

بسمه تعالی

سوالات درس: ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع:	تعداد صفحات: ۲:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: / / ۱۴۰۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سوالات هماهنگ پیش آزمون ریاضی دوازدهم دبیرستانهای شهرستان فومن نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۱			
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	
نمره			
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را معلوم کنید. الف) تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ در دامنه ی تعریفش نزولی است. ب) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند هرگاه باهم رخ ندهند. پ) باقی مانده تقسیم چند جمله ای $f(x) = x^3 - 3x + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ است.	۰/۷۵	
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) دوره تناوب تابع $y = 2 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ برابر است. ب) در حالتی که صفحه p بر محور سطح مخروطی L عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک خواهد بود. پ) اگر $f(7)=5$ و $g(4)=7$ آن گاه حاصل $(fog)(4)$ برابر است.	۰/۷۵	
۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} -x^3 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$	۱/۵	
۴	معادله ی مثلثات $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.	۱/۵	
۵	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{ x-1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2}$	۱/۵	
۶	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حد تابع زیر وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر است. $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & x < 0 \\ \frac{4x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$	۰/۵	

ردیف	سوالات	نمره
۷	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = 2\sqrt{2x-1}$ را در نقطه ای به طور $x=1$ واقع بر آن را تعیین کنید.	۱
۸	اگر $f'(2) = 3$ مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta f(x) - \Delta f(2)}{x - 2}$ را بدست آورید.	۰/۵
۹	اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & x \geq 2 \\ x^3 + bx & x < 2 \end{cases}$ در نقطه $x=2$ مشتق پذیر باشد مقادیر a و b را بدست آورید.	۱/۵
۱۰	مشتق تابع های زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (3x^2 - x + 2)^5$ ب) $g(x) = \frac{3x-1}{2x+5}$	۱/۲۵
۱۱	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می گیریم ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید معلوم کنید در چه لحظه ای سرعت جسم برابر 30 m/s است.	۱
۱۲	اگر نقطه (۱ و ۲) نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^2 + ax^2 + b$ باشد مقادیر a و b را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع زیر را در بازه ی مشخص شده در صورت وجود به دست آورید. $f(x) = x^3 - x^2 - x \quad [-1, 2]$	۱/۵
۱۴	از بین تمام مستطیل ها با مساحت ۲۵، مستطیل با کم ترین محیط را تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	کانون های یک بیضی (۴، ۲) و (۴، -۲) است. فاصله کانونی، مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ و کوچک بیضی را بنویسید.	۱/۵
۱۶	معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه (۳، ۰) و بر خط به معادله $3x = 4y + 3$ مماس باشد.	۱/۵
۱۷	دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می دهیم سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره آبی باشد؟	۱/۵

راهنمای تصحیح درس ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۴۰۱		
راهنمای آزمون هماهنگ پیش آزمون نهایی ریاضی دوازدهم دبیرستانهای شهرستان فومن	نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۱		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۱	الف) نادرست ب) نادرست پ) درست (هر کدام ۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) ۴ ب) دایره پ) ۵ (هر کدام ۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	رسم نمودار (۰/۷۵) [۱, -∞) نزولی (۱, +∞) صعودی [۰, ۱] ثابت	۱/۵
۴	$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \xrightarrow{\times 2} 2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ نمره ۰/۲۵ $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{3}} \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$ نمره ۰/۲۵ $2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ نمره ۰/۵ $2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ نمره ۰/۵	۱/۵
۵	الف) $\frac{2}{+} = +\infty$ نمره ۰/۵ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x-2)(x-1) \times 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{2(x-1)(x-2)}$ نمره ۰/۵ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2(x-2)} = \frac{1}{-2}$ نمره ۰/۵	۱/۵
۶	-۴ نمره ۰/۵	۰/۵
۷	$f'(x) = 2 \times \frac{2}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{2}{\sqrt{2x-1}}$ نمره ۰/۲۵ $f'(1) = 2 \rightarrow m = 2$ نمره ۰/۲۵ $A(1, 2)$ نمره ۰/۲۵ $y - y_A = m(x - x_A) \rightarrow y - 2 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x$ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵	۱
۸	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \Delta f'(2) = 5 \times 3 = 15$ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵	۰/۵
۹	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ax^2 + 1 = 4a + 1$ نمره ۰/۲۵ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 + bx = 4 + 2b$ نمره ۰/۲۵ $4a + 1 = 4 + 2b$ نمره ۰/۲۵ $4a - 2b = 3$ نمره ۰/۲۵	۱/۵

