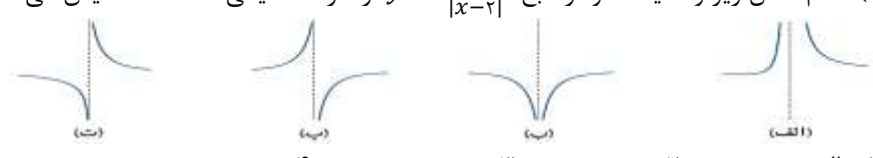
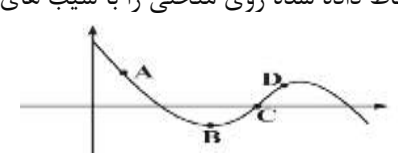
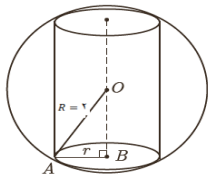


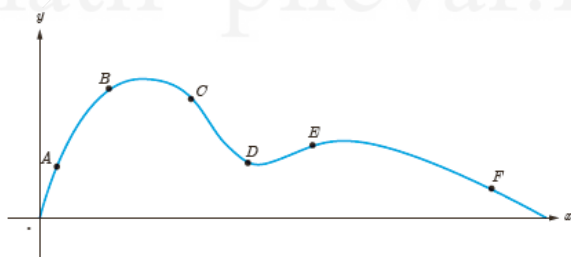
باسمه تعالی												
سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضی (۳)		رشته: تجربی	تعداد سوال: ۱۸	تعداد صفحه: ۲								
نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه								
آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران			معاونت آموزش متوسطه استان مازندران http://motvasete-mazand.medu.ir									
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد.											
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) برای رسم نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ کافی است نمودار تابع f را ۱ واحد به راست منتقل و سپس طول نقاط را نصف کنیم. ب) تابع $f(x) = x^2 x$ در بازه $(-\infty, 0)$ اکیداً صعودی است. ج) تابع $y = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر نیست و خط $x = 0$ مماس قائم منحنی است. د) دو تابع $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ و $f(x) = \frac{7}{6}x - 3$ وارون یکدیگرند. ه) مکان هندسی مرکز همه‌ی دایره‌هایی با شعاع r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه‌ی این دایره مماس خارج‌اند، دایره $C(O, 2r)$ است.											
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-1, 3]$ باشد دامنه تابع $f(x+1)$ برابر است. ب) اگر n عددی طبیعی و زوج باشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^n = \dots$ ج) اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 4$ و $f(1) = 3$ باشد آنگاه $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 3}{h}$ برابر است. د) مجموعه اعداد گویا و مجموعه اعداد اصم یک روی مجموعه اعداد حقیقی تشکیل می‌دهند. ه) اگر صفحه‌ی p بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل است.											
۳	در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید. الف) اگر $(g+f)(2) = 5$ و $g(2) = 4$ و $g'(2) = 3$ و $f'(2) = -1$ باشد حاصل $(gf - 3f)'(2)$ کدام است؟ (الف) -۴ (ب) ۴ (پ) ۲ (ت) -۲ ب) کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $y = \frac{-x+1}{ x-2 }$ را در همسایگی $x = 2$ نمایش می‌دهد؟  (الف) (۱) (ب) (۲) (پ) (۳) (ت) (۴) ج) تابع $y = f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ هم صعودی و هم نزولی است. اگر این تابع از نقطه $(2, 5)$ بگذرد، حاصل $\frac{2f(1)+f(-1)}{3}$ کدام است؟ (الف) ۵ (ب) ۱ (پ) ۲ (ت) $\frac{1}{3}$											
۴	نقاط داده شده روی منحنی را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یکی از نقاط اضافی است) <table><tr><td>شیب</td><td>۱</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>-۲</td></tr><tr><td>نقطه</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 				شیب	۱	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه			
شیب	۱	$\frac{1}{2}$	-۲									
نقطه												
۵	معادله داده شده را حل کنید. $\cos 2x - \sin x = 0$											

