

بسمه تعالی

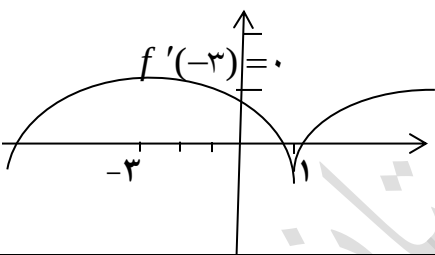
سوال‌ات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه سراسر استان گیلان ۱۳۹۷		معاونت متوسطه آموزش و پرورش استان گیلان		
ردیف	سؤالات - صفحه یک	ردیف		
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف- اگر α زاویه ای در ربع چهارم باشد، آن گاه $\tan \alpha < \sin \alpha$. ☐ درست ☐ نادرست ب- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = -2x + 3$ در بازه $[0, 4]$ برابر ۲- است. ☐ درست ☐ نادرست پ- اگر تابع f در نقطه ای به طول C ماکزیمم و یا مینیمم نسبی داشته باشد و $f'(C)$ موجود باشد آن گاه $f'(C) = 0$. ☐ درست ☐ نادرست ت- دو دایره با شعاع های r و r' و اندازه خط المرکزین d متقاطع اند هرگاه $d < r + r'$. ☐ درست ☐ نادرست	۱		
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف- شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع زاویه قائمه می باشد. ب- اگر دامنه تابع $y = f(x)$ به صورت $(-2, 1)$ باشد دامنه تابع $y = f(2x)$ شامل عدد صحیح است. پ- پیشامدهای $A_1, A_2, \dots$ و A_n را دو به دو می گوئیم هرگاه هیچ دوتای آن ها نتوانند با هم رخ دهند.	۰/۷۵		
۳	اگر $f(x) = 2x - 1$ و $f(g(x)) = 2x^2 + 6x - 1$ باشند، ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید.	۰/۷۵		
۴	ضابطه وارون تابع $f(x) = 3 - \sqrt{x+1}$ را بدست آورید.	۱		
۵	ضابطه تابع مثلثاتی به شکل $y = a \sin bx + c$ را که دوره تناوب آن برابر π و مقادیر ماکزیمم ۳ و مینیمم ۳- است، را بدست آورید.	۱		
۶	می دانیم $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، سینوس زاویه $22/5^\circ$ را محاسبه کنید.	۰/۷۵		
۷	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x^2 + 8x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$ ادامه سؤالات صفحه بعد	۰/۵		

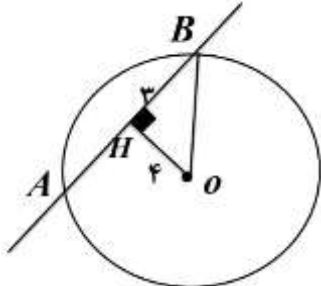
ردیف	سؤالات - صفحه دو	نمره
۸	با توجه به نمودار تابع f، حدهای خواسته شده را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	۰/۵
۹	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ را در نقطه ای به طول $x = 1$ واقع بر نمودار بیابید.	۱
۱۰	نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه ای به طول $x = 1$ پیوسته باشد اما مشتق پذیر نباشد و در نقطه ای به طول $x = -3$ دارای مشتق برابر صفر باشد.	۰/۲۵
۱۱	الف) مشتق تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + x}{\sqrt{x}}$ را بیابید. ب) اگر $f'(1) = -2$ و $g'(1) = 3$ باشد، مقدار $(3f - g)'(1)$ را بدست آورید.	۱ ۰/۲۵
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه ای به طول $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۳	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ مشخص کنید این تابع در چه بازه هایی صعودی اکید و در چه بازه هایی نزولی اکید است.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن ها ۲۰ و حاصل ضرب آن ها کمترین مقدار ممکن باشد.	۱/۲۵
۱۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(1, -4)$ باشد و روی خط به معادله $3x - 4y + 1 = 0$ وتری به طول ۶ جدا کند.	۱/۵
۱۶	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۱۰ و قطر کوچک ۸ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه ای با مختصات $(-2, 1)$ باشد: الف - فاصله کانونی بیضی را بیابید. ب - مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی را مشخص کنید.	۱/۵
۱۷	۳ ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره وجود دارد که ۳ تای آن ها سفید است. در ظرف دوم ۲۰ مهره وجود دارد که ۱۰ تای آن ها سفیدند و در ظرف سوم هیچ مهره سفیدی وجود ندارد. به تصادف یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و مهره ای از آن بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره انتخاب شده سفید نباشد را بیابید.	۱/۲۵
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمرات

