

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱-۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۳ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (الف) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود نام دارد. (ب) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع زاویه‌ی قائمه آن نام دارد. (ج) اگر صفحه P، سطح مخروطی را هم در قسمت بالایی و هم در قسمت پایینی قطع کند و از رأس عبور نکند، شکل حاصل نام دارد. (د) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول یک ضلع آن نام دارد. (هـ) در هر بیضی نسبت اندازه فاصله کانونی بیضی به طول قطر بزرگ بیضی نامیده می‌شود. (و) اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، بیضی به شبیه‌تر می‌شود و اگر خروج از مرکز بیضی به یک نزدیک شود، بیضی می‌شود. (ز) اگر صفحه P، سطح مخروطی را به گونه‌ای قطع کند که بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن موازی نباشد و فقط قسمت بالایی یا قسمت پایینی سطح مخروطی را قطع کرده باشد، شکل حاصل نام دارد. (ح) اگر سطح مخروطی توسط صفحه P برش داده شود به گونه‌ای که صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد، شکل حاصل یا خواهد بود. (ط) پاره‌خطی که مرکزهای دو دایره را به هم وصل می‌کند نام دارد.

پاسخ تشریحی		
الف) سطح مقطع	ب) مخروط	ج) هذلولی
د) استوانه	هـ) خروج از مرکز	و) دایره - کشیده‌تر
ز) بیضی	ح) دایره - نقطه	ط) خط‌المركزین

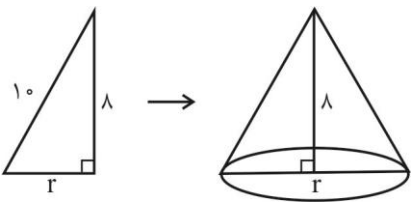
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱-۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{9}{10}$ باشد، بیضی نسبت به حالتی که خروج از مرکز آن $\frac{8}{10}$ است، کشیده‌تر خواهد بود. ب) در بیضی اگر طول قطر بزرگ و کوچک به ترتیب ۸ و ۶ باشد، خروج از مرکز $\frac{3}{4}$ است. ج) اگر صفحه P، با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس عبور نکند، شکل حاصل از این برش، سهمی نام دارد. د) شعاع دایره به معادله $x^2 - 2x + y^2 = 0$ برابر با ۱ است.

پاسخ تشریحی
الف) درست ب) نادرست ج) درست د) درست

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

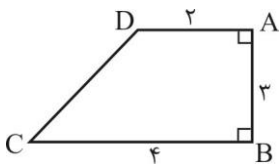
سؤال
یک مثلث قائم‌الزاویه به طول وتر ۱۰ سانتی‌متر و یک ضلع ۸ سانتی‌متری را حول ضلع ۸ سانتی‌متری دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل چقدر است؟

پاسخ تشریحی
حجم حاصل یک مخروط است.  $r^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6$ $V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \times 6^2 \times 8 = 288\pi$

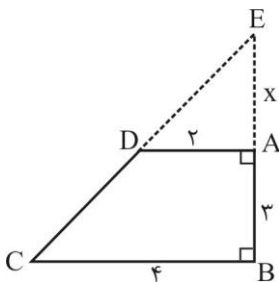
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: سخت	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال

ذوزنقه‌ای مانند شکل مقابل را حول ضلع AB دوران داده‌ایم. حجم شکل حاصل را به دست آورید.

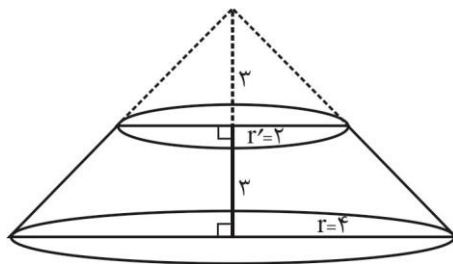


پاسخ تشریحی



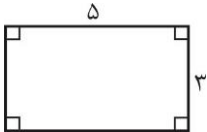
$$AD \parallel BC \Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{DA}{CB} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = 3$$

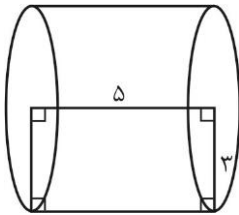
حجم حاصل یک مخروط ناقص است.



