



نمونه سوالات فصل

# هندسه و آمار و احتمال

کتاب ریاضی ۳

پایه دوازدهم دوره متوسطه

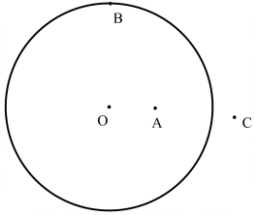
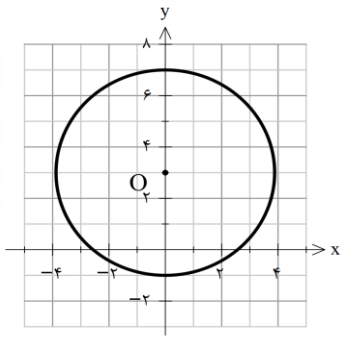
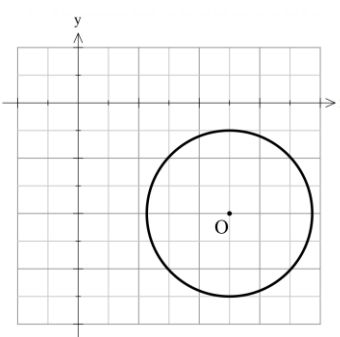
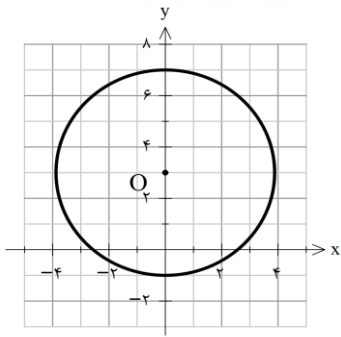
به کوشش: مرتضی معینی



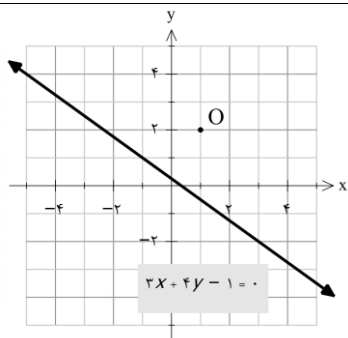
بهار ۹۹

گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه دو کرج

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱ | <p>شکل های بوجود آمده در هر دوران را مشخص کنید.</p> <p>الف) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول یکی از اضلاع آن .....<br/>                 ب) شکل حاصل از دوران یک پاره خط حول یک پاره خط که بر آن عمود است .....<br/>                 پ) شکل حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائمه آن .....<br/>                 ت) شکل حاصل از دوران یک دایره حول یک قطر آن .....<br/>                 ث) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر آن .....<br/>                 چ) شکل حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه حول وتر آن .....</p> |
| ۲ | <p>مفاهیم زیر را تعریف کنید.</p> <p>الف) سطح مخروطی      ب) سطح مقطع      پ) دایره<br/>                 ت) بیضی      ث) سهمی      ج) هذلولی      ج) خروج از مرکز بیضی</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| ۳ | <p>الف) اگر در یک بیضی <math>a = 4, c = 3</math> باشد، اندازه قطر کوچک بیضی چقدر است؟<br/>                 ب) اگر در یک بیضی <math>a = 5, b = 4</math> باشد، اندازه فاصله کانونی بیضی چقدر است؟</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| ۴ | <p>در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است.<br/>                 اگر مرکز این بیضی نقطه ای با مختصات <math>(4, 5)</math> باشد:<br/>                 الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید.<br/>                 ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ و قطر کوچک و همچنین کانون های بیضی را بنویسید.</p>                                                                                                                                                                                                                                 |
| ۵ | <p>خروج از مرکز یک بیضی افقی <math>\frac{4}{5}</math>، مرکز آن <math>(-4, -1)</math> و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است.<br/>                 الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید.<br/>                 ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک و قطر بزرگ و کانون های بیضی را پیدا کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                            |
| ۶ | <p>کانون های یک بیضی نقاط <math>(1, 3)</math> و <math>(1, -5)</math> است.<br/>                 الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید.<br/>                 ب) اگر <math>a = 6</math> باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                            |