	$f'(x)=\begin{cases} 2ax & x\geq 2 \\ 3x^2-b & \end{cases} \qquad 4a=12+b$ $f'_+(2)=\boxed{4a} \qquad f'_-(2)=\boxed{12+b} \qquad \boxed{4a-b=12}$ نمره ۰/۲۵ $\begin{cases} 4x-2b=7 & a=\frac{17}{4} \\ 4a-b=12 & b=5 \end{cases} \qquad \text{نمره ۰/۵}$											
۱/۲۵	الف) $f'(x)=5(3x^2-x+2)^4(6x-1)$ نمره ۰/۵ ب) $g(x)=\frac{2(2x+5)-2(3x-1)}{(2x+5)^2}$ نمره ۰/۷۵	۱۰										
۱	$h'(t)=-10t+40$ نمره ۰/۵ $-10t+40=30$ نمره ۰/۲۵ $-10t=-10\rightarrow t=1s$ نمره ۰/۲۵	۱۱										
۰/۷۵	$f'(x)=3x^2+2ax$ نمره ۰/۲۵ $f'(2)=0\rightarrow 12+4a=0\rightarrow a=-3$ نمره ۰/۲۵ $f(2)=8+4a+b\rightarrow 1=8+4(-3)+b\rightarrow b=5$ نمره ۰/۲۵	۱۲										
۱/۵	$f'(x)=3x^2-2x-1$ نمره ۰/۵ $f'(x)=0\rightarrow 3x^2-2x-1=0\rightarrow (x-1)(3x+1)=0$ <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="padding: 0 10px;">x</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">-1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">$-\frac{1}{3}$</td><td style="padding: 0 10px;">1</td><td style="padding: 0 10px;">2</td></tr><tr><td style="padding: 0 10px;">$f(x)$</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">-1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">$\frac{5}{27}$</td><td style="padding: 0 10px;">-1</td><td style="padding: 0 10px;">2</td></tr></table> نمره ۰/۵ ماکسیمم مطلق (۹ و ۲) ۰/۲۵ نمره مینیمم مطلق (۱ و -۱) و (-۱ و -۱) ۰/۲۵ نمره	x	-1	$-\frac{1}{3}$	1	2	$f(x)$	-1	$\frac{5}{27}$	-1	2	۱۳
x	-1	$-\frac{1}{3}$	1	2								
$f(x)$	-1	$\frac{5}{27}$	-1	2								
۱/۵	$xy=25\rightarrow y=\frac{25}{x}$ نمره ۰/۲۵ $P=2(x+y)\Rightarrow P(x)=2(x+\frac{25}{x})$ نمره ۰/۲۵ $\Rightarrow P'(x)=\frac{2(x^2-25)}{x^2}\rightarrow P'(x)=0$ نمره ۰/۲۵ $\Rightarrow x^2-25=0\overset{x>0}{\rightarrow}x=5$ نمره ۰/۲۵ $y=\frac{25}{x}\rightarrow y=\frac{25}{5}=5$ نمره ۰/۲۵ $P=2(x+y)=2(5+5)=20$ نمره ۰/۲۵ <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="padding: 0 10px;">x</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">0</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">5</td></tr><tr><td style="padding: 0 10px;">$P'(x)$</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">$-$</td><td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;">$+$</td></tr></table> نمره ۰/۲۵ کمترین مقدار به ازای $x=5$ به دست می آید.	x	0	5	$P'(x)$	$-$	$+$	۱۴				
x	0	5										
$P'(x)$	$-$	$+$										
۱/۵	$FF'=8\rightarrow 2c=8\rightarrow c=4$ نمره ۰/۵ FF' بیضی قائم است $O'(2,0)$ نمره ۰/۵ $x=2$ معادله قطر بزرگ $y=0$ معادله قطر کوچک نمره ۰/۵	۱۵										

۱/۵	$3x - 4y - 3 = 0 \quad (0, 3) \quad \text{نمره } 0/25$ $r = d = \frac{ 3 \times 0 + (-4) \times 3 + (-3) }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{ -15 }{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۵ $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2 \rightarrow (x - 0) + (y - 3)^2 = 9 \quad \text{نمره } 0/5$	۱۶
۱/۵	$\begin{array}{l} \text{سبز} \swarrow \quad \frac{6}{10} \xrightarrow{\text{آبی}} \frac{7}{13} \\ \text{آبی} \searrow \quad \frac{4}{10} \xrightarrow{\text{آبی}} \frac{8}{13} \end{array}$ $P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{7}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{8}{13} = \frac{42}{130} + \frac{32}{130} = \frac{74}{130}$ نمره ۰/۵ نمره ۰/۵ نمره ۰/۵ در صورت حل به کمک نمودار درختی نمره تعلق گیرد.	۱۷
	در نهایت ، نظر همکاران در تصحیح اوراق صائب و محترم است	