

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: نقطه بحرانی	نام درس: اکستریم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق	
بارم: ۱.۵	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: درک وفهم	
شهرستان: رباط کریم	استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی	

سؤال

- ۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
- الف) هر نقطه ی اکستریم نسبی تابع یک نقطه بحرانی است.
- ب) $x = 0$ نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است.
- پ) در تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ نقطه $x = 1$ یک نقطه بحرانی است.

پاسخ تشریحی

۱-

پ) نادرست

ب) نادرست

الف) درست

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: ویژگی نقاط اکسترمم	نام درس: اکسترمم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق	
بارم: ۱.۵	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: کاربرد	
شهرستان: رباط کریم	استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی	

سؤال

۲- تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + (a - 1)x^2 + 4x$ داده شده است. مقدار a را چنان بیابید که در $x = -2$ تابع ماکزیمم یا مینیمم داشته باشد.

پاسخ تشریحی

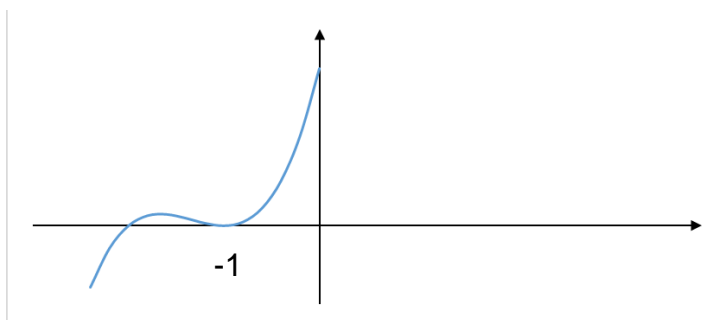
$$y' = 3ax^2 + 2(a - 1)x + 4$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y' = 0 \end{cases} \quad 0 = 12a - 4(a - 1) + 4 \rightarrow 8a = -8 \rightarrow a = -1$$

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۵	درس: اول
نام فصل: کاربرد مشتق	نام درس: اکسترم های تابع		مفهوم مورد ارزشیابی: تشخیص اکسترم نمودار توابع	
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۱	
نام طراح: گروه ریاضی	استان: شهرستان های استان تهران		شهرستان: رباط کریم	

سؤال

۳- نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + 2$ به صورت مقابل است. طول ماکزیمم نسبی آن کدام است؟



۱. $-\frac{5}{3}$
۲. $-\frac{4}{3}$
۳. -2
۴. $-\frac{7}{3}$

پاسخ تشریحی

-۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
اکسترم نسبی (۰ و -۱):

$$\begin{cases} y'(-1) = 0 \rightarrow 3 - 2a + b = 0 \\ y(-1) = 3 \rightarrow -1 + a - b + 2 = 0 \end{cases} \quad a = 4, b = 5$$

$$y = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$$

$$y' = 3x^2 + 8x + 5 = 0 \Rightarrow (x + 1)(3x + 5) = 0 \Rightarrow x = -1, x = -\frac{5}{3}$$

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: نقاط بحرانی نمودار توابع	نام درس: اکسترمم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق	
بارم: ۱	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: ترکیب	
شهرستان: رباط کریم	استان شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی	

سؤال

4- نمودار تابع مانند f با دامنه \mathbb{R} رسم کنید به طوری که هر نقطه دلخواه از D_f ، یک نقطه بحرانی F باشد. مسئله چند جواب دارد؟

پاسخ تشریحی

-۴

تابع جز صحیح و تابع ثابت

$$f(x) = [x], x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = [k], k \in \mathbb{R}$$

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: کاربرد قضیه مشتق		نام درس: اکستریم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق
بارم: ۱.۵		سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل
شهرستان: رباط کریم		استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی

سؤال

۵- تابع $y = x + \frac{1}{x}$ در کدام بازه صعودی و در کدام بازه نزولی است؟

پاسخ تشریحی

-۵

$$y' = 1 - \frac{1}{x^2} \rightarrow y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \rightarrow \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$	-۱	۰	۱	$+\infty$	
y'	+	.	-	-	.	+

تابع در بازه های $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ صعودی و در بازه های $(0, 1)$ و $(-1, 0)$ نزولی است.

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: نمودار تابع مشتق		نام درس: اکستریم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق
بارم: ۱.۵		سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: کاربرد
شهرستان: رباط کریم		استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی

سؤال

6- نمودار مشتق $F(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید.

پاسخ تشریحی

۶-

تابع در $x = 1$ پیوسته است، اما مشتق ندارد.

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: اکسترمم های تابع		نام درس: اکسترمم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق
بارم: ۱.۵		سطح ارزشیابی: دشوار		حیطه شناختی: کاربرد
شهرستان: رباط کریم		استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی

سؤال

7- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + 2\sqrt{1-x^2}$ را بیابید.

