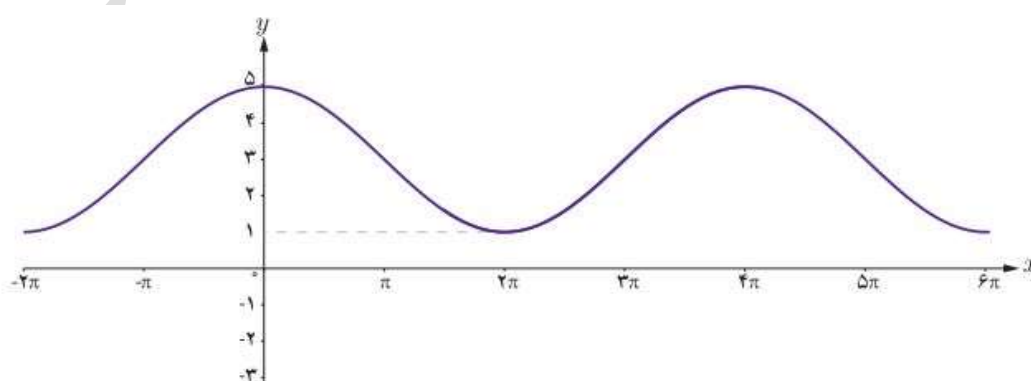
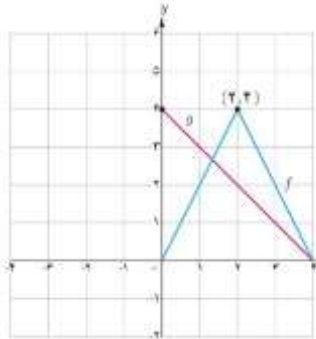
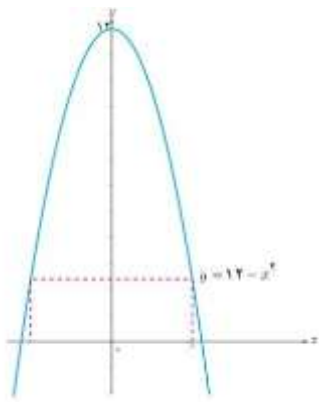


بسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نام و نام خانوادگی:		تاریخ امتحان:		تعداد صفحه: ۳	
دانش آموزان روزانه سراسر استان گیلان ۱۳۹۷				معاونت متوسطه آموزش و پرورش استان گیلان			
ردیف	سؤالات - صفحه یک						ردیف
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف- برد تابع $y = f(3x)$ همان برد تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ است. ☐ درست ☐ نادرست ب- مستقل بودن پیشامد A و B معادل است با اینکه $P(A \cap B) = 0$. ☐ درست ☐ نادرست پ- هر چه مقدار خروج مرکز بیضی به یک نزدیک تر شود، شکل بیضی به شکل دایره نزدیک تر است. ☐ درست ☐ نادرست ت- فرض کنیم تابع f در بازه بسته $[0, 1]$ پیوسته باشد. در این صورت تابع f در این بازه هم ماکزیمم مطلق و هم مینیمم مطلق دارد. ☐ درست ☐ نادرست						۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف- اگر توابع f و g وارون یکدیگر باشند. آن گاه برای هر x در دامنه تابع g داریم: $(f \circ g)(x) = \dots\dots\dots$ ب- مجموع فواصل هر نقطه از بیضی از دو کانون آن مقدار ثابتی است که برابر است با پ- اگر فاصله نقطه ای از مرکز دایره بزرگ تر از شعاع دایره باشد آن نقطه دایره است. ت- پدیده یا آزمایشی که نتیجه آن را نتوان قبل از انجام، به طور قطعی پیش بینی کرد می گویند.						۲
۳	نمودار تابع $y = -(x + 1)^3 + 8$ را رسم نموده و محل برخورد نمودار با محور طول ها و محور عرض ها را بدست آورید.						۳
۴	اگر $\sin x = -\frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ را مشخص کنید						۴
۵	نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت زیر می باشد، ضابطه تابع را مشخص نمایید. 						۵

