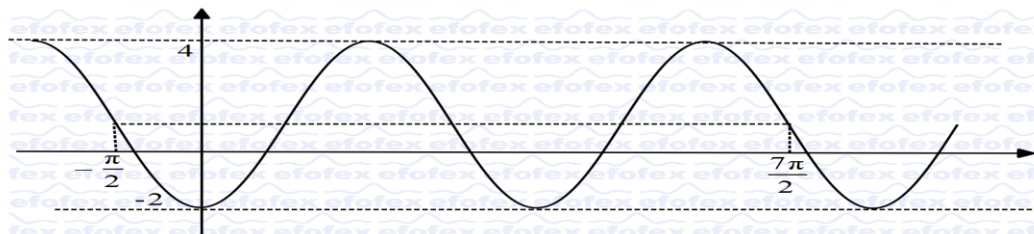
(خ ۱۴۰۰)



(دی ۱۴۰۰)



(دی ۱۴۰۱)



۴) معادله تابع $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است. (خ ۱۴۰۱)

۵) ضابطه تابع $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن 8π ، مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد. (ش ۱۴۰۰)

۶) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم توابع را به دست آورید.

$$y = -3 \cos 2\pi x + 1 \quad (\text{ش } ۹۸) \qquad y = 1 - 2 \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right) \quad (\text{خ } ۹۸) \qquad y = 2 - 3 \sin 4x \quad (\text{دی } ۹۷)$$

$$y = \pi \sin(-x) + 1 \text{ (ش. ۹۹)} \quad y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x \text{ (خ. ۹۹)} \quad y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2 \text{ (دی. ۹۸)}$$

$$y = 3 \cos \pi x + 2 \text{ (ش. ۱۴۰۱)} \quad y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right) \text{ (دی. ۹۹)}$$

۷) دامنه تابع $y = \tan(2x)$ را به دست آورید. (دی. ۹۷)

۸) مقادیر زیر را به دست آورید.

$$\cos 22/5^\circ \quad \sin 15^\circ \text{ (ش. ۹۹) (دی. ۹۹)} \quad \sin 22/5^\circ \text{ (ش. ۹۸)}$$

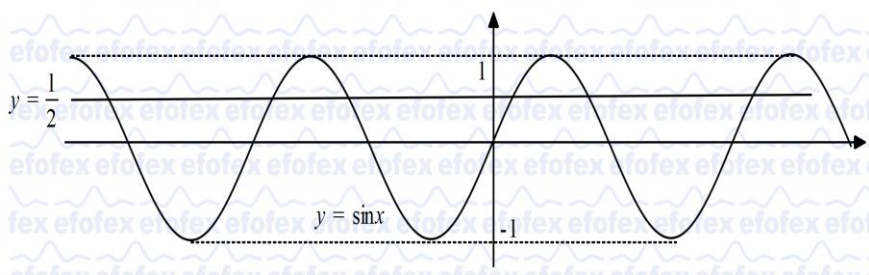
۹) معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \text{ (دی. ۹۸)} \quad \cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 1 \text{ (خ. ۹۸)} \quad \sin x - \cos 2x = 0 \text{ (دی. ۹۷)}$$

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \text{ (ش. ۹۹)} \quad \cos x (2 \cos x - 9) = 5 \text{ (خ. ۹۹)} \quad \sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ (ش. ۹۸)}$$

$$\sin 2x = \sin x \text{ (خ. ۱۴۰۱)} \quad \cos 2x - \sin x + 1 = 1 \text{ (دی. ۱۴۰۰)} \quad \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ (خ. ۱۴۰۰) (دی. ۹۹)}$$

$$\cos 2\alpha - 3 \sin \alpha + 4 = 0 \text{ (ش. ۱۴۰۱)}$$



۱۰) نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به

معادله $y = \frac{1}{2}$ به صورت مقابل رسم شده است.