پاسخ تشریحی

-۷

$$D_f = [-1, 1]$$

$$f'(x) = 2x + 2x \left(\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \right) f'(x) = 2x - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{2x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

ریشه ندارد. $x^2(1+x^2) = 1$

ماکزیمم مطلق $f(\pm 1) = 1$

درس: اول	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: نقاط اکسترمم و بحرانی	نام درس: اکسترمم های تابع		نام فصل: کاربرد مشتق	
بارم: ۱	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: درک و فهم	
شهرستان: رباط کریم	استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی	

سؤال

8- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر تابع f در بازه $[a, b]$ باشد، آنگاه f در $[a, b]$ نه ماکزیمم و نه مینیمم نسبی دارد.
 ب) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه نام دارد.

پاسخ تشریحی

-۸

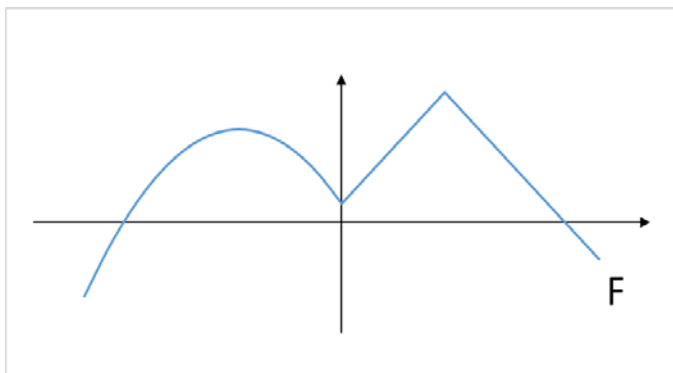
ب) بحرانی

الف) اکیدا یکنوا

کتاب: ریاضی (۳)	رشته: تجربی	پایه: دوازدهم	فصل: ۵	درس: اول
نام فصل: کاربرد مشتق	نام درس: اکسترمم های تابع		مفهوم مورد ارزشیابی: اکسترمم های نمودار تابع	
حیطه شناختی: تجزیه و تحلیل	سطح ارزشیابی: متوسط		بارم: ۱	
نام طراح: گروه ریاضی	استان: شهرستان های استان تهران		شهرستان: رباط کریم	

سؤال

۹- در مورد تابع f به شکل مقابل کدام گزینه صحیح نیست؟



۱. تابع سه اکسترمم نسبی دارد.
۲. در دو نقطه مشتق وجود ندارد ولی اکسترمم نسبی است.
۳. در یک نقطه مشتق وجود دارد و ماکزیمم نسبی است.
۴. در سه نقطه مشتق وجود ندارد و اکسترمم نسبی است.

پاسخ تشریحی

۹-

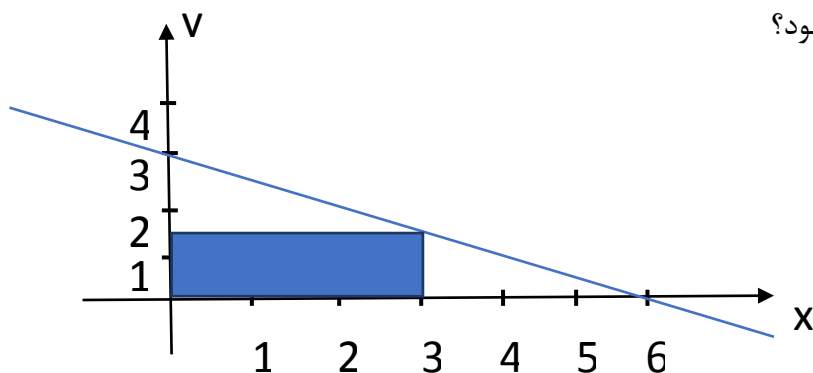
گزینه ۴

در دو نقطه ماکزیمم نسبی دارد، ولی مشتق در این نقاط وجود ندارد. همچنین در نقطه گوشه ماکزیمم نسبی دارد ولی مشتق ندارد.

درس: دوم	فصل: ۵	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	کتاب: ریاضی (۳)
مفهوم مورد ارزشیابی: بهینه سازی به کمک نشتق	نام درس: بهینه سازی		نام فصل: کاربرد مشتق	
بارم: ۱.۵	سطح ارزشیابی: متوسط		حیطه شناختی: کاربرد	
شهرستان: رباط کریم	استان: شهرستان های استان تهران		نام طراح: گروه ریاضی	

سؤال

۱۰- یک مستطیل مطابق شکل به محورهای x و y و نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{6-x}{2}$ (شکل زیر) محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟



پاسخ تشریحی

-۱۰

$$S_{\text{مستطیل}} = xy \quad S = x \left(\frac{6-x}{2} \right)$$

$$S(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 \quad S'(x) = 3 - x$$

$$S'(x) = 0 \rightarrow 3 - x = 0 \quad \rightarrow x = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$