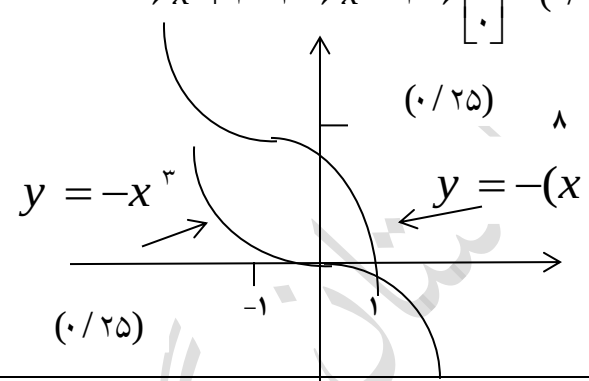
(ادامه سؤالات صفحه بعد)

ردیف	سؤالات - صفحه دو	نمره
۶	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{[x] - 5}{x - 5}$ ۰/۵ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{2x + 3}}{x^2 - 1}$ ۱ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - x^5 + 1}{-x^4 + 3x}$ ۰/۵	
۷	با کمک تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2x^2 + x - 3$ را در نقطه $x = -1$ بدست آورید. ۱	
۸	اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x < 1 \\ bx + a & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطه ای به طول $x = 1$ مشتق پذیر باشد، مقادیر a و b را بیابید. ۱/۵	
۹	مشتق تابع زیر را بیابید. $f(x) = (\sqrt{1-2x})(3x+1)^2$ ۱	
۱۰	نمودار توابع f و g به صورت زیر است. اگر $h(x) = f(x)g(x)$ باشد مطلوب است محاسبه $h'(1)$. ۱/۵ 	
۱۱	اگر نقطه $(-1, -1)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ باشد، مقادیر a و b را بیابید. ۱/۵	
۱۲	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور x ها و دو راس دیگر آن بالای محور x ها و روی سهمی به معادله $y = 12 - x^2$ باشد. ۱/۵ 	

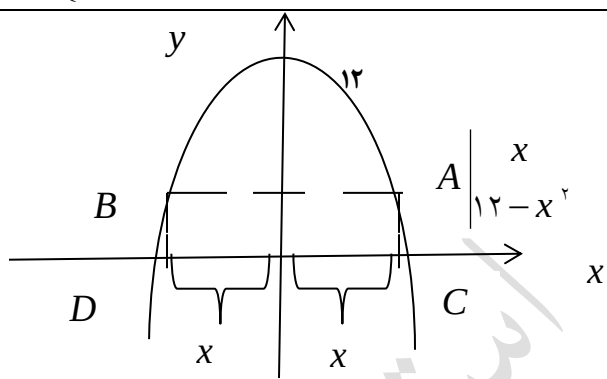
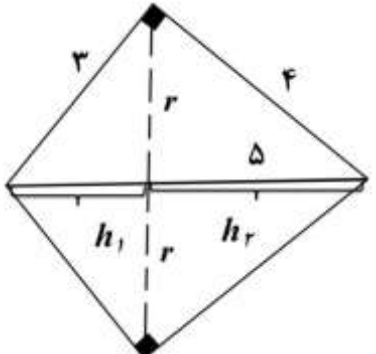
ردیف	سؤالات - صفحه سه	نمره
۱۳	مثلث قائم الزاویه ای به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ را حول وترش دوران می دهیم، حجم جسم حاصل را بیابید.	۱/۲۵
۱۴	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(-1, 2)$ باشد و بر خط $3x - 4y = 4$ مماس باشد.	۱/۵
۱۵	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۱۰ و به نوزاد دختر ۰/۰۵ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن داشته باشند، به چه احتمالی نوزاد آن ها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید جمع نمرات	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان ریاضی ۳ خرداد ماه		رشته: تجربی
سال..... آموزش متوسطه	تاریخ امتحان	تعداد صفحه ۴
استان گیلان	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

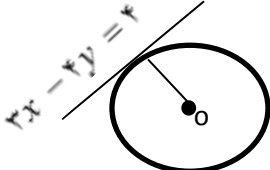
ردیف	راهنمای تصحیح- صفحه ۱	نمره
------	-----------------------	------

