

مروری بر گذشته و تکمیل:

نکته ۱: اگر نقطه ای روی محور x باشد، عرض آن صفر است و مختصات آن بصورت $(x, 0)$ نمایش داده می شود.

و اگر نقطه ای روی محور y باشد، طول آن صفر است و مختصات آن بصورت $(0, y)$ نمایش داده می شود.

نکته ۲: اگر چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع باشد، داریم:

$$x_A + x_C = x_B + x_D, \quad y_A + y_C = y_B + y_D$$

نکته ۳: معادله هر خط به صورت $ax + by + c = 0$ نمایش داده می شود. شیب این خط وقتی a, b در یک طرف تساوی نباشند $m = -\frac{a}{b}$ و وقتی a, b در یک طرف تساوی نباشند بصورت $m = \frac{a}{b}$ خواهد بود. معادله ی بسته ی خط بصورت $y = mx + b$ است که m همان شیب خط و b عرض از مبداء می باشد.

نکته ۴: شیب خطی که از دو نقطه A, B می گذرد بصورت $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ می باشد.

نکته ۵: اگر سه نقطه بر یک خط راست واقع باشند باید بتوان با دو به دو ی آنها شیب یکسانی یافت.

نکته ۶: شیب هر خط برابر با تانژانت زاویه ای است که آن خط با جهت مثبت محور x می سازد.

نکته ۷: معادلات خطوط خاص:

۱) خط $y = x$: نیمساز ربع اول و سوم

۲) خط $y = -x$: نیمساز ربع دوم و چهارم

۳) خط $x = a$: خطی موازی محور y

۴) خط $y = b$: خطی موازی محور x

۵) خط $y = mx$: خطی که از مبداء می گذرد.

نکته ۸: برای نوشتن معادله خط با دو نقطه داشتن شیب و یک نقطه از رابطه $y - y_1 = m(x - x_1)$ استفاده می کنیم.

نکته ۹: اگر خط l دو نقطه $A(a)$ و $B(b)$ است، a را طول از مبدأ و b را عرض از مبدأ می‌گوییم و معادله خط بصورت $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ خواهد بود، که در آن $(a, b \neq 0)$ هستند.

بنابراین کافیت برای بدست آوردن طول از مبدأ هر خط و نحوه، در معادله خط به جای y صفر و برای بدست آوردن عرض از مبدأ به جای x صفر بگذاریم.

نکته ۱۰: مساحت قائم الزاویه تشکیل شده (نکته ۸) توسط خط و محورهای مختصات برابر نصف قدر مطلق حاصلضرب طول از مبدأ و عرض از مبدأ مختصات برابر نصف قدر مطلق حاصلضرب طول از مبدأ و عرض از مبدأ است.

$$S = \frac{1}{2} \left| \text{طول از مبدأ} \times \text{عرض از مبدأ} \right|$$

نکته ۱۱: مساحت مثلثی که رؤس آن A, B, C می‌باشند برابر:

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

نکته ۱۲: خطوط افقی موازی محور x به شیب آنها صفر و معادله آنها بصورت $y = b$ است. یعنی تمام نقاط روی این خط عرضشان b است.

نکته ۱۳: خطوط عمودی موازی محور y به شیب آنها تعریف نشده و معادله آنها بصورت $x = a$ یعنی تمام نقاط روی این خط طولشان a است.

نکته ۱۴: اگر دو خط $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$ متقاطع باشند آنگاه $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ و در این صورت دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ فقط یک جواب دارد که با حل دستگاه محل تقاطع بدست می‌آید.

نکته ۱۵: اگر دو خط $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$ موازی باشند آنگاه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ و در این صورت دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ جواب ندارد.

نکته ۱۶: اگر دو خط $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$ منطبق باشند آنگاه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ و در این صورت دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد.

نکته ۱۷: با داشتن شیب دو خط اگر $m = m'$ باشد، دو خط موازی اند و اگر $m' = -\frac{1}{m}$ (عکس و قرینه باشند) آن دو خط برهم عمودند.

نکته ۱۸: در دو خط متقاطع به شیب های m, m' زاویه بین دو خط از رابطه $\tan \theta = \left| \frac{m-m'}{1+mm'} \right|$ بدست می‌آید.

نکته ۱۹: طول پاره خط AB روی محور اعداد برابر است: $AB = |x_B - x_A|$

نکته ۲۰: طول پاره خط AB روی صفحه مختصات برابر است: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

نکته ۲۱: مختصات نقطه وسط پاره خط AB بصورت $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$ می باشد.

نکته ۲۲: مختصات مرکز ثقل مثلث ABC بصورت $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, \frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$ می باشد.

نکته ۲۳: اگر A' قرینه نقطه A نسبت به نقطه ای M باشد. داریم $x_M = \frac{x_A+x_{A'}}{2}$, $y_M = \frac{y_A+y_{A'}}{2}$ پس

$$x_{A'} = 2x_M - x_A, y_{A'} = 2y_M - y_A \text{ و بطور خلاصه } A' = 2M - A$$

نکته ۲۴: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ بصورت $d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ می باشد.

بنابراین فاصله مبدأ مختصات از خط $ax + by + c = 0$ بصورت $d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ می باشد.

نکته ۲۵: فاصله بین دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ بصورت $d = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ می باشد.

سؤالات مرتبط به نکته ۱ تا ۱۰:

۱- مقدار صحیح m را چنان بدست آورید که نقطه ی $A(2m+1, 3m^2+2m-1)$ روی محور طول ها باشد؟

ج: $m = -1$

۲- اگر نقطه ی $A(a+1, 2-a)$ در ربع اول باشد، حدود a کدام است؟ $-1 < a < 2$ ج:

۳- اگر $B(m-1, 2m+1)$ در ربع سوم و بالای نیمساز ربع سوم باشد، حدود m کدام است؟ $-2 < m < -\frac{1}{2}$ ج:

۴- در متوازی الاضلاع $ABCD$ که $A(-1, 7), B(2, -3), C(6, 0)$ باشد. مختصات رأس D کدام است؟ ج: $(3, 10)$

۵- اگر شیب خطی که از نقاط $A(m, 2m + 3)$ و $B(1, 4)$ می گذرد برابر ۳ باشد مقدار m کدام است؟ ج: $m = 2$

۶- مساحت ناحیه بین نمودار معادله های $y^2 = xy$ و $y = 2x + 6$ کدام است؟ ج: 9

۷- اگر نقاط $(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}), (\frac{a}{2}, \frac{a}{2}), (-1, \frac{a}{2})$ روی یک خط راست باشند. مقدار a کدام است؟ ج: $a = 1$

۸- اگر خطی که از نقاط $(1, 1)$ و $(-1, 1)$ می گذرد از نقطه $(m^2 + 2m, m)$ بگذرد. مقدار m کدام است؟ ج: $m = 0$

۹- به ازای کدام مقدار a نقاط $(\frac{a}{3}, \frac{a}{3}), (\frac{a}{3}, \frac{a}{3}), (\frac{a}{3}, \frac{a}{3})$ و مبدأ مختصات در یک راستا هستند؟ ج: $a = 2, -\frac{9}{4}$

۱۰- زاویه بین خط $y = \sqrt{3}x - 1$ و محور عرض ها چقدر است؟ ج: 30°

۱۱- معادله خطی بنویسید که از نقطه A بطول ۳ واقع بر خط $2x - y = 5$ می گذرد و با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° می سازد؟ ج: $y = x - 2$

۱۲- اگر خطی به معادله $(2m - 1)y = (m + 1)x + 5$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° درجه بسازد، مقدار m کدام است؟ ج: 2

۱۳- اگر خط $my = (2m - 1)x + 1$ موازی محور طولها باشد. خط $y = 2mx + 5$ با جهت مثبت محور x ها چه زاویه ای می سازد؟ 45° ج:

۱۴- زاویه خطی که از نقاط $(1, -1)$ ، $(1, 1)$ می گذرد با جهت مثبت محور x ها کدام است؟ 45° ج:

۱۵- نقطه M روی نیمساز ربع اول با کدام فاصله از مبدأ مختصات اختیار شود تا مجموع فواصل M از دو نقطه $A(1, 3)$ ، $B(10, 6)$ مینیمم شود؟

(راهنمایی: M باید روی خط AB باشد تا مجموع فواصل بیان شده مینیمم شود.) $4\sqrt{2}$ ج:

۱۶- از نقطه A بطول ۱ واقع بر خط l به معادله $y = 2x + 1$ خط l' را طوری رسم کرده ایم که با خط l زاویه 45° درجه می سازد. معادله خط l' که شیب آن منفی است، کدام است؟ $y = -3x + 6$ ج:

۱۷- معادله خطی بنویسید که طول از مبدأ آن -2 و عرض از مبدأ آن 3 باشد. $y = \frac{3}{4}x + 3$ ج:

۱۸- خطی با ضریب زاویه m از نقطه $(\frac{1}{2}, 1)$ گذشته و محورهای مختصات را در A و B قطع می کند. به ازای کدام مقدار صحیح m مساحت مثلث OAB برابر ۴ خواهد شد؟ $m = -2$ ج:

۱۹- معادله خطی که از نقطه $(\frac{3}{2}, -1)$ بگذرد و با محورهای مختصات مثلثی به مساحت ۱۵ بسازد را بنویسید.