رشته: تجربی		راهنمای تصحیح سؤالات امتحان ریاضی ۳ خرداد ماه
تعداد صفحه ۴	تاریخ امتحان	سال..... آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		استان گیلان

ردیف	راهنمای تصحیح- صفحه ۱	نمره
------	-----------------------	------

	«با عرض سلام و خسته نباشید ، همکار گرامی در صورت ارائه پاسخ صحیح مشابه، لطفاً نمره سؤال را منظور فرمایید.»	
۱	الف) درست (۰/۲۵)؛ ب) درست (۰/۲۵)؛ پ) درست (۰/۲۵)؛ ت) نادرست (۰/۲۵)	
۲	الف) مخروط (۰/۲۵)؛ ب) ۲ (۰/۲۵)؛ پ) ناسازگار (۰/۲۵)	
۳	$g(x) = m, \quad f(x) = 2x - 1$ $f(g(x)) = 2x^2 + 6x - 1 \Rightarrow \underbrace{f(m)}_{(۰/۲۵)} = 2x^2 + 6x - 1 \Rightarrow \underbrace{2m - 1}_{(۰/۲۵)} = 2x^2 + 6x - 1$ $2m = 2x^2 + 6x \Rightarrow g(x) = m = x^2 + 3x \quad (۰/۲۵)$	
۴	$y = 3 - \sqrt{x+1} \Rightarrow \sqrt{x+1} = 3 - y \Rightarrow x+1 = (y-3)^2 \Rightarrow x = (y-3)^2 - 1 \quad (۰/۵)$ $y = (x-3)^2 - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-3)^2 - 1 \quad (۰/۲۵)$ همچنین چون برد تابع $f(x) = 3 - \sqrt{x+1}$ برابر $R_f = (-\infty, 3]$ است، بنابراین $D_{f^{-1}} = (-\infty, 3]$. (۰/۲۵)	
۵	$\max(y) = 3, \quad \min(y) = -3$ $c = \frac{\max(y) + \min(y)}{2} = 0 \Rightarrow c = 0 \quad (۰/۲۵)$ $ a = \frac{\max(y) - \min(y)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{2\pi}{ b } = \pi \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b = \pm 2 \quad (۰/۲۵)$ ضابطه این تابع به یکی از دو صورت $y = 3\sin(2x)$ یا $y = -3\sin(2x)$ (یکی از ضابطه ها نوشته شود مورد قبول است). (۰/۲۵)	
۶	قرار می دهیم $x = 22/5^\circ$، بنابراین $\cos 2x = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\sin x = \pm \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \xrightarrow{x \text{ در ربع اول}} \sin x = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \quad (۰/۲۵)$	

۷	الف) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x^2 + 8x} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\overbrace{(x+8)}^{(0/25)}}{\underbrace{x(x+8)}_{(0/25)} (\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)} = -\frac{1}{96} \quad (0/25)$	۷
۰/۵	$x < -2 \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x^2 - 4 > 0 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{6}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$	
۰/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad (0/25),$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad (0/25)$	۸
۱	$f(1) = 0, \quad f'(x) = -4x + 3 \Rightarrow f'(1) = -1 \quad (0/5)$ $y - f(1) = f'(1)(x - 1) \quad (0/25) \Rightarrow y - 0 = (-1)(x - 1) \Rightarrow y = -x + 1 \quad (0/25)$ لزومی به محاسبه مشتق با استفاده از تعریف نیست.	۹
۰/۷۵	سؤال باز پاسخ است. هر نموداری که شرایط مسأله را داشته باشد، قابل قبول است. (۰/۵) نمره برای مشتق پذیر نبودن در $x = 1$ و (۰/۲۵) نمره برای صفر بودن مشتق در $x = -3$ به عنوان نمونه، نمودار زیر شرایط مسأله را دارد.	۱۰
		