$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r'^2 h' \\
 &= \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 6 - \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 3 \\
 &= 32\pi - 4\pi = 28\pi
 \end{aligned}$$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

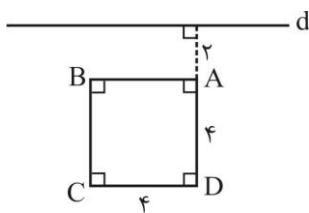
سؤال
حجم شکل حاصل از دوران یک مستطیل به طول و عرض ۵ و ۳ واحد حول طول آن چقدر است؟


پاسخ تشریحی
حجم حاصل یک استوانه است.
 $h = 5$ $r = 3$ $V = \pi r^2 h = \pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: سخت	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

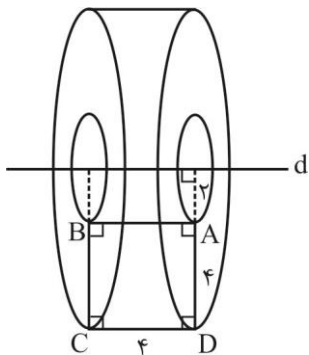
سؤال

مربع ABCD به طول ضلع ۴ واحد را حول خط d که موازی با ضلع AB است دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران چقدر است؟



پاسخ تشریحی

حجم حاصل یک استوانه است که یک استوانه از آن برداشته شده است.



$$h = h' = 4$$

$$r = 2$$

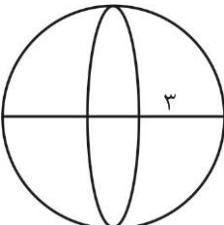
$$r' = 6$$

$$V = \pi r'^2 h - \pi r^2 h = \pi h (r'^2 - r^2)$$

$$= \pi \times 4 (6^2 - 2^2) = 128\pi$$

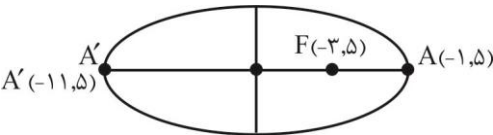
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: درک و فهم، تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: آسان	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
نیم‌دایره‌ای به قطر ۶ واحد را حول قطر آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل چقدر است؟

پاسخ تشریحی
حجم حاصل یک کره است.  $r = 3$ $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi$

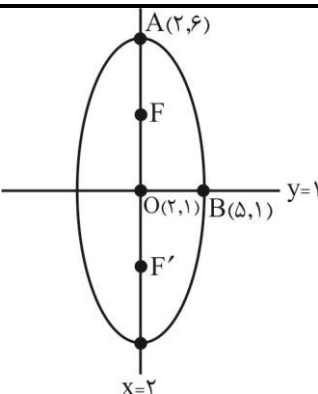
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: درک و فهم، تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی $A(-۱,۵)$ و $A'(-۱۱,۵)$ است. اگر مختصات یک کانون این بیضی $F(-۳,۵)$ باشد، طول قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.

پاسخ تشریحی
 $AA' = -۱۱ - (-۱) = ۱۰ \Rightarrow ۲a = ۱۰$ $O = \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2} \right)$ $O = \left(\frac{-۱ + (-۱۱)}{2}, \frac{۵ + ۵}{2} \right) = (-۶, ۵)$ $۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$ $C = OF = -۳ - (-۶) = ۳$ $b^2 = a^2 - c^2 = ۵^2 - ۳^2 = ۱۶ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow ۲b = ۸ = \text{طول قطر کوچک}$ $\text{خروج از مرکز} = e = \frac{c}{a} = \frac{۳}{۵}$

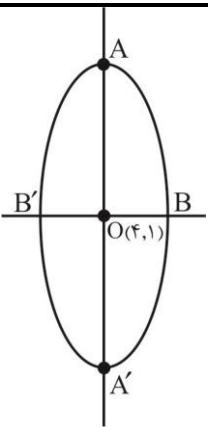
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: درک و فهم، تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
معادله قطرهای یک بیضی $x = +2$ و $y = 1$ است. اگر مختصات یک سر قطر بزرگ بیضی $A(2, 6)$ و مختصات یک سر قطر کوچک بیضی $B(5, 1)$ باشد، الف) مختصات کانون‌های بیضی را به دست آورید. ب) خروج از مرکز بیضی را حساب کنید.

