

فصل اول: آمار و احتمال

۳۷- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱. به چند طریق می‌توان، ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟

۷۲ (۴)

۶۰ (۳)

۵۴ (۲)

۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ از ۶ کارمند ابتدا ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(6, 3)$ و سپس از ۳ نفر باقی‌مانده ۲ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(3, 2)$ و سپس ۱ نفر را از بین ۱ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(1, 1)$ و در نهایت طبق اصل ضرب تعداد راه‌های هر مرحله را در هم ضرب می‌کنیم:

$$C(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3 \times 2 \times 1} = 20$$

$$C(3, 2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3!}{1!2!} = \frac{3 \times 2!}{1 \times 2!} = 3$$

$$C(1, 1) = 1$$

$$\text{حاصل نهایی} = C(6, 3) \times C(3, 2) \times C(1, 1) = 20 \times 3 \times 1 = 60$$

۲. هر یک از دو صفحه‌ی عقربه‌دار به ۴ قطاع برابر، به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ تقسیم شده‌اند. عقربه‌ی مربوط به هر صفحه را می‌چرخانیم، احتمال این‌که عقربه‌ها در نواحی هم شماره متوقف شوند، کدام است؟

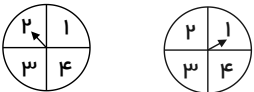
۳۸- خارج از کشور- ۱۳۹۱

 $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

فضای نمونه‌ای چرخش هر دو عقربه $4 \times 4 = 16$ حالت دارد.

در حالت‌های زیر هر دو عقربه روی شماره‌های یکسان قرار می‌گیرند:



در نتیجه:

$$A = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)(4, 4)\} \rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

۳. هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ بر روی ۵ گوی یکسان نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره‌ی آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار متوالی این آزمایش، عدد تصادفی سه رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال، در این عدد سه رقمی، لااقل دو رقم مساوی هستند؟

۱۸- سراسری- ۱۳۹۴

۰٫۵۴ (۴)

۰٫۵۲ (۳)

۰٫۴۸ (۲)

۰٫۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ با انجام این آزمایش در واقع، به کمک ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ اعداد سه رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) : \boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{5} = 5^3$$

پیشامد مطلوب A پیشامدی است که لااقل دو رقم مساوی داشته باشد. برای محاسبه‌ی احتمال پیشامد A می‌توان از پیشامد مکمل استفاده کرد:

$$A' = \text{پیشامدی که ارقام تکراری نباشند} \quad n(A') : \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 5 \times 4 \times 3$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{\cancel{5} \times 4 \times 3}{\cancel{5} \times 5 \times 5} = \frac{12}{25} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25} \Rightarrow P(A) = 0,52$$

۴۱- سراسری- ۱۳۹۸

۴. با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۸ (۳)

۹۶ (۲)

۷۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ حالت اول رقم یکان صفر باشد:

			صفر
--	--	--	-----

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$$

حالت دوم رقم یکان ۵ باشد:

			۵
--	--	--	---

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$

$$48 + 60 = 108 \quad \text{تعداد حالت‌ها : طبق اصل جمع}$$

۲۱- سراسری- ۱۳۹۹

۵. در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۶، ۱۷، ۱۴، ۱۳، ۱۰، ۹، ۱۲، ۱۵ و ۱۳، تفاضل داده‌های ابتدا و انتهای جعبه، کدام است؟

۴ (۴)

۳٫۵ (۳)

۳٫۲۵ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ داده‌ها را مرتب می‌کنیم؛ داریم:

چون داده‌ها زوج است میانگین دو داده وسط برابر میانه است.

$$9 - 10 - \underbrace{12.5 - 13}_{\text{چارک اول}} - \underbrace{13 - 14}_{\frac{13+14}{2}=13.5} - 15 - \underbrace{16 - 17 - 17.5}_{\text{چارک سوم}}$$

$$16 - 12.5 = 3.5 \quad \text{تفاضل ابتدا و انتهای جعبه}$$

۱۶- سراسری- ۱۳۹۹

۶. در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

۸۴ (۴)

۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا یکی از ۳ نفر مجاز به رانندگی را انتخاب می‌کنیم، سپس از چهار نفر بعدی یکی و به همین ترتیب نفرات بعدی انتخاب می‌شوند.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 3 \times 4! = 72 \quad \text{حالات مطلوب}$$

انتخاب راننده

۷- سراسری- ۱۳۹۹

۷. مجموعه‌های A ، B و C ، مطابق شکل زیر، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه‌خورده، نادرست است؟

$$A \cap (B \cup C)' \quad (۲)$$

$$A \cap (B' \cap C') \quad (۱)$$

$$(A - C) \cup (A - B) \quad (۴)$$

$$(A - C) \cap (A - B) \quad (۳)$$

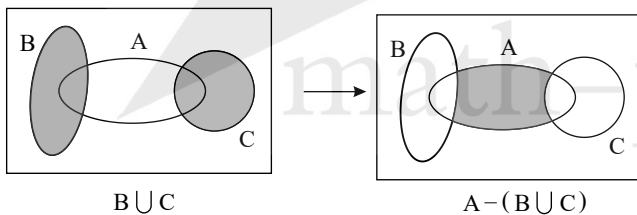
پاسخ: گزینه ۴ بهترین راه برای حل این سوال رسم است.

گزینه ۱

$$B' \cap C' = (B \cup C)'$$

$$A \cap (B \cup C)' \xrightarrow{\text{می‌دانیم: } F \cap D' = F - D} A - (B \cup C)$$

حال نمودار را رسم می‌کنیم:

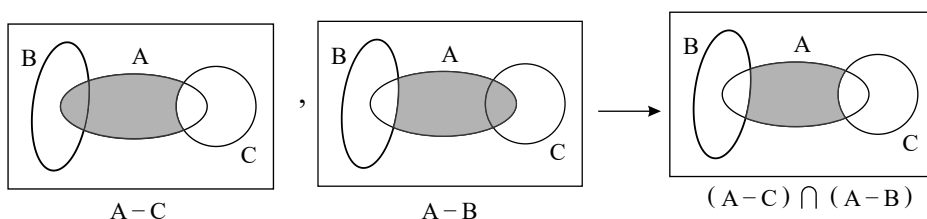


گزینه ۲

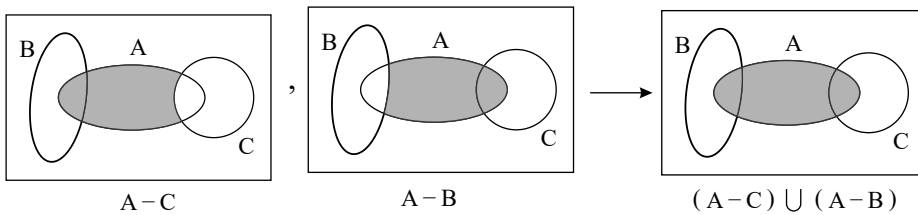
$$A \cap (B \cup C)' = A - (B \cup C)$$

که همان شکل گزینه ۱ درست است.

