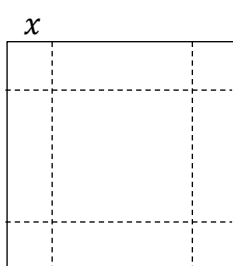


سؤالات درس: ریاضی ۳	۱۶ سؤال در ۲ صفحه	تاریخ امتحان ۱۴۰۱/۱/۳۱	نوبت بعداظهر
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته: تجربی
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین فروردین ۱۴۰۱		گروه ریاضی استان قزوین	
ردیف	صفحه اول	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	
		نمره	

۱	جاهای خالی را با کلمه‌ی مناسب پر کنید. (۱-۱) بازه‌ی $(-۲, ۱)$ یک همسایگی برای عدد -۲ است. (راست - چپ) (۱-۲) تابع $f(x) = (x + ۱) ^۳$ در بازه‌ی $(-۱, -\infty)$ است. (صعودی - نزولی)	۰/۵
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. (۲-۱) اگر دامنه تابع f برابر بازه‌ی $(۵, -۲]$ باشد آنگاه دامنه‌ی تابع $y = ۲f(x + ۱) - ۵$ برابر بازه‌ی $(۶, -۳]$ است. درست ☐ نادرست ☐ (۲-۲) خط $x = ۰$ مماس قائم بر منحنی تابع $y = \sqrt[۳]{x}$ است. درست ☐ نادرست ☐	۰/۵
۳	گزینه‌ی صحیح را انتخاب نمایید. (۳-۱) مقدار $\sin ۱۵^\circ \times \cos ۱۵^\circ$ برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟ الف) $\frac{۱}{۲}$ ☐ ب) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ☐ پ) $\frac{۱}{۴}$ ☐ (۳-۲) کدام تابع زیر در $x = ۱$ پیوسته می‌باشد اما در این نقطه مشتق پذیر نیست. الف) $y = x - ۱$ ☐ ب) $y = x - ۱ $ ☐ پ) $y = (x - ۱)^۲$ ☐	۱
۴	اگر $f(x) = \sqrt{x - ۳}$ و $g(x) = \frac{x-۶}{x-۴}$ باشند آنگاه ضابطه‌ی تابع gof و D_{gof} را به کمک دستور آن بدست آورید.	۱/۵
۵	ضابطه‌ی وارون تابع یک به یک مقابل را بدست آورید. $f(x) = ۲ - \sqrt{x - ۵}$	۱
۶	در تابع مثلثاتی $y = a \sin bx + c$ با فرض $a > ۰$ و b اگر $\max = ۳$ و $\min = -۵$ و $T = ۴\pi$ باشند آنگاه ضابطه‌ی این تابع را بنویسید.	۱
۷	معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید. $\cos 2x - ۳ \sin x + ۱ = ۰$	۱/۵

سؤالات درس: ریاضی ۳	۱۶ سؤال در ۲ صفحه	تاریخ امتحان ۱۴۰۱/۱/۳۱	ساعت شروع:
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته: تجربی
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین فروردین ۱۴۰۱		گروه ریاضی استان قزوین	
ردیف	صفحه اول	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	
	نمره		

۸	حد توابع زیر را در صورت وجود بدست آورید.	۱/۷۵
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + 2x - 12} =$ الف)	
	$\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{5 - [x]}{ x - 7 } =$ ب)	
۹	اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+2)x^2 + 7x^{n+1}}{(b-2)x - 1} = \frac{1}{2}$ آنگاه مقادیر a و b و n را بیابید.	۱
۱۰	اگر $f(x) = \sqrt{x+2}$ آنگاه ابتدا $f'(2)$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید. سپس معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع f را در نقطه‌ای بطول ۲ واقع بر آن بنویسید.	۱/۵
۱۱	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۱/۷۵
	الف) $f(x) = x^3 \cdot (\frac{1}{x} - \sqrt[3]{x})^5$ ب) $g(x) = \frac{7x^2 - 5x + 8}{-3x + 2}$	
۱۲	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ 1 - x & x < 1 \end{cases}$ آنگاه بررسی کنید که آیا $f'(1)$ موجود است یا خیر؟ چرا؟	۱
۱۳	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ در بازه‌ی $[0, 4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در کدام نقطه از این بازه برابر است؟	۱
۱۴	جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x^2$ را تشکیل داده و به کمک آن نقاط اکسترمم نسبی و یکنوایی تابع f را بررسی کنید.	۱/۵
۱۵	نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را در صورت وجود بدست آورید.	۱/۵
۱۶	یک ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع ۲ متر داریم، از چهار گوشه‌ی این ورق فلزی، مربع‌هایی به ضلع x می‌بریم. با تا کردن ورق در امتداد خط‌چین‌ها یک جعبه در باز می‌سازیم. x چقدر باشد تا حجم جعبه ساخته شده حداکثر مقدار ممکن گردد؟	۲



پاسخنامه درس: ریاضی ۳	۱۶ سؤال در ۳ صفحه	تاریخ امتحان ۱۴۰۱/۱/۳۱	نوبت بعداظهر
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته: تجربی
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین فروردین ۱۴۰۱		گروه ریاضی استان قزوین	
ردیف	صفحه اول	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	
		نمره	

