

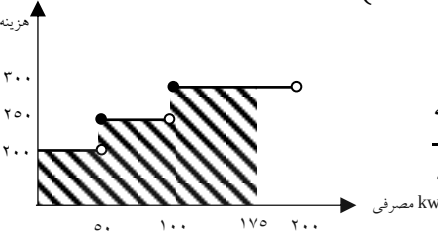
نمونه سوالات درس ریاضی و آمار ۲: فصل تابع	رشته: ادبیات و علوم انسانی	مدت امتحان:	تاریخ امتحان:
نام و نام خانوادگی:	پایه: یازدهم	تعداد صفحه: ۲	طراح: نیلوفر صدیقی
ویژه مدارس (خاص) روزانه دوره دوم متوسطه سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱	اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان غربی	آموزشگاه:	

ردیف	سوالات
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) دامنه تابع ثابت تنها شامل یک عضو است. (ب) در تابع ثابت، دامنه و برد همواره باهم برابرند. (ج) نمودار تابع همانی نیمساز ناحیه اول و سوم مختصاتی است. (د) مقدار تابع علامت در دامنه نامنفی برابر ۱+ است. (ه) برد تابع $y = x$ برابر $\mathbb{R}$ می باشد. (و) در نمایش زوج مرتبی تابع همانی، مولفه های اول و دوم باهم برابرند.
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. (الف) تابعی چند ضابطه ای که همه ضابطه هایش تابع ثابت هستند را می نامند. (ب) برد تابع $f(x) = x - [x]$ برابر است. [] نماد جزء صحیح (ج) مقدار تابع علامت در $x = [\sqrt{2} - 2]$ برابر است. [] نماد جزء صحیح (د) برای محاسبه D_{f+g} باید از دامنه f و g بگیریم. (ه) شیب نیم خطوط نمودار $y = x$، یکدیگر است.
۳	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید. (الف) اگر $f = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2)\}$ تابعی ثابت باشد، واریانس b_1 و b_2 برابر $\frac{b_1 + b_2}{2}$ خواهد بود. (ب) برد تابع $f(x) = [x]$ برابر مجموعه اعداد حقیقی است. [] نماد جزء صحیح (ج) در مورد تابع علامت می توان گفت: $sign(xy) = sign(x) \times sign(y)$. (د) جزء صحیح یک عدد، همواره برابر یا کوچکتر از خود عدد است.
۴	اگر $-7 \leq x < -6$ باشد، حاصل $A = sign(2x) - x^2[x] + \frac{2 x }{x}$ کدام گزینه خواهد بود؟ [] نماد جزء صحیح (۱) $6x^2 - 2x + 2$ (۲) $7x^2 - 3$ (۳) $7x^2 + 2x - 1$ (۴) $-6x^2 + 3$
۵	اگر $f(x)$ یک تابع پلکانی باشد، حاصل $f(2a - b)$ کدام است؟ $f(x) = \begin{cases} (a+b)x^2 + 2 & 0 \leq x \leq 3 \\ (a-3)x + 4 & 3 < x \leq 10 \end{cases}$ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۹
۶	اگر $f(x) = (a+c)x^2 - (a-b)x + b - c + (4x+2)(x-1)$ نیمساز ناحیه اول و سوم باشد، مقدار $rac{b}{ac}$ را حساب کنید.
۷	$f(x)$ و $g(x)$ به ترتیب توابعی همانی و ثابت هستند. اگر $A = \frac{f(-5) - [-g(2/2)] + \sqrt{f(9)}}{g(3/2) + g(f(4)) - f(11)} = 4$ باشد، $g(\sqrt{54})$ را حساب کنید. [] نماد جزء صحیح و برد تابع g عضو اعداد طبیعی است
۸	اگر $sign(x + 2) + sign(x - \frac{1}{x}) + sign(-x^4) = 0$ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای x را بدست آورید. $x \neq 0$
۹	حاصل عبارت زیر را بدست آورید. [] نماد جزء صحیح $A = sign(\pi - 3) + [\sqrt{7} + \pi] - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \pi =$

