



جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان یزد

اداره تکنولوژی و کدهای آموزشی دوره متوسط

جزوه آموزشی

ریاضی (۳)

فصل سوم

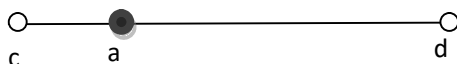
پایه دوازدهم (علوم تجربی)

گروه آموزشی ریاضی با همکاری خانه ریاضیات یزد

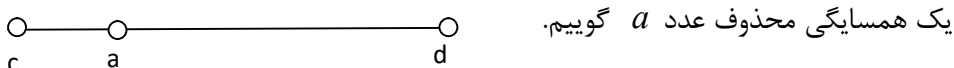
سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت

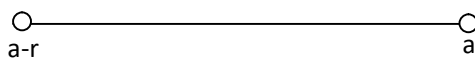
همسایگی: بازه (c, d) را یک همسایگی عدد a گوئیم هرگاه $a \in (c, d)$.



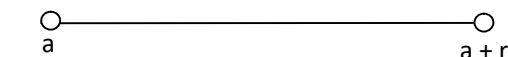
همسایگی محذوف: اگر (c, d) یک همسایگی عدد a باشد و a را از این همسایگی حذف کنیم آن را



همسایگی چپ: اگر $r > 0$ ، بازه $(a-r, a)$ را یک همسایگی چپ عدد a گوئیم.



همسایگی راست: اگر $r > 0$ ، بازه $(a, a+r)$ را یک همسایگی راست عدد a گوئیم.



مثال: بازه $(2, 5)$ یک همسایگی عدد ۳ است زیرا $3 \in (2, 5)$

بازه $(2, 3)$ یک همسایگی عدد ۳ نیست زیرا $3 \notin (2, 3)$

$(2, 3) - \{\sqrt{5}\}$ یک همسایگی محذوف عدد $\sqrt{5}$ است زیرا $2 < \sqrt{5} < 3$ و $\sqrt{5} \notin (2, 3) - \{\sqrt{5}\}$

بازه $(-2, 1)$ یک همسایگی چپ عدد ۱ است، که $r = 3$ می‌باشد.

بازه $(0/99, 0/999)$ یک همسایگی راست عدد ۰/۹۹ است، که $r = 0/009$ می‌باشد.

یادآوری:

$$\text{اگر } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l_1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l_2 \text{ و } l_1 \neq 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3}{x + 5} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

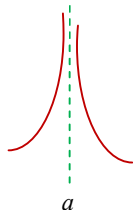
مثال:

$$۲) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + 2x + 4)}{(x+2)} = \frac{12}{4} = 3$$

مد بی‌نهایت:

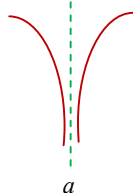
- اگر تابع f در یک همسایگی محذوف عدد a تعریف شده باشد و وقتی x به a نزدیک می‌شود مقادیر تابع

بی‌کران افزایش یابد، گوییم f در a دارای حد مثبت بی‌نهایت است و می‌نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$



- اگر تابع f در یک همسایگی محذوف عدد a تعریف شده باشد و وقتی x به a نزدیک می‌شود مقادیر

تابع بی‌کران کاهش یابد، گوییم f در a دارای حد منفی بی‌نهایت است و می‌نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$



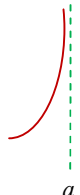
- اگر تابع f در یک همسایگی راست عدد a تعریف شده باشد و وقتی مقادیر x در این همسایگی به a نزدیک می‌شود مقادیر تابع بی‌کران افزایش یابد، گوییم حد راست f در a ، مثبت بی‌نهایت است و

می‌نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$



- اگر تابع f در یک همسایگی چپ عدد a تعریف شده باشد و وقتی مقادیر x در این همسایگی به a نزدیک می‌شود مقادیر تابع بی‌کران افزایش یابد، گوییم حد چپ f در a ، مثبت بی‌نهایت است و

می‌نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$



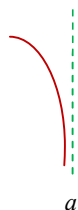
- اگر تابع f در یک همسایگی راست عدد a تعریف شده باشد و وقتی مقادیر x در این همسایگی به a نزدیک می‌شود مقادیر تابع بی‌کران کاهش یابد، گوییم حد راست f در a ، منفی بی‌نهایت است و

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$



- اگر تابع f در یک همسایگی چپ عدد a تعریف شده باشد و وقتی مقادیر x در این همسایگی به a نزدیک می‌شود مقادیر تابع بی‌کران کاهش یابد، گوییم حد چپ f در a ، منفی بی‌نهایت است و می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$