۱	۱-۱) راست صفحه‌ی ۵۴ و ۸	۱-۲) نزولی (هر مورد ۰/۲۵ نمره)
۲	۲-۱) نادرست صفحه‌ی ۱۵ و ۸۰	۲-۲) درست (هر مورد ۰/۲۵ نمره)
۳	۳-۱) گزینه‌ی (پ) صفحه‌ی ۴۳ و ۹۰	۳-۲) گزینه‌ی (ب) (هر مورد ۰/۵ نمره)
۴	$(gof)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x-3}) = \frac{\sqrt{x-3}-6}{\sqrt{x-3}-4} \quad (۰/۵ \text{ نمره})$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \in R - \{4\}\} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$ $\downarrow$ $\sqrt{x-3} \neq 4$ $\Rightarrow x \neq 19 \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$ $D_{gof} = [3, +\infty) - \{19\} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$ صفحه‌ی ۲۲	
۵	(۱ نمره) صفحه‌ی ۲۹ $y = 2 - \sqrt{x-5}$ $\sqrt{x-5} = 2 - y$ $x - 5 = (2 - y)^2 \Rightarrow x = (2 - y)^2 + 5$ $\Rightarrow y = (2 - x)^2 + 5 = f^{-1}(x)$	
۶	$\begin{aligned} \max &= a + c = 3 \\ \min &= - a + c = -5 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ a = 4 \Rightarrow a = \pm 4 \Rightarrow a = 4 \end{cases} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$ $T = \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$ $y = a \sin bx + c \Rightarrow y = 4 \sin \frac{1}{2}x - 1 \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$ صفحه‌ی ۴۱	

پاسخنامه درس: ریاضی ۳	۱۶ سؤال در ۳ صفحه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱/۳۱	ساعت شروع:
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته: تجربی
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین فروردین ۱۴۰۱		گروه ریاضی استان قزوین	
ردیف	صفحه دوم	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	
	نمره		

۷	صفحه ۴۸	$\cos 2x - 3\sin x + 1 = 0$ $1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$ $-2\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25$ $\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -2 \text{ غ ق ق} \\ \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (نمره ۰/۵)$ (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)	
۸	صفحه ۵۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + 2x - 12} \xrightarrow{\frac{0}{0}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x^2 + 2x + 6)} = \frac{2}{4+4+6} = \frac{1}{7}$ (نمره ۱) ب) $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{5 - [x]}{ x - 7 } = \frac{5 - 6}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ (نمره ۰/۷۵)	
۹	صفحه ۶۴	$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2 \quad (نمره ۰/۲۵) \quad n = 1 \quad (نمره ۰/۲۵)$ $\frac{y}{b-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 16 \quad (نمره ۰/۵)$	
۱۰	صفحه ۷۵	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} \times \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2 - 4}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{\sqrt{2+2} + 2} = \frac{1}{4}$ (نمره ۱) شیب خط مماس $\frac{1}{4}$ $f(x) = \sqrt{x+2} \longrightarrow (2, 2)$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = \frac{1}{4}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \quad (نمره ۰/۵)$	
۱۱	صفحه ۹۲	الف) $f'(x) = 3x^2 \cdot (\frac{1}{x} - \sqrt[3]{x})^5 + 5(\frac{1}{x} - \sqrt[3]{x})^4 \cdot (\frac{-1}{x^2} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}) \times x^3$ (نمره ۱) ب) $g'(x) = \frac{(14x - 5)(-3x + 2) - (-3)(7x^2 - 5x + 1)}{(-3x + 2)^2}$ (نمره ۰/۷۵)	

پاسخنامه درس: ریاضی ۳	۱۶ سؤال در ۳ صفحه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱/۳۱	ساعت شروع:
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	رشته: تجربی
ارزشیابی تکوینی شبه نهایی هماهنگ استان قزوین فروردین ۱۴۰۱		گروه ریاضی استان قزوین	
ردیف	صفحه سوم	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است	
		نمره	

۱۲	با توجه به اینکه این تابع در $x = 1$ پیوسته می‌باشد فقط کافی است مشتق چپ و راست را بررسی کنیم: (نمره ۰/۲۵) $f'_+(1) = 2(1) = 2 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$ $f'_-(1) = -1 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$ $\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1) \Rightarrow f'(1) \text{ موجود نیست} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$ صفحه‌ی ۹۲																	
۱۳	صفحه‌ی ۹۶ $\text{آهنگ متوسط در } [0, 4] = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{64 - 50}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \text{ (نمره ۰/۵)}$ $f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$ $\Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$																	
۱۴	$f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (نمره ۰/۵)}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$ $= 3x^2 - 6x$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>یکنوایی تابع f</td><td>$\nearrow$</td><td></td><td>$\searrow$</td><td></td><td>$\nearrow$</td></tr></table> $(0, 0)$ max نسبی $(2, -4)$ min نسبی (۱ نمره) صفحه‌ی ۱۰۸	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$ $= 3x^2 - 6x$	$+$	0	$-$	0	$+$	یکنوایی تابع f	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
$f'(x)$ $= 3x^2 - 6x$	$+$	0	$-$	0	$+$													
یکنوایی تابع f	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$													
۱۵	$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow D_f = [-2, 2] \text{ (نمره ۰/۲۵)}$ $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (نمره ۰/۵)}$ $\Rightarrow \text{نقاط بحرانی} = \begin{cases} (-2, 0) \Rightarrow \text{min مطلق} \\ (0, 2) \Rightarrow \text{max مطلق} \\ (2, 0) \Rightarrow \text{min مطلق} \end{cases}$ $(-2, 0)$ (نمره ۰/۲۵) $(0, 2)$ (نمره ۰/۵) $(2, 0)$ (نمره ۰/۵) صفحه‌ی ۱۱۲																	
۱۶	صفحه‌ی ۱۱۵ ارتفاع $\times$ مساحت قاعده $V =$ جعبه $V(x) = (2 - 2x)^2 \times x = 4x - 8x^2 + 4x^3 \text{ (نمره ۱)}$ $\Rightarrow V'(x) = 4 - 16x + 12x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = \frac{1}{3} \text{ ق ق} \end{cases} \text{ (نمره ۰/۵)}$ (نمره ۰/۵) 