گزینه ۳



گزینه ۴



۱۹ - سراسری - ۱۳۸۷

۸. در یک عدد سه رقمی بدون صفر، احتمال اینکه لاکل دو رقم آن یکسان باشند، کدام است؟

$$\frac{49}{81} \quad (4)$$

$$\frac{17}{36} \quad (3)$$

$$\frac{11}{27} \quad (2)$$

$$\frac{25}{81} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا احتمال آنکه هر سه رقم متفاوت باشند را حساب می‌کنیم سپس از ۱ کم می‌کنیم.

$$n(S) = 9 \times 9 \times 9 = 9^3$$

همه ارقام متفاوت باشند A' ، لاکل دو رقم آن یکسان باشد A

$$\Rightarrow n(A') = 9 \times 8 \times 7$$

$$P(A') = \frac{9 \times 8 \times 7}{9^3} = \frac{56}{81}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{56}{81} = \frac{25}{81}$$

۹. جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ سیب خارج‌شده، سالم است؟

۳۲ - خارج از کشور - ۱۳۹۸

$$\frac{28}{55} \quad (4)$$

$$\frac{24}{55} \quad (3)$$

$$\frac{8}{15} \quad (2)$$

$$\frac{7}{15} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

تعداد کل سیب‌ها $8 + 4 = 12$

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220$$

$$n(A) = \binom{8}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{8 \times 7}{2} \times 4 = 112$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

۴۴ - خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱۰. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده، کمتر از ۱۰ می‌باشد؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ در پرتاب ۲ تاس $36 = 6 \times 6 = n(S)$ (فضای نمونه‌ای ۳۶ عضو دارد).

$$A' : 10 : \text{جمع اعداد روی دو تاس بیشتر یا مساوی } 10 \rightarrow n(A') = 6$$

در نتیجه داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۱۱. در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج‌شده، از یک رنگ هستند؟

۳۷ - سراسری - ۱۳۹۸

$$\frac{9}{14} \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

$$\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$\frac{5}{14} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$تعداد کل مهره‌ها = ۴ + ۳ = ۷ \Rightarrow n(S) = \binom{7}{2}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{\frac{4!}{2! \times 2!} + 3}{\frac{7!}{2! \times 5!}}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{6 + 3}{21} = \frac{3}{7}$$

۵۳- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱۲. دو سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای آن، کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

دو سکه دو حالت و تاس ۶ حالت دارد، بنابراین تعداد حالات فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$\frac{2}{\text{سکه}} \times \frac{2}{\text{سکه}} \times \frac{6}{\text{تاس}} = ۲۴$$

۱۳. هر یک از اعداد ۲۰، ۳، ۲، ۱، بر روی ۲۰ گوی نوشته شده است. اگر یک گوی از بین آنها بیرون آوریم با کدام احتمال عدد آن زوج ولی بر ۳

۲۷- خارج از کشور- ۱۳۹۷

بخش پذیر نیست؟

۰٫۴۵ (۴)

۰٫۴ (۳)

۰٫۳۵ (۲)

۰٫۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

فضای نمونه‌ای شامل ۲۰ عدد از ۱ تا ۲۰ می‌باشد:

حالات مطلوب شامل، اعداد زوجی است که بر ۳ بخش پذیر نیستند که عبارتند از:

$$n(S) = ۲۰$$

$$A = \{۲, ۴, ۸, ۱۰, ۱۴, ۱۶, ۲۰\} \Rightarrow n(A) = ۷$$

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷}{۲۰} = ۰٫۳۵$$

بنابراین احتمال وقوع این پیشامد برابر است با:

۲۹- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱۴. با حروف کلمه SAZESH، چند رمز عبور سه حرفی می‌توان ساخت؟

۸۴ (۴)

۸۱ (۳)

۷۵ (۲)

۷۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با توجه به اینکه در کلمه SAZESH حرف S، ۲ بار تکرار شده است، سؤال را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم:

$$۱) \text{ بدون تکرار حرف } S \rightarrow \text{انتخاب ۳ حرف از ۵ حرف SAZESH} \rightarrow \binom{5}{3} \times \overset{\text{جایگشت سه حرف در کنار هم}}{3!} = ۱۰ \times ۶ = ۶۰$$

جایگشت سه حرفی که دو حرف تکراری S دارد

$$۲) \text{ با تکرار حرف } S \rightarrow \text{حرف } S \text{ را انتخاب و یک حرف از حروف AZEH انتخاب می‌کنیم} \rightarrow \binom{4}{1} \times \overset{\text{جایگشت سه حرفی که دو حرف تکراری S دارد}}{\frac{3!}{2}} = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

چون جابه‌جایی ۲ حرف S بی‌تأثیر است. حاصل را بر ۲ تقسیم کرده است.

$$\text{مجموع دو حالت} = ۶۰ + ۱۲ = ۷۲$$

۱۵. پنج بازیکن فوتبال تیم مدرسه‌ای، به طور تصادفی در یک ردیف کنار یکدیگر می‌ایستند. اگر دروازه‌بان و کاپیتان دو نفر متفاوت باشند، با کدام احتمال بین

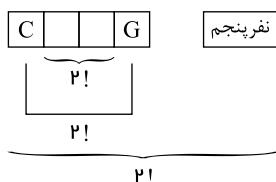
۱۴۰۱- سراسری-

دروازه‌بان و کاپیتان دقیقاً دو نفر حضور دارند؟

 $\frac{1}{20}$ (۴) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه را به دست می‌آوریم:

$$n(S) = ۵! = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$$



حال تعداد اعضای پیشامد مورد نظر (A) را حساب می‌کنیم:

۲ نفر از بین ۳ نفر دیگر (به غیر از کاپیتان و دروازه‌بان) انتخاب می‌کنیم و بین کاپیتان و دروازه‌بان قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow n(A) = \binom{3}{2} \times 2! \times 2! = 24 \Rightarrow P(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

۱۹- سراسری- ۱۴۰۱

۱۶. تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی مجموعه $\{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ که شامل عدد ۸ باشد، ولی شامل عدد ۴ نباشد، کدام است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ چون می‌خواهیم شامل عدد ۸ باشد، پس ۸ انتخاب شده و ۳ عضو دیگر زیرمجموعه را از بین $\{0, 1, 2, 4, 6, 9\}$ انتخاب می‌کنیم (دقت کنید که می‌خواهیم شامل ۴ نباشد)

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

۱۷. در هیئت‌مدیره یک شرکت، ۹ نفر عضو هستند. در رأی‌گیری برای یک سرمایه‌گذاری، ۴ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. اگر سه نفر به طور تصادفی انتخاب شوند، احتمال اینکه نظر هیچ دو نفری مثل هم نباشد، چقدر است؟

۱۶- خارج از کشور- ۱۴۰۱

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{21}$ (۲)

$\frac{2}{7}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا برای محاسبه تعداد اعضای فضای نمونه تعداد انتخاب ۳ نفر را از ۹ نفر به دست می‌آوریم:

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

از هر گروه یک نفر انتخاب شده باشد:

$$n(A) = \binom{4}{1}^{\text{موافق}} \times \binom{3}{1}^{\text{مخالف}} \times \binom{2}{1}^{\text{ممتنع}} = 4 \times 3 \times 2 = 24 \Rightarrow 24 \Rightarrow P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

۱۷- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱۸. در چند زیرمجموعه ۵ عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ حداقل سه عضو زوج وجود دارد؟

۲۰ (۴)

۴۵ (۳)

۵۵ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به مسئله داریم:

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} = \text{اعداد فرد} \quad \{2, 4, 6, 8\} = \text{اعداد زوج}$$

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۳ عضو زوج و ۲ عضو فرد

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

حالت دوم: ۴ عضو زوج و ۱ عضو فرد

$$\binom{4}{4} \times \binom{5}{1} = 1 \times 5 = 5$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 40 + 5 = 45$$

۱۹. در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ۰۰۰، ۱۸ را تخصیص می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد رو شده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال اینکه شخص صاحب شماره ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

۱۰- خارج از کشور- ۱۴۰۰

$\frac{1}{7}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

$\frac{1}{10}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ در پرتاب سه تاس تعداد اعضای فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

تعداد حالت‌هایی که مجموع ۳ عدد رو شده برابر ۱۰ می‌شود برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{تعداد حالت‌ها} \\ 1, 3, 6 \longrightarrow 3! = 6 \\ \text{تعداد حالت‌ها} \\ 1, 4, 5 \longrightarrow 3! = 6 \\ \text{تعداد حالت‌ها} \\ 2, 3, 5 \longrightarrow 3! = 6 \\ \text{تعداد حالت‌ها} \\ 2, 2, 6 \longrightarrow 3 \\ \text{تعداد حالت‌ها} \\ 3, 3, 4 \longrightarrow 3 \\ \text{تعداد حالت‌ها} \\ 4, 4, 2 \longrightarrow 3 \end{array} \right. \Rightarrow n(A) = 27$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{27}{216} = \frac{1}{8}$$

۸- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۲۰. اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ کدام است؟

$A' \cup B' \quad (4)$

$A \cup B \quad (3)$

$A' \cap B' \quad (2)$

$A \cap B \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۲ اگر $A \subseteq B'$ باشد، همواره A و B ناسازگارند، چون $A \cap B = \emptyset$ در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} A - B = A \\ B - A = B \end{array} \right\} \Rightarrow ((A - B) \cup (B - A))' = (A \cup B)' = A' \cap B'$$

۲۱. یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟

۱۰- سراسری- ۱۴۰۰

$\frac{41}{42} \quad (4)$

$\frac{20}{21} \quad (3)$

$\frac{13}{14} \quad (2)$

$\frac{19}{21} \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۴ از آنجایی که حل مستقیم طولانی بوده از احتمال متمم استفاده می‌کنیم و کفایت احتمال (اینکه همه کتاب‌های انتخابی در یک موضوع باشند را انتخاب کرده و از احتمال کل کم کنیم).

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

$$n(A)' = \binom{5}{4} = \frac{5!}{1! \times 4!} = 5$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{5}{210}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow 1 - \frac{5}{210} = \frac{205}{210} = \frac{41}{42}$$

۱۲- سراسری- ۱۴۰۰

۲۲. اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است).

$B = \emptyset \text{ یا } A = \emptyset \quad (4)$

$A \cup B = S \quad (3)$

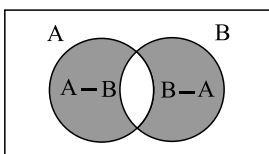
$A \subseteq B' \quad (2)$

$A \subseteq B \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۳ پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد و پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامدهای A یا B (حداقل یکی از پیشامدها) رخ دهند.

بنابراین در نمودار زیر داریم:

$(A - B) \cup (B - A)$

قسمت هاشورخورده برابر $(A - B) \cup (B - A)$ است و متمم قسمت هاشورخورده برابر $A \cap B$ است. در نتیجه $A \cup B = S$ است.