- اگر توابع f و g در یک همسایگی یکسان عدد a تعریف شده باشند و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آن‌گاه:

الف) اگر $l > 0$ و g با مقادیر مثبت به صفر نزدیک شود، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

ب) اگر $l > 0$ و g با مقادیر منفی به صفر نزدیک شود، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

پ) اگر $l < 0$ و g با مقادیر مثبت به صفر نزدیک شود، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

ت) اگر $l < 0$ و g با مقادیر منفی به صفر نزدیک شود، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

مثال: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x^2} = +\infty$ زیرا $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) = \infty > 0$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = 0$ و برای هر $x \neq 0$ ، $x^2 > 0$ است.

مثال: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{3-x} = -\infty$ زیرا $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-2) = 1 > 0$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} (3-x) = 0$ و برای هر $x > 3$ ، $3-x < 0$ است.

است.

- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ یا $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$ و یا g در همسایگی a کراندار باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = +\infty$.
- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ یا $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$ و یا g در همسایگی a کراندار باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = -\infty$.

مثال: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} + [x] \right) = +\infty$ می‌باشد. زیرا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$ و برای هر $x \in (-1, 1)$ ، $[x] \leq 1$ است.

مثال: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-1}{(x-1)^2} + \sin \frac{1}{x-1} \right) = -\infty$ می‌باشد. زیرا $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x-1)^2} = -\infty$ و برای هر $x \neq 1$ ، $\left| \sin \frac{1}{x-1} \right| \leq 1$ است.

- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = +\infty$.
- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = -\infty$.
- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = -\infty$.
- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = +\infty$.

- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ ، آن گاه:
الف) اگر $l > 0$ ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = +\infty$
ب) اگر $l < 0$ ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = -\infty$
- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ ، آن گاه:
الف) اگر $l > 0$ ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = -\infty$
ب) اگر $l < 0$ ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = +\infty$

حد در بی‌نهایت:

- اگر تابع f در بازه $(c, +\infty)$ تعریف شده و l یک عدد باشد، وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ یعنی وقتی مقادیر x بی‌کران افزایش می‌یابد، مقادیر $f(x)$ به عدد l نزدیک می‌شوند.



- اگر تابع f در بازه $(-\infty, c)$ تعریف شده و l یک عدد باشد، وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$ یعنی وقتی مقادیر x بی‌کران کاهش می‌یابد، مقادیر $f(x)$ به عدد l نزدیک می‌شوند.



$$\bullet \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \quad (n > 0).$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 1}{3x^3 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \left(1 - \frac{1}{x^3}\right)}{x^3 \left(3 + \frac{1}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^3}}{3 + \frac{1}{x^3}} = \frac{1 - 0}{3 + 0} = \frac{1}{3}$$

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 5}{5x^3 + x - 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^3}\right)}{x^3 \left(5 + \frac{1}{x^3} - \frac{7}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

مثال:

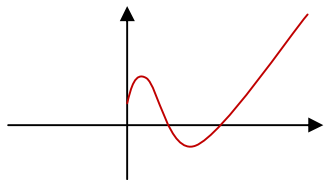
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3 - 7x - 1}{3x^3 + x + 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \left(-1 - \frac{7}{x} - \frac{1}{x^3}\right)}{x^3 \left(3 + \frac{1}{x^3} + \frac{7}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$$

مثال:

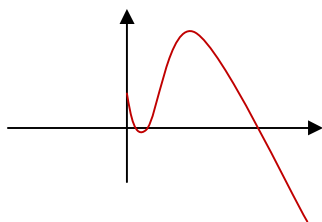
مد بی‌نهایت در بی‌نهایت:

- اگر تابع f روی $(c, +\infty)$ تعریف شده باشد:

الف) وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ یعنی وقتی مقادیر x بی‌کران افزایش می‌یابد، مقادیر تابع نیز بی‌کران افزایش می‌یابد.

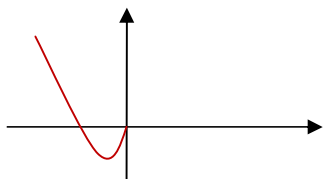


ب) وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ یعنی وقتی مقادیر x بی‌کران افزایش می‌یابد، مقادیر تابع بی‌کران کاهش می‌یابد.

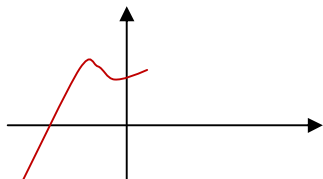


- اگر تابع f روی $(-\infty, c)$ تعریف شده باشد:

الف) وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ یعنی وقتی مقادیر x بی‌کران کاهش می‌یابد، مقادیر تابع بی‌کران افزایش می‌یابد.