$y = -\frac{1}{3}x - 10$ ، $y = \frac{1}{3}x + 10$ ج:

سؤالات مرتبط با نکته ۱۱ تا ۱۷:

۲۰- مساحت مثلثی به رئوس $(\dot{۲})$, $(\dot{۳})$, $(\dot{۵})$ کدام است؟ ج: $\frac{۱۳}{۲}$

۲۱- مساحت متوازی الاضلاعی به رئوس $D(۴, m - ۱)$, $C(۱, ۳)$, $B(۰, -n)$, $A(m + n, -۱)$ کدام است؟

ج: $m = ۳, n = ۰, s = ۱۰$

۲۲- به ازای کدام مقدار a ، مساحت مثلث $A(۱, ۳)$, $B(۲, -۱)$, $C(a, ۱)$ برابر ۴ می باشد؟ ج: $\frac{۷}{۲}$, $-\frac{۱}{۲}$

۲۳- مساحت مثلث $A(۳, -۱)$, $B(۴, ۰)$, $C(۲, ۵)$ کدام است؟ ج: $\frac{۷}{۲}$

۲۴- اگر نقطه ی $A(m + ۱, ۲m + ۵)$ روی خط $x = -۱$ باشد. مجموع طول و عرض این نقطه کدام است؟ صفر: ج

۲۵- محل برخورد خطوط $y = x + ۲$, $my = x + n$ روی محور ox قرار دارد. مقدار n کدام است؟ ج: $n = ۲$

۲۶- سه خط $x = ۴$, $x + ۲y = ۴$, $۳x - y = ۵$ مثلثی ساخته اند. مساحت مثلث کدام است؟ ج: ۷

۲۷- مقدار m را طوری بیابید که سه خط $x + ۳y + ۱ = ۰$, $۳x - ۲y = ۸$, $(m + ۱)x + my = ۷$ از یک نقطه

بگذرند. ج: $m = ۵$

۲۸- اگر نقطه ی $A(a + 1, 2b - 4)$ محل تلاقی خطوط $3x - y = 4$, $5y = x - 6$ باشد. مقدار $a + b$ کدام است؟

ج: $a + b = 0 + \frac{2}{3}$

۲۹- معادله خطی که از محل تلاقی خطوط $x + 2y = 5$, $y = 2x$ و نقطه ی $(\frac{3}{5})$ می گذرد، کدام است؟ $y = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$ ج:

۳۰- اگر دستگاه $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m - 1)x + y = 3 \end{cases}$ جواب نداشته باشد. m کدام است؟
ج: $2, -1$

۳۱- به ازای چه مقدار m دستگاه $\begin{cases} x + my = 1 \\ 2x = 3 - (m + 2)y \end{cases}$ جواب ندارد؟
ج: $m = 2$

۳۲- مقدار k را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} x + y = 1 \\ kx + (k^2 - 2)y = 2 \end{cases}$ بیشمار جواب داشته باشد.
ج: $k = 2$

۳۳- به ازای کدام m دو خط $\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \end{cases}$ برهم منطبقند؟
ج: $m = -1$

۳۴- به ازای کدام مقدار k دستگاه $\begin{cases} kx + (k + 1)y = 4 \\ 4x + 3ky = k^2 + 4 \end{cases}$ دارای بیشمار جواب است؟
ج: $k = 2$

۳۵- مقدار m را چنان بدست آورید که خطوط $(m + 1)x + y = 4$, $6x - my = 1$ با هم موازی اند.

ج: $m = 2, -3$

۳۶- اگر $A(2, 0)$, $B(0, 4)$ دو رأس مقابل یک مربع باشند، معادله قطر دیگر کدام است؟ $2y - x = 3$ ج:

۳۷- معادله عمود منصف پاره خط AB که $A(\frac{1}{4}), B(-\frac{1}{4})$ می باشد، کدام است؟ $5y + x + 4 = 0$ ج:

۳۸- دو خط $3 = (m+1)x + my$, $5 - 3mx = (1+3m)y$ برهم عمودند. مقدار m کدام است؟ $m = -\frac{2}{3}$ ج:

۳۹- اگر خطوط $2 = (m+1)y = x + 1$, $1 = (2m+1)x + y$ عمود باشند. مقدار m کدام است؟ $m = -\frac{2}{3}$ ج:

۴۰- به ازای کدام مقدار m خطوط $1 = mx + (m+1)y$, $2 = 2x + (m+3)y$ معادلات دو ضلع مقابل یک مستطیل هستند؟ $m = -2$ ج:

۴۱- خط گذرنده از نقاط $A(3, -2), B(5, -1)$ موازی خط $4 = (k-1)y + (2k+1)x$ است. مقدار k کدام است؟ $k = -\frac{1}{5}$ ج:

سؤالات مرتبط با نکات ۱۸ تا آخر:

۴۲- کدامیک از نقاط زیر روی دایره ای به مرکز $(-1, 2)$ و گذرنده از نقطه $(2, 0)$ قرار دارد؟

$(-1, 4)$, $(6, 0)$, $(1, 5)$, $(5, 1)$ ✓

۴۳- اگر نقاط $(-1, 2)$, $(0, 3)$ دو رأس مقابل مربع باشند. مساحت مربع کدام است؟ $S = 10$ ج:

۴۴- در مثلث متساوی الساقین با رئوس $A(a, -1), B(2, 1), C(1, -2)$ که BC قاعده است، a کدام است؟ $a = 3$ ج:

۴۵- نقاط $A(2, -1)$, $B(0, 1)$, $C(-1, 1)$ رئوس مثلث اند. طول میانه CM کدام است؟ $CM = \sqrt{5}$ ج:

۴۶- طول نقطه M واقع بر محور طولها که از دو نقطه $(-2, 3)$, $(4, -1)$ به یک فاصله است، کدام است؟ $\frac{1}{3}$ ج:

۴۷- اگر $A(1, 5)$, $C(3, 7)$ رئوس مقابل لوزی باشند، یکی از محور تقارن ها کدام است؟ $x + y = 8$ ج:

۴۸- اگر نقطه $A(a+1, 2a)$ روی خط $y = 3x - 1$ باشند. فاصله نقطه A از مبدأ کدام است؟ $\sqrt{17}$ ج:

۴۹- در متوازی الاضلاعی $(2, 0)$, $(3, -1)$ دو رأس و نقطه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ محل تلاقی دو قطر می باشند. رئوس دیگر کدامند؟

ج: $(0, 8)$, $(-1, 9)$

۵۰- معادله خطی بنویسید که شیب آن ۲ و از وسط پاره خط AB که $A(-1, 4)$, $B(3, -2)$ بگذرد. $y = 2x - 1$ ج:

۵۱- معادله خطی بنویسید که از مرکز دایره ای با قطر AB که $A(-2, -3)$, $B(0, -1)$ می گذرد و محور y ها را در نقطه y قطع می کند. $y = 5x + 3$ ج:

۵۲- اگر $A(3, 5)$, $B(-2, 1)$, $C(1, -1)$ رئوس مثلث باشند. معادله BM میانه کدام است؟ $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ ج:

۵۳- اگر $A(m, m+1)$, $B(m-1, 3m+5)$ دو رأس مثلث ABC باشند و خط $y = -2x + 4$ معادله CM باشد. مقدار m کدام است؟ $m = \frac{1}{4}$ ج:

۵۴- نقطه $P(2, 5)$ یکی از رئوس مستطیلی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x + 2y = 6$, $2x - y = -3$ می باشند. مختصات وسط قطر مستطیل کدام است؟ ج: $(1, 4)$

۵۵- معادله خطی که از وسط پاره خط AB که در آن $A(-\frac{1}{4}, 3)$, $B(\frac{3}{4}, 1)$ می باشد، بگذرد و موازی خط $3x + y = 1$ شود، کدام است؟ ج: $y = -3x + 4$

۵۶- میانه های مثلث $A(2, 1)$, $B(4, -1)$, $C(0, 3)$ در نقطه (a, b) متقاطع اند، $a + b$ کدام است؟ ج: $a + b = 3$

۵۷- قرینه ی نقطه ی $(3, -1)$ نسبت به نقطه ی $(2, 4)$ کدام است؟ ج: $(1, 9)$

۵۸- مساحت مستطیلی که یک رأس آن $(1, 1)$ و دو ضلع آن واقع بر خطوط $x + y = 4$, $x - y = 1$ باشند، کدام است؟ ج: ۱

۵۹- مساحت مربعی که یکی از رئوس آن $(2, 3)$ و یکی از اضلاع آن بر خط $2x + 2y = 1$ واقع باشند، کدام است؟ ج: $\frac{81}{8}$

مثلی به رئوس $A(1, 4)$, $B(-2, -2)$, $C(4, 2)$ را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۶۰- معادله میانه ی وارد بر BC کدام است؟ ج: $x = 1$

۶۱- طول میانه ی AM چقدر است؟ ج: ۴

۶۲- معادله ارتفاع BH کدام است؟ ج: $y = \frac{3}{4}x + 1$

۶۳- نقطه تلاقی میانه ی AM و ارتفاع BH کدام است؟ ج: $(1, \frac{5}{4})$

۶۴- مساحت مثلث ABC را بیابید. ۱۲ ج:

۶۵- مختصات وسط قطر مربعی $O(2, 1)$ و یکی از رئوس آن بر خط $y = x + m$ واقع است. اگر مساحت مربع ۱۸ باشد.

مقدار m کدام است؟ ج: $m = 2, -4$

۶۶- اگر فاصله ی نقطه $(1, 1)$ از خط $y = x + m$ برابر $2\sqrt{2}$ باشد. مقدار طبیعی m کدام است؟ ج: $m = 4$

۶۷- در مثلثی به رئوس $A(4, 2), B(1, -1), C(6, -1)$ نقطه ی H پای ارتفاع AH و نقطه ی M پای میانه ی AM می باشد.