۱/۲۵	۶	معادله نمودار تابع مثلثاتی مقابل را بنویسید.	
۱/۲۵	۷	به سوالات حدی زیر پاسخ دهید. الف) اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2}{f(x)-1}$ را بنویسید. ب) هرگاه $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^7+bx^6+cx^5}{2x^7+x^2-1}$ برابر ۲ باشد، مقادیر a و b و c را تعیین کنید.	
۱	۸	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	
۰/۷۵	۹	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \sqrt{\frac{2x+1}{2x+5}}$	
۱/۲۵	۱۰	اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ ، آنگاه معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = (g \circ f)(x)$ را در نقطه $A(4, \frac{1}{2})$ بنویسید.	
۰/۷۵	۱۱	در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 1$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[2, 2+a]$ برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = 4$ است. مقدار a را بدست آورید.	
۱	۱۲	در کره‌ای به شعاع $R = 2$ استوانه‌ای محاط کرده ایم، ارتفاع استوانه را طوری بیابید که حجم استوانه بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (شعاع قاعده استوانه را r و ارتفاع آن را h فرض کنید)	
۱/۵	۱۳	با توجه به نمودار تابع f' به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) نقطه‌ای که در آن تابع f مینیمم نسبی دارد؟ چرا؟ ب) نقطه‌ای که در آن تابع f ماکزیمم نسبی دارد؟ چرا؟ ج) نقاط بحرانی تابع f را در صورت وجود بنویسید.	
۱	۱۴	مقادیر b و d را طوری بدست آورید که نقطه‌ی $(1, 2)$ نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد.	
۱	۱۵	خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{5}$ و اندازه قطر بزرگ آن برابر ۱۰ است. طول قطر کوچک بیضی و فاصله کانون‌های آن را بیابید.	
۱	۱۶	دو نقطه‌ی A و B روی یک بیضی و F و F' کانون‌های بیضی‌اند. باتوجه به شکل اگر $AF' = BF$ باشد، نشان دهید مثلث FMF' متساوی الساقین است.	
۱	۱۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه‌ی $O(-1, 1)$ بوده و بر دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ مماس بیرونی باشد.	
۱/۷۵	۱۸	به سوالات احتمال زیر پاسخ دهید. الف) دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره‌ی سبز و ۷ مهره‌ی آبی است. از ظرف اول یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟ ب) اگر $p(A) = 0.3$ و $p(B) = 0.4$ و $p(E A) = 0.1$ و $p(E B) = 0.8$ باشد حاصل $p(E)$ را محاسبه کنید.	
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	

باسمه تعالی												
راهنمای تصحیح امتحان راه نهایی درس: ریاضی(۳)		رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه								
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱									
آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران		معاونت آموزش متوسطه استان مازندران http://motvasete-mazand.medu.ir										
ردیف	((راهنمای تصحیح))											
۱	الف) د (۰/۲۵) ب) ن (۰/۲۵) ج) د (۰/۲۵) د) ن (۰/۲۵) ه) د (۰/۲۵)											
۲	الف) $[-۲و۲]$ (۰/۲۵) ب) $+\infty$ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) د) افراز (۰/۲۵) ه) دایره (۰/۲۵)											
۳	الف) گزینه ۳ (۰/۵) ب) گزینه ۲ (۰/۵) ج) گزینه ۱ (۰/۵)											
۴	<table><tr><td>شیب</td><td>۱</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>-۲</td></tr><tr><td>نقطه</td><td>C</td><td>D</td><td>A</td></tr></table>				شیب	۱	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه	C	D	A
شیب	۱	$\frac{1}{2}$	-۲									
نقطه	C	D	A									
۵	۰/۲۵ $1 - 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \rightarrow -2 \sin^2 x - \sin x + 1 = 0$ (۰/۲۵) $\sin x = t \rightarrow -2t^2 - t + 1 = 0$ $\begin{cases} t = -1 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵) \\ t = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (k \in Z) \\ x = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$											
۶	۱/۲۵ $c = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$ (۰/۲۵) و $ a = \frac{3 - (-5)}{2} = 4$ و $a = -4$ (۰/۲۵) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \pi$ (۰/۲۵) و $b = 2$ (۰/۲۵) $y = -4\sin 2x - 1$ (۰/۲۵)											
۷	۱/۲۵ الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2}{f(x)-1} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) ب) $a = 0$ (۰/۲۵) و $b = 4$ (۰/۲۵) و $c = 3$ (۰/۲۵)											
۸	تابع f در $x=1$ پیوسته هست. (۰/۲۵) ۱ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1} = 3$ (۰/۲۵) $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$ (۰/۲۵) چون $f'_+(1) = f'_-(1)$ پس تابع در $x=1$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵)											
۹	۰/۷۵ $y' = \frac{3(2x+5) - 2(3x+1)}{(2x+5)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{2x+5}}$ (۰/۷۵)											
۱۰	۱/۲۵ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۰/۲۵), $f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵), $g'(x) = \frac{-1}{x^2}$, $g'(f(4)) = g'(2) = \frac{-1}{4}$ (۰/۲۵)											

