



نمونه سوالات فصل ۳

تابع

کتاب ریاضی ۲

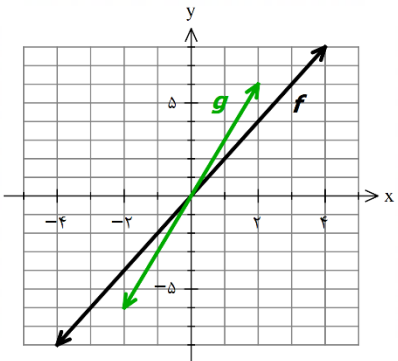
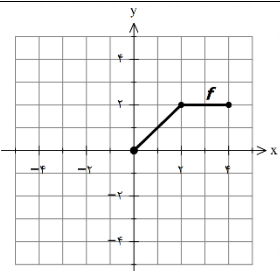
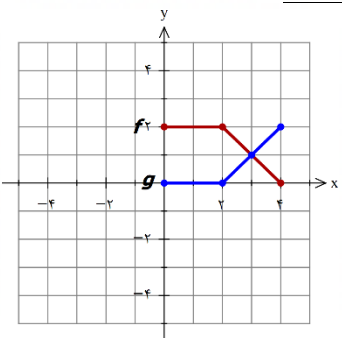
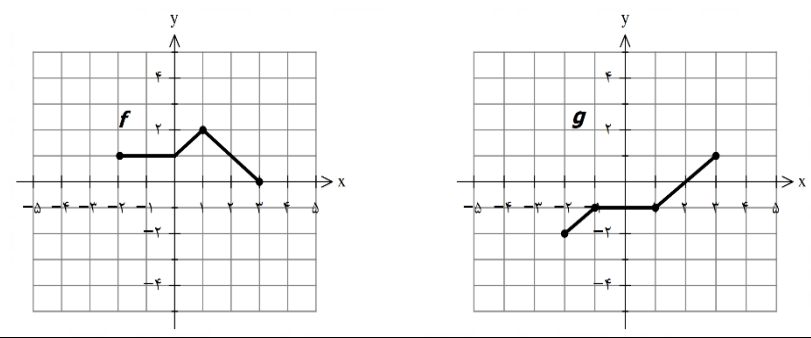
به کوشش: مرتضی معینی