طول MH کدام است؟ ج: $\frac{1}{2}$

۶۸- خطی که از نقاط $A(1, -2), B(2, -2)$ می گذرد، خط $x + y = 1$ را در نقطه ی C قطع می کند. فاصله ی نقطه ی C

از نیمساز ربع چهارم چقدر است؟ ج: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶۹- الف) مساحت دایره به مرکز $(2, 5)$ و مماس بر خط به معادله ی $y + x = 5$ کدام است؟ ج: $S = 2\pi$

ب) اگر مساحت دایره ای به مرکز $(m, 1)$ و مماس بر خط $x = y - 1$ برابر 2π باشد. مقدار طبیعی m کدام است؟ ج: $m = 2$

۷۰- فاصله‌ی نقطه‌ی A بطول مثبت روی خط $y = x + 3$ از نقطه‌ی $(1, -1)$ برابر ۵ می‌باشد. عرض نقطه‌ی A' کدام است؟ ج: ۵

۷۱- دایره‌ای به مرکز $(1, 2)$ از نقطه‌ی $(-3, 5)$ می‌گذرد. آیا نقطه $(5, -1)$ روی این دایره قرار دارد؟ بله ج:

۷۲- فاصله مبدأ مختصات از خطی با طول از مبدأ و عرض از مبدأ ۳ برابر کدام است؟ ج: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۷۳- اندازه ارتفاع AH در مثلثی به رئوس $A(0, 2), B(2, -1), C(-2, 0)$ کدام است؟ ج: $\frac{10\sqrt{17}}{17}$

۷۴- فاصله مبدأ مختصات از خط $5 = (a^2 + 1)y + a^2x$ برابر ۱ است. فاصله مبدأ مختصات از خط $10 = (a^2 + 1)x + a^2y$ کدام است؟ ج: ۲

۷۵- فاصله مبدأ مختصات از خط $2y = mx + b$ که از نقطه $(\frac{1}{2}, 1)$ می‌گذرد، برابر ۱ می‌باشد. m کدام است؟ ج: $\frac{3}{2}$

۷۶- فاصله نقطه $(1, 1)$ از خط $2m = y + m^2x$ برابر $\frac{4}{\sqrt{1+m^2}}$ است. مقدار طبیعی m کدام است؟ ج: ۳

۷۷- یک ضلع مربع بر خط $1 = 4y + 3x$ منطبق است و نقطه‌ی $(2, 2)$ یکی از رئوس مربع است. مساحت مربع کدام است؟ ج: $\frac{9}{25}$

۷۸- مساحت مربعی که یک رأس آن $(-1, 3)$ و قطر آن بر خط $1 = x + 2y$ قرار دارد کدام است؟ ج: $\frac{72}{5}$

۷۹- چند نقطه روی خط $3x + 4y + 4 = 0$ وجود دارد که فاصله شان تا نقطه $(1, 2)$ برابر ۲ باشد؟ هیچ ج:

۸۰- نقطه‌ی $(-1, 3)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط $5 = x - 2y$ می باشد. مساحت مربع کدام است؟

ج: ۸۰

۸۱- دو نقطه روی خط $y = x - 1$ قرار دارد که فاصله شان از خط $5 = 2x - 3y$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این دو نقطه کدام است؟ ج: ۱۱، ۱۵ -

۸۲- الف) فاصله دو خط $x + \sqrt{2}y + 1 = 0$ ، $2y + \sqrt{2}x + \sqrt{8} = 0$ کدام است؟ ج: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ب) دایره‌ای بر هر دو خط $y - 2x + 1 = 0$ ، $2y - 4x + 7 = 0$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟ ج: $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۸۳- دو ضلع مربع منطبق بر خطوط $2x - 2y = 3$ ، $y = x + 1$ می باشند. مساحت مربع کدام است؟ ج: $\frac{25}{8}$

۸۴- دو خط $2x + y = 4$ ، $4x + my = 4 + m$ اضلاع روبروی مربع اند، مساحت مربع کدام است؟ ج: $\frac{1}{5}$

۸۵- مقدار m را چنان بدست آورید که محیط مربعی که دو ضلع آن بر خطوط $y = (m^2 - 1)x + 1$ ، $y = (m^2 - 1)x + 3$

واقع اند برابر ۸ باشد؟ ج: $m = \pm 1$

۸۶- قرینه نقطه $(۲, ۴)$ نسبت به خط $x + y = ۴$ کدام است؟

راه حل تشریحی:

$$m_l = -\frac{a}{b} = -۱ \Rightarrow m_{l'} = ۱ \Rightarrow l': y - ۴ = ۱(x - ۲) \Rightarrow y = x + ۲ \Rightarrow l', l \text{ تقاطع}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = ۴ \\ -x + y = ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} ۱ \\ ۳ \end{pmatrix} H \Rightarrow A' = ۲H - A \Rightarrow A' = ۲\begin{pmatrix} ۱ \\ ۳ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ۲ \\ ۴ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰ \\ ۲ \end{pmatrix}$$

۸۷- تصویر نقطه $ی(-۳, ۲)$ بر روی خط $۰ = ۳y - ۲x + ۱$ برابر (a, b) است. مقدار $a + b$ چقدر است؟

ج: $(a, b) = (-۱, -۱) \rightarrow a + b = -۲$

۸۸- عرض از مبدأ خطی که از خط به معادله $۳x - ۴y = ۱$ به فاصله ۲ است. کدام است؟ ج: $-\frac{۱۱}{۴}, \frac{۹}{۴}$

حل معادلات با استفاده از روش تغییر متغیر:

نکات:

در معادله دو مجهزوری $ax^۲ + bx + c = ۰$ وقتی $x^۲ = A$ باشد معادله بصورت $aA^۲ + bA + c = ۰$ درمی آید که با توجه به جوابهای معادله جدید معادله اولیه ۵ حالت دارد:

حالت اول: اگر معادله جدید ریشه نداشت یا هر دو ریشه منفی بود، معادله اولیه ریشه ندارد.

حالت دوم: اگر معادله جدید دارای ۲ ریشه مثبت باشد، معادله اولیه ۴ ریشه دارد.

حالت سوم: اگر معادله جدید دارای ۲ ریشه یک منفی و دیگری مثبت باشد، آنگاه معادله اولیه ۲ ریشه دارد و نیز اگر معادله جدید دارای ۱ ریشه مضاعف مثبت باشد، آنگاه معادله اولیه ۲ ریشه دارد.

حالت چهارم: اگر معادله جدید تنها یک جواب صفر یا گاهی ۲ ریشه که یکی صفر و دیگری منفی است، داشته باشد، معادله اولیه فقط یک ریشه صفر دارد.

حالت پنجم: اگر معادله جدید دارای ۲ ریشه که یکی صفر و دیگری مثبت است، باشد، معادله اولیه ۳ ریشه دارد.

۸۹- معادله $2x^4 - x^2 + 3 = 0$ چند ریشه دارد؟

هیچ ج

۹۰- معادله $3x^4 + 4x^2 + 1 = 0$ چند ریشه دارد؟

ندارد ج

۹۱- معادله $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ چند ریشه دارد؟

۴ ریشه ج

۹۲- معادله $x^4 + x^2 = 2$ چند ریشه دارد؟

۲ ریشه ج

۹۳- معادله $x^4 + 2x^2 = 0$ چند ریشه دارد؟

۱ ریشه ج

۹۴- معادله $x^4 = 4x^2$ چند ریشه دارد؟

۳ ریشه ج

۹۵- اگر معادله $x^4 - (m+2)x^2 + m+5 = 0$ دارای ۴ ریشه متمایز باشد. حدود m کدام است؟ $(4, +\infty)$ ج

۹۶- حدود m را چنان بدست آورید که $x^4 + (3a+1)x^2 + a^2 = 1$ دارای ۲ جواب قرینه باشد؟ $m \in (-1, 1)$ ج

معادلات زیر را حل کنید.

۹۷) $(x^2 + 2)^2 - 4(x^2 + 2) + 3 = 0$

۹۸) $(x + x^2)^2 - 8(x + x^2) + 12 = 0$

$$99) (a^2 + 2a)^2 - 11(a^2 + 2a) + 24 = 0.$$

$$100) x^6 + 5x^3 = 6$$

$$101) \sqrt[4]{x} - 3\sqrt[4]{x} + 2 = 0.$$

$$102) 5\sqrt{x} = 4x + 1$$

$$103) \sqrt[4]{x^5 - 16} + \sqrt{x^5 - 16} = 6$$

۱۰۴- معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } (x - \sqrt{x})^2 - 8(x - \sqrt{x}) + 12 = 0.$$

$$\text{ب) } (x^2 + 3x + 1)^2 + x^2 + 3x = 1$$

حاصلضرب و مجموع ریشه های معادله درجه دوم:

نکته: اگر α, β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشد آنگاه:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \text{مجموع ریشه ها}$$

$$P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} \quad \text{حاصلضرب ریشه ها}$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل ریشه ها} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

با معلوم بودن S, P معادله بصورت $x^2 - sx + p = 0$ درمی آید.

- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند. حاصل های زیر را بدست آورید.

$$۱۰۵) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$$

$$۱۰۶) \frac{1}{\alpha^2 \beta} + \frac{1}{\alpha \beta^2} =$$

$$۱۰۷) \alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 =$$

$$۱۰۸) \alpha^2 + \beta^2 =$$

$$۱۰۹) \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} =$$

$$۱۱۰) \alpha^{-2} + \beta^{-2} =$$

$$۱۱۱) \frac{1}{\alpha + 2} + \frac{1}{\beta + 2} =$$

$$۱۱۲) \alpha^3 + \beta^3 =$$

$$۱۱۳) \alpha^4 \beta + \alpha \beta^4 =$$

$$۱۱۴) \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} =$$

$$115) \alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha} =$$

$$116) \alpha^{\frac{1}{2}} + \beta^{\frac{1}{2}} =$$

$$117) \alpha^2 - 5\alpha =$$

۱۱۸- مقدار a را چنان بیابید که یکی از ریشه های معادله $x^2 + ax + 24 = 0$ سه برابر مربع ریشه دیگرش باشد. $14 -$ ج:

۱۱۹- به ازای کدام مقدار k یکی از ریشه های معادله $x^2 - kx + 16 = 0$ مکعب ریشه ی دیگر است؟ $k = 10$ ج:

۱۲۰- به ازای چه مقدار a عدد $\frac{1}{8}$ واسطه ی حسابی بین ریشه های معادله $(a^2 - 4)x^2 - 3x + a = 0$ است؟ $a = \pm 4$ ج:

۱۲۱- مقدار k را چنان بدست آورید که $2\sqrt{3}$ واسطه هندسی ریشه های معادله $2x^2 - kx + k - 1 = 0$ باشد؟ $k = 25$ ج:

۱۲۲- به ازای چه مقدار m مجموع معکوس ریشه های معادله $2x^2 + (2m - 1)x = m$ برابر $\frac{1}{3}$ است؟ $m = -3$ ج:

۱۲۳- اگر α, β ریشه های معادله $8x^6 - 4x^3 - 1 = 0$ باشند. حاصل $\alpha^3 + \beta^3 - 6\alpha\beta$ کدام است؟

(راهنمایی: α^3, β^3 ریشه های معادله درجه ۲ بر حسب a هستند.) ج: $\frac{1}{2}$

۱۲۴- مقدار m را چنان بدست آورید که بین ریشه های معادله $x^2 - mx - 2x + m + 1 = 0$ رابطه ی $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{5}{6}$ برقرار باشد.

ج: $m = 1$

۱۲۵- عدد طبیعی m را چنان بدست آورید که رابطه $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$ بین ریشه های معادله $2x^2 - (m+3)x + m^2 = 0$ برقرار باشد. $m = 1$ ج:

۱۲۶- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند. حاصل $\alpha^2 + 4\alpha$ کدام است؟ ۱۵ ج:

۱۲۷- در معادله $(x-2)(x^2 - x + 3m) = 0$ حاصلضرب ریشه ها -6 می باشد. مقدار m کدام است؟ $m = -1$ ج:

۱۲۸- محیط زمینی مستطیل شکل ۱۸ و مساحت آن ۱۴ می باشد. مجموع مربعات طول و عرض آن چقدر است؟ ۵۳ ج:

۱۲۹- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $1 \pm \sqrt{7}$ باشند. $x^2 - 2x - 6 = 0$ ج:

۱۳۰- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$, $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ باشند؟ $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ ج:

۱۳۱- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $3 \pm 2\sqrt{2}$ باشند. $x^2 - 6x + 1 = 0$ ج:

نگاتی در مورد حل سریع معادله درجه دوم:

در معادله دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + b + c = 0$ باشد یکی از ریشه ها $\frac{c}{a}$ است و اگر $a + c = b$ باشد یکی از ریشه ها $-\frac{c}{a}$ است.

اگر معادله درجه دوم دارای ۲ ریشه متکوس هم باشد آنگاه $\frac{c}{a} = 1$ و اگر دارای ۲ ریشه قرینه هم باشد آنگاه $-\frac{b}{a} = 1$ است.

۱۳۲- اگر a, b, c سه جمله متوالی دنباله حسابی باشند، در اینصورت یکی از ریشه های معادله $ax^2 + 2bx + c = 0$ کدام است؟ -1 ج:

نکات:

معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را با a در دو طرف ضرب می‌کنیم و داریم:

(۱) معادله درجه دوم که ریشه هایش، عکس ریشه های معادله بالا باشد، بصورت $cx^2 + bx + a = 0$ می‌باشد.

(۲) معادله درجه دوم که ریشه هایش، قرینه ریشه های معادله بالا باشد، بصورت $ax^2 - bx + c = 0$ می‌باشد.

(۳) معادله درجه دوم که ریشه هایش، عکس و قرینه ریشه های معادله بالا باشد، بصورت $cx^2 - bx + a = 0$ می‌باشد.

(۴) معادله درجه دوم که ریشه هایش، k برابر ریشه های معادله بالا باشد، بصورت $ax^2 - kbx + k^2c = 0$ می‌باشد.

(۵) معادله درجه دوم که ریشه هایش، k واحد بیشتر از ریشه های معادله بالا باشد، باید در معادله اولیه بجای x عبارت $x - k$ را جایگزین و معادله حاصل همان معادله خواسته شده است.

معادله $4x^2 - 3x = 4$ را در نظر بگیرید. معادله ای بنویسید که ریشه هایش:

۱۳۳- عکس ریشه های معادله بالا باشد. $4x^2 - 3x + 2 = 0$ ج:

۱۳۴- قرینه ی ریشه های معادله بالا باشد. $4x^2 + 3x - 4 = 0$ ج:

۱۳۵- عکس و قرینه ریشه های معادله بالا باشد. $4x^2 + 3x + 2 = 0$ ج:

۱۳۶- $\frac{2}{3}$ برابر ریشه های معادله بالا باشد. $4x^2 - 2x - \frac{16}{9} = 0$ ج:

۱۳۷- ۳ واحد کمتر از ریشه های معادله بالا باشد. $4x^2 + 9x + 5 = 0$ ج:

۱۳۸- اگر ریشه های معادله $(a + b)x^2 - 6x + b = 0$ عکس ریشه های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $b^2 + a^2$ کدام است؟
ج: $a = 6$, $b = -4$

۱۳۹- اگر α, β ریشه های معادله $4x^2 - 5x = 5$ باشند، معادله ای بنویسید که ریشه هایش $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ باشند. $x^2 + x - \frac{4}{5} = 0$ ج:

۱۴۰- اگر ریشه های معادله $3x^2 - 5x + k = 0$ در رابطه ی $(\alpha + 2)(\beta + 2) = 7$ صدق کنند، مقدار k کدام است؟
ج: $k = 5$

۱۴۱- در معادله ی $2x^2 - 8x + m = 0$ یکی از ریشه ها ۲ واحد بیشتر از دیگری است. مقدار m کدام است؟ $m = 6$ ج:

۱۴۲- ریشه های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ سه واحد از ۲ برابر ریشه های معادله $3x^2 - 4x = 1$ بیشتر است. مقادیر a, b کدامند؟
ج: $a = -26$, $b = 47$

۱۴۳- اگر α, β ریشه های معادله ی $2x^2 - 3x = 2$ باشند. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش ۳ واحد کمتر از ریشه های معادله فوق باشند. $x^2 + \frac{9}{4}x + \frac{7}{4} = 0$ ج:

۱۴۴- اگر ریشه های معادله $x^2 + (b + 1)x - 2b = 0$ برابر نصف ریشه های معادله $x^2 - 2ax + a = 1$ باشند، مقدار a, b کدامند؟
ج: $a = -\frac{9}{4}$, $b = \frac{2}{4}$

۱۴۵- به ازای کدام مقدار k ریشه های معادله ی $kx^2 + 3x = 2 - k^2$ معکوس یکدیگرند؟ $k = -1$ ج:

۱۴۶- به ازای چه مقدار m معادله $mx^2 + 5x + m^2 = 6$ دو ریشه حقیقی و معکوس هم دارد؟ ج: ۲ -

۱۴۷- به ازای چه مقدار m معادله $(m+2)x^2 + m(m^2-4)x = 2$ دارای ۲ ریشه قرینه است؟ ج: $m = +2, 0$

۱۴۸- اگر $a + 2b + 4c = 0$ باشد، ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به کدام صورت می باشند. ج: $\frac{1}{4}, \frac{2c}{a}$

۱۴۹- اگر α, β ریشه های معادله $3x^2 + 2x - 1 = 0$ باشند که $\alpha > \beta$. آنگاه معادله ای که ریشه هایش $3\alpha, 4\beta$ باشند کدام است؟ ج: $x^2 - 3x - 4 = 0$

۱۵۰- اگر α, β ریشه های معادله $2x^2 + (2 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ باشند. مقدار $\alpha^2 + \beta^4$ در حالتی که $\alpha > \beta$ باشد، کدام است؟ ج: $\frac{7}{4}$

۱۵۱- در معادله $8x^2 + mx = 1$ یکی از ریشه ها مجذور ریشه ی دیگر است. مقدار m کدام است؟ ج: ۲

۱۵۲- به ازای کدام مقدار صحیح m مجموع مربعات ریشه های معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ است؟ ج: ۱

۱۵۳- معادله ای که ریشه هایش از معکوس ریشه های معادله $2x^2 - 3x = 1$ یک واحد کمتر باشد کدام است؟

ج: $x^2 + 5x + 2 = 0$

۱۵۴- مقدار k را چنان بیابید که یکی از ریشه های معادله $2x^2 + kx + 20 = 0$ از مربع ریشه دیگریک واحد بیشتر باشد؟

ج: $k = -14$

نکته: برای یافتن ریشه مشترک دو معادله کافی است دو معادله را در هم نگاه داشته و سعی کنیم توان ۲ را حذف کنیم.