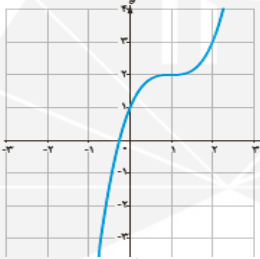
	$m = (gof)'(4) = \frac{1}{4} \times \frac{-1}{4} = \frac{-1}{16} (./25)$ $y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16}(x-4) (./25)$	
0/75	$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2+a) - f(2)}{a} = \frac{(2+a)^2 - 1 - 3}{a} = \frac{a^2 + 4a}{a} = \frac{a(a+4)}{a} = a + 4 (./25)$ $f'(x) = 2x \rightarrow f'(4) = 8 (./25)$ $a + 4 = 8 \rightarrow a = 4 (./25)$	11
1	$\frac{h^2}{4} + r^2 = 4 \rightarrow r^2 = 4 - \frac{h^2}{4} (./25)$ $v = \pi r^2 h \rightarrow v(h) = \pi \left(4 - \frac{h^2}{4}\right) h = 4\pi h - \frac{\pi}{4} h^3 (./25)$ $v' = 4\pi - \frac{3\pi}{4} h^2 = 0 (./25) \rightarrow h^2 = \frac{16}{3} \rightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{3} (./25)$ 	12
1/5	الف) تابع f در نقطه بحرانی $x = c$ مینیمم نسبی دارد، چون مشتق از منفی به مثبت تغییر کرد. (0/5) ب) تابع f در نقطه بحرانی $x = b$ مینیمم نسبی دارد، چون مشتق از مثبت به منفی تغییر کرد. (0/5) ج) نقاط به طول های $x = b$ و $x = c$ و طول نقاط $[d \text{ و } e]$ (0/5)	13
1	$(2 \text{ و } 1) \in f \rightarrow 1 = 8 + 4b + d \rightarrow 4b + d = -7 (./25)$ $y' = 3x^2 + 2bx \rightarrow 12 + 4b = 0 (./25) \rightarrow b = -3 (./25)$ $d = 5 (./25)$	14
1	$2a = 10 \Rightarrow a = 5 (./25)$ $\frac{c}{a} = \frac{2}{5} \Rightarrow c = 2, 2c = 4 (./25), b = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} (./25)$ (0/25) طول قطر کوچک $2\sqrt{21}$	15
1	$\begin{cases} AF + AF' = 2a \\ BF + BF' = 2a \end{cases} (./25) \Rightarrow AF = BF' (./25)$ $\begin{cases} AF = BF' \\ AF' = BF \\ FF' = FF' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta AFF' \cong \Delta BF'F \\ \widehat{AFF'} = \widehat{BF'F} \end{cases} (./25)$ پس مثلث FMF' دو زاویه مساوی دارند. لذا متساوی الساقین است. (0/25)	16
1	$x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \rightarrow O'(1, -1) \text{ و } r' = \sqrt{2} (./25)$ $d = oo' = \sqrt{2} = 2\sqrt{2} (./25) \rightarrow d = r + r' \rightarrow 2\sqrt{2} = r + \sqrt{2} \rightarrow r = \sqrt{2} (./25)$ معادله دایره $\rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 (./25)$	17
1/75	$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} + \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} = \frac{56}{130} (./75)$ الف) $P(E B) = 0/2 (./25) \rightarrow P(E) = (0/3)(0/1) + (0/4)(0/2) = 0/3 + 0/8 = 0/11 (./75)$ ب)	18
20	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.