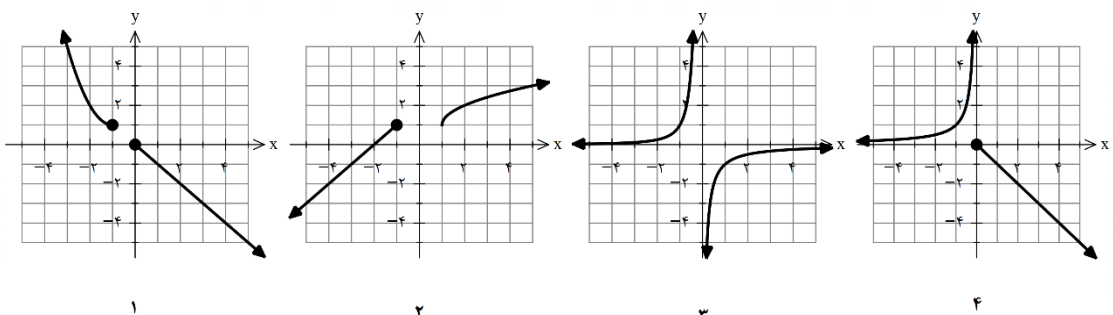


بهار ۹۹

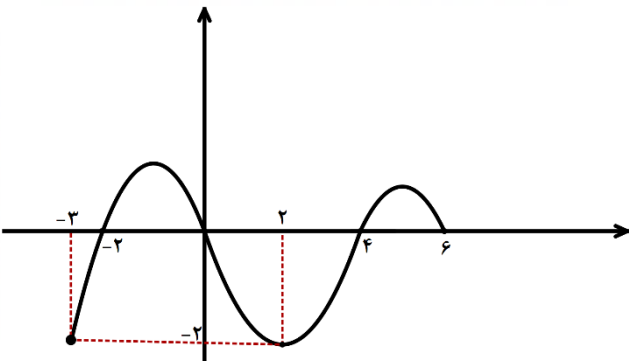
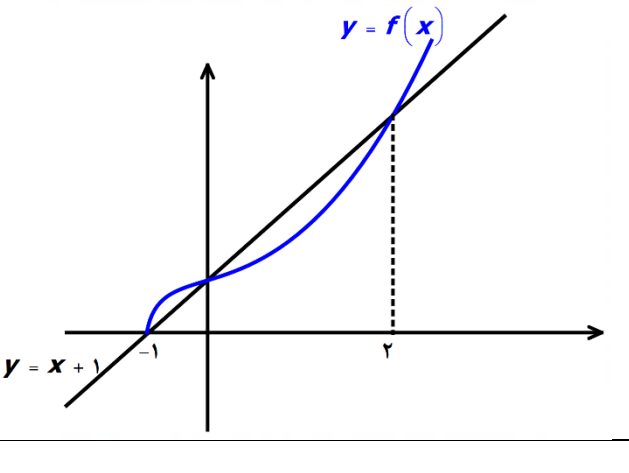
گروه ریاضی ناحیه دو کرج

ردیف	
۱	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2}{x}$, $g(x) = x$ با ضابطه با هم برابرند؟ چرا؟
۲	مقدار k را طوری بیابید که دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + kx + 3}$ برابر $\{1\} - \square$ باشد.
۳	آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ و $g(x) = \sqrt{x-1} \times \sqrt{x+1}$ برابرند؟ چرا؟
۴	الف) تساوی دو تابع $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^3 + 1} \right]$ و $g(x) = 1$ را بررسی کنید. ب) اگر دو تابع $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} & x \neq a \\ b & x = a \end{cases}$ مساوی باشند، a, b را بیابید.
۵	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$, $g(x) = x + 1$ با هم مساویند؟ چرا؟
۶	کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص نمی‌کند؟ الف) $3x^2 + y^2 = 1$ ب) $ x - 0.2y + 5 = 0$
۷	دامنه توابع زیر را بیابید. الف) $f(x) = \frac{x+3}{x+1} - \frac{x+1}{x-2}$ ب) $g(x) = \frac{x}{x^2 - x}$ پ) $h(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x-1} - 1}$ ت) $m(x) = \sqrt{x-3} - 1$ ث) $n(x) = \sqrt{-5-x}$ ج) $h(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+5}}$
۸	به کمک رسم نمودار، برد تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ x-2 & x \leq 0 \end{cases}$ را تعیین کنید.
۹	ضابطه تابع گویایی را بنویسید که دامنه آن: الف) $\square$ باشد. ب) $\{0, 1\} - \square$ باشد.
۱۰	مقدار a را طوری بیابید که $(x-1)^2 + y^2 - 4y = a - 5$ ضابطه‌ی یک تابع باشد.
۱۱	نمودار تابع $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ رسم کرده دامنه و برد آن را بیابید.
۱۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب ریاضی پر کنید. الف) تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-2, 1]$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g(x) = -f(2x) + 1$ بازه است. ب) مساحت مثلثی که خط $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ با محورهای مختصات می‌سازد برابر است.
۱۳	تابع $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ را در بازه‌ی $[-\infty, 5)$ رسم نموده و سپس برد تابع را بیابید.
۱۴	ضابطه‌ی تابعی رادیکالی را بنویسید که دامنه‌ی آن $(5, +\infty)$ و $f(5) = 3$ باشد.
۱۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم کرده سپس با استفاده از انتقال نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $f(x) = -\sqrt{x}$ ب) $g(x) = \sqrt{4x}$ پ) $k(x) = 3 - \sqrt{x-2}$ ت) $m(x) = -2\sqrt{x+1}$ ث) $n(x) = -\sqrt{-x}$
۱۶	نمودار توابع زیر را رسم کنید.