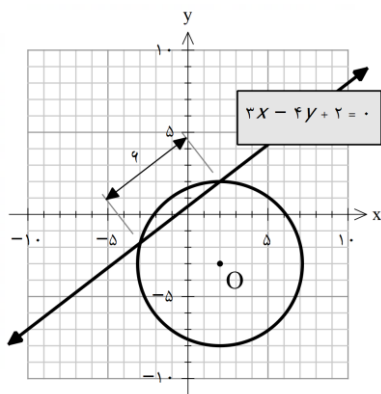
|                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | <p>۷ اگر دایره <math>C(O, R)</math> به مرکز <math>O(\alpha, \beta)</math> و شعاع <math>R</math> باشد. جملات زیر را کامل کنید.</p> <p>الف) نقاطی که در معادله <math>(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2</math> دایره صدق کنند، نقاطی هستند که ..... قرار دارند.</p> <p>الف) نقاطی که در معادله <math>(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 &lt; R^2</math> دایره صدق کنند، نقاطی هستند که ..... قرار دارند.</p> <p>الف) نقاطی که در معادله <math>(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 &gt; R^2</math> دایره صدق کنند، نقاطی هستند که ..... قرار دارند.</p> |
|                                                                                     | <p>۸ الف) اگر مرکز دایره ای نقطه <math>(-2, 1)</math> و شعاع آن ۳ باشد، معادله استاندارد دایره را به دست آورید.</p> <p>ب) مختصات مرکز و شعاع دایره ای به معادله <math>(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                                                                                     | <p>۹ در حالت های زیر معادله دایره را بنویسید:</p> <p>الف) دایره ای به مرکز مبدا و شعاع ۲</p> <p>ب) دایره ای به مرکز مبدا و شعاع <math>r</math></p> <p>پ) دایره ای که از نقطه <math>(1, -3)</math> بگذرد و مرکز آن <math>(2, -1)</math> باشد.</p> <p>ت) دایره ای که نقاط <math>(0, 3), (-4, -1), (-4, -1)</math> دو سر یکی از قطرهای آن باشند.</p>                                                                                                                                                                                             |
|                                                                                     | <p>۱۰ اگر معادله دایره به شکل <math>(x + 1)^2 + y^2 = 4</math> باشد:</p> <p>الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید.</p> <p>ب) مختصات تقاطع دایره با محورهای مختصات را پیدا کنید.</p> <p>پ) دایره را رسم کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|  | <p>۱۱ با توجه به نمودارهای زیر معادله دایره را بنویسید.</p> <p>الف) </p> <p>ب) </p>                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                     | <p>۱۲ معادله گسترده دایره ای به معادله <math>(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1</math> را بنویسید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                                     | <p>۱۳ در هر یک از حالت های زیر معادله گسترده دایره داده شده است. مختصات مرکز دایره و شعاع دایره را یافته سپس معادله استاندارد آن را بنویسید.</p> <p>الف) <math>x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0</math></p> <p>ب) <math>x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|                                                                                     | <p>۱۴ وضعیت نقاط <math>(0, 0), (-1, -2), (0, -1), (1, 0)</math> را نسبت به دایره <math>x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                                     | <p>۱۵ اوضاع نسبی خط و دایره را با رسم شکل توضیح دهید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                                                     | <p>۱۶ در موارد زیر وضعیت خط و دایره را نسبت به هم مشخص کنید.</p> <p>الف) خط <math>x + y = 3</math> و دایره <math>x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0</math></p> <p>ب) دایره <math>x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0</math> و خط <math>x + y = 1</math></p> <p>پ) دایره <math>(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4</math> و خط <math>y = -1</math></p>                                                                                                                                                                                                                       |

۱۷ معادله دایره ای را بنویسید که بر خط  $x + y = 1$  مماس بوده و مرکز آن  $O(1, 2)$  باشد.