۱۵۵- ریشه ی مشترک دو معادله ی $3x^2 - 10x + 3 = 0$, $2x^2 - 5x = 3$ را بدست آورید. ج: ۳

یادآوری سعی و ماکزیم می نیم:

۱- صورت کلی تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ است که نمودار آن سهمی می باشد. رأس سهمی $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ یا $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$ می باشد.

۲- اگر $a > 0$ باشد، سهمی رو به بالا و مقدار $\min$ تابع به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ بدست می آید و اگر $a < 0$ باشد، سهمی رو به پایین و مقدار $\max$ تابع به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ بدست می آید. در هر دو حالت Df برابر $\mathbb{R}$ می باشد و خط $x = -\frac{b}{2a}$ محور تقارن سهمی است.

۳- در حالتی که ضابطه تابع بصورت $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$ باشد، رأس سهمی بصورت (x_0, y_0) می باشد.

۱۵۶- کمترین مقدار تابع $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ به ازای کدام مقدار x و چقدر است؟ $\min$: $f(2) = -7$, $x = 2$ ج:

۱۵۷- مقدار $\min$ تابع $f = \{(x, y) | x^2 - 4x - y = 4\}$ کدام است؟ $y_{\min} = -8$ ج:

۱۵۸- اگر کمترین مقدار عبارت $y = ax^2 - 4x + 2a - 1$ برابر ۳- باشد. حاصل $\alpha^2 + \beta^2 + a$ که α, β ریشه های معادله اند، کدام است؟ ۱۵ ج:

۱۵۹- نمودار تابع $y = (4 - a)x^2 + (a^2 - 16)x + 1$ در نقطه ی ۱- دارای $\min$ است. مقدار a و مقدار $\min$ کدامند؟

ج: $a = -6$, $y_{\min} = -9$

۱۶۰- مسیر شیرجه ی شناگری بصورت $y = -9x^2 + 6x + 15$ است. اگر ارتفاع y و x فاصله ی افقی تا نقطه ی پرش باشد، حداکثر ارتفاعی که پریده است، چقدر است؟
ج: $y_{max} = 16$

۱۶۱- دو برابر عددی از عددی دیگر ۶ واحد بزرگتر است. اگر حاصلضربشان min شود، آن دو عدد کدامند؟
ج: $3, \frac{3}{4}$

۱۶۲- بیشترین مساحت زمین مستطیل شکل کنار دریا که می توان آنرا از سه سمت خشکی با ۱۲۰ مترنرده محصور کرد، چقدر است؟
ج: ۱۸۰۰

۱۶۳- پنجره ای به شکلی مربع داریم که بالای آن مثلث متساوی الاساقین با زاویه رأس قائمه قرار دارد. اگر محیط پنجره ۸ متر باشد، طول ضلع مربع تقریباً چند باشد تا پنجره min نوردهی را داشته باشد؟
ج: $x = 1/4 m$

نکته: با معلوم بودن مجموع دو عدد، مقدار حاصلضربشان وقتی ماکزیمم است که مساوی باشند.

نکته: با معلوم بودن ضرب دو عدد، مقدار حاصل جمعشان وقتی می نیمم است که مساوی باشند.

۱۶۴- اگر مجموع دو عدد ۲۰۰ باشد، بیشترین مقدار حاصلضربشان کدام است؟
ج: 10^4

۱۶۵- محیط مستطیلی ۱۰۰ می باشد، طول و عرض آن را چنان تعیین کنید که مساحت max شود.
ج: ۲۵, ۲۵

۱۶۶- کمترین مقدار تابع $f(x) = x + \frac{9}{x}$ به ازای $x > 0$ کدام است؟
ج: $min_f = 6$

۱۶۷- در یک کارگاه خیاطی، یک چرخ کار در پایان هر هفته ۲۰ لباس با دستمزد هر لباس ۸ هزار تومان آماده می کند. اگر به ازای آماده کردن هر لباس اضافه مبلغ هزار تومان از دستمزد هر لباس کم شود. بیشترین دستمزد هفتگی او چقدر است؟ ج: ۱۹۶۰۰۰

۱۶۸- شخصی در لبه ی فوقانی ساختمانی به ارتفاع ۸۰ متر ایستاده است. توپی با سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه به سوی بالا پرتاب می کند. بعد از t ثانیه ارتفاع توپ از سطح زمین برابر است با $h = -5t^2 + 20t + 80$.
الف) نمودار تابع را رسم کنید.

ب) توپ پس از چند ثانیه به زمین می خورد؟ ج: $t = 2 + 2\sqrt{5}$

پ) توپ پس از چند ثانیه پس از پرتاب به سطح بالای ساختمان می رسد؟ ج: $t = 4$

ت) توپ پس از چند ثانیه پس از پرتاب به ماکزیمم ارتفاع می رسد؟ ج: $t = 2$

ث) ماکزیمم ارتفاع توپ چقدر است؟ ج: $h_{max} = 100$

ج) دامنه این تابع را بدست آورید. ج: $D = [0, 2 + 2\sqrt{5}]$

۱۶۹- اگر محور تقارن تابع $y = x^2 - 9x + t$ خط $x = 2t - 1$ باشد. مقدار min کدام است؟ ج: $-\frac{7}{4}$

۱۷۰- اگر محور تقارن تابع $y = -x^2 + mx - 1$ خط $x = -1$ باشد، محل تقاطع نمودار تابع با محور x ها کدام است؟

ج: $(-1, 0)$

۱۷۱- اگر خط $x = 2$ محور تقارن $y = (a - 1)x^2 + x + 3$ باشد. محل تقاطع سهمی با جهت مثبت محور x ها کدام است؟
ج: $(6, 0)$

۱۷۲- نقطه A روی خط $y = -\frac{1}{4}x + 3$ و نقاط B, C تصویر نقطه A روی محورهای x, y هستند. بیشترین مساحت مستطیل $OBAC$ کدام است؟
ج: $\frac{9}{2}$

۱۷۳- اگر رأس سهمی $y = x^2 + (m - 1)x$ روی خط $y = 2x$ قرار گیرد، مقدار m کدام است؟
ج: ۵ و ۱

۱۷۴- خط $y = -\frac{5}{4}x$ محور تقارن منحنی تابع $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + a$ را بر روی خود منحنی قطع می کند، a کدام است؟
ج: $a = 2$

۱۷۵- به ازای کدام مقدار k نقطه max تابع $y = kx^2 - 2\sqrt{2}x + k$ بر روی خط $y = 1$ قرار دارد؟
ج: $k = -1$

۱۷۶- به ازای چه مقدار m نقطه min تابع $y = x^2 + mx + 2$ روی نیمساز ربع اول است؟
ج: $m = -2$

۱۷۷- در یک گلخانه خیار، اگر یا فاصله ی یکسان ۳۲ بوته ی خیار کاشته شود و بطور متوسط از هر بوته ۱۰ کیلوگرم محصول بدست می آید. به ازای هر بوته اضافی که کاشته شود به مقدار $\frac{1}{4}$ کیلوگرم از میانگین محصول بوته ها کم می شود. در اینصورت max محصول برداشتی چقدر است؟
ج: ۳۲۴

صفرهای تابع درجه ۲: در تابع $y = f(x)$ نقاط برخورد نمودار تابع با محور x را صفرهای تابع می‌گوئیم که این نقاط ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ هستند. تعداد صفرهای تابع درجه ۲ حداکثر ۲ تا است.

تعیین وضعیت تابع درجه دوم با محور x :

در معادله $f(x) = 0$ اگر $\Delta > 0$ باشد نمودار f در دو نقطه محور طول x را قطع می‌کند. و اگر $\Delta = 0$ باشد نمودار f در یک نقطه محور x را قطع (ماس) می‌کند. و اگر $\Delta < 0$ باشد نمودار f محور طول x را قطع نمی‌کند.

تعیین علامت صفرهای تابع با استفاده از Δ , S , P :

- از تعیین علامت Δ به وجود تعداد ریشه‌های x می‌بریم.

- از تعیین علامت P به علامت ضرب ریشه‌های x می‌بریم.

- از تعیین علامت S به علامت مجموع ریشه‌های x می‌بریم.

- مقدار $f(0)$ همان عرض از مبدا تابع یعنی C می‌باشد.

- طول نقطه رأس به تعیین علامت a , b کمک می‌کند.

- با وجود بودن صفرهای تابع یعنی x_1, x_2 می‌توان تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ را بصورت $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ نوشت.

- اگر x_1, x_2 صفرهای تابع باشند آنگاه طول نقطه رأس تابع $\frac{x_1 + x_2}{2}$ خواهد بود.

۱۷۸- صفرهای تابع $f(x) = x^2 + x - 6$ کدامند؟ ۲، -۳ ج:

۱۷۹- حدود m را چنان بدست آورید که تابع $f(x) = mx^2 + 2x + m$ همواره بالای محور x ها باشد؟ $(1, +\infty)$ ج:

۱۸۰- الف) به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = (m - 1)x^2 + \sqrt{3}x + m$ همواره زیر محور x ها باشد؟ $m < -\frac{1}{4}$ ج:

ب) حدود m را پیدا کنید به شرط آنکه سهمی $f(x) = mx^2 + mx - 1$ همواره زیر محور x ها باشد. ج: $(-4, 0)$

۱۸۱- منحنی $y = (x - 1)(x^2 - ax + a)$ محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می کند. حدود a کدام است؟ ج: $(0, 4)$

۱۸۲- به ازای کدام حدود m نمودار $f(x) = x^2 - (m + 1)x + m + \frac{25}{4}$ از هر ۴ ناحیه محورهای مختصات می گذرد؟

ج: $m < -\frac{25}{4}$

۱۸۳- به ازای کدام مقدار m نمودار $f(x) = x^2 - x + m$ فقط از ناحیه سوم نمی گذرد؟ ج: $[\frac{1}{4}, 0)$

۱۸۴- به ازای کدام مقدار k نمودار تابع $f(x) = kx^2 + (k + 1)x$ فقط از ناحیه چهارم نمی گذرد؟ ج: $m > 0$

۱۸۵- به ازای کدام مقدار m نمودار $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و مماس بر آن است؟ ج: $m = \frac{5}{4}$

۱۸۶- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + (m + 1)x + m + 6$ برنیماز ناحیه اول مماس است؟ ج: $m = -4$

۱۸۷- به ازای کدام مقدار m معادله $mx - 3\sqrt{x} + m - 2 = 0$ دارای یک جواب است؟ ج: $(0, 2)$

(راهنمایی: با تغییر $\sqrt{x} = a$ معادله ای درجه ۲ بر حسب a باید دارای ۲ ریشه مختلف العلامت باشد.)