کروه ریاضی استان مازندران

باسمه تعالی			
سوالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضی (۳)		رشته: علوم تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:		پایه: دوازدهم دوره: دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۱/۳۱ تعداد سوال: ۱۷ تعداد صفحه: ۲
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است. سوالات (پاسخنامه لازم دارد).		
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) چند جمله ای $-3x^2 - 2x + 5$ بر دو جمله ای $x+1$ بخش پذیر است. ☐ ن ☐ د ب) پدیده یا آزمایشی که نتیجه آن را نتوان قبل از انجام، به طور قطعی پیش بینی کرد، پدیده تصادفی می گویند. ☐ ن ☐ د ج) تابعی که در یک نقطه پیوسته باشد، در آن نقطه مشتق پذیر است. ☐ ن ☐ د		
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر دو تابع $f = \{(1,3), (8,3), (1,5)\}$ و $g(x) = \sqrt{3x+6}$ موجود باشند. مقدار عددی عبارت $(g \circ f^{-1})(5)$ برابر با ... می باشد. ب) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول وتر آن ... می باشد. ج) دوره تناوب تابع $y = -\pi \sin \frac{2}{3}x + 1$ برابر ... می باشد. د) مقدار $\cos 15'$ برابر ... است.		
۳	در سوالات چهار گزینه ای زیر، گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. الف) نمودار تابعی در شکل زیر داده شده است. در کدام نقاط مقدار مشتق تابع، منفی است؟ $A, C, D(4)$$C, D, F(3)$$D, F, B(2)$$B, F, A(1)$  ب) مقدار ماکزیمم تابع $y = \sqrt{2} - \cos 2x$ کدام است؟ $\pi - 1$ (۴)$\sqrt{2} - 1$ (۳)$\pi + 1$ (۲)$\sqrt{2} + 1$ (۱)		
۴	توابع $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را در نظر بگیرید. $D_{g \circ f}$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.		
۵	با کمک انتقال نمودار تابع $f(x) = (x - 1)^3 + 2$ را رسم کنید سپس دامنه، برد و یکنوایی آن را مشخص کنید.		
۴	جمع نمره		
((ادامه سوالات در صفحه دوم))			

۰/۷۵	۶	ضابطه‌ی تابعی به صورت $y = a \sin 2x + c$ را بنویسید که مقادیر ماکزیمم و مینیمم آن به ترتیب برابر ۷ و ۱ باشد.
۰/۷۵	۷	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.
۲	۸	حاصل حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x+1]-2}{x-2} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{1-\cos x} =$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} =$ د) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x(2x-1)(5-x)}{-2x^2-6x^3+5} =$
۱/۵	۹	با کمک تعریف مشتق، معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - 3x$ را در نقطه‌ی $x = -1$ بنویسید.
۱/۵	۱۰	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \frac{\sqrt{8x+3}}{x}$ ب) $y = (x^3 - 4x + 1)^5$
۱	۱۱	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $d(t) = -3t^2 + 7t$ (متغیر t بر حسب ثانیه) است. سرعت متوسط را در بازه‌ی زمانی $[1, 3]$ محاسبه کنید.
۱	۱۲	اکستریم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ را در بازه $[-1, 2]$ بدست آورید.
۱/۵	۱۳	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ طوری بیابید که تابع در نقطه‌ی $(1, -3)$ اکستریم نسبی داشته باشد.
۱	۱۴	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ و حاصل ضرب آنها کمترین مقدار موجود گردد.
۱/۷۵	۱۵	اگر $F(2, 1)$ و $F'(-4, 1)$ دو کانون بیضی با خروج از مرکز $e = \frac{3}{5}$ باشد، طول قطر کوچک و قطر بزرگ بیضی را به دست آورید.
۱/۵	۱۶	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(-1, -1)$ بوده و با دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس درون باشد.
۱/۷۵	۱۷	۳ ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۸ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها آبی است. در ظرف دوم همه‌ی مهره‌ها آبی هستند و در ظرف سوم ۶ مهره قرار دارد که هیچ مهره‌ی آبی وجود ندارد. از یکی از ظرف‌ها به تصادف یک مهره خارج می‌کنیم. احتمال این که این مهره آبی نباشد چقدر است؟
۲۰		موفق و سربلند باشید. جمع نمره