طول نقاط برخورد آنها را بیابید. (دی. ۱۴۰۱)

۱۱) حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cos 2x$ را به ازای $x = 7/5^\circ$ محاسبه کنید. (ش. ۱۴۰۰)

۱۲) مثلثی با مساحت $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$ داریم، اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب 4 cm و 8 cm باشند. آنگاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان

ساخت. (ش. ۱۴۰۰)

فصل ۳: حد

۱) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

الف) چندجمله‌ای $p(x) = 2x^2 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای بخش پذیر است. (دی ۱۴۰۰) $(x+1, x-1)$

ب) باقیمانده تقسیم عبارت $p(x) = 2x^2 - 5x + 1$ بر $x-3$ برابر است. (خ ۱۴۰۱)

ج) حد تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می‌کند، برابر است. (دی ۹۷)

د) حد تابع $f(x) = \frac{-3x^2 + 5x^2}{2x^2 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می‌کند، برابر است. (ش ۹۸)

ه) حد تابع $f(x) = \frac{5x + 4}{x^2 + x - 8}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می‌کند، برابر است. (خ ۹۹)

و) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 5}{x - 2}$ برابر با است. (خ ۹۹)

ز) حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می‌کند، برابر است. (ش ۹۸)

۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) در تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-a$ ، باقیمانده برابر $p(a)$ است. (دی ۹۹)

ب) چندجمله‌ای $f(x) = 2x^2 + 5x^2 - 3x - 1$ بر دو جمله‌ای $x+2$ بخش پذیر است. (دی ۹۸)

ج) بازه $(2, 5)$ ، یک همسایگی ۴ است. (ش ۱۴۰۱)

۳) حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \quad (\text{ش } ۱۴۰۱) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} \quad (\text{ش } ۹۸) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3} \quad (\text{خ } ۱۴۰۱) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} \quad (\text{دی } ۱۴۰۰)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} \quad (\text{ش } ۹۹) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x - 5} \quad (\text{دی } ۹۹) \quad (\text{خ } ۱۴۰۰) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} \quad (\text{دی } ۱۴۰۱) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} \quad (\text{دی } ۹۷)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} \quad (\text{دی } ۹۸) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} \quad (\text{خ } ۹۹) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2} \quad (\text{ش } ۱۴۰۰) \quad (\text{خ } ۹۸)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} \quad (\text{دی } ۹۷) \quad (\text{خ } ۹۹) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x - 3|} \quad (\text{دی } ۹۸) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} \quad (\text{خ } ۹۸) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} \quad (\text{ش } ۱۴۰۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} \quad (\text{ش } ۹۹)$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-1}{3}\right)} \frac{[x]}{|3x + 1|} \quad (\text{خ } ۱۴۰۰)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} \quad (\text{ش } ۹۸)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x} \quad (\text{دی } ۱۴۰۰)$$

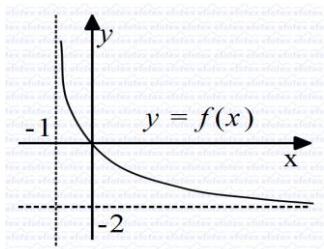
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x \quad (\text{ش } ۱۴۰۰)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 1}{6x^2 - 11x^2 - 3} \quad (\text{ش } ۹۹)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} \quad (\text{خ } ۱۴۰۰)$$

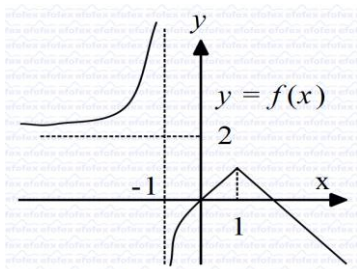
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5 + 5x^2}{2x^2 + 9} \quad (\text{ش } ۱۴۰۰)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4} \quad (\text{ش } ۱۴۰۱)$$



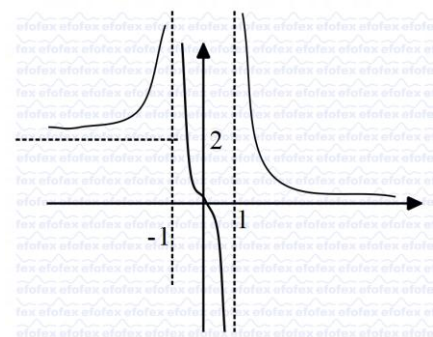
۴) با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ حدهای خواسته شده را بنویسید. (خ ۹۸)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \quad \text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{الف)}$$