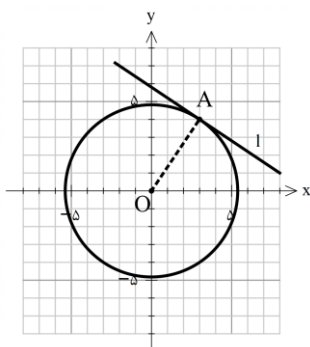
۱۸ مرکز دایره ای، نقطه  $O(2, -3)$  است. این دایره روی خط  $3x - 4y + 2 = 0$

وتری به طول ۶ جدا می کند. معادله دایره را بنویسید.



۱۹ اگر بدانیم خط  $l$  در نقطه  $A(3, 4)$  بر دایره ای به مرکز مبدا مختصات مماس است.

معادله خط مماس چیست؟



۲۰ معادله دایره ای بنویسید که مرکز آن  $O(0, 3)$  و بر خط  $3x - 4y = 3$  مماس باشد.

۲۱ اوضاع نسبی خط و دایره را نسبت به هم با رسم شکل توضیح دهید.

۲۲ وضعیت دو دایره  $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$  را نسبت به هم مشخص کرده هر دو دایره را رسم کنید.

۲۳ مشخص کنید در حالت های زیر دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

الف) دو دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$  و  $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 9$

ب) دو دایره  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 7$  و  $x^2 + (y - 5)^2 = 5$

۲۴ معادله دایره ای را بنویسید که بر دایره  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$  مماس برون و مرکز آن نقطه  $O(2, -2)$  باشد.

۲۵ معادله دایره ای را بنویسید که با دایره  $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$  مماس درون و مرکز آن نقطه  $O(-1, -1)$  باشد.

۲۶ اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر  $0.08$  و نوزاد دختر  $0.03$  باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟

۲۷ سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره ی قرمز و ۳ مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره ی آبی و ظرف سوم شامل

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۶ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
| ۴ ظرف یکسان داریم. ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد شامل ۴ مهره ی قرمز است. ظرف دوم همه مهره ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره ی قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟                                                                                                | ۲۸ |
| دانش آموزی در یک مسابقه شرکت کرده است که سه بسته سوال شامل ادبیات، ریاضی و اطلاعات عمومی است. اگر بسته سوالات ادبیات را جواب دهد به احتمال ۹۰ درصد برنده است. اگر سوالات ریاضی را جواب دهد به احتمال ۶۰ درصد و اگر اطلاعات عمومی را پاسخ دهد به احتمال ۸۵ درصد برنده خواهد شد. در صورتی که به طور تصادفی یک بسته سوال را انتخاب کند او با چه احتمالی برنده خواهد شد؟                                          | ۲۹ |
| فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه به ترتیب ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟                                                                                                                                                                               | ۳۰ |
| دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟                                                                                                                                                                | ۳۱ |
| یک سکه پرتاب می کنیم. اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را پرتاب می کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۳۲ |
| در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع A ، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال اینکه عمر آنها بیشتر از ده سال باشد برای نوع A برابر $\frac{4}{5}$ و برای نوع B برابر $\frac{9}{10}$ و برای نوع C برابر $\frac{1}{4}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ده سال است؟                                                                                      | ۳۳ |
| فردی برای انتخاب رشته خود برای تحصیل در دبیرستان مردد است. اگر ریاضی را انتخاب کند، به احتمال ۴۵٪ ، اگر تجربی برود به احتمال ۱۰٪ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال ۳۰٪ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته ریاضی را انتخاب کند ۱۰٪ ، احتمال اینکه رشته تجربی را انتخاب کند ۶۰٪ و احتمال اینکه رشته انسانی را انتخاب کند ۳۰٪ باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟ | ۳۴ |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۳۵ |