گروه ریاضی استان مازندران

باسمه تعالی			
پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع آزمون: ۱۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم دوره: دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۱/۳۱	تعداد سوال: ۱۷ تعداد صفحه: ۲
ردیف	((راهنمای تصحیح))		
۱	(الف) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵)		
۲	(الف) ۳ (۰/۲۵) (ب) دو مخروط با قاعده ی مشترک (۰/۲۵) (ج) 3π (۰/۲۵) (د) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (۰/۲۵)		
۳	(الف) گزینه ی ۳ (۰/۲۵) (ب) گزینه ی ۱ (۰/۲۵)		
۴	$D_f = R, D_g = -2 \leq x \leq 2 \rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in R \mid -2 \leq 2x-1 \leq 2\} \rightarrow \frac{-1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ (0/25)		
۵	$R = \text{دامنه}$ (۰/۲۵) $R = \text{برد}$ (۰/۲۵) اکیدا صعودی (۰/۲۵)		
۱			
۶	$y = a \sin 2x + c \Rightarrow \begin{cases} \max = a + c = 7 \\ \min = - a + c = 1 \end{cases} \xrightarrow{(0/5)} \begin{cases} a = \pm 3 \\ c = 4 \end{cases}$ $\xrightarrow{(0/25)} y = \pm 3 \sin 2x + 4$		
۷	$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{0/25} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \rightarrow$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} & (0/25) \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{6} & (0/25) \end{cases}$		
۸	(الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x+1]-2}{x-2} = \frac{1-2}{-1} = 1$ (0/5) (ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{1-\cos x} = \left(\frac{1}{0^+} = +\infty \right)$ (0/5)		

	$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)\sqrt{x+1}} = \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} (0/5)$ $\text{د) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x(2x)(-x)}{-6x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3}{-6x^3} = 1$	
۱/۵	$x = -1 \rightarrow y = (-1)^2 - 3(-1) = 4$ $m = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-4)}{x+1} = (-5).$ $y - 4 = -5(x+1) \rightarrow y = -5x - 1 (0/25)$	۹
۱/۵	$\text{الف) } y' = \frac{\frac{8x}{2\sqrt{8x+3}} - \sqrt{8x+3}}{x^2} \quad (0/75) \quad \text{ب) } y' = 5(3x^2 - 4)(x^3 - 4x + 1)^4 \quad (0/75)$	۱۰
۱	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-6-4}{3-1} = -5$	۱۱
۱	$f(x) = x^3 - 12x + 4 \xrightarrow{(0/25)} f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \xrightarrow{(0/25)} x = -2, x = +2$ $f(-1) = 15, \quad f(2) = -12$ ماکسیمم مطلق ۱۵ و می نیمم مطلق ۱۲- است. (۵/۰نمره)	۱۲
۱/۵	$y' = 3x^2 - 2x + a = 0 \quad (0/5) \Rightarrow 3(1)^2 - 2 \times 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1 (0/5)$ $(1)^3 - (1)^2 + (-1) \times 1 + b = -3 \Rightarrow b = -2 (0/5)$	۱۳
۱	$x - y = 8 \Rightarrow y = x - 8$ $s(x) = x \times y = x(x - 8) = x^2 - 8x \Rightarrow s'(x) = 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = -4$	۱۴
۱/۷۵	$F(2,1), F'(-4,1) \Rightarrow FF' = 2+4 = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 (0/25)$ $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \quad (0/25) \Rightarrow a = 5 \quad (0/25) \Rightarrow AA' = 2a = 10 (0/25)$ $a^2 = b^2 + c^2 \quad (0/25) \Rightarrow 25 - 9 = b^2 \Rightarrow b = 4 (0/25) \Rightarrow BB' = 2b = 8 (0/25)$	۱۵
۱/۵	$x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3 \Rightarrow O = (2,3) (0/25), \quad r' = 4 (0/25)$ $OO' = \sqrt{9+16} = 5 (0/25)$ $OO' = r - r' = 5 \quad (0/25) \Rightarrow r - 4 = 5 \Rightarrow r - 4 = \pm 5 \Rightarrow r = 9 (0/25)$ $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 81 (0/25)$	۱۶
۱/۷۵	$\frac{1}{3} \times \frac{4}{8} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 0/5 \quad \text{و} \quad ۱ - 0/5 = 0/5$	۱۷
۲۰	موفق و سربلند باشید. جمع نمره	

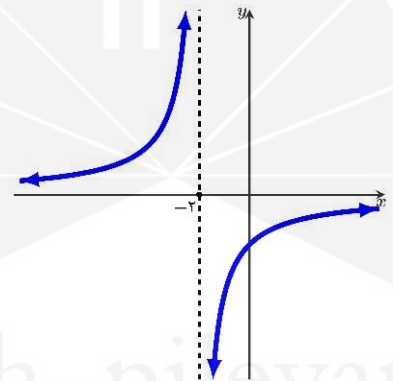
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	سوالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضی (3)
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۱/۱۸	رشته: علوم تجربی
تعداد صفحات: ۳	پایه: دوازدهم - دوره دوم متوسطه
تعداد سوالات: ۱۸	دانش آموزان روزانه و داوطلبان آزاد استان مازندران در شبه نهایی سال ۱۳۹۹-۱۴۰۰
ساعت شروع آزمون: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:

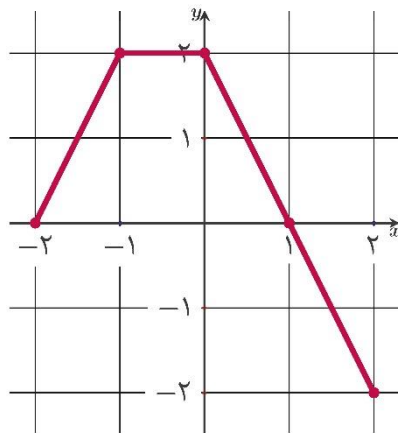
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است. سوالات (پاسخنامه لازم دارد).	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = x $ در بازه $[-\infty, 0]$ اکیداً نزولی است. ب) اگر نمودار $y = f(x)$ را ۳ واحد به سمت راست انتقال دهیم، نمودار $y = f(x+3)$ بدست می آید. ج) پدیده یا آزمایشی که نتیجه آن را نتوان قبل از انجام به طور قطع پیش بینی کرد، پیشامد تصادفی می گویند.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) باقی مانده تقسیم عبارت $f(x) = -3x^2 + x + 4$ بر $x+1$ برابر ... است. ب) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود ... نامیده می شود. ج) دوره تناوب تابع $y = 2\cos(\frac{x}{3}) + 3$ برابر ... می باشد.	۰/۷۵
۳	در سوال چهار گزینه ای زیر، گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. مقدار مینیمم تابع $y = -\pi \sin x + 1$ کدام است؟ (۱) $-\pi + 1$ (۲) $\pi + 1$ (۳) $-\pi - 1$ (۴) $\pi - 1$	۰/۲۵
۴	نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف ۲- تعریف شده باشد به طوری که: $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$	۰/۵
۲/۲۵	جمع نمره	((ادامه سوالات در صفحه دوم))

۰/۵	۵	نمودار توابع f و g را به نمودار مشتق آنها نظیر کنید. (یکی از نمودارهای مشتق تابع، اضافی است)
۱	۶	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، ضابطه و دامنه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.
۰/۵	۷	با استفاده از نمودار تابع f، نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم کنید.
۰/۷۵	۸	ضابطه‌ی تابعی به صورت $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن 4π و مقادیر ماکزیمم و مینیمم آن به ترتیب برابر ۵ و ۱ باشد.
۰/۷۵	۹	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.
۱/۵	۱۰	حد توابع زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \frac{4 - [x]}{ \Delta x - 3 } =$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 1}$
۷/۲۵	جمع نمره ((ادامه سوالات در صفحه سوم))	

۰/۷۵	۱۱	با توجه به شکل روبه‌رو، اگر $f(4)=25$ و $f'(4)=1/5$ باشد، مقدار عرض نقطه‌ی B را بیابید.
۲	۱۲	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = \frac{4(\sqrt[3]{x} + 2x^5)^3}{5x - 1}$
۱/۵	۱۳	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{-2}{x}$ نسبت به متغیر x روی بازه $[1, 2]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 2$ چقدر بیشتر است؟
۲	۱۴	تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ را در نظر بگیرید. الف) نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم نسبی تابع را با رسم جدول تغییرات تابع مشخص کنید. ب) اکسترمم مطلق تابع را در بازه $[-1, 2]$ بدست آورید.
۱/۵	۱۵	برای ساختن یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز با حجم 10π ارتفاع قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم باشد؟
۱/۵	۱۶	در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد می‌باشد، خروج از مرکز بیضی را بدست آورید.
۱/۷۵	۱۷	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(-1, -1)$ بوده و با دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس بیرونی باشد.
۱/۷۵	۱۸	در یک دانشگاه ۲۰ درصد دانشجویان در رشته‌های علوم پایه، ۴۵ درصد در رشته‌های فنی و ۳۵ درصد در رشته‌های علوم انسانی تحصیل می‌کنند. احتمال کسب مدال در المپیادهای مختلف دانشجویی به ترتیب رشته‌های مذکور ۸ درصد، ۵ درصد و ۲ درصد می‌باشد. اگر دانشجویی به تصادف از این دانشگاه جهت شرکت در المپیادی انتخاب شود، با چه احتمالی مدال کسب خواهد کرد؟
۲۰		موفق و سربلند باشید. جمع نمره