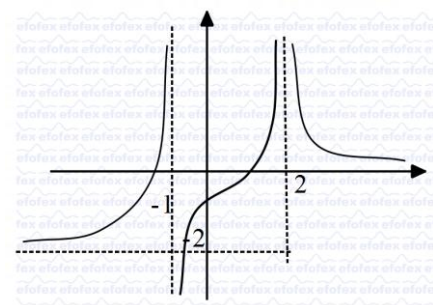
۵) با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ حدهای خواسته شده را بنویسید. (ش ۹۹)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \quad \text{ب)}$$



۶) با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ حدهای خواسته شده را بنویسید. (خ ۱۴۰۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \quad \text{پ)} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \text{ت)}$$



۷) با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ حدهای خواسته شده را بنویسید. (دی ۱۴۰۱)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \quad \text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{پ)}$$

فصل ۴: مشتق

۱) در جاهای خالی گزینه مناسب را انتخاب کنید

الف) اگر $f'(2) = 3$ و $g'(2) = 5$ باشد. آنگاه حاصل عبارت $(2g - f)'(2)$ برابر است. (دی ۹۷)

ب) اگر $h(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ باشد، آنگاه $h''(1)$ برابر است. (دی ۹۹)

ج) اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در $x = a$ است. (ش ۹۹)

د) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. خط $x = 0$ را منحنی می نامیم. (خ ۹۹)

۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر تابع f در پیوسته $x = a$ باشد آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر است. (خ ۹۹)

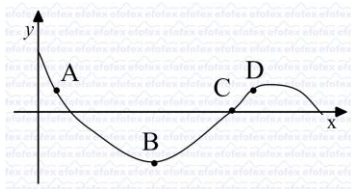
ب) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر است. (دی ۹۷)

ج) تابع $f(x) = [x]$ در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر است. (ش ۱۴۰۱)

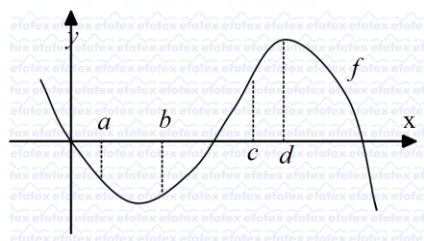
۳) نقاط داده شده روی منحنی را با شیب های

شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲
نقطه				

ارائه شده در جدول نظیر کنید. (ش ۹۸)

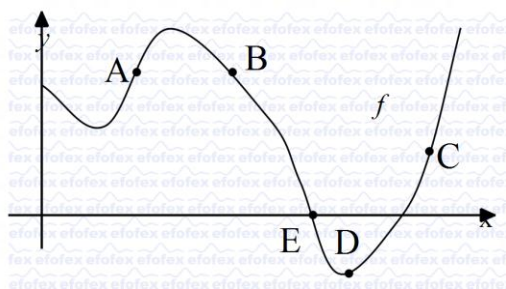


۴) با توجه به نمودار، نقاط به طول های a و b و c و d را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید. (دی ۹۸) (ش ۱۴۰۰)



x	$f'(x)$
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵

۵) نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (دی ۹۹)



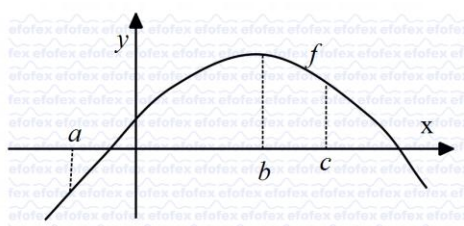
شیب	نقطه
-۳	
-۱	
۰	
۱	

۶) با توجه به نمودار تابع f ، اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب با

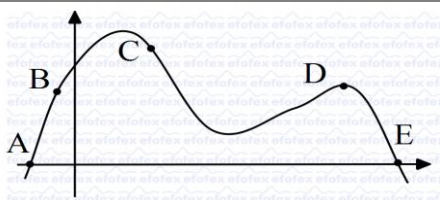
m_a, m_b, m_c نمایش داده شود. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

الف) $m_c > m_b > m_a$ ب) $m_b > m_a > m_c$

ج) $m_a > m_b > m_c$ د) $m_a = m_b = m_c$



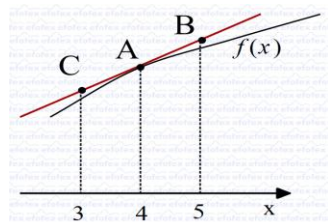
- (۷) از بین نقاط مشخص شده روی نمودار مقابل، در کدام نقطه؛ (ش ۱۴۰۱)
 الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است.
 ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است.