ب) وقتی می‌نویسیم $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ یعنی وقتی مقادیر x بی‌کران کاهش می‌یابد، مقادیر تابع بی‌کران کاهش می‌یابد.



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_m x^m) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n, \quad n > m, \quad n, m \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = +\infty, \quad n \in \mathbb{N} \text{ زوج}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = -\infty, \quad n \in \mathbb{N} \text{ فرد}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty, \quad a > 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0, \quad 0 < a < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0, \quad a > 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty, \quad 0 < a < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +} \log_a x = -\infty, \quad a > 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +} \log_a x = +\infty, \quad 0 < a < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty, \quad a > 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty, \quad 0 < a < 1$$

مثال:

$$۱) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^5 - 5x^3 - 4x + 9) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^5 = +\infty$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 3}}{2x + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x - |x|}{2x + 5} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2x} = 1$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x - 1}) = -\infty$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x - 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 + 2x - 1})(x + \sqrt{x^2 + 2x - 1})}{x + \sqrt{x^2 + 2x - 1}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x + 1}{x + |x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 1}{3^x + 5} = \frac{0 + 1}{0 + 5} = \frac{1}{5}$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 1}{3^x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x}{3^x} = 1$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{5}{(x-2)^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2-5}{(x-2)^2} = -\infty$$

تمرین:

۱. هر يك از حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$

پ) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+2}$

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+8}{\sqrt{3x^2-5}}$

ث) $\lim_{x \rightarrow -14^-} \frac{\left[\frac{x}{2} \right] + 7}{\frac{x}{2} + 7}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - 1 \right)$

چ) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sqrt[3]{x}}{x + \sqrt{x^2} + x}$

۲. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 + ax + b} = \infty$ باشد ، مقدار $a-b$ را بیابید.

۳. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{27x^2 + 20x - 10}{(b^2 + 6b)x^2 + 14} = -3$ باشد ، مقدار b را بیابید.

۴. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x + 1) = 3$ باشد ، مقدار a را بیابید.

۵. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\cot x}$ را بیابید.

۶. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} - 2x)$ را به دست آورید.

۷. اگر $f(x) = \frac{2x+5}{x^2-4x+3}$ و $g(x) = 2^x$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(f(x))$ را بیابید.

سؤالات چهار گزینه‌ای

۱. اگر $\lim_{x \rightarrow +} f(x) = l$ ، آن‌گاه $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{t}\right)$ برابر است با :

- (۱) $\frac{1}{l}$ (۲) ۰ (۳) l (۴) ۱

۲. اگر $\lim_{x \rightarrow -} f(x) = ۱۲۰$ باشد، آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{۱۲۰}$

۳. $\lim_{x \rightarrow -} \frac{[x]}{x^{۲۰}}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $-\infty$ (۴) ∞

۴. $\lim_{x \rightarrow +} \frac{[x]}{x^{۲۰}}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $-\infty$ (۴) ∞

۵. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[\Delta x]}{x}$ برابر است با :

- (۱) ۴ (۲) ۰ (۳) ۵ (۴) ۱

۶. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(۵ + ۲x - \sqrt{۴x^۲ - ۴x - ۱} \right)$ برابر است با :

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ∞

۷. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(۲x + a - \sqrt{۴x^۲ + bx - ۱} \right) = ۶$ ، $\lim_{x \rightarrow \infty} (۲x + a - \sqrt{۴x^۲ + bx - ۱}) = ۶$ ، $a - b$ برابر است با :

- (۱) ۹ (۲) ۲۴ (۳) ۰ (۴) -۲۴

۸. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\Delta} \sin \frac{1}{x^{\Delta} + x + ۴}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ∞ (۳) $\frac{1}{۲}$ (۴) ۱

۹. اگر $f(x) = \begin{cases} -۱ & \text{زوج } [x] \\ ۱ & \text{فرد } [x] \end{cases}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$:

- (۱) ۱ است (۲) ۰ است (۳) ∞ است (۴) وجود ندارد

۱۰. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{۲^x + ۳^x + ۵^x}{۴^x + ۵^x}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ∞ (۳) ۱ (۴) ۵

۱۱. $\lim_{x \rightarrow ۲^+} \frac{x - ۲}{[x] - ۲}$ برابر است با :

- (۱) ۱ است (۲) $-\infty$ است (۳) ∞ است (۴) وجود ندارد

۱۲. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos 2x}{\tan x}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) ∞