ردیف	سوالات
۱۰	نمودار زیر میزان هزینه برق یک خانواده برحسب kwh مصرفی را نشان می دهد. اگر بهای قبض آن ها در ماه جاری، ۴۵۰۰۰ تومان باشد، مقدار برق مصرفی در بالاترین هزینه چند برابر مقدار برق مصرفی در پایین ترین هزینه است؟
۱۱	نمودار $y = b - ax - ab$ به شکل زیر است. حاصل عبارت خواسته شده را بدست آورید. $a > 0$ و $[]$ نماد جزء صحیح $A = [\sqrt{a}] + [\sqrt{ab}] + [\sqrt{b}]$
۱۲	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & x \geq -2 \\ 2k + 3 & -6 < x < -4 \\ 2x + \sqrt{-x} + 2 & x \leq -8 \end{cases}$ و $f(\cdot) + f(-5) + f(-9) = \text{sign}(\cdot)$ باشد، k را حساب کنید.
۱۳	تابع $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = x + 3$ و نمودار آن به شکل زیر است. اگر $f(x)$ یک تابع خطی با شیب واحد (یک) باشد، مقدار $(2g - f)(3)$ را حساب کنید.
۱۴	اگر تابع $f(x) = 3x - 6 + 2x + 5$ را به صورت $f(x) = \begin{cases} bx - 1 & x \geq a \\ c - x & x < a \end{cases}$ بنویسیم، مقدار $f\left(\frac{c-a+b-2}{6}\right)$ را پیدا کنید.
۱۵	اگر ضابطه توابع f و g به صورت زیر باشد، ضابطه تابع $(f + g)(x)$ را بنویسید. $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x \leq -2 \\ x^2 - 4 & x > -2 \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} 3x - 6 & x > 0 \\ 5 & -2 < x \leq 0 \\ x^2 & x \leq -2 \end{cases}$
«به جای دشنام دادن به تاریکی، شمع روشن کنیم»	

پاسخنامه سوالات درس ریاضی و آمار ۲: فصل تابع	رشته: ادبیات و علوم انسانی	مدت امتحان:	تاریخ امتحان:
نام و نام خانوادگی:	پایه: یازدهم	تعداد صفحه: ۲	طراح: نیلوفر صدیقی
ویژه مدارس (خاص) روزانه دوره دوم متوسطه سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان غربی	آموزشگاه:	

ردیف	پاسخ سوالات
۱	الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) نادرست ه) نادرست و) درست
۲	الف) پلکانی ب) $۱ < y < ۰$ ج) -۱ د) اشتراک ه) قرینه
۳	الف) نادرست؛ چون f یک تابع ثابت است و اعداد برد آن باهم برابرند، پس واریانس برد تابع برابر صفر خواهد شد. ب) نادرست؛ برد تابع جزء صحیح شامل اعداد صحیح و دامنه آن شامل اعداد حقیقی است. ج) درست؛ در پنج حالت این عبارت را بررسی می کنیم: $\begin{aligned} x > 0 \text{ و } y > 0 &\Leftrightarrow \text{sign}(x) = +1 \text{ و } \text{sign}(y) = +1 \text{ و } \text{sign}(xy) = +1 \\ x > 0 \text{ و } y = 0 &\Leftrightarrow \text{sign}(x) = +1 \text{ و } \text{sign}(y) = 0 \text{ و } \text{sign}(xy) = 0 \\ x < 0 \text{ و } y = 0 &\Leftrightarrow \text{sign}(x) = -1 \text{ و } \text{sign}(y) = 0 \text{ و } \text{sign}(xy) = 0 \\ x > 0 \text{ و } y < 0 &\Leftrightarrow \text{sign}(x) = +1 \text{ و } \text{sign}(y) = -1 \text{ و } \text{sign}(xy) = -1 \\ x < 0 \text{ و } y < 0 &\Leftrightarrow \text{sign}(x) = -1 \text{ و } \text{sign}(y) = -1 \text{ و } \text{sign}(xy) = +1 \end{aligned}$ د) درست؛ $n \leq x < n+1 \Rightarrow [x] = n$
۴	گزینه ۲؛ با توجه به دامنه داده شده می توان گفت: $\frac{2 x }{x} = -2 \text{ و } x^2[x] = -7x^2 \text{ و } \text{sign}(2x) = -1$ دقت کنید چون دامنه $-6 \leq x < -7$ است، حاصل جزء صحیح برابر -7 شده و $ x = -x$ که با x مخرج ساده می شود.
۵	گزینه ۲؛ به دلیل اینکه تابع پلکانی نوعی تابع چند ضابطه ای با ضابطه های ثابت است، پس باید ضرایب x^2 و x برابر صفر باشد: $a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ و } a + b = 0 \xRightarrow{a=3} b = -3 \Rightarrow f(2(3) - (-3)) = f(9) = 4$
۶	چون ضابطه تابع همانی برابر $f(x) = x$ است، پس باید به گونه ای ضرایب را بدست آوریم که فقط x در آن باقی بماند: $f(x) = (a+c)x^2 - (a-b)x + b - c + \epsilon x^2 - 2x - 2$ $a+c = -\epsilon \text{ و } a-b = -3 \text{ و } b-c = +2$ با حل دستگاه ها می توانیم ضرایب را به دست آوریم: $\begin{cases} a-b = -3 \\ b-c = +2 \end{cases} \Rightarrow a-c = -1 \text{ و } \begin{cases} a-c = -1 \\ a+c = -\epsilon \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{\epsilon}{2} \text{ و } c = -\frac{\epsilon}{2} \text{ و } b = +\frac{1}{2}$ $2ac + b = 2\left(-\frac{\epsilon}{2}\right)\left(-\frac{\epsilon}{2}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) = 8$
۷	از آنجاییکه خروجی تابع همانی برابر ورودی آن و مقدار تابع ثابت به ازای هر x ورودی عدد ثابت و مشخصی مانند n است: $\frac{f(-5) - [-g(2/2)] + \sqrt{f(9)}}{g(2/2) + g(f(4)) - f(11)} = \epsilon \Rightarrow \frac{-5 - (-n) + 3}{n + n - 11} = \epsilon \Rightarrow 8n - 4\epsilon = n - 2 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow g(\sqrt{5\epsilon}) = 6$ دقت کنید: (۱) مطابق فرض سوال، برد تابع ثابت یک عدد طبیعی است، پس $[-g(2/2)]$ ، برابر $-n$ خواهد بود. (۲) در $(g(f(4)))$ ، می دانیم که $f(4) = \epsilon$ پس $g(\epsilon) = n$.
۸	می دانیم که مقدار قدرمطلق همواره عددی مثبت است. پس مجموع مقدار آن با عددی مثبت نیز مقدار مثبتی خواهد بود. همچنین توان زوج هر عدد حقیقی غیر صفر، مقداری مثبت است و قرینه آن مقداری منفی می شود. پس: $\text{sign}(-x^4) = -1 \text{ و } \text{sign}(x + 2) = +1$ با توجه به $1 + \text{sign}\left(x - \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$ ، باید $\text{sign}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$ باشد. پس:

$\text{sign}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 0 \xRightarrow{\text{ضربدر } x} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$	
$\begin{aligned} \text{sign}(\pi - 3) + [\sqrt{2} + \pi] - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \pi &= +1 + 2 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \pi \\ &= +5 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - \pi \end{aligned}$ دقت کنید که $\sqrt{3} \cong 1/7$ و $\sqrt{2} \cong 1/4$, $\pi \cong 3/14$	۹
مساحت زیر نمودار برابر مقدار هزینه قبض برق خواهد بود: $(200 \times 50) + (250 \times 50) + (300 \times 100) = 52500$ اما چون بهای قبض کمتر از ۵۲۵۰۰ است، پس باید مقدار واقعی مصرف را از روی نمودار حساب کنیم: $(200 \times 50) + (250 \times 50) + (300 \times A) = 45000$ $10000 + 12500 + 300A = 45000$ $300A = 22500 \Rightarrow A = 75$ مقدار مصرفی در بیشترین هزینه $\frac{75}{50} = \frac{3}{2}$ مقدار مصرفی در کمترین هزینه 	۱۰
باتوجه به اینکه در ریشه قدرمطلق شکستگی رخ می دهد، می توان گفت: $ax - ab = 0 \xRightarrow{x=3} 3a - ab = 0 \Rightarrow 3a = ab \xRightarrow{a>0} b = 3$ نقطه $(0, -3)$ روی نمودار قرار دارد $\Rightarrow -3 = 3 - a(0) - 3a \Rightarrow 6 = -3a \Rightarrow -3a = \pm 6$ $a = \pm 2 \xRightarrow{a>0} a = 2$ $A = [\sqrt{a}] + [\sqrt{ab}] + [\sqrt{b}] = [\sqrt{2}] + [\sqrt{6}] + [\sqrt{3}] = 1 + 2 + 1 = 4$	۱۱
$f(0) + f(-5) + f(-9) = \text{sign}(0) \Rightarrow (0)^2 - 5(0) + 6 + 2k + 3 + 2(-9) + \sqrt{-(-9)} + 2 = 0$ $-4 + 2k = 0 \Rightarrow k = 2$	۱۲
باتوجه به نمودار تابع $h(x)$ می توان گفت که عدد ۲ در دامنه نمودار قرار ندارد. به عبارت دیگر $x = 2$ ریشه مخرج بوده و تابع $h(x)$ به ازای آن تعریف نخواهد شد. پس در مخرج و صورت عبارت $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ عامل $(x - 2)$ وجود دارد. با توجه به فرض سوال، تابع $f(x)$ خطی با شیب یک است. پس عامل $(x - 2)$ همان تابع $f(x)$ است. $\frac{g(x)}{x - 2} = x + 3 \Rightarrow g(x) = (x + 3)(x - 2)$ $(2g - f)(3) = 2(3 + 3)(3 - 2) - (3 - 2) = 11$	۱۳
تابع $f(x) = 3x - 6 + 2x + 5$ را به صورت دو ضابطه ای می نویسیم (ریشه قدرمطلق برابر