۱۸۸- اگر خط $y = mx + 4$ و منحنی $y = -x^2 + 2x$ هیچ نقطه اشتراکی نداشته باشند، حدود m کدام است؟ ج: $(-2, 6)$

۱۸۹- حدود m را چنان بیابید که معادله $mx^2 + mx + 2 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد؟ $(-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$ ج:

۱۹۰- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $f(x) = x^2 + mx + 4$ محور x ها را در یک نقطه و در سمت چپ محور x ها قطع می کند؟ $m = 4$ ج:

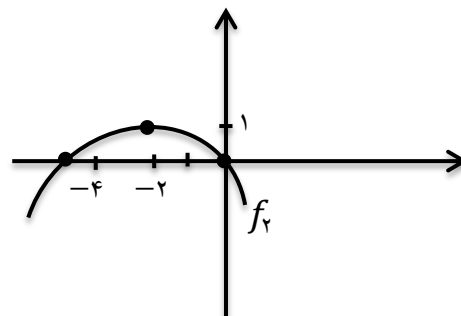
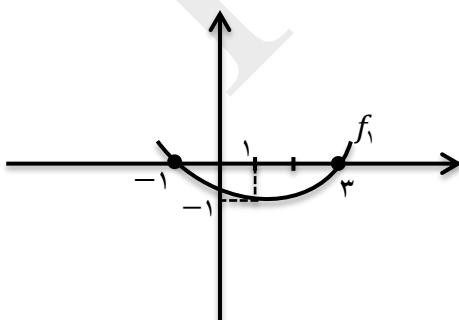
۱۹۱- بیشترین مقدار تفاضل ربع مربع عددی، از ۶ برابر آن عدد کدام است؟ ۳۶ ج:

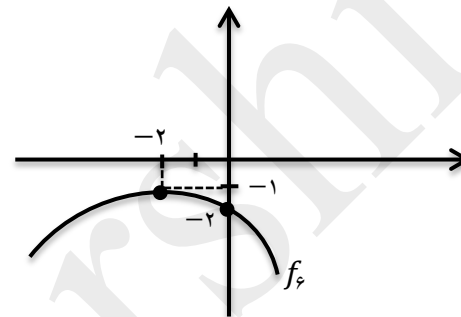
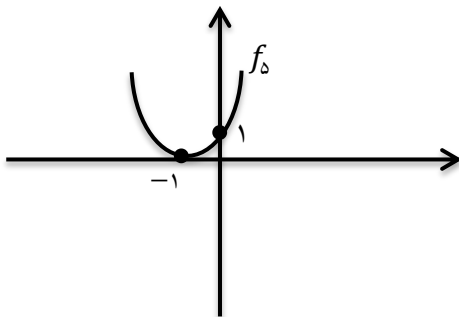
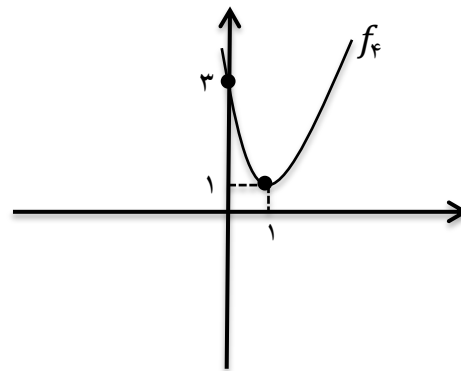
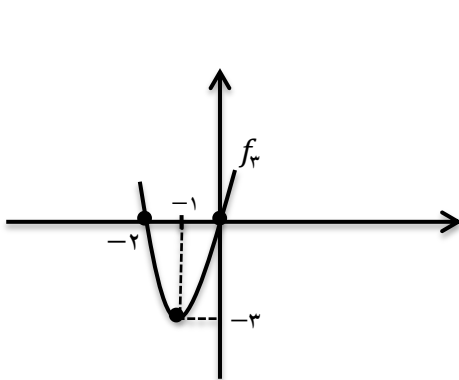
۱۹۲- به ازای کدام مقدار m منحنی به معادله $y = (m+2)x^2 + 3x + 1 - m$ محور x ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات قطع می کند؟ $m > 1$ یا $m < -2$ ج:

۱۹۳- الف) عرض از مبدأ یک سهمی که رأس آن نقطه $(-1, 2)$ است و از نقطه $A(-2, 4)$ می گذرد، کدام است؟

ب) محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + 5x - 1$ خط $3x - 2y = 1$ را با کدام عرض قطع می کند؟ $\frac{11}{8}$ ج:

۱۹۴- معادله سهمی های زیر کدام است؟





$$\text{ج: } f_1(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \quad f_2(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x \quad f_3(x) = 3x^2 + 6x$$

$$f_4(x) = 2x^2 - 4x + 3 \quad f_5(x) = x^2 + 2x + 1 \quad f_6(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x - 2$$

۱۹۵- الف) به ازای چند نقطه با طول صحیح نمودار سهمی $y = x^2 + x$ پائین تر از خط $y = 4x + 10$ قرار می گیرد؟ ۶ نقطه : ج

ب) اگر نمودار $y = x^2 - 3x + 2m - 5$ خط $y = 1$ را فقط در یک نقطه قطع کند، مقدار m کدام است؟ $\frac{33}{8}$: ج

نکته: در معادله درجه n وقتی مجموع ضرایب عددی صفر می شود یکی از ریشه های یافتن ریشه دیگر عبارت را بر $1 - x$ تقسیم و پس ریشه های خارج قسمت را بدست می آوریم.

هر معادله درجه n حداکثر n ریشه دارد.

اگر مجموع ضرایب معادله صفر نبوی باید از روش آزمون خطا استفاده کنیم.

معادلات زیر را حل کنید.

۱۹۶) $x^3 + 5x^2 - 4x - 2 = 0$ ج: $1, -3 \pm \sqrt{7}$

۱۹۷) $2x^3 + x^2 + 3x = 0$ ج: ۰

۱۹۸) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$ ج: ۱, ۲

۱۹۹) $3x^3 + x^2 - 3x - 1 = 0$ ج: $\pm 1, -\frac{1}{3}$

۲۰۰) $2x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$ ج: ۱

۲۰۱- اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر با ۲ باشد، مجموع ۲ ریشه دیگر کدامند؟ ج: $-\frac{3}{2}$

مسائل گویا:

معادلات گویای زیر را حل کنید.

۲۰۲) $\frac{x+2}{5x+10} = \frac{1}{5}$ ج: $\mathbb{R} - \{-2\}$

۲۰۳) $\frac{2x-1}{x+2} = 2$ ج: $\emptyset$

$$۲۰۴) \frac{x+2}{x+2} = \frac{2x+3}{x-1} \quad \text{ج: } -۴$$

$$۲۰۵) \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2} \quad \text{ج: } -۲$$

$$۲۰۶) \frac{a-1}{a^2-3a} - \frac{2}{a} = \frac{4}{a^2-9} \quad \text{ج: } -۵$$

$$۲۰۷) \frac{1}{x-3} + \frac{4}{x-2} = \frac{7}{x^2-5x+6} \quad \text{ج: } \frac{21}{5}$$

$$۲۰۸) \frac{x-2}{x-5} + \frac{x^2-6x+5}{20+x-x^2} = \frac{1-x}{x+4} \quad \text{ج: } ۲$$

$$۲۰۹) \frac{2x^2-8x}{x^2-4x} = x+1 \quad \text{ج: } x=1$$

$$۲۱۰) \frac{1}{x^2+x^3} = \frac{2}{x+1} \quad \text{ج: } \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$211) \frac{5x - 5}{x^2 - 3x + 2} = \frac{7x^2}{x^3 - 4x^2} \quad \text{ج: } -3$$

$$212) \frac{3}{3-m} + \frac{m}{1+2m} = \frac{2m^2 + 5}{2m^2 - 5m - 3} \quad \text{ج: } -1, -8$$

$$213) \frac{x}{x-1} + \frac{3x-2}{x-3} = \frac{2-5x}{4} \quad \text{ج: } -1, 2, \frac{1}{5}$$

$$214) \frac{4}{x^2+4} + \frac{5}{x^2+5} = 2 \quad \text{ج: } 0 \text{ (راهنمایی: } x^2+4 \text{ را } a \text{ در نظر بگیرید. (روش تغییر متغیر))}$$

$$215) \frac{x^2-1}{x+2} + \frac{x+2}{x^2-1} = \frac{1}{2} \quad \text{ج: } \emptyset$$

معادلات گویای زیر را حل کنید.