پاسخ تشریحی
 $O(2, 1) \Rightarrow OA = a = 5, OB = b = 3$ $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$ $F = (2, 1 + 4) = (2, 5)$ (الف) $F' = (2, 1 - 4) = (2, -3)$ $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$ (ب)

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
خروج از مرکز یک بیضی قائم $\frac{4}{5}$ است و مختصات مرکز آن $(-4, -1)$ است. اگر طول قطر بزرگ این بیضی 10 باشد، الف) طول قطر کوچک و فاصله کانونی بیضی را حساب کنید. ب) مختصات دو سر قطر کوچک را مشخص کنید.

پاسخ تشریحی
 $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad \left. \begin{array}{l} 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow c = 4$ فاصله کانونی $2c = 2 \times 4 = 8$ الف) قطر کوچک $2b = 2 \times 3 = 6$ ب) مختصات دو سر قطر کوچک: $B = (-4 + 3, -1) = (-1, -1)$ $B' = (-4 - 3, -1) = (-7, -1)$

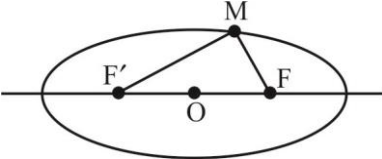
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل، کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
اگر طول قطر کوچک و قطر بزرگ یک بیضی به ترتیب ۸ و ۱۲ باشد، خروج از مرکز بیضی چقدر است؟

پاسخ تشریحی
$\left. \begin{array}{l} 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \\ 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow c = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

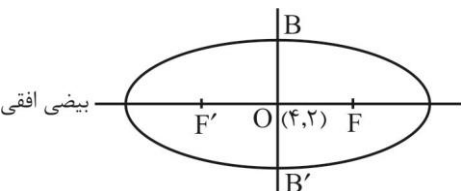
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل، کاربرد	سطح ارزشیابی: سخت	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
نقطه M روی یک بیضی به کانون‌های $F(7,1)$ و $F'(-3,1)$ است. اگر طول قطر کوچک این بیضی ۲۴ باشد، محیط مثلث $\triangle FMF'$ چقدر است؟

پاسخ تشریحی
 $FF' = 2c \Rightarrow -3 - 7 = 2c \Rightarrow 2c = 10 \Rightarrow \boxed{c = 5}$ $2b = 24 \Rightarrow \boxed{b = 12}$ $a^2 = b^2 + c^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow \boxed{a = 13}$ $\triangle FMF'$ محیط مثلث $= \underbrace{F'M + FM}_{2a} + FF' = 2a + FF' = 26 + 10 = 36$

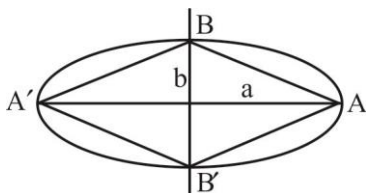
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: درک و فهم، ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{12}{13}$ و مختصات مرکز آن $(4, 2)$ است. اگر مجموع فاصله‌های هر نقطه روی بیضی از دو کانون بیضی ۲۶ باشد: الف) مختصات دو سر قطر کوچک بیضی را بیابید. ب) مختصات کانون‌های بیضی را تعیین کنید.

پاسخ تشریحی
مجموع فاصله فاصله‌های هر نقطه از بیضی تا کانون‌های بیضی $2a$ است. پس $2a = 26$ $e = \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{12}{13} \Rightarrow c = 12 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow b = 5$ $2a = 26 \Rightarrow a = 13$ (الف)  $B = (4, 2 + 5) = (4, 7)$ $B' = (4, 2 - 5) = (4, -3)$ (ب) $F = (4 + 12, 2) = (16, 2)$ $F' = (4 - 12, 2) = (-8, 2)$

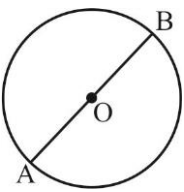
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی		
حیطه شناختی: درک و فهم، ترکیب	سطح ارزشیابی: سخت	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
در یک بیضی AA' و BB' به ترتیب قطرهای بزرگ و کوچک بیضی هستند. اگر محیط چهارضلعی $AB'A'B$ ، ۵۲ باشد و مجموع فاصله‌های هر نقطه بیضی از دو کانون آن ۲۴ باشد، فاصله کانونی بیضی و خروج از مرکز بیضی را بیابید.