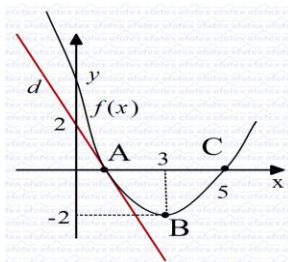
- (۸) برای تابع f با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید.

الف) $f(4) = 24$ و $f'(4) = 1/5$ (دی ۹۷) (خ ۱۴۰۰)

ب) $f(4) = 25$ و $f'(4) = 3/2$ (ش ۹۹)



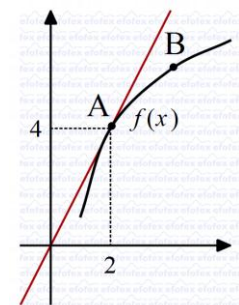
- (۹) در نمودار مقابل خط d در نقطه $X=1$ بر نمودار f مماس شده است،
 الف) مشتق تابع f را در نقطه $X=1$ محاسبه کنید.
 ب) شیب نمودار را در نقاط B و C مقایسه کنید. (خ ۹۹)



- (۱۰) نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است.
 اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد:

الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید.

- ب) شیب خط های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید. (دی ۱۴۰۱)

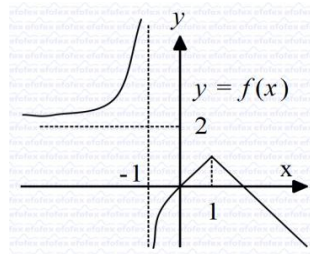


- (۱۱) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق توابع زیر را در نقطه داده شده بیابید.

الف) $f(x) = 1 - 2x^2$ ، $f'(-1)$ (دی ۹۷) ب) $f(x) = x^3 - 2$ در نقطه $X = -1$ (خ ۹۸)

(۱۲) اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ باشد. آنگاه مقدار $(3f + 2g)'(1)$ را بیابید. (دی ۱۴۰۰)

(۱۳) اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3$ ، $f'(2) = 5$ ، $g(2) = 8$ ، $g'(2) = -6$ مقدار $(fg)'(2)$ را بیابید. (خ ۱۴۰۱)



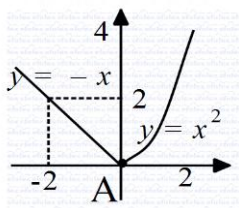
(۱۴) تابع $y = f(x)$ در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست؟ (ش ۹۹)

- (۱۵) مشتق پذیری توابع زیر را در نقاط داده شده بررسی کنید.

الف) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$ (دی ۱۴۰۰) ب) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ (ش ۹۸)

ج) $f(x) = |x^2 - 4|$ (خ ۹۹)

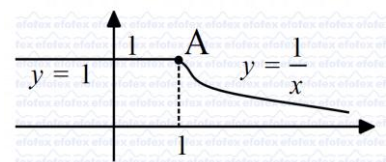
(۱۶) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ ، نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست. (دی ۹۸) (ش ۱۴۰۰)



۱۷) معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در نقطه ای به طول $X = 1$ واقع بر منحنی بنویسید. (ش ۱۴۰۱)

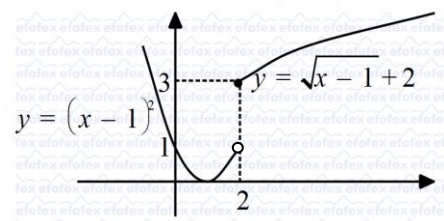
۱۸) با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع داده شده در نقطه $A = (0, 0)$ ؛

نشان دهید این تابع در نقطه $A = (0, 0)$ مشتق پذیر نیست. (دی ۹۹)



۱۹) با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع f در نقطه $A = (1, 1)$ ؛

نشان دهید این تابع در نقطه $A = (1, 1)$ مشتق پذیر نیست. (خ ۱۴۰۰)



۲۰) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است.