$$216) \frac{x+2}{7x+14} = \frac{1}{7} \quad \text{ج: } \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$217) \frac{3x-1}{x+1} = 3 \quad \text{ج: } \emptyset$$

$$218) \frac{2y+3}{2y-2} - \frac{5}{y^2-1} = \frac{2y-3}{2y+2} \quad \text{ج: } \emptyset$$

$$219) \frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{4}{x^2-2x} \quad \text{ج: } -2, 1$$

$$220) \frac{x^2+1}{x^3-x} = \frac{1}{x+x^2} + \frac{1}{x^2-x} \quad \text{ج: } \emptyset$$

$$221) \frac{x+1}{x-4} = \frac{5}{x^2-3x-4} + \frac{x}{x+1} \quad \text{ج: } \frac{2}{3}$$

$$222) \frac{a-1}{a-2} + \frac{a+1}{a} = \frac{a^2-2a+2}{a^2-2a} \quad \text{ج: } -2$$

۲۲۳- مقدار m چقدر باشد تا ریشه ی معادله ی $\frac{x+6}{m+4} + \frac{x}{2x-4} = 3$ برابر ۴ باشد. $m = 1$ ج:

معادلات زیر را حل کنید.

$$224) \quad 2 + \frac{5}{3a-1} = \frac{-2}{(3a-1)^2}$$

$$\text{ج: } a = \frac{1}{6}, -\frac{1}{3}$$

$$225) \quad \frac{3}{m+2} + \frac{2}{m} = \frac{4m-4}{m^2-4}$$

$$\text{ج: } m = 4$$

$$226) \quad \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+3} = \frac{12}{x^2-9}$$

$$\text{ج: } x = 3$$

$$227) \text{ در معادله } \frac{1}{a} - \frac{1}{a+x} = \frac{1}{a+4x} \text{ نسبت } \frac{a}{x} \text{ کدام است؟}$$

$$\text{ج: } 2$$

$$228) \text{ معادله } 2x + \frac{3}{x} = -1 \text{ چه وضعیتی دارد؟ ریشه ندارد ج:}$$

$$229) \text{ جواب طبیعی معادله } \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+1} = -\frac{1}{3} \text{ در نامعادله } \frac{x+a}{5} \leq 2 \text{ صدق می کند. حدود } a \text{ چقدر است؟ } 3 \leq a \leq 8 \text{ ج:}$$

$$230) \text{ به ازای کدام مقدار صحیح } a \text{ معادله } \frac{ax}{x+1} - \frac{2}{x-1} = \frac{a}{x^2-1} \text{ فقط یک ریشه حقیقی دارد؟ } -2 \text{ ج:}$$

$$231) \text{ مجموعه جواب معادله های } \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} = 4, x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ یکسان است. } a \text{ کدام است؟ } -8 \text{ ج:}$$

۲۳۲- جواب معادله ی $\frac{a}{x^2+2x-3} + \frac{a}{2x-2} = \frac{x-1}{x^2+x-6}$ برابر ۳ و β است. مقدار $\beta^2 + \beta$ کدام است؟ ۲۰ ج:

۲۳۳- اگر $x = 2$ ریشه ی $\frac{x-1}{x^2+x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a-1}{x^2+x}$ باشد. مقدار a را بیابید. $a = -2$ ج:

۲۳۴- در معادله ی روبرو مقدار a, b را بیابید. $\frac{2}{3x-3} + \frac{ax+b}{x^2-1} + \frac{1}{2x+2} = \frac{1}{6x-6}$. $a = -1, b = 0$ ج:

۲۳۵- در تساوی $\frac{3x^2-x+2}{x^2-4x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+2}$ مقدار $c + b + a$ کدام است؟ ۳ ج:

۲۳۶- معادله ی $\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)^2 + \left(\frac{x^2}{1+x^2}\right) = 6$ چند ریشه دارد؟ ۰ ج:

۲۳۷- معادله ی $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 10$ چند ریشه دارد؟ $1, -2, -\frac{1}{2}$ سه ریشه ج:

۲۳۸- اگر $x = 3$ ریشه ی معادله ی $x + m = \frac{m}{x+2} + \frac{m+1}{x-2}$ باشد. مقدار m کدام است؟ $m = 10$ ج:

۲۳۹- به ازای چه مقدار m معادله $3x + \frac{mx+1}{2} = x - 1$ ریشه ندارد؟ $m = -4$ ج:

۲۴۰- به ازای چه مقدار a معادله ی $3x - \frac{x-1}{a} = 9a$ بی شمار ریشه دارد؟ $a = \frac{1}{3}$ ج:

۲۴۱- اگر $-4, -2$ ریشه های معادله ی $\frac{2t-1}{t+1} = a + \frac{b}{t}$ باشند. مقدار a, b کدامند؟ $a = 1, b = -8$ ج:

۲۴۲- اگر $y = 4$ یکی از ریشه های معادله $\frac{y-a}{y^2-y-6} - \frac{1}{y^2-4} = \frac{a-1}{2y-4}$ باشد. جواب دیگر کدام است؟ $a = 2$, $y = 5$ ج:

حل مسائل کاربردی با کمک حل معادلات کویا:

مهمترین موضوع برای یافتن معادله مرتبط به مسئله مدل سازی صحیح است.

نکته: اگر کاری در x ساعت انجام گیرد آنگاه در هر ساعت $\frac{1}{x}$ آن کار انجام می شود.

۲۴۳- اگر دو نقاش با هم کار کنند، می توانند در ۸ ساعت یک ساختمان را نقاشی کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آنها چهار برابر دیگری باشد، نقاشی که کندتر کار می کند، به تنهایی در چند ساعت می تواند این ساختمان را نقاشی کند؟

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{4x} = \frac{1}{8} \quad x = 10 \rightarrow 10 \times 4 = 40$$

۲۴۴- زهرا یک متن را در ۳ ساعت تایپ می کند. اگر برادرش به او کمک کند کار تایپ یک ساعت و چهل دقیقه تمام می شود. برادر به تنهایی کار تایپ را در چه زمانی انجام می دهد؟ دقیقه $x = 225 \rightarrow \frac{1}{180} + \frac{1}{x} = \frac{1}{100}$ ج:

۲۴۵- دبیرستانی یک اتوبوس را به قیمت ۹۰۰ هزار تومان برای سفر مشهد اجاره می کند. در لحظه ی آخر ۵ دانش آموز از سفر منصرف می شوند، لذا به هزینه پرداختی هر نفر ۲ هزار تومان اضافه می شود، تعداد مسافران مشهد چقدر است؟

$$\frac{900}{x-5} - \frac{900}{x} = 2 \quad x = 50 \rightarrow 50 - 5 = 45$$

۲۴۶- علی در یک آزمون x سواله به ۱۵ سوال از ۲۰ سوال اول پاسخ درست می دهد. به $\frac{1}{3}$ از بقیه سوالها نیز جواب درست می دهد.

$$\frac{15 + \frac{1}{3}(x-20)}{x} = \frac{50}{100} \rightarrow x = 50$$

اگر نمره ی علی ۵۰٪ باشد. این آزمون چند سوال داشته است؟ ج:

۲۴۷- آتنا و پدرش در یک لحظه از باشگاه به سمت قله کوه حرکت می کنند. فاصله بین باشگاه و قله کوه ۳۰ کیلومتر می باشد و آتنا در هر ساعت ۱ کیلومتر آهسته تر از پدرش کوهپیمایی می کند. پدر به قله کوه می رسد. و بلافاصله برمی گردد و در مسیر آتنا

را در ۶ کیلومتری قله می بیند. آتنا در هر ساعت چند کیلومتر می پیماید؟ $t = \frac{36}{r+1} = \frac{24}{r} \rightarrow r = 2$

۲۴۸- دو کارگر کاری را با هم در ۱۸ روز تمام می کنند. اما اگر هر کدام به تنهایی کار کنند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم این کار را تمام می کند. هر کدام از این دو کارگر به تنهایی کار را در چند روز تمام می کنند؟

کارگر دوم ۴۵ روز و کارگر اول ۳۰ روز $x = 30 \rightarrow$ ج: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18}$

۲۴۹- ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک با غلظت ۴ درصدی داریم. چگونه می توان با اضافه کردن نمک آن را به غلظت ۷ درصدی رساند؟ چگونه می توان با تبخیر آب غلظت آن را به ۷ درصد رساند؟

نمک اضافه شود $\frac{8+x}{200+x} = \frac{7}{100} \rightarrow x = 6/4$ ج:

آب تبخیر شود $\frac{8}{200-y} = \frac{7}{100} \rightarrow y = 85/7$

۲۵۰- ۷۵kg آب نمک با غلظت ۴ درصدی داریم. چقدر نمک بیفزائیم تا غلظت ۶/۴ درصد شود؟ ج: $\frac{3+x}{75+x} = \frac{6/4}{100}$

۲۵۱- اگر ۴۰۰kg آب نمک ۳ درصدی داشته باشیم، چقدر آب باید تبخیر کنیم تا محلول ۸ درصدی شود؟ ج: $\frac{12}{400-x} = \frac{8}{100}$

۲۵۲- زهرا برای دوستانش خوراکی های یکسانی خرید که در مجموع قیمت آنها ۱۲۰۰۰ تومان شد. اگر فروشنده برای هر خوراکی ۱۰۰ تومان به او تخفیف دهد او ۴ خوراکی بیشتر می تواند بخرد. قیمت هر خوراکی قبل از تخفیف چقدر است؟