	الف) $y = -\frac{1}{x-1}$	ب) $y = \frac{x+1}{x}$	پ) $y = -\sqrt{x} + 1$	ت) $y = \sqrt{x+2} - 1$	
۱۷	نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2x+6} - 2$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ و انتقال رسم کرده، دامنه و برد آن را تعیین کنید.				
۱۸	نمودار دو تابع f, g در شکل مقابل نشان داده شده است. الف) ضابطه دو تابع f, g را بنویسید. ب) ضابطه $f+g, f-g$ را بدست آورید. پ) نمودار دو تابع $f+g, f-g$ را رسم کنید.				
۱۹	در شکل روبرو نمودار تابع f داده شده است. نمودار تابع با ضابطه $y = -2f(x)$ را رسم کنید.				
۲۰	نمودار دو تابع f, g در شکل مقابل نشان داده شده است. نمودار دو تابع $f+g, f-g$ را رسم کنید.				
۲۱	نمودار دو تابع f, g در شکل مقابل نشان داده شده است. نمودار دو تابع $f+g, f-g$ را رسم کنید. بیشترین و کمترین مقدار توابع $f+g, f-g$ از روی نمودار مشخص کنید.				
۲۲	حاصل عبارت های زیر را تعیین کنید.				الف) $\left[\frac{6}{1}\right] + \left[\frac{6}{2}\right] + \left[\frac{6}{3}\right] + \dots + \left[\frac{6}{60}\right]$ ب) $[10^{-4}] + [10^{-3}] + [10^{-2}] + \dots + [10^4]$
۲۳	اگر $[x]^2 - [x] = 0$ باشد، حدود x را پیدا کنید.				
۲۴	نمودار توابع زیر را در بازه های داده شده رسم کنید.				الف) $f(x) = x - [x]$, $[-2, 2]$ ب) $g(x) = [x - 2]$, $[-2, 2]$ پ) $h(x) = [2x]$, $[-1, 1]$ ت) $t(x) = 2[x]$, $[-2, 2]$
۲۵	دامنه توابع زیر را بدست آورید.				الف) $h(x) = \frac{1}{[x]-3}$ ب) $f(x) = \sqrt{9-x}$
۲۶	جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.				

	الف) مقدار تابع $f(x) = [x+1]$ به ازای $x = \sqrt{2}$ برابر است. ب) اگر $f(x) = [x+3]$ در این صورت حاصل $f(2-\sqrt{2})$ برابر است. پ) مقدار تابع $f(x) = [-x]$ به ازای $x = \sqrt{2}$ برابر است. ت) تابع $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right]$ ، تابعی است. ث) مقدار تابع $f(x) = [x]$ به ازای $x = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ برابر است.
۲۷	الف) معادله $[x+[x]] = -4$ را حل کنید. ب) معادله $[x] = \frac{x}{2}$ را حل کنید.
۲۸	الف) تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2}x \right] + 1$ را در بازه $-4 \leq x \leq 4$ رسم کنید. ب) دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{3}{5[x]-1}$ را بیابید.
۲۹	الف) نمودار توابع زیر را رسم کنید. ب) در هر مورد برد تابع را تعیین کنید. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 2 & x > 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = \left[\frac{1}{3}x \right] - 3 \leq x < 3$ پ) کدام یک از این توابع وارون پذیر نیست؟
۳۰	نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2}x \right]$ را در بازه $[-4, 4]$ رسم کنید.
۳۱	نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ رسم کنید.
۳۲	آیا هر تابع خطی غیر ثابت یک به یک است؟ چرا؟
۳۳	یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.
	الف) $f(x) = 2x+1$ ب) $g(x) = \sqrt{x-2}$ پ) $h(x) = 2x^2-1$ ت) $t(x) = \frac{1}{x}$ ث) $w(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$
۳۴	مقدار n, m را طوری بیابید که تابع f، یک تابع یک به یک باشد. $f = \{(1, m+1), (m+3, 3m)(1, m^2+1)(3, n-2)\}$
۳۵	کدام نمودار، نمودار تابع یک به یک است. 
۳۶	درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) یک تابع خطی همواره یک به یک است. ب) سهمی ها یک به یک نیست.