۲۵- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۲۳. در پرتاب یک تاس و ۲ سکه، احتمال این که لااقل یکی از سکه‌ها «پشت» و عدد رو شده در تاس، فرد باشد، کدام است؟

$\frac{5}{8} \quad (4)$

$\frac{1}{2} \quad (3)$

$\frac{5}{12} \quad (2)$

$\frac{3}{8} \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۱

فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

تاس سکه دوم سکه اول

حالات مطلوب سؤال برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} \quad A = \{(1, پ, پ), (3, پ, پ), (5, پ, پ), (1, ر), (3, ر), (5, ر), (1, پ), (3, پ), (5, پ)\} \Rightarrow n(A) = 9$$

۲۹- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۲۴. دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می توانند قرار گیرند، به طوری که ۲ فرد موردنظر از آنان، همواره کنار یکدیگر باشند؟

۱۲۰ (۴)

۹۶ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

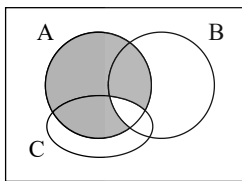
پاسخ: گزینه ۲ می دانیم جایگشت های دایره ای n شخص دور یک میز گرد برابر است با: $(n-1)!$

دو نفری که می خواهند کنار هم قرار بگیرند در یک بسته قرار می دهیم؛ پس حالا ۵ شی داریم که می خواهند دور یک میز گرد قرار گیرند؛ داریم:

$$(5-1)! \times 2 = 4! \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

جایجایی دو شخص
که در یک بسته
قرار داریم

۷۳- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۲۵. مطابق شکل زیر، فرض کنید A ، B و C ، سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟

$$A \cap (B' \cup C') \quad (۲)$$

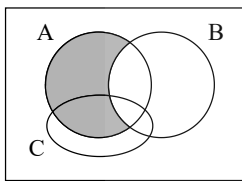
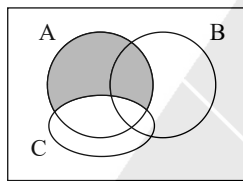
$$(A - B) \cup (A - C) \quad (۱)$$

$$A - (B \cup C) \quad (۴)$$

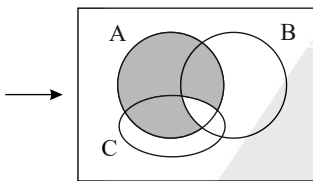
$$A - (B \cap C) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴ بهترین روش برای حل این سؤال کشیدن نمودار برای هر گزینه است؛ داریم:

گزینه ۱:

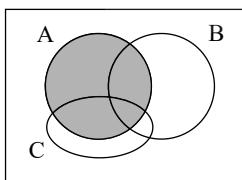
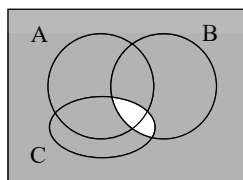
 $A - B$  $A - C$

از اجتماع دو نمودار بالا داریم:

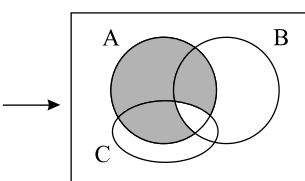
 $(A - B) \cup (A - C)$

گزینه ۲:

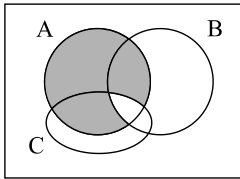
$$\text{می دانیم: } B' \cup C' = (B \cap C)'$$

 A  $(B \cap C)'$

از اشتراک دو نمودار بالا داریم:

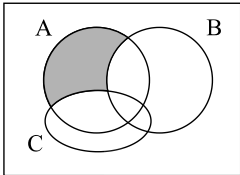
 $A \cap (B' \cup C')$

گزینه ۳:



$$A - (B \cap C)$$

گزینه ۴:



$$A - (B \cup C)$$

نمودار گزینه ۴ با بقیه گزینه‌ها متفاوت است.

۲۶. داده های آماری ۱۳، ۱۸، ۲۰، ۱۸٫۵، ۱۴٫۵، ۱۲، ۱۵، ۱۵٫۵ و ۱۷، با نمودار جعبه‌ای تقریباً نشان داده شده است. انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۲- سراسری- ۱۳۹۹

$$۱٫۱ \quad \boxed{۴}$$

$$۱٫۲ \quad \boxed{۳}$$

$$۱٫۳ \quad \boxed{۲}$$

$$۱٫۵ \quad \boxed{۱}$$

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$Q_1 = 13.75 \quad Q_3 = 18.25$$

$$12 - \boxed{13 - 14.5} - 15 - 15.5 - 17 - \boxed{18 - 18.5} - 20$$

داده‌های داخل جعبه: ۱۴٫۵، ۱۵، ۱۵٫۵، ۱۷، ۱۸

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{10}{5} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2.25 + 1 + 0.25 + 1 + 4}{5}} = \sqrt{\frac{8.5}{5}} = \sqrt{1.7} \approx 1.3$$

۶۳- خارج از کشور- ۱۳۹۱

۲۷. چند عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟

$$۲۵ \quad \boxed{۴}$$

$$۲۴ \quad \boxed{۳}$$

$$۲۰ \quad \boxed{۲}$$

$$۱۸ \quad \boxed{۱}$$

پاسخ: گزینه ۴ چون قرار است اعداد متشکل از ارقام فرد باشند، بنابراین باید از ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ استفاده کنیم.

$$\boxed{۵} \times \boxed{۵} \times \boxed{۱} = ۲۵$$

توجه کنید برای جایگاه یکان فقط می‌توانیم عدد ۵ را قرار دهیم (اعداد حاصل باید بر ۵ بخش‌پذیر باشند و می‌دانیم تنها اعدادی که رقم یکان آنها صفر یا ۵ باشند بر ۵ بخش‌پذیرند). برای بقیه خانه‌ها شرط خاصی نداریم پس هر کدام به پنج حالت (همه ارقام موجود) پُر می‌شوند.