	«با عرض سلام و خسته نباشید ، همکار گرامی در صورت ارائه پاسخ صحیح مشابه، لطفاً نمره سؤال را منظور فرمایید.»	
۱	الف) درست (۰/۲۵)؛ ب) نادرست (۰/۲۵)؛ پ) نادرست (۰/۲۵)؛ ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) $(f \circ g)(x) = x$ (۰/۲۵)؛ ب) طول قطر بزرگ (۰/۲۵)؛ پ) بیرون (۰/۲۵)؛ ت) پدیده تصادفی (۰/۲۵)	۱
۳	محل برخورد با محور y ها: $x = 0 \Rightarrow y = -(0+1)^3 + 8 = 7 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) محل برخورد با محور x ها: $y = 0 \rightarrow 0 = -(x+1)^3 + 8 \rightarrow (x+1)^3 = 8 \rightarrow x+1 = 2 \rightarrow x = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) 	۱/۵
۴	$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \left(-\frac{3}{5} \right)^2 = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۲۵
۵	با توجه به شکل:	۱/۲۵
	$\left. \begin{aligned} T &= 4\pi, \quad \max = 5, \quad \min = 1, & (0/5) \\ \frac{2\pi}{ b } &= 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} & (0/25) \\ c &= \frac{\max + \min}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 \Rightarrow c = 3 & (0/25) \\ a &= \frac{\max - \min}{2} = \frac{5-1}{2} = 2 \Rightarrow a = 2 & (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 3 \quad (0/25)$ (ادامه در صفحه بعد)	

نمره	راهنمای تصحیح - صفحه ۳	ردیف
------	------------------------	------

۱/۵	$h'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \Rightarrow h'(1) = f'(1)g(1) + f(1)g'(1) \quad (۰/۵)$ بنا بر شکل داریم $f(1) = 2$ و $g(1) = 3$ (۰/۲۵) $(۰/۲۵) \quad f'(1) = \frac{4-0}{2-0} = 2 \text{ است، بنابراین } f'(1)$ $(۰/۲۵) \quad g'(1) = \frac{4-0}{0-4} = -1 \text{ است، بنابراین } g'(1)$ $h'(1) = 2 \times 3 + 2 \times (-1) = 4 \quad (۰/۲۵)$	۱۰												
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad (۰/۲۵)$ $f(-1) = -1 \Rightarrow -1 + a - b - 2 = -1 \quad (۰/۲۵)$ $f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 2a + b = 0 \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ -2a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -1 \quad (۰/۵)$	۱۱												
۱/۵	 $AB = 2x, \quad AC = 12 - x^2 \quad (۰/۲۵)$ $S(x) = 2x(12 - x^2) = -2x^3 + 24x, \quad 0 \leq x \leq 2\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$ $S'(x) = -6x^2 + 24 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" data-bbox="183 1394 704 1562"><tr><td>x</td><td>۰</td><td>۲</td><td>$2\sqrt{3}$</td></tr><tr><td>$S'(x)$</td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td></tr><tr><td>$S(x)$</td><td></td><td>max</td><td></td></tr></table> $(۰/۵) \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} AB = 4 \\ AC = 8 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$	x	۰	۲	$2\sqrt{3}$	$S'(x)$	+	۰	-	$S(x)$		max		۱۲
x	۰	۲	$2\sqrt{3}$											
$S'(x)$	+	۰	-											
$S(x)$		max												
۱/۲۵	 (ادامه جواب در صفحه بعد)	۱۳												

نمره	راهنمای تصحیح - صفحه ۴	ردیف
------	------------------------	------

	(ادامه جواب سوال ۱۳) شکل حاصل دو مخروط هم قاعده است. شعاع قاعده برابر است با ارتفاع وارد بر وتر. پس $5r = 3 \times 4 \Rightarrow r = \frac{12}{5} \quad (0/25)$ h_1 و h_2 ارتفاع های دو مخروط است. $V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5} \right)^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5} \right)^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi \times \frac{144}{25} (h_1 + h_2) = \frac{48\pi}{5} \quad (0/25)$	
۱/۵	شعاع دایره برابر است با فاصله نقطه O تا خط داده شده $(0/25)$. بنابراین  $r = \frac{ 3(-1) - 4(2) - 4 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \quad (0/5)$	۱۴
۱/۵	پیشامد پسر بودن (B)، دختر بودن (G) و بیمار بودن (R). بنا بر قانون احتمال کل داریم $P(R) = P(B)P(R B) + P(G)P(R G) \quad (0/25)$ $P(B) = P(G) = \frac{1}{2}, \quad P(R B) = \frac{10}{100}, \quad P(R G) = \frac{5}{100} \quad (0/75)$ $P(R) = \frac{1}{2} \times \frac{10}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} = \frac{15}{200} = 0.075 \quad (0/5)$	۱۵