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پاسخنامه امتحان شبه نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۱/۱۸	رشته: علوم تجربی
تعداد صفحات: ۳	پایه: دوازدهم - دوره دوم متوسطه
تعداد سوالات: ۱۸	دانش آموزان روزانه و بزرگسال و داوطلبان آزاد استان مازندران در شبه نهایی سال ۱۳۹۹-۱۴۰۰
ساعت شروع آزمون: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:

ردیف	((راهنمای تصحیح))	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) ۰ (۰/۲۵) ب) سطح مقطع (۰/۲۵) ج) 4π (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	پاسخ صحیح گزینه ۱) $\min = - a + c = - - \pi + 1 = -\pi + 1$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۴		۰/۵
۵	تابع f متناظر با نمودار (الف) می باشد. تابع g متناظر با نمودار (ب) می باشد. (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۵
۶	$\xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} g(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow D_g = R \\ f(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow D_f = [1, \infty) \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} D_{f \circ g} = \{x \in R \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$ $\longrightarrow x \in R, 2x^2 - 1 \geq 1 \Rightarrow 2x^2 \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1, x \leq -1$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} D_{f \circ g} = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ $f \circ g(x) = f(2x^2 - 1) = \sqrt{2x^2 - 2} \quad (۰/۲۵)$	۱

•/۵	<table><tr><th>$۲x$</th><th>x</th><th>$f(۲x)$</th><th>$-f(۲x)$</th><th>$(x, -f(۲x))$</th></tr><tr><td>-۴</td><td>-۲</td><td>.</td><td>.</td><td>$(-۲, .)$</td></tr><tr><td>-۲</td><td>-۱</td><td>-۲</td><td>۲</td><td>$(-۱, ۲)$</td></tr><tr><td>.</td><td>.</td><td>-۲</td><td>۲</td><td>$(.; ۲)$</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>.</td><td>.</td><td>$(۱, .)$</td></tr><tr><td>۴</td><td>۲</td><td>۲</td><td>-۲</td><td>$(۲, -۲)$</td></tr></table>  (•/۵)	$۲x$	x	$f(۲x)$	$-f(۲x)$	$(x, -f(۲x))$	-۴	-۲	.	.	$(-۲, .)$	-۲	-۱	-۲	۲	$(-۱, ۲)$	.	.	-۲	۲	$(.; ۲)$	۲	۱	.	.	$(۱, .)$	۴	۲	۲	-۲	$(۲, -۲)$	۷
$۲x$	x	$f(۲x)$	$-f(۲x)$	$(x, -f(۲x))$																												
-۴	-۲	.	.	$(-۲, .)$																												
-۲	-۱	-۲	۲	$(-۱, ۲)$																												
.	.	-۲	۲	$(.; ۲)$																												
۲	۱	.	.	$(۱, .)$																												
۴	۲	۲	-۲	$(۲, -۲)$																												
•/۷۵	$y = a \cos bx + c \Rightarrow \begin{cases} \max = a + c = 5 \\ \min = - a + c = 1 \\ T = \frac{2\pi}{ b } = \pi \end{cases} \xrightarrow{(0/5)} \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 3 \\ \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$ $\xrightarrow{(0/25)} y = \pm 2 \cos \frac{1}{2}x + 3$	۸																														
•/۷۵	$\sin x \cos x = \frac{1}{۴} \rightarrow \frac{1}{۲} \sin ۲x = \frac{1}{۴} \quad (•/۲۵)$ $\rightarrow \sin ۲x = \frac{1}{۲} = \sin \frac{\pi}{۶} \rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (•/۲۵)$ $\rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۱۲} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (•/۲۵)$	۹																														