۱۳. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sqrt{5x}}{x + \sqrt{x+3}}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ∞

۱۴. اگر $f(x) = \frac{-1}{x+1}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ f)(x)$ برابر است با :

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۵. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{5x^2 + 1}{x^2 + 1} \right]$:

- (۱) ۰ است (۲) ۴ است (۳) ۵ است (۴) وجود ندارد

۱۶. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{5x^2 + 7}{x^2 + 1} \right]$ برابر است با :

- (۱) ۰ است (۲) ۴ است (۳) ۵ است (۴) وجود ندارد

۱۷. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \sin \frac{5}{36x}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۵ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) ۱

۱۸. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin x^2} \right)$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ∞ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۹. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\cos x - 1} \right)$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) $-\infty$ (۳) ∞ (۴) ۱

۲۰. حد عبارت $\frac{4x - \sqrt{2x+1}}{x + \sqrt{x^2+2}}$ وقتی $x \rightarrow \infty$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ∞

۲۱. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x})$ برابر است با :

- (۱) $-\infty$ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ∞

۲۲. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right]$ برابر است با :

(۱) $\cdot$ (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) -1

۲۳. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{x}} - x \right)$ برابر است با :

(۱) $\cdot$ (۲) ۱ (۳) ۹۸ (۴) ۹۷

۲۴. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 \cot 2x - \cot x)$ برابر است با :

(۱) $\cdot$ (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) $-\infty$

۲۵. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 + 1})^{\frac{1}{2}} + (x + \sqrt{x^2 + 1})^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ برابر است با :

(۱) ۲۰۴۸ (۲) -2048 (۳) 1024 (۴) -1024

۲۶. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{1}{x} \right]$ برابر است با :

(۱) $\cdot$ (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) $-\infty$

۲۷. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - bx + a} = \infty$ باشد، $\frac{2b}{a}$ برابر است با :

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۸. $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x + 3 - \sqrt{x^2 + 7x - 1})$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $-\infty$ (۴) ∞

۲۹. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 27x}}{\sqrt[3]{x^3} - 2\sqrt[3]{x}}$ برابر است با :

(۱) $\cdot$ (۲) ∞ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\infty$

۳۰. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \left(\frac{\pi}{4} \times n! \right)$ کدام است؟

(۱) $\cdot$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۱. $\lim_{x \rightarrow -14^+} \frac{\left[\frac{x}{2} \right] + 7}{\frac{x}{2} + 7}$ برابر است با :

(۱) $\cdot$ (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) $-\infty$

۳۲. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x - 3} - \sqrt{x^2 - 2x - 1})$ برابر است با :

- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) -۲

۳۳. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x+2}}{\sqrt{1 \cdot x + \sqrt{5x} + \sqrt{2x}}}$ برابر است با :

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

۳۴. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1 + \sqrt{4x^2 + ax + 2}) = 5$ ، a برابر است با :

- (۱) -۶ (۲) -۱۲ (۳) -۲۴ (۴) -۳۶

۳۵. $\lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{(-1)^{[x]} \times 81}{x^2 - 81}$ برابر است با :

- (۱) ۸۱ (۲) -۸۱ (۳) ∞ (۴) $-\infty$

۳۶. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x \tan \frac{1}{ax}} = 1$ ، a برابر است با :

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۷. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 3x}{x}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

۳۸. اگر $f(x) = \frac{-3}{x+2}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ f)(x)$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۹. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{2x}$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۰. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ برابر است با :

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۱. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 3x}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، ab برابر است با :

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) -۲

$$۴۲. \lim_{x \rightarrow +} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{1 - \cos x}} \right) \text{ کدام است؟}$$

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ∞ (۴) $-\infty$

$$۴۳. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{[5x]}{5x} + \frac{[7x]}{7x} \right]$$

- (۱) برابر با ۰ است (۲) برابر با ۱ است (۳) برابر با ۲ است (۴) وجود ندارد

$$۴۴. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{1 - \tan x}{1 - \sin 2x} \text{ برابر است با:}$$

- (۱) $-\infty$ (۲) ∞ (۳) ۰ (۴) ۱

$$۴۵. \text{ حاصل } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin x|}{x^2} \text{ کدام است؟}$$

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) $-\infty$ (۴) ∞

سؤالات کنکور سال‌های ۱۳۹۰ الی ۱۴۰۱ :

$$۴۶. \text{ در تابع با ضابطه } f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}, \text{ اگر } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2} \text{ باشد، آن گاه } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ کدام است؟}$$

(تجربی ۹۰)

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

$$۴۷. \text{ اگر } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1 \text{ باشد، آن گاه حد راست این عبارت در نقطه } x = -2 \text{ کدام است؟}$$