الف) آیا تابع f در نقطه $X = 2$ مشتق پذیر است؟

ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟

پ) مشتق راست تابع f در نقطه $X = 2$ را به دست آورید. (دی ۱۴۰۱)

۲۱) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5 \quad (\text{دی } ۱۴۰۰) \quad f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5 \quad (\text{ش } ۱۴۰۰) \quad f(x) = (x^4 - 3x)^5 \quad (\text{خ } ۹۸)$$

$$f(x) = \frac{-2x+3}{x+4} \quad (\text{ش } ۱۴۰۱) \quad g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^2 \quad (\text{خ } ۱۴۰۰) \quad f(x) = (x^2 + 1)^2 (5x - 1) \quad (\text{دی } ۹۸)$$

$$g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^2 \quad (\text{دی } ۱۴۰۱) \quad f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5 \quad (\text{دی } ۹۹) \quad f(x) = \left(\frac{-3x+1}{x^2+5}\right)^4 \quad (\text{خ } ۹۹) \quad f(x) = \left(\frac{x}{2x-1}\right)^5 \quad (\text{دی } ۹۷)$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{x}\right) \left(\sqrt{3x+2}\right) \quad (\text{خ } ۹۹) \quad g(x) = x^2 \left(\sqrt{x+1}\right) \quad (\text{دی } ۹۷) \quad g(x) = \left(\frac{1}{x}\right) \left(x^2 + 5x\right)^5 \quad (\text{ش } ۹۹)$$

$$g(x) = \left(\sqrt{3x+1}\right) \left(x^2 + 2x\right) \quad (\text{ش } ۱۴۰۱) \quad g(x) = \left(\sqrt{3x+2}\right) \left(x^2 + 1\right) \quad (\text{دی } ۱۴۰۰)$$

$$f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x}} \quad (\text{ش } ۹۹) \quad g(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}} \quad (\text{خ } ۱۴۰۰) \quad f(x) = \frac{1}{x} \left(2\sqrt{x}-1\right)^4 \quad (\text{ش } ۹۸) \quad g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x} \quad (\text{خ } ۹۸)$$

$$f(x) = x(x-1)(x+1) \quad (\text{دی } ۱۴۰۱) \quad f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}} \quad (\text{خ } ۱۴۰۱) \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}} \quad (\text{ش } ۱۴۰۰)$$

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & x < 0 \\ x^2 + 3x+1 & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{اگر } x=0 \text{ در } f(x) \text{ مشتق پذیر باشد، مقدار } a \text{ را محاسبه کنید. (خ } ۱۴۰۱)$$

(۲۳) در توابع زیر؛ الف) نشان دهید $f'(0)$ وجود ندارد. ب) ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. ج) نمودار تابع f' را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{(ش ۹۸)} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x + 1 & x < 0 \end{cases} \quad \text{(ش ۹۹)}$$

(۲۴) آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می‌کند را بیابید. (ش ۹۸)

(۲۵) خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند، که در آن $0 \leq t \leq 5$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چقدر است؟ (ش ۹۹)

(۲۶) یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه زمانی $[3, 4]$ چقدر است؟ (دی ۹۷)

(۲۷) تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود 60 ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است.

الف) آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟ (دی ۹۸) (ش ۱۴۰۱) ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در 49 ماهگی چقدر است؟ (ش ۱۴۰۰)

(۲۸) معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ ، بر حسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 4]$ با هم برابرند. (ش ۹۸)

(۲۹) یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. (ش ۹۹)

الف) جرم یک توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می‌یابد؟

ب) آهنگ رشد جرم این توده باکتری در لحظه $t = 4$ چقدر است؟

(۳۰) معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است.

الف) در کدام لحظه در این بازه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ ، با هم برابرند؟ (دی ۹۹) (دی ۱۴۰۰) (ش ۱۴۰۱)

ب) سرعت لحظه‌ای را در لحظه $t = 2$ به دست آورید. (ش ۱۴۰۱)

(۳۱) جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید: (ش ۱۴۰۰)

الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[5, 8]$ بیابید. ب) مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم 35 m/s است.

(۳۲) جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید: (ش ۱۴۰۰)

الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[2, 4]$ بیابید. ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای جسم 16 m/s است.

فصل ۵: کاربرد مشتق

(۱) در جاهای خالی گزینه مناسب را انتخاب کنید.

بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است. (خ ۱۴۰۰)

(۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(الف) تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است. (خ ۹۹)

(ب) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است. (ش ۹۹) (خ ۱۴۰۰)

(ج) هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است. (ش ۱۴۰۱)

(۳) تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است. (ش ۱۴۰۰)

(۴) با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه هایی اکیداً صعودی است. (ش ۱۴۰۱)

(۵) جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود بیابید. (ش ۹۸)

(۶) اکسترمم های نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود بیابید. (خ ۱۴۰۱)

(۷) نقاط اکسترمم های مطلق $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید. (ش ۹۸)

(۸) اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ را در بازه $[-1, 3]$ ، در صورت وجود بیابید. (ش ۹۹)

(۹) اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه ی $[-1, 3]$ مشخص کنید. (خ ۹۸) (دی ۱۴۰۰)

(۱۰) جدول تغییرات تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

سپس نقاط بحرانی تابع f و اکسترمم های مطلق این تابع را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید. (دی ۹۷)

(۱۱) تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید. (الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را

در صورت وجود مشخص کنید. (ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه $[0, 3]$ ، را در صورت وجود بیابید. (خ ۹۹)

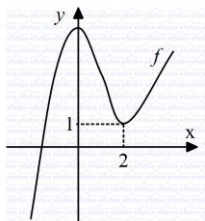
(۱۲) در تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$ ، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم

و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (دی ۹۸) (دی ۹۹)

۱۳) اگر نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد. مقادیر b, d را بیابید. (خ ۹۹) (دی ۱۴۰۰)

۱۴) اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد. مقادیر a, b را بیابید. (خ ۹۸)

۱۵) اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر -۳ باشد. مقادیر a, b را بیابید. (ش ۹۹)



۱۶) نمودار تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$

به صورت شکل مقابل رسم شده است.

مقادیر b و d را بیابید. (دی ۱۴۰۱)

۱۷) دو عدد a, b حقیقی را طوری بیابید که داشته باشیم $a + b = 6$ و حاصلضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد. (ش ۹۸)

۱۸) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها 1 باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (دی ۹۸) (ش ۱۴۰۰) (دی ۱۴۰۱)

۱۹) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها 2 باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (ش ۹۹)

۲۰) اگر محیط یک مستطیل 24cm باشد. طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود. (دی ۹۷)

۲۱) در بین تمام مستطیل هایی با محیط ثابت 14cm ، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید. (دی ۹۹) (خ ۱۴۰۰)

۲۲) نشان دهید در بین تمام مستطیل هایی با محیط 16cm ، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشند. (ش ۱۴۰۱)

۲۳) اگر بین دو عدد حقیقی x, y رابطه $x - y = 1$ برقرار باشد، مقادیر x, y را طوری بیابید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد. (خ ۱۴۰۱)

۲۴) ورق فلزی مربع شکل به طول یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از ۴ گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برگردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر ممکن گردد؟ (خ ۹۸)

۲۵) هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت 32cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پائین هر صفحه 2cm و حاشیه های کناری هر کدام 1cm در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد. (خ ۹۹)

فصل ۶: هندسه

۱) در جاهای خالی گزینه مناسب را انتخاب کنید.

الف) شکل حاصل از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن برابر..... است. (دی ۹۷)

ب) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن..... است. (ش ۹۸)

ج) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود..... آن نامیده می شود. (دی ۹۸) (ش ۱۴۰۱)

د) اگر صفحه ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و در هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نباشد و از راس نگذرد، شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی خواهد بود. (بیضی - سهمی - هذلولی) (ش ۹۹)

ه) هر چه خروج از مرکز بیضی شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد. (خ ۹۸) (کوچکتر، بزرگتر)

و) اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به..... نزدیک خواهد شد. (پاره خط - دایره - نقطه) (ش ۹۹)

ز) شعاع دایره ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ برابر..... است. (خ ۱۴۰۰)

ح) خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله کانونی ۶ برابر است. (خ ۱۴۰۱)

۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه به صورت مخروط توپر می باشد. (خ ۹۸)

ب) اگر صفحه P در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل یک هذلولی است. (ش ۹۸)