۲۸. حروف کلمه *EARNEST* را به چند طریق می‌توان در کنار هم قرار داد، به طوری که حرف *N* همواره در وسط قرار گیرد؟ (بدون توجه به مفهوم)

۴۸- سراسری- ۱۳۹۱

$$۳۶۰ \quad \boxed{۴}$$

$$۲۴۰ \quad \boxed{۳}$$

$$۲۱۶ \quad \boxed{۲}$$

$$۱۸۰ \quad \boxed{۱}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{N}{1}$$

حرف *N* را در وسط قرار می‌دهیم. ۶ حرف *EAREST* باقی می‌ماند که جایگشت آن‌ها را حساب می‌کنیم:توجه کنید که حرف *E* ۲ بار تکرار شده است و جابه‌جایی آن‌ها تأثیری ندارد پس حاصل را بر ۲ تقسیم کرده‌ایم.

$$\frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2} = 360$$

۲۹. از یک قطعه مقوا، ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ بریده شده است. با جایگشت هر سه رقم دلخواه از آنان، چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟ ۲۴- خارج از کشور- ۱۳۹۰

$$34 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$28 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ حالت اول: هر ۳ رقم ۲ باشد.

$$2, 2, 2 \rightarrow 1 = \text{تعداد جایگشت}$$

حالت دوم: یکی از ارقام ۲ و دو رقم دیگر غیر از ۲

$$2, \underbrace{0, 0}_{1, 2, 5} \rightarrow \binom{3}{2} \times \underbrace{3!}_{\text{جایگشت ۳ رقم}} = 3 \times 6 = 18$$

انتخاب ۲ رقم از بین ارقام ۱, ۳, ۵

حالت سوم: دو رقم ۲ و یک رقم دیگر غیر ۲

$$2, 2, \underbrace{0}_{1, 2, 5} \rightarrow \binom{3}{1} \times \underbrace{\frac{3!}{2!}}_{\text{جایگشت یک رقم انتخابی با دو تا رقم ۲}} = 3 \times 3 = 9$$

انتخاب یک رقم از بین ارقام ۱, ۳, ۵

حالت چهارم: هر ۳ رقم غیر ۲ باشند.

$$1 + 18 + 9 + 6 = 34 \text{ پس داریم}$$

۴۸- خارج از کشور- ۱۳۹۱

۳۰. از ۱۲ نفر دانش‌آموز نمونه، به چند راه می‌توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه، انتخاب کرد؟

$$220 \quad (4)$$

$$330 \quad (3)$$

$$660 \quad (2)$$

$$1320 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ انتخاب ۳ نفر از ۱۲ نفر، مورد سؤال است و چون قرار است این سه نفر جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه انتخاب شوند، پس ترتیب انتخاب آن‌ها اهمیت دارد. بنابراین از فرمول ترتیب استفاده می‌کنیم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(12, 3) = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!} = 1320$$

۱۹- سراسری- ۱۳۹۴

۳۱. با حروف کلمه‌ی RANGIN، چند کلمه‌ی رمز ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

$$120 \quad (4)$$

$$84 \quad (3)$$

$$72 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ چون کلمه‌ی RANGIN دارای ۲ حرف تکراری N است، پس برای ساختن رمزهای ۳ حرفی حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:
الف) شامل حرف N نباشد: بنابراین ۳ حرف را از بین حروف {R, A, G, I} انتخاب کرده و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{4}{3} \times 3! = 4 \times 6 = 24$$

ب) شامل یک حرف N باشد: بنابراین ۲ حرف دیگر را از بین حروف {R, A, G, I} انتخاب و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{4}{2} \times 3! = \frac{4 \times 3}{2} \times 6 = 36$$

ج) شامل دو حرف N باشد: بنابراین حرف سوم را از بین حروف {R, A, G, I} انتخاب و با دو حرف تکراری N جایگشت می‌دهیم:
چون جابه‌جایی N‌ها بی‌تأثیر است حالت‌ها را بر ۲ تقسیم کرده‌ایم.

$$\binom{4}{1} \times \frac{3!}{2} = 4 \times 3 = 12$$

$$24 + 36 + 12 = 72 = \text{تعداد کل رمزها}$$

در نهایت طبق اصل جمع داریم:

۳۲. در جعبه‌ای ۴ مهره با شماره‌های ۱ تا ۴ موجود است. به تصادف یک مهره از جعبه بیرون می‌آوریم. شماره‌ی آن را یادداشت کرده و به جعبه بر می‌گردانیم. مهره‌ی دیگری بیرون کشیده شماره‌ی آن را در کنار عدد قبلی قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد دو رقمی حاصل مضرب ۳ است؟ ۳۷- سراسری- ۱۳۹۶

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{16} \quad (2)$$

$$\frac{5}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ در واقع با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ داریم اعداد دو رقمی می‌نویسیم که تکرار هم مجاز است زیرا پس از دیدن هر مهره‌ی آن را به جعبه برمی‌گردانیم.

$$n(S) = 4 \times 4 = 16$$

اکنون باید در بین این ۱۶ عدد اعدادی را که بر ۳ بخش پذیر هستند را مشخص کنیم.

$$A = \{12, 21, 24, 42, 33\} \rightarrow n(A) = 5$$

پس $P(A) = \frac{5}{16}$ است.

۴۸- سراسری- ۱۳۹۷

۳۳. با حروف کلمه *DANESH*، چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت. به طوری که حرف *S* در هر رمز باشد؟

۲۷۰ (۴)

۲۶۰ (۳)

۲۵۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا حرف *S* را حذف کرده تعداد دسته‌های سه حرفی بدون *S* که ترتیب مهم نباشد را می‌نویسیم.

D A N E S H

پس از ۵ حرف باقی‌مانده سه حرف انتخاب می‌کنیم (ترتیب مهم نیست)

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

پس به ۱۰ طریق سه حرف غیر *S* انتخاب می‌کنیم حال با ۴ حرف می‌شوند و ۴! ترتیب جابه‌جایی آنها است. پس:

$$\text{جواب: } 10 \times 4! = 10 \times 24 = 240$$

جابه‌جایی ۴ عضو
انتخاب‌های دسته‌های
سه تایی بدون *S*

۳۶- سراسری- ۱۳۹۳

۳۴. به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب‌بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

۹۰ (۴)

۷۲ (۳)

۶۰ (۲)

۵۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ برای آن که به بچه‌ها تعداد مساوی اسباب‌بازی برسد باید به هر بچه ۲ عدد اسباب‌بازی بدهیم. برای بچه‌ی اول کافیت ۲ اسباب‌بازی از ۶ اسباب‌بازی انتخاب کنیم $C(6, 2)$ و بدهیم.