پاسخ تشریحی
$\left. \begin{aligned} 2a &= 24 \Rightarrow a = 12 \\ AB &= \frac{52}{4} = 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b^2 = (AB)^2 - a^2 \Rightarrow b^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow b = 5$ $c^2 = a^2 - b^2 = 144 - 25 = 119 \Rightarrow c = \sqrt{119} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{119}$ $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{119}}{12}$


کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
مختصات دو سر یک قطر از یک دایره $A(-۱, ۳)$ و $B(۳, ۵)$ است. الف) معادله دایره را بنویسید. ب) نقطه $M(۲, ۳)$ نسبت به این دایره چه وضعی دارد؟ چرا؟

پاسخ تشریحی
(الف)  $O = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$ $O = \left(\frac{-1 + 3}{2}, \frac{3 + 5}{2} \right) = (1, 4)$ $r = OA = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$ معادله دایره $\rightarrow (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 5$ (ب) $OM = \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ $r = \sqrt{5} \Rightarrow OM < r \Rightarrow$ نقطه M درون دایره است.

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره		مفهوم مورد ارزشیابی: دایره	
حیطه شناختی: درک و فهم، ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱ نمره	
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران		شهرستان: شهریار	

سؤال
جاهای خالی را پر کنید. الف) در دایره $C(0, r)$ به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع r، اگر $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 < r^2$ باشد، نقطه به مختصات (x, y)، دایره قرار دارد و اگر $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 > r^2$ باشد، نقطه به مختصات (x, y)، دایره قرار می‌گیرد. ب) دو دایره $x^2 + y^2 = 9$ و $x^2 + y^2 - 2x = 3$ نسبت به هم هستند.

پاسخ تشریحی
الف) درون - بیرون ب) مماس داخل $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} O = (0, 0) \\ r = 3 \end{cases} \quad r - r' = OO' = 1$ $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, 0) \\ r' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 0 + 12} = 2 \end{cases}$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: دانش، درک و فهم، تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ را در نظر بگیرید. الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع آن را به دست آورید. ب) خط به معادله‌ی $3x - 4y - 1 = 0$ با این دایره چه وضعیتی دارد؟ چرا؟

پاسخ تشریحی
$\left\{ \begin{array}{l} O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -2) \\ r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 16} = 3 \end{array} \right. \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \text{ (الف)}$ $\left. \begin{array}{l} 3x - 4y - 1 = 0 \\ O(1, -2) \end{array} \right\} \Rightarrow OH = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3 \times 1 - 4 \times (-2) - 1 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$ $OH < r \Rightarrow$ متقاطع‌اند.

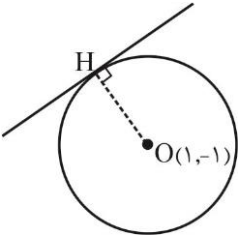
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: دانش، کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
الف) معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(1, -2)$ مرکز آن باشد و نقطه $A(-2, 2)$ روی این دایره باشد. ب) دایره به معادله $x^2 + y^2 + 10x + 4y = -25$ ، با دایره قسمت الف چه وضعی دارد؟

پاسخ تشریحی
الف) $\left. \begin{matrix} O(1, -2) \\ A(-2, 2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow r = OA = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-2 - 2)^2} = 5$ معادله دایره $\Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$ ب) $x^2 + y^2 + 10x + 4y + 25 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} O' = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (-5, -2) \Rightarrow OO' = 1 - (-5) = 6 \\ r' = \frac{1}{2} \sqrt{10^2 + 4^2 - 4 \times 25} = 2 \Rightarrow \begin{cases} r + r' = 7 \\ r - r' = 3 \end{cases} \end{cases}$ $\Rightarrow r - r' < OO' < r + r' \Rightarrow$ دو دایره متقاطع‌اند.

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
معادله دایره‌ای را بنویسید که خط $3x - 4y + 8 = 0$ بر آن مماس باشد و مختصات مرکز آن $O(1, -1)$ باشد.

پاسخ تشریحی
 $OH = \frac{ 3 \times 1 - 4(-1) + 8 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow r = 3$ معادله دایره $\rightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: درک و فهم، ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۳ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
وضعیت دو دایره $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$ و $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$ را نسبت به یکدیگر مشخص کنید.