ج) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد. (خ ۱۴۰۰)

د) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد. (خ ۱۴۰۱)

۳) کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ قرار دارد؟ (خ ۱۴۰۱)

الف) $(0, 0)$ ب) $(1, 0)$ ج) $(0, -1)$ د) $(-1, 0)$

۴) در یک بیضی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز بیضی چقدر است؟ (دی ۹۷)

۵) در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله کانونی بیضی چقدر است؟ (خ ۹۸)

۶) اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = 5$ و $b = 3$. در این صورت اندازه فاصله کانونی این بیضی را مشخص کنید. (ش ۹۸)

۷) کانون های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(-5, 1)$ است. الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید.

ب) اگر $a = 6$ باشد. اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را بیابید. (خ ۹۹) (دی ۹۸) (خ ۱۴۰۰)

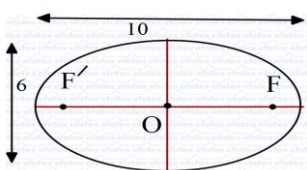
۸) کانون های یک بیضی نقاط $(2, -3)$ و $(2, 5)$ و $a = 5$ است. مختصات مرکز بیضی و اندازه قطر کوچک بیضی را بنویسید. (ش ۹۹)

۹) خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. (دی ۹۹) (دی ۱۴۰۰)

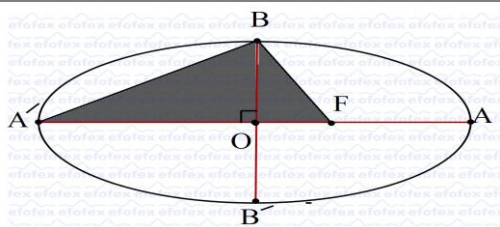
الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید. ب) مختصات دو سر قطر بزرگ را بیابید.

۱۰) در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی $(4, 5)$ باشد.

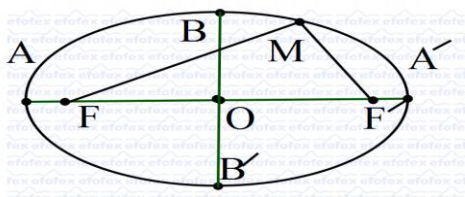
الف) فاصله کانونی بیضی را بیابید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید. (ش ۱۴۰۰)



۱۱) در بیضی مقابل فاصله کانونی را محاسبه کنید. (ش ۱۴۰۱)



- ۱۲) اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد.
 الف) مقدار $A'F$ را بیابید.
 ب) مساحت مثلث هاشور خورده چقدر است؟ (خ ۱۴۰۱)



- ۱۳) اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(۴, ۰)$ و مختصات راس $B(۰, ۳)$ باشد،
 الف) قطر بزرگ بیضی AA' را بیابید.
 ب) محیط مثلث $\Delta MFF'$ را بیابید. (دی ۱۴۰۱)

- ۱۴) وضعیت خط $X + Y = ۳$ را نسبت به دایره $X^2 + Y^2 - ۲X - ۳ = ۰$ را مشخص کنید. (ش ۹۸) (ش ۱۴۰۰)

۱۵) معادله دایره ای را بنویسید که بر خط داده شده مماس بوده و مرکز آن نقطه داده شده باشد.

- الف) خط مماس $۳X + ۴Y = ۱$ و مرکز $(۱, ۲)$ (ش ۹۹) ب) خط مماس $۳X - ۴Y = ۳$ و مرکز $(۰, ۳)$ (دی ۱۴۰۰) (خ ۱۴۰۱)

- ۱۶) معادله گسترده دایره ای به صورت $X^2 + Y^2 - ۶X + ۲Y + ۶ = ۰$ می باشد، مرکز و شعاع دایره را بنویسید. (دی ۹۷)

- ۱۷) معادله گسترده دایره ای به صورت $X^2 + Y^2 + ۲X + ۲Y - ۸ = ۰$ می باشد، مرکز و شعاع دایره را بنویسید. (دی ۱۴۰۱)