(ریاضی خارج ۹۰)

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

$$۴۸. \text{ نمودار تابع با ضابطه } f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2} \text{ از نقطه } (2, 1) \text{ می‌گذرد } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ کدام است؟}$$

(تجربی ۹۱)

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

۴۹. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$ باشد، آن گاه $f(-1)$ کدام است؟

(تجربی ۹۱ خارج)

- (۱) -۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۰. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x + 1}} = 3$ باشد، آن گاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟ (تجربی ۹۲)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

۵۱. حد عبارت $\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2[x]}{2-x}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟ (تجربی ۹۲ خارج)

- (۱) $-\infty$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $+\infty$

۵۲. حد عبارت $x \left[\frac{1}{x} \right]$ در کدام حالت عدد متناهی نیست؟ (ریاضی ۹۳)

- (۱) $x \rightarrow 0^-$ (۲) $x \rightarrow 0^+$ (۳) $x \rightarrow -\infty$ (۴) $x \rightarrow +\infty$

۵۳. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۵۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right]$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

- (۱) -۱ (۲) حد ندارد (۳) صفر (۴) ۱

۵۵. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 - 8})$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

- (۱) -۸ (۲) صفر (۳) ۴ (۴) ∞

۵۶. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۴)

است؟

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) ۵

۵۷. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax^n - 6}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۴ خارج)

است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۸. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ باشد، آنگاه حد $f(x)$ وقتی

$x \rightarrow -1$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۵)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۵۹. حد عبارت $\frac{1}{x^2} \left(1 - x^2 \left[\frac{1}{x^2} \right] \right)$ ، وقتی $x \rightarrow 0$ ، کدام است؟ (ریاضی ۹۵)

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) حد ندارد

۶۰. اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟ (ریاضی ۹۸)

(۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۱. اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۸)

(۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

۶۲. در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟ (تجربی ۹۸)

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

۶۳. در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟ (تجربی ۹۸ خارج)

(۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} f(x) = -\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} f(x) = +\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = -\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty$

۶۴. اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۸ خارج)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۵. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt[3]{x^3 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، کدام است؟ (تجربی ۹۹)

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۶۶. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^n - 6x^r + 1}{ax^r + 7x^r - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ کدام است؟ (تجربی ۹۹ خارج)

(۱) $-\frac{4}{17}$ (۲) $-\frac{6}{17}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۴) $-\frac{6}{11}$

۶۷. مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^r} - \frac{1}{x^r+1}} \right)$ کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۰)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۶۸. مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^r - x^r + 1} + \sqrt{x^r + 1} - x^r}{x}$ کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۰ خارج)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۶۹. اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^r + bx + c}}{|x - 1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

(تجربی ۱۴۰۱)

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۷۰. اگر $f(x) = \sqrt{ax^r + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x + 2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[\frac{1}{x} \right] f(x)$ کدام است؟

(تجربی ۱۴۰۱ خارج)

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

۷۱. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x + 1| + [x]}{x - [-x]}$ کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۱ خارج)

(۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

پاسخ‌نامه

شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ	شماره	پاسخ
۱	۳	۴	۱	۳	۳	۲	۲	۵	۳
۶	۲	۹	۴	۸	۴	۷	۲	۱۰	۳
۱۱	۴	۱۴	۱	۱۳	۳	۱۲	۴	۱۵	۲
۱۶	۳	۱۹	۳	۱۸	۴	۱۷	۳	۲۰	۲
۲۱	۴	۲۴	۱	۲۳	۳	۲۲	۱	۲۵	۳
۲۶	۱	۲۹	۲	۲۸	۴	۲۷	۳	۳۰	۱
۳۱	۱	۳۴	۳	۳۳	۱	۳۲	۱	۳۵	۴
۳۶	۴	۳۹	۲	۳۸	۳	۳۷	۱	۴۰	۲
۴۱	۴	۴۴	۱	۴۳	۴	۴۲	۴	۴۵	۴
۴۶	۱	۴۹	۴	۴۸	۲	۴۷	۴	۵۰	۳
۵۱	۲	۵۴	۲	۵۳	۳	۵۲	۳	۵۵	۳
۵۶	۱	۵۹	۴	۵۸	۲	۵۷	۲	۶۰	۲
۶۱	۳	۶۴	۴	۶۳	۱	۶۲	۴	۶۵	۱
۶۶	۲	۶۹	۳	۶۸	۴	۶۷	۴	۷۰	۱
۷۱	۱	۷۴		۷۳		۷۲		۷۵	