برای بچه‌ی دوم ۲ اسباب‌بازی از ۴ اسباب‌بازی باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(4, 2)$ و در نهایت ۲ اسباب‌بازی باقی‌مانده را برای بچه‌ی سوم انتخاب می‌کنیم.

$$C(6, 2) = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 15$$

$$C(4, 2) = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 2!} = 6$$

$$C(2, 2) = \frac{2!}{2!0!} = 1$$

بنا بر اصل ضرب داریم:

$$C(6, 2) \times C(4, 2) \times C(2, 2) = 15 \times 6 \times 1 = 90$$

۳۵. از بین ۲۰ کارت یکسان که اعداد ۱ تا ۲۰ بر روی آن‌ها نوشته شده است، دو کارت با شماره‌های زوج را کنار می‌کشیم. از بین بقیه به تصادف یک کارت بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال عدد این کارت زوج است؟

۴۸- سراسری- ۱۳۹۵

$\frac{7}{18}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ وقتی ۲ کارت با شماره‌های زوج را بیرون بکشیم، ۸ کارت زوج و ۱۰ کارت فرد داریم. فضای نمونه‌ای انتخاب یک کارت از این ۱۸ کارت باقی‌مانده است:

$$n(S) = \binom{18}{1} = 18$$

و پیشامد مطلوب، انتخاب یک کارت از بین ۸ کارت زوج است:

$$n(A) = \binom{8}{1} = 8$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

۲۹- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۳۶. ۴ تاس را باهم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال اعداد رو شده، لااقل در دو تاس یکسان هستند؟

$\frac{13}{18}$ (۴)

$\frac{11}{18}$ (۳)

$\frac{7}{18}$ (۲)

$\frac{5}{18}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ می‌توان از پیشامد مکمل (نامطلوب) استفاده نمود:

احتمال آن‌که در پرتاب ۴ تاس لااقل ۲ تاس یکسان باشند $P(A)$

احتمال آن که در پرتاب ۴ تاس هیچ کدام یکسان نباشند $P(A')$

پس احتمال آن را حساب می‌کنیم که اعداد ۴ تاس متفاوت باشند:

$$P(A') = \frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = 1 \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

۳۲- خارج از کشور- ۱۳۹۶

۳۷. بر روی یک نیمکت ۴ دانش آموز نشسته‌اند؛ با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده‌اند؟

$$\frac{55}{96} \quad (4)$$

$$\frac{25}{48} \quad (3)$$

$$\frac{23}{48} \quad (2)$$

$$\frac{41}{96} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ به خاطر کلمه‌ی «لااقل» از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. یعنی احتمال اینکه هیچ کدام از این ۴ نفر در یک ماه متولد نشده باشند را حساب کرده و حاصل را از یک کم می‌کنیم.

$$P(\text{هیچ کدام از آنان در یک ماه از سال متولد نشده باشند}) = 1 - P(\text{لااقل دو نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده باشند})$$

فضای نمونه‌ای این آزمایش، 12^4 است.

زیرا هر نفر می‌تواند در یکی از ۱۲ ماه سال متولد شود و پیشامد این آزمایش دارای $12 \times 11 \times 10 \times 9$ عضو است.

زیرا برای تولد نفر اول ۱۲ انتخاب و برای تولد نفر دوم ۱۱ انتخاب و برای نفرات سوم و چهارم به ترتیب ۱۰ و ۹ انتخاب وجود دارد.

$$1 - \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12 \times 12 \times 12 \times 12} = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

۳۶- سراسری- ۱۳۸۹

۳۸. در پرتاب هم‌زمان دو تاس، با کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده در این دو تاس مضرب ۳ است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

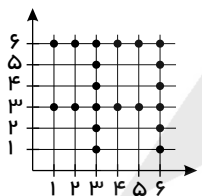
پاسخ: گزینه ۲ روش اول: می‌دانیم در تاس اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند و اعداد ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و مضرب ۳ نیستند. برای حل این سوال از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم.

$$P(\text{هیچ کدام از اعداد دو تاس مضرب ۳ نباشند}) = 1 - P(\text{لااقل یکی از دو عدد تاس مضرب ۳ باشد})$$

$$= 1 - P(\text{تاس اول مضرب ۳ نباشد}) \times P(\text{تاس دوم مضرب ۳ نباشد}) = 1 - \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

روش دوم: پرتاب ۲ تاس ۳۶ حالت دارد:

حالاتی که لااقل یکی از اعداد مضرب ۳ باشد، یعنی آن که در پرتاب دو تاس یکی از اعداد ۳ یا ۶ یا هر دوی آن‌ها مشاهده شود. یعنی ۲۰ حالت مشخص شده:



$$\rightarrow P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

۳۹. هر یک از ارقام ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵ بر روی ۱۰ کارت یکسان نوشته شده است. یک کارت به تصادف از بین آن‌ها برداشته و رقم آن را یادداشت می‌کنیم و دوباره

داخل کارتها قرار می‌دهیم. کارت دیگری بیرون کشیده رقم آن را در سمت راست رقم قبلی می‌نویسیم. با کدام احتمال، عدد حاصل دو رقمی و مضرب ۵ می‌باشد؟

۸- سراسری- ۱۳۹۲

$$\frac{20}{9} \quad (4)$$

$$\frac{19}{9} \quad (3)$$

$$\frac{18}{9} \quad (2)$$

$$\frac{16}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ در هر بار انتخاب کارتها ۱۰ حالت داریم، پس فضای نمونه‌ای شامل $10 \times 10 = 100$ عضو است. برای آن که عدد حاصل، دو رقمی و مضرب ۵ باشد، باید کارت اول مخالف صفر و کارت دوم صفر یا ۵ باشد:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \begin{matrix} \boxed{9} \\ \text{کارت دوم} \\ \text{(صفر یا ۵)} \end{matrix} \times \begin{matrix} \boxed{2} \\ \text{کارت اول} \\ \text{(مخالف صفر)} \end{matrix} = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

۴۰. در یک ظرف ۵ گوی قرمز با شماره‌های ۱ تا ۵ و چهار گوی آبی با شماره‌های ۱ تا ۴ قرار دارند. به طور تصادفی یک گوی از هر رنگ خارج می‌کنیم. با کدام

احتمال، لااقل شماره‌ی یکی از آن‌ها عدد ۲ می‌باشد؟

۳۲- سراسری- ۱۳۹۰

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{35}{9} \quad (3)$$

$$\frac{3}{9} \quad (2)$$

$$\frac{25}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ برای حل این سؤال از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم عبارت لااقل یکی از شماره‌ها ۲ باشد به معنای آن است که یا یکی از شماره‌ها یا هر دوی آن‌ها عدد ۲ باشد و پیشامد مکمل (نامطلوب) آن است که هیچ یک از شماره‌ها ۲ نباشند.