ج: $\frac{12000}{x} + 4 = \frac{12000}{x-100} \rightarrow x = 600$

۲۵۳- دو فروشنده کالایی را با هم ۴۰ روزه می فروشند. اگر هر یک به تنهایی کالا را بفروشند، فروشنده ی جوانتر ۱۸ روز زودتر از فروشنده مسن تر محصول را خواهد فروخت. هر کدام به تنهایی محصول را چند روزه می فروشند؟

$$\text{ج: } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+18} = \frac{1}{40} \rightarrow x = 72 \quad \text{مسن تر ۹۰ روز ، جوانتر ۷۲ روز}$$

۲۵۴- تیم مس کرمان از ۱۱ بازی ابتدای لیگ ۲۷ امتیاز دارد. اگر در تمام بازیهای بعدی امتیاز کامل را کسب کرده باشد و میانگین امتیازهای کل تیم ۲/۸ باشد، چند بازی انجام داده است؟

$$\text{ج: } \frac{27+2n}{11+n} = 2/8 \rightarrow n = 19 \rightarrow 11 + 19 = 30$$

۲۵۵- خط متروی بین دو شهر ۴۰ کیلومتر طول دارد. اگر سرعت مترو ۱۲ کیلومتر در ساعت بیشتر شود. زمان رفت و برگشت بین دو شهر ۴۵ دقیقه کوتاه تر می شود. در حال حاضر سرعت حرکت قطار چقدر است؟

$$\text{ج: } \frac{40}{t} + 12 = \frac{40}{t - \frac{3}{4}} \rightarrow t = 2 \rightarrow \frac{40}{2} = 20$$

معادلات رادیکالی:

نکته: برای حل معادلات رادیکالی سعی می کنیم آنها را از حالت رادیکالی خارج و جوابهای معادله را بدست آوریم، پس باید جواب های معادله اولیه صدق کنند تا قابل قبول به حساب آیند.

معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{ج: } 10 \quad 256) \sqrt{15 + \sqrt{2x + 80}} = 5$$

$$\text{ج: } 3 \quad 257) x\sqrt{x-2} - x = 0$$

$$258) \sqrt{1-x^2} = x$$

$$\text{ج: } \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$259) \sqrt{3 + \sqrt{2x - x^3}} = \sqrt{3}$$

$$\text{ج: } 0, \pm\sqrt{2}$$

$$260) \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = 1 - x$$

$$\text{ج: } 0, 1$$

$$261) \sqrt{x + \sqrt{x-2}} - \sqrt{2x-2} = 0$$

$$\text{ج: } 2, 3$$

$$262) \sqrt{\frac{4}{x+1}} + 1 = \sqrt{x+1}$$

$$\text{ج: } 3$$

$$263) x - \sqrt{x+2} = 4$$

$$\text{ج: } 7$$

$$۲۶۴) \sqrt{x} + \sqrt{x-5} = 5$$

ج: ۹

$$۲۶۵) \sqrt{2x^2 - x} = 2 - x$$

ج: ۱, -۴

$$۲۶۶) \sqrt{x + \sqrt{2+x}} = \sqrt{2x}$$

ج: ۲

$$۲۶۷) \sqrt{2x^2 + 5x + 1} - \sqrt{2x^2 + 5x - 2} = 1$$

ج: $-\frac{1}{2}, -3$

(راهنمایی: تغییر متغیر دهید.)

$$۲۶۸) \sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x+1} = 20$$

ج: ۱۵

(راهنمایی: تغییر متغیر دهید.)

$$۲۶۹) \sqrt{2 + \sqrt{x+5}} = \sqrt{13-x}$$

ج: ۹

$$۲۷۰) \sqrt{8+x^3} + \sqrt[4]{8+x^3} = 6$$

ج: ۲

$$271) \sqrt{2x+5} - 2x = 5$$

ج: $-\frac{5}{2}, -2$

$$272) x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$$

ج: $-2 \pm \sqrt{3}$ (راهنمایی: تغییر متغیر دهید.)

$$273) \frac{1}{\sqrt{x}+2} = 2 + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

ج: 2

$$274) \sqrt{x^2 - 3x + 12} = x^2 - 3x$$

ج: 1 و 4

نکته: در بعضی معادلات راویکالی به کمک یافتن دامنه عبارات می توان در مورد وجود یا عدم وجود ریشه نظر داد.

معادلات زیر را حل کنید.

$$275) 2x + \sqrt{2x-1} = 1$$

ج: $\frac{1}{2}$

$$276) 2 + \sqrt{x+2} = \sqrt{x}$$

ج: $\emptyset$

$$277) \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} = 4 - x^2$$

ج: ۲

$$278) x^2 + \sqrt{x-2} = 6 - x$$

ج: ۲

$$279) \sqrt{x-5} - \sqrt{3-x} = 2$$

ج: $\emptyset$

$$280) 3x - 2 + \sqrt{4x-3} = 0$$

ج: $\emptyset$

$$281) x^2 = \sqrt{1-x} + 1$$

ج: ۱

نکته: جمع و ضرب و تقسیم چند عبارت نامنفی همواره نامنفی است.

نکته: اگر مجموع چند عبارت نامنفی صفر شود، هر کدام از آنها صفر خواهد بود و ریشه مشترک قابل قبول است.

معادلات زیر را حل کنید.

$$282) \sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-4} = 0$$

ج: ۲

$$283) \sqrt{2x+4} + \sqrt{2x+x^2} = 0$$

ج: -۲

$$284) (x^2 - 3x + 2)^2 + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = 0$$

ج: ۲

$$285) x^2\sqrt{1-x^2} + 3\sqrt{3x^2+2x-1} = 0$$

ج: -۱

$$286) 2 + \sqrt{5x-1} + \sqrt{x+1} = 0$$

ج: $\emptyset$

$$287) 3x(x^2-2)\sqrt{x-3} = 0$$

ج: $3, \pm\sqrt{2}, 0$

گفته: اگر $a > 0$ ، $a + \frac{1}{a} = 2$ باشد، حتماً $a = 1$ خواهد بود.

معادلات زیر را حل کنید.

$$۲۸۸) \sqrt{x-2} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} = 2$$

ج: ۳

$$۲۸۹) \sqrt{\frac{2x+1}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2x+1}} = 2$$

ج: ۱

۲۹۰- اگر α جواب معادله $\sqrt{15} + \sqrt{2x+80} = \beta, 5$ جواب معادله $\sqrt{2-x} = x$ باشند، معادله ای بنویسید که ریشه هایش عکس α, β باشند. $10x^2 - 11x + 1 = 0$ ج:

۲۹۱- به ازای چه مقدار a ریشه ی معادله $6 = \sqrt{2x^2 - 5x + 6} - \sqrt{2a+1}$ برابر ۲ شود؟ ۱۵ ج:

۲۹۲- اگر معادله $-2 = \frac{kx}{3x-4} + \frac{2}{kx}$ دارای جواب ۲ باشد، ریشه معادله $\sqrt{x+1+k} + \sqrt{x+k} = 1$ کدام است؟ ۱ ج:

۲۹۳- به ازای چه مقدار a ریشه ی معادله $4 = \sqrt{3x+a} + \sqrt{x^2-4x+a}$ برابر ۱- می باشد؟ ۴ ج:

۲۹۴- اگر $x = 4$ یکی از جوابهای معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد. جواب دیگر کدام است؟ ندارد. ج:

۲۹۵- نقطه ای روی محور عرض ها در جهت مثبت که فاصله اش تا نقطه ی $(2\sqrt{5}, 3)$ برابر ۶ باشد را بیابید. ج: $(0, 7)$

۲۹۶- نقطه ای روی خط $y = 2x + 1$ که از دو نقطه ی $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ و $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ به یک فاصله باشد، کدام است؟ ج: $(1, 3)$

۲۹۷- دایره ای از دو نقطه ی $(0, 1)$ و $(3, 0)$ گذشته و معادله یک قطر آن بصورت $x - y = 2$ می باشد. شعاع دایره کدام است؟ ج: $\sqrt{5}$

۲۹۸- نقطه ی $(m, 2m)$ مرکز دایره ای گذرنده بر دو نقطه ی $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است. قطر کدام است؟ ج: ۶

۲۹۹- فاصله دو نقطه ی $A(2a + 3, a)$ و $B(-3, 2)$ برابر ۵ است. مقدار a کدام است؟ ج: $a = -1, -3$

۳۰۰- چند عدد صحیح وجود دارد که جمع آن با جذرش برابر ۶ باشد؟ ج: ۴

۳۰۱- عددی از جذرش ۱۲ واحد بزرگتر است. جذر آن عدد کدام است؟ ج: ۴

۳۰۲- چند نقطه روی خط $y = x + 1$ یافت می شود که مجموع فواصل آنها از دو نقطه $(1, 2)$ و $(0, 1)$ برابر ۲ باشد.

۳۰۳- معادلات زیر چند ریشه دارند؟ (راهنمایی: نیاز به حل نمی باشد.)

ج: ۰ $\sqrt{1-x^2} + 3\sqrt{x^2+1} - 2 = 0$ (الف)

ج: ۰ $\sqrt{x-4} + \sqrt{x-1} + x - 3 = 0$ (ب)

۳۰۴- جواب نامعادله $\sqrt{(x-3)(x+1)} > 3(x+1)$ کدام است؟ (راهنمایی: روش قطع گزینه)

- ۱) $x < -1$ ۲) $x > -1$ ۳) $\emptyset$ ۴) $x \geq -1$

۳۰۵- حاصل عبارت زیر کدام است؟ (راهنمایی: روش قطع گزینه)

الف) $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 - x^{-1}(x^2 + 1)$

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

ب) $\frac{1}{2+\sqrt{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\sqrt{a}}}$

- ۱) $2\sqrt{a}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{a} + 1$ ۴) $\sqrt{a+1}$