	پ) هر تابعی که یک به یک باشد وارون پذیر است.
۳۷	در هر یک از موارد زیر، نمودار تابع و وارون آنها را در یک دستگاه رسم کنید. الف) $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$ ب) $g(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases}$
۳۸	ضابطه وارون توابع زیر را بیابید. الف) $f(x) = 5x + 2$ ب) $g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{7}{3}$ پ) $k(x) = 2x^3 - 1$ ت) $h(x) = \sqrt{x-2}$
۳۹	نشان دهید دو تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ ، $g(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ وارون یکدیگرند.
۴۰	الف) مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر یک تابع یک به یک باشد. $f = \{(4a+2, b), (4, b+2), (a+5, 3), (-1, 0), (4, 5)\}$ ب) وارون تابع $f(x) = \frac{3-2x}{5}$ را بیابید.
۴۱	جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید. الف) در تابع $f(x) = x^3 - x + 2$ ، نمودار f^{-1} از نقطه‌ی $(-1, 0)$ می‌گذرد. ص □ غ □ ب) وارون تابع $y = \frac{2x+1}{x-3}$ برابر است با تابع ج) وارون تابع $y = x^3$ ، تابع است.
۴۲	همه تابع های $f(x) = ax + b, a \neq 0$ را طوری پیدا کنید که $f(x) = f^{-1}(x)$
۴۳	وارون تابع $f(x) = \frac{ax+2}{3x+d}$ با خودش برابر است. نشان دهید $a+d=0$
۴۴	دامنه‌ی تابع $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$ را طوری محدود کنید که وارون پذیر شود و سپس ضابطه‌ی تابع وارون آن را بیابید.
۴۵	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ ، $g(x) = x + 1$ باشد، حاصل $(2)(3f + \frac{2}{g})$ را بیابید.
۴۶	الف) اگر $f(x) = \sqrt{x} - 1$ و $g(x) = \frac{x}{x-2}$ باشد، دامنه‌ی $f \circ g$ را از طریق تعریف بدست آورید. ب) اگر $f = \{(3, 7), (5, 6), (4, 1)\}$ و $g = \{(5, 3), (4, 0), (6, 2)\}$ باشند. $\frac{f}{g}$ را بیابید. ج) اگر $f(2x-1) = x^2 + 5$ آنگاه $f(\frac{x}{2})$ را بیابید.
۴۷	اگر $f = \{(1, 2), (-2, 5), (7, 0), (6, 9)\}$ و $g = \{(7, 4), (-2, 1), (1, 0), (5, 6)\}$ باشند، تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب نمایش دهید.
۴۸	الف) اگر $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \sqrt{5-x}$ ، دامنه $\frac{f}{g}$ را محاسبه نمایید. ب) با فرض $f(x) = x^2 - x$ و $g = \{(2, 5), (0, 1)\}$ مقدار $(g+f)(2)$ را به دست آورید.

	۴۹ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. دامنه تابع های زیر مشخص کنید. $۱) y = \frac{1}{f(x)}$ $۳) y = \sqrt{xf(x)}$ $۲) y = \sqrt{f(x)}$ $۴) y = \sqrt{f(x-2)}$
	۵۰ شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = x + 1$ را نشان می دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{x - f^{-1}(x + 1)}$ را بیابید.

معمانی