کروه ریاضی استان مازندران

۱/۵	$\xrightarrow{(\cdot/25)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \longrightarrow = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)\sqrt{x+1}} \xrightarrow{(\cdot/25)}$ الف) $= \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{\Delta}} \frac{4-[x]}{ \Delta x - 2 } = \frac{4}{0^+} = +\infty \quad (\cdot/5)$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 1} \xrightarrow{(\cdot/25)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{2x^3} \xrightarrow{(\cdot/25)} = \frac{-6}{2} = -3$	۱۰																				
۰/۷۵	$\begin{cases} f'(4) = 1/5 \\ f(4) = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(0/25)} m = \frac{f(B) - f(A)}{x_B - x_A} = f'(A) \\ \xrightarrow{(0/25)} \frac{f(B) - 25}{5 - 4} = 1/5 \xrightarrow{(0/25)} f(B) = 26/5 \end{cases}$	۱۱																				
۲	$y' = \frac{12\left(\frac{1}{3\sqrt{x^2}} + 10x^4\right)(\sqrt[3]{x} + 2x^5)^2(5x-1) - 5 \times 4(\sqrt[3]{x} + 2x^5)^3}{(5x-1)^2}$ (۰/۲۵) یارم هر مرحله	۱۲																				
۱/۵	آهنگ متوسط در بازه $[1, 2]$: $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{-\frac{2}{2} + \frac{2}{1}}{2 - 1} = 1 \quad (\cdot/5)$ آهنگ لحظه‌ای در $x = 2$: $f'(x) = \frac{2}{x^2} \quad (\cdot/25) \rightarrow f'(2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \quad 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (\cdot/5)$ $x = 2$	۱۳																				
۲	$f(x) = x^3 - 12x + 4 \xrightarrow{(0/25)} f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \xrightarrow{(0/25)} x = -2, x = +2$ $\xrightarrow{(0/25)} f(-1) = 15, f(-2) = 20, f(2) = -12$ <table style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$+2$</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$\nearrow$</td> <td style="padding: 5px;">۲۰</td> <td style="padding: 5px;">$\searrow$</td> <td style="padding: 5px;">-۱۲</td> <td style="padding: 5px;">$\nearrow$</td> </tr> </table> (۰/۵)نمره با توجه به جدول ، نقطه به طول ۲- ماکسیمم نسبی و نقطه به طول ۲+ می نیمم نسبی است. (۰/۵)نمره طبق محاسبات بالا، اکستریمم مطلق در نقطه به طول $x = -1$ می باشد که برابر با ۱۵ است. (۰/۲۵)	x		-2		$+2$		$f'(x)$		+	۰	-	۰	+	$f(x)$		$\nearrow$	۲۰	$\searrow$	-۱۲	$\nearrow$	۱۴
x		-2		$+2$																		
$f'(x)$		+	۰	-	۰	+																
$f(x)$		$\nearrow$	۲۰	$\searrow$	-۱۲	$\nearrow$																

۱۵	حجم استوانه $V = \pi r^2 h \rightarrow 10\pi = \pi r^2 h \rightarrow h = \frac{10}{r^2} \quad (0/25)$ مساحت کل استوانه در باز: $S = \pi r^2 + 2\pi r h \rightarrow S = \pi r^2 + 2\pi r \left(\frac{10}{r^2}\right) \rightarrow S = \pi r^2 + \frac{20\pi}{r} \quad (0/25)$ $S'_{(r)} = 2\pi r - \frac{20\pi}{r^2} \quad (0/25) \rightarrow S'_{(r)} = 0 \rightarrow 2\pi r^2 - 20\pi = 0 \rightarrow 2\pi(r^2 - 10) = 0 \rightarrow r = \sqrt{10} \quad (0/25)$ <table> <tr> <td>r</td> <td>0</td> <td>$\sqrt{10}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>S'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>S</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> ارتفاع $h = \frac{10}{\sqrt{100}} \quad (0/25)$	r	0	$\sqrt{10}$	$+\infty$	S'	-	0	+	S	$+\infty$		$+\infty$
r	0	$\sqrt{10}$	$+\infty$										
S'	-	0	+										
S	$+\infty$		$+\infty$										
۱۶	$\xrightarrow{(0/5)} a = 4, b = 3 \xrightarrow{(0/25)} a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 16 = 9 + c^2 \xrightarrow{(0/25)} c = \sqrt{7}$ $\xrightarrow{(0/5)} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$												
۱۷	$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 3 + 4 + 9 \xrightarrow{(0/25)} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2$ $\xrightarrow{(0/25)} O(2,3), r = 4, O'(-1,-1) \xrightarrow{(0/25)} d = \sqrt{(2+1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{25} = 5$ $\xrightarrow{(0/25)} d = r + r' \rightarrow 5 = 4 + r' \xrightarrow{(0/25)} r' = 5 - 4 = 1 \xrightarrow{(0/5)} (x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$												
۱۸	$0/20 \times 0/08 + 0/45 \times 0/05 + 0/35 \times 0/02 = 0/0455$ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۲۵												
۲۰	موفق و سربلند باشید. جمع نمره												
ضمن عرض خسته نباشید: نظر همکاران محترم در تقسیم بندی ریزبارم برای راه حل های مناسب، محترم است.													

گروه ریاضی استان مازندران