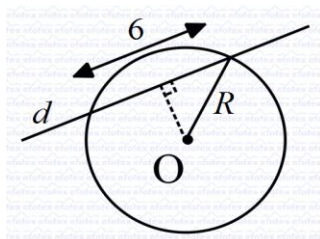
- ۱۸) معادله گسترده دایره ای به صورت $X^2 + Y^2 + ۲Y - ۴X - ۴ = ۰$ می باشد، (ش ۱۴۰۱)

الف) مختصات مرکز و شعاع دایره را بنویسید. ب) آیا نقطه روی محیط دایره قرار دارد؟ چرا؟

- ۱۹) وضعیت دو دایره به معادلات $(x+1)^2 + (y-2)^2 = ۱$ و $X^2 + Y^2 - ۲X + ۴Y + ۱ = ۰$ را نسبت به هم مشخص کنید. (خ ۹۸)

- ۲۰) وضعیت دایره $(x-2)^2 + (y+3)^2 = ۴$ و خط $Y = -۱$ را نسبت به هم مشخص کنید. (دی ۹۸)

- ۲۱) اگر معادله دایره به صورت $(x+1)^2 + y^2 = ۴$ باشد. مختصات مرکز دایره و شعاع دایره و مختصات تقاطع با محور X ها را بیابید. (دی ۹۹)



- ۲۲) مرکز دایره ای، نقطه $O(۲, -۳)$ است. این دایره روی خط $۳X - ۴Y + ۲ = ۰$ وتری به طول ۶ جدا می کند. معادله دایره را بنویسید. (خ ۱۴۰۰)

فصل ۷: قانون احتمال کل

۱) در جاهای خالی گزینه مناسب را انتخاب کنید.

الف) دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد هستند. (خ ۹۸) (مستقل، ناسازگار)

ب) دو پیشامد A, B را گوئیم، هرگاه احتمال وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد. (ش ۹۹) (مستقل - سازگار - ناسازگار)

ج) احتمال وقوع پیشامد A به شرط آنکه بدانیم پیشامد B رخ داده، را به صورت نمایش می دهند. (ش ۹۹)

$$(P(A-B) - P(A|B) - P(B|A))$$

۲) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند هرگاه با هم رخ ندهند. (دی ۹۸)

۳) اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به فرزند پسر $\frac{1}{8}$ و به فرزند دختر $\frac{3}{10}$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با

چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟ (خ ۹۹) (خ ۱۴۰۰)

۴) اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر $\frac{7}{10}$ و به نوزاد دختر $\frac{4}{10}$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه

احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟ (ش ۹۹)

۵) فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از 40% مرد و 60% زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه به ترتیب 3% و

5% باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلاست؟ (دی ۹۸)

۶) دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف

یک مهره انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم، سپس مهره ای از ظرف دوم انتخاب می کنیم با چه احتمالی این مهره آبی است؟ (ش ۹۸)

۷) دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف مهره ای

انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم، سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم با چه احتمالی این مهره سبز است؟ (ش ۱۴۰۰) (خ ۱۴۰۱)

۸) دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۳ مهره آبی و ۵ مهره سبز و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۴ مهره سبز است. از ظرف اول به تصادف

یک مهره انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم، سپس مهره ای از ظرف دوم انتخاب می کنیم با چه احتمالی این مهره سبز است؟ (دی ۱۴۰۱)

۹) سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی، ظرف دوم شامل ۴ مهره آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره قرمز است. با

چشم بسته، یکی از ظرفها را به تصادف انتخاب کرده و مهره ای بیرون می آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ (دی ۹۹)

۱۰) سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره آبی، ظرف دوم شامل ۷ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره سبز

و ۴ مهره قرمز است. یکی از ظرفها را به تصادف انتخاب کرده و مهره ای بیرون می آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ (خ ۹۸)

۱۱) چهار ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۱۴ مهره که ۴ مهره قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند و ظرف سوم، ۸ مهره دارد که ۶

مهره قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و مهره ای بیرون می آوریم. با چه

احتمالی این مهره قرمز است؟ (دی ۱۴۰۰)

۱۲) چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند. در ظرف سوم

۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند. و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و

مهره ای بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟ (ش ۱۴۰۱)

(دی ۹۷)

۱۳) یک سکه را پرتاب می کنیم، اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را پرتاب می کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک رو ظاهر شود، چقدر است؟