پاسخ تشریحی
$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O = (2, 5) \\ r = 2 \end{cases}$ $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-1, 1) \\ r' = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 + 4 \times 2} = 2 \end{cases}$ $OO' = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (5 - 1)^2} = 5 \left. \begin{matrix} r + r' = 2 + 2 = 4 \\ OO' > r + r' \Rightarrow \text{متخارج} \end{matrix} \right\}$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
معادله دایره‌ای را بنویسید که مختصات مرکز آن $O(-1, 3)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 10x + 10y = -14$ مماس خارج باشد.

پاسخ تشریحی
$x^2 + y^2 - 10x + 10y = -14 \Rightarrow \begin{cases} O = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (5, -5) \\ r' = \frac{1}{2} \sqrt{100 + 100 - 56} = 6 \end{cases}$ $\left. \begin{matrix} O = (-1, 3) \\ O' = (5, -5) \end{matrix} \right\} \Rightarrow OO' = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (-5 - 3)^2} = 10$ $\text{مماس خارج} \Rightarrow OO' = r + r' \Rightarrow 10 = 6 + r \Rightarrow r = 4$ $\left. \begin{matrix} O(-1, 3) \\ r = 4 \end{matrix} \right\} \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 16 \Rightarrow \text{معادله دایره}$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: درک و فهم، تجزیه و تحلیل، ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۳ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
دو دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y = -1$ و $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 28$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

پاسخ تشریحی
$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (-1, 2) \\ r = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \end{cases}$ $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 28 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (2, -2) \\ r' = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 16 + 4 \times 28} = 12 \end{cases}$ $OO' = \sqrt{(-1-2)^2 + (2-(-2))^2} = 4 \quad \left. \begin{matrix} r-r' = 12-2 = 10 \\ \Rightarrow r-r' > OO' \Rightarrow \text{متداخل} \end{matrix} \right\}$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۳ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
دایره به معادله $x^2 - 6x + y^2 = 16$ را در نظر بگیرید. الف) مختصات مرکز و اندازه شعاع این دایره را مشخص کنید. ب) محل تقاطع این دایره با محورهای مختصات را به دست آورید. ج) دایره را رسم کنید.

پاسخ تشریحی
الف) $x^2 - 6x + y^2 - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (3, 0) \\ r = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 0 + 4 \times 16} = 5 \end{cases}$ ب) محل تقاطع با محور x ها $\xrightarrow{y=0} x^2 - 6x - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -2 \end{cases}$ محل تقاطع با محور y ها $\xrightarrow{x=0} y^2 - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = -4 \end{cases}$ ج)

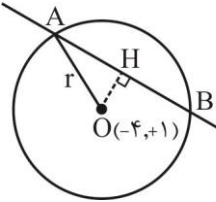
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
محدود مقادیر m را طوری بیابید که معادله‌ی $x^2 + y^2 + (m-1)x + 2y + 5 = 0$ معادله یک دایره باشد.

پاسخ تشریحی
$x^2 + y^2 + (m-1)x + 2y + 5 = 0$ $\Rightarrow a^2 + b^2 - 4c > 0$ $\Rightarrow (m-1)^2 + 4 - 4 \times 5 > 0 \Rightarrow (m-1)^2 > 16$ $\Rightarrow m-1 > 4 \Rightarrow \begin{cases} m-1 > 4 \Rightarrow m > 5 \\ m-1 < -4 \Rightarrow m < -3 \end{cases}$

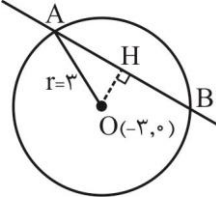
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
خط به معادله‌ی $3x + 4y - 7 = 0$ ، دایره به مرکز $(-4, 1)$ را قطع می‌کند و وترى به طول ۸ روی آن جدا می‌کند. معادله دایره را بنویسید.