۱	$f(x) = \frac{-2x^2 + x}{\sqrt{x}} \rightarrow f'(x) = \frac{(-2x^2 + x)'(\sqrt{x}) - (-2x^2 + x)(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} \quad (0/5)$ الف) $= \frac{\overbrace{(-4x + 1)}^{(0/25)} \overbrace{(\sqrt{x})}^{(0/25)} - (-2x^2 + x)(\frac{1}{2\sqrt{x}})}{x}$	۱۱
۰/۷۵	ب) $(3f - g)'(1) = \underbrace{(3f(1))'}_{(0/25)} - \underbrace{g'(1)}_{(0/25)} = 3f'(1) - g'(1) = 3(-2) - 3 = -9 \quad (0/25)$	
۱/۲۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{(x-1)}(x+2)}{\cancel{x-1}} = 3 \quad (0/5)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} = 3 \quad (0/5)$ چون $f'_-(1) = f'_+(1)$ ، بنابراین در $x = 1$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵)	۱۲

ردیف	راهنمای تصحیح- صفحه ۳	نمره															
۱۳	۱/۵ $f(x) = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1(x^2+1) - x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2} = 0 \quad (0/5)$ $\Rightarrow -x^2+1=0 \Rightarrow x=1 \quad \text{یا} \quad x=-1 \quad (0/25)$ <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>$\bullet$</td><td>$\bullet$</td><td>$-$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>$\nearrow$ min نسبی نزولی</td><td>$\searrow$ max نسبی صعودی</td><td></td></tr> </table> (0/25) (0/5)	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	$\bullet$	$\bullet$	$-$	$f(x)$		$\nearrow$ min نسبی نزولی	$\searrow$ max نسبی صعودی		
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
$f'(x)$	$-$	$\bullet$	$\bullet$	$-$													
$f(x)$		$\nearrow$ min نسبی نزولی	$\searrow$ max نسبی صعودی														
۱۴	۱/۲۵ $y - x = 20 \Rightarrow y = x + 20 \quad (0/25)$ $f(x) = xy = x(x+20) = x^2 + 20x, \quad x \in \mathbb{R} \quad (0/25)$ $f'(x) = 2x + 20 = 0 \Rightarrow x = -10 \Rightarrow y = -10 + 20 = 10 \quad (0/25)$ <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-10</td><td>∞</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>$\bullet$</td><td>$+$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>$\searrow$ $\nearrow$</td><td></td></tr> </table> (0/25) بنابراین به ازای $x = -10$ و $y = 10$ تابع مینیمم می شود و مقدار مینیمم آن برابر -100 است. (0/25)	x	$-\infty$	-10	∞	$f'(x)$	$-$	$\bullet$	$+$	$f(x)$		$\searrow$ $\nearrow$					
x	$-\infty$	-10	∞														
$f'(x)$	$-$	$\bullet$	$+$														
$f(x)$		$\searrow$ $\nearrow$															
۱۵	۱/۵  فاصله مرکز تا وتر: $OH = \frac{ 3(1) - 4(-4) + 1 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 4 \quad (0/5)$ $BH = \frac{AB}{2} = 3 \quad (0/25)$ $OB^2 = OH^2 + BH^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow r = 5 \quad (0/25) \Rightarrow (x-1)^2 + (y+4)^2 = 25 \quad (0/5)$																
۱۶	۱/۵ $2a = 10 \rightarrow a = 5, \quad 2b = 8 \rightarrow b = 4$ $c^2 = a^2 - b^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \rightarrow c = 3 \quad (0/5)$ الف- $FF' = 2c = 6$ فاصله کانونی (0/5) ب- $A \left \begin{smallmatrix} -2+5 \\ 1 \end{smallmatrix} \right , A' \left \begin{smallmatrix} -2-5 \\ 1 \end{smallmatrix} \right \rightarrow A \left \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right , A' \left \begin{smallmatrix} -7 \\ 1 \end{smallmatrix} \right \quad (0/5)$																

۱۷	A پیشامد سفید بودن مهره انتخابی $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ ظرف اول ظرف دوم ظرف سوم $\frac{3}{10}$ $\frac{10}{20}$ 0 → → → سفید بودن (۰/۲۵) سفید بودن (۰/۲۵) سفید بودن (۰/۲۵) $P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{10}{20} + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{4}{15}$ (۰/۵) A' پیشامد سفید نبودن مهره انتخابی $P(A') = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$ (۰/۵)	۱/۷۵
----	---	------