لااقل یکی از ارقام ۲ باشد: A

هیچ یک از ارقام ۲ نباشد: A'

گوی دوم عددی غیر از ۲ باشد ، گوی اول عددی غیر از ۲ باشد : A'
می‌تواند ۱، ۳، ۴ باشد می‌تواند ۱، ۳، ۴، ۵ باشد

$$\Rightarrow P(A') = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۴۱. اعداد یک رقمی ۱، ۲، ۳، ۰۰۰، ۹ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. اگر یک کارت از بین آن‌ها بیرون آوریم، احتمال اینکه عدد آن، بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۵۳- سراسری-۱۳۹۷

$$\frac{5}{9} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$S = \{1, 2, \dots, 9\} \Rightarrow n(S) = 9$$

$$A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۳۸- خارج از کشور-۱۳۹۲

۴۲. سه نفر در مؤسسه‌ای کار می‌کنند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آن‌ها در یک ماه سال استخدام شده‌اند؟

$$\frac{35}{144} \quad (4)$$

$$\frac{19}{72} \quad (3)$$

$$\frac{17}{72} \quad (2)$$

$$\frac{5}{36} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ برای حل این مسئله از احتمال پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. اگر A پیشامدی باشد که در آن لااقل دو نفر در یک ماه سال استخدام شده باشند، A' پیشامدی است که در آن هیچ یک از سه نفر در یک ماه سال استخدام نشده باشند، بنابراین برای نفر اول ۱۲ حالت (۱۲ ماه سال) برای نفر دوم ۱۱ حالت (به غیر از ماه مربوط به نفر اول) و برای نفر سوم ۱۰ حالت (به غیر از ماه‌های نفرات اول و دوم) وجود دارد:

$$n(A') = 12 \times 11 \times 10 \Rightarrow P(A') = \frac{12 \times 11 \times 10}{12^3} = \frac{110}{144} = \frac{55}{72}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{55}{72} = \frac{17}{72}$$

۴۶- خارج از کشور-۱۳۹۲

۴۳. سه تاس متمایز را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر سه عدد رو شده متفاوت‌اند؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ برای هر یک از تاس‌ها، ۶ حالت ممکن است رخ دهد. بنابراین تعداد اعضای فضای نمونه‌ای، بنا به اصل ضرب برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

برای آنکه اعداد رو شده در ۳ تاس متفاوت باشند، تاس اول ۶ حالت می‌تواند داشته باشد اما در تاس دوم نباید عدد تاس اول رو شود، پس ۵ حالت می‌تواند داشته باشد و به همین ترتیب تاس سوم تنها ۴ حالت می‌تواند داشته باشد، در نتیجه:

$$n(A) = 6 \times 5 \times 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6 \times 6 \times 6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

۴۴. بر روی ۵ گوی یکسان، هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره‌ی آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار این آزمایش عدد تصادفی دو رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳، است؟

۲۵- خارج از کشور-۱۳۹۴

$$0.48 \quad (4)$$

$$0.36 \quad (3)$$

$$0.32 \quad (2)$$

$$0.24 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ با انجام این آزمایش به کمک ارقام $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ اعداد دو رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم. پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \boxed{5} \times \boxed{5} = 25$$

اگر A پیشامد آن باشد که عدد حاصل مضرب ۳ باشد، آن گاه پیشامد A شامل اعضای زیر است:

$$A = \{12, 15, 21, 24, 33, 42, 45, 51, 54\} \Rightarrow n(A) = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{25} = 0.36$$

۳۱- خارج از کشور- ۱۳۸۹

۴۵. کدام بیان برای فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی نادرست است؟

- ۱) احتمال وقوع لااقل یکی از برآمدهای آن صفر است. ۲) مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی است. ۳) احتمال وقوع حداکثر یکی از پیشامدهای آن ۱ است. ۴) اجتماع تمام برآمدهای ممکن برابر فضای نمونه‌ای است.

پاسخ: گزینه ۱ بررسی گزینه‌ها:

فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن در یک آزمایش تصادفی است. (درستی گزینه ۲)

اجتماع تمام برآمدهای ممکن برای یک آزمایش تصادفی برابر با فضای نمونه‌ای است. (درستی گزینه ۴)

$$S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \Rightarrow P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) = 1$$

از آنجا که مجموع احتمالات برآمدها برابر ۱ است، پس حداکثر یکی از پیشامدهای آن می‌تواند احتمال (۱) داشته باشد. (درستی گزینه ۳)

اما ممکن است احتمال وقوع هیچ یک از برآمدهای آن صفر نباشد. (نادرستی گزینه ۱)

۵۸- سراسری- ۱۳۹۵

۴۶. در پرتاب سه سکه با هم، احتمال ظاهر شدن لااقل یک «رو»، کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{5}{8}$ ۳) $\frac{6}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

پاسخ: گزینه ۴ فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه دارای ۸ حالت است:

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

اگر A احتمال آن باشد که حداقل یک «رو» ظاهر شده باشد، پیشامد متمم (A') شامل حالاتی است که هیچ «رو» بی ظاهر نشود، یعنی همه‌ی سکه‌ها «پشت» باشند:

$$A' = \{(پ, پ, پ)\} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{n(A')}{n(S)} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

۴۶- خارج از کشور- ۱۳۸۹

۴۷. دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده در این دو تاس فرد است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{5}{8}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۴ برای حل این سؤال از پیشامدهای مکمل استفاده می‌کنیم.