پاسخ تشریحی
 $AB = 8 \Rightarrow AH = 4$ $OH = \frac{ 3(-4) + 4(1) - 7 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3$ $r^2 = AH^2 + OH^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow r = 5$ معادله دایره $\rightarrow (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: ترکیب	سطح ارزشیابی: سخت	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
طول وتری که خط $2x + y + 1 = 0$ از دایره به معادله $x^2 + y^2 + 6x = 0$ جدا می‌کند چقدر است؟

پاسخ تشریحی
 $x^2 + y^2 + 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (-3, 0) \\ r = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 0 + 0} = 3 \end{cases}$ $OH = \frac{ 2(-3) + (0) + 1 }{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ $AH^2 = OA^2 - OH^2 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow AH = 2 \Rightarrow AB = 4$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) برای دو دایره $C(o, r)$ و $C'(o', r')$ اگر $r - r' = oo'$ باشد دو دایره هستند و اگر $oo' > r + r'$ باشد، دو دایره هستند. ب) معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در صورتی یک دایره را مشخص نمی‌کند که رابطه بین a و b و c برقرار باشد.

پاسخ تشریحی
الف) مماس داخل – متخارج ب) $a^2 + b^2 - 4c \leq 0$

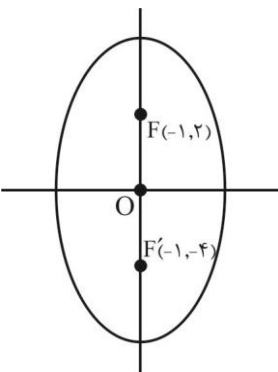
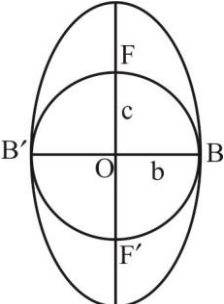
کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱-۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره		
حیطه شناختی: ترکیب، تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
مرکز یک بیضی بر مرکز دایره $x^2 + y^2 - 6y = 0$ منطبق است و طول قطر کوچک آن با اندازه قطر این دایره برابر است. اگر $F(0, -1)$ یک کانون این بیضی باشد، طول قطر بزرگ و فاصله کانونی و خروج از مرکز بیضی را بیابید.

پاسخ تشریحی
$x^2 + y^2 - 6y = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (0, 3) \\ r = \frac{1}{2} \sqrt{0 + 36 + 0} = 3 \end{cases}$ مرکز بیضی $O(0, 3)$ است و $b = 3$ و $F(0, -1)$ داریم: $C = OF = \sqrt{(0-0)^2 + (-1-3)^2} = 4 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow a = 5$ فاصله کانونی $= 2c = 2 \times 4 = 8$ قطر بزرگ $= 2a = 2 \times 5 = 10$ خروج از مرکز $= \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۱-۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره		
حیطه شناختی: ترکیب، تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲/۵ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
فرض کنید $F(-1, 2)$ و $F'(-1, -4)$ دو کانون یک بیضی باشند. الف) معادله دایره‌ای را بنویسید که FF' یک قطر آن باشد. ب) اگر بیضی بر دایره قسمت (الف) مماس باشد، خروج از مرکز آن چقدر است؟

پاسخ تشریحی
(الف)  $O = \left(\frac{x_F + x_{F'}}{2}, \frac{y_F + y_{F'}}{2} \right) = \left(\frac{-1 + (-1)}{2}, \frac{2 + (-4)}{2} \right) = (-1, -1)$ $r = \frac{FF'}{2} = \frac{ -4 - 2 }{2} = 3$ $\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$ (ب)  $OB = OF = r \Rightarrow b = c = 3$ $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۶	درس: ۲
نام فصل: هندسه	نام درس: تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی و دایره	مفهوم مورد ارزشیابی: دایره		
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل، ترکیب	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۲ نمره		
نام طراح: آقای محمود مرادخانی	استان: شهرستان‌های استان تهران	شهرستان: شهریار		

سؤال
معادله دایره‌ای را بنویسید که بر دایره به معادله $x^2 + (y-1)^2 = 9$ مماس درون باشد و شعاع آن از شعاع این دایره بزرگ‌تر باشد و مختصات مرکز آن $O'(2, +1)$ باشد.

پاسخ تشریحی
$x^2 + (y-1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} O = (0, 1) \\ r = 3 \end{cases} \xrightarrow{O'(2, 1)} OO' = \sqrt{(0-2)^2 + (1-1)^2} = 2$ $\text{مماس درون} = r - r' = OO' \Rightarrow 3 - r' = 2 \Rightarrow \begin{cases} r' = 1 \text{ ق غ} \\ r = 5 \text{ ق ق} \end{cases}$ $\Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$