پیشامد آن که لااقل یکی از اعداد رو شد فرد باشد $A =$

پیشامد آن که هر دو عدد رو شده زوج باشند $=$ پیشامد آن که هیچ یک از اعداد رو شده فرد نباشد $A' =$

$P(A') =$ (تاس دوم زوج) و (تاس اول زوج)

$P(A') =$ (تاس دوم زوج) و (تاس اول زوج)

$$P(A') = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۷۹- سراسری- ۱۳۹۷

۴۸. یک تاس قرمز و یک تاس سبز را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده، برابر ۷ باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{5}{18}$

پاسخ: گزینه ۱

$$n(S) = \begin{matrix} \text{تاس دوم} \\ \downarrow \\ 6 \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{تاس اول} \\ \downarrow \\ 6 \end{matrix} = 36$$

$A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$ مجموع دو تاس ۷ شود

$$n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۴۹. جدول زیر، تعداد لامپ‌های موجود ۶۰ وات و ۱۰۰ وات از تولیدات دو کارخانه‌ی A و B است. اگر یک لامپ به تصادف برداشته شود، با کدام احتمال این لامپ ۱۰۰ وات است؟

۴۸- سراسری- ۱۳۹۰

	۶۰	۱۰۰
A	۲۰	۱۴
B	۲۲	۳۴

$$\frac{5}{9} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{8}{15} \quad (2)$$

$$\frac{7}{15} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه‌ای را مشخص می‌کنیم که برابر با تعداد کل لامپ‌هاست:

$$n(S) = 20 + 22 + 14 + 34 = 90 = \text{تعداد اعضای فضای نمونه‌ای}$$

حالت مطلوب آن است که لامپ انتخابی ۱۰۰ وات باشد که تعداد لامپ‌های ۱۰۰ واتی برابر $14 + 34 = 48$ است. بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

۵۸- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۵۰. با ارقام موجود در مجموعه $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ ، چند عدد پنج‌رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

$$300 \quad (4)$$

$$240 \quad (3)$$

$$180 \quad (2)$$

$$120 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{4} = 240$$

از ۶ رقم یکی در یکان است.

رقم فرد ۱ یا ۷

۵۱. در بررسی تخلفات ۳۰۰۰ راننده به علت سرعت زیاد، ۱۸ مورد با خطای دید مأمور اشتباه رخ داده است. اگر راننده‌ای با اعمال این تخلف جریمه شود، با کدام احتمال تخلف وی واقعی است؟

۳۶- سراسری- ۱۳۹۱

$$0.994 \quad (4)$$

$$0.992 \quad (3)$$

$$0.988 \quad (2)$$

$$0.984 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ از ۳۰۰۰ مورد، ۱۸ مورد با خطا مواجه بوده است:

$$P(\text{خطا}) = \frac{18}{3000} = \frac{6}{1000}$$

$$P(\text{ندم خطا}) = 1 - \frac{6}{1000} = \frac{994}{1000} = 0.994$$

۵۲. پنج کارت سریال الف، با شماره‌های ۱ تا ۵ و چهار کارت سریال ب، با شماره‌های ۱ تا ۴ به‌طور یکسان موجودند. به تصادف یک کارت از هر سریال خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، لااقل شماره‌ی یکی از این دو کارت زوج است؟

۵۳- خارج از کشور- ۱۳۹۰

$$0.8 \quad (4)$$

$$0.75 \quad (3)$$

$$0.7 \quad (2)$$

$$0.6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ برای حل این سؤال باید از پیشامد مکمل استفاده کنیم:

A : پیشامد آن که لااقل شماره‌ی یکی از دو کارت زوج باشد. (یکی از آن‌ها زوج باشد یا هر دو آن‌ها زوج باشد).

A' : پیشامد آن که هیچ‌کدام از شماره‌ی دو کارت زوج نباشد. (هر دو شماره فرد باشند).

دومی فرد باشد و اولی فرد باشد. = هر دو شماره فرد باشند. A'

در سری الف از ۵ کارت، ۳ کارت شماره‌ی فرد دارند.

در سری ب از ۴ کارت، ۲ کارت شماره‌ی فرد دارند.

$$n(A') = 3 \times 2 = 6 \text{ پس}$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{3 \times 2}{5 \times 4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$$

۵۳. صفحه‌ی عقربه‌ی A به ۴ قطاع مساوی با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و صفحه‌ی عقربه‌ی B به ۵ قطاع برابر با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ تقسیم شده است. هر دو عقربه را می‌چرخانیم، با کدام احتمال لااقل یکی از عقربه‌ها روی ناحیه‌های فرد قرار می‌گیرند؟

۲۶- سراسری- ۱۳۹۳

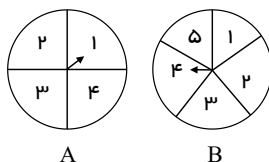
$$0.9 \quad (4)$$

$$0.8 \quad (3)$$

$$0.7 \quad (2)$$

$$0.6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم:



A

B

پیشامد آنکه لااقل یکی از عقربه‌ها روی عدد فرد بایستد $A =$

پیشامد آن که هر دو عقربه روی ناحیه عدد زوج بایستد $A' =$

$$n(S) = 4 \times 6 = 24$$

$$n(A') = 2 \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

۵۹- خارج از کشور- ۱۳۹۵

۵۴. در پرتاب دو تاس با هم، احتمال ظاهر شدن دو عدد غیر مساوی، کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{7}{9} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ است. در شش حالت دو عدد ظاهر شده مساوی هستند:

$$A' = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A') = 6 \Rightarrow n(A) = 36 - 6 = 30$$

بنابراین در $36 - 6 = 30$ حالت دو عدد ظاهر شده مساوی نیستند، پس: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$ است.

۵۵. در جعبه‌ای ۵ مهره سفید یکسان و ۴ مهره سیاه یکسان، قرار دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، ۲ مهره سفید و یک مهره سیاه، خارج می‌شود؟

۳۲- سراسری- ۱۳۹۹

$$\frac{11}{21} \quad (4)$$

$$\frac{10}{21} \quad (3)$$

$$\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$\frac{5}{14} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

۵۱- سراسری- ۱۳۹۸

۵۶. یک سکه و یک تاس با هم پرتاب می‌شود، با کدام احتمال سکه «رو» و عدد تاس مضرب ۳ ظاهر می‌شود؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ پرتاب یک سکه و یک تاس در مجموع $n(S) = 2 \times 6 = 12$ دارد که پیشامد مطلوب در این سؤال عبارت است از:

$$A = \{(ر, ۳), (ر, ۶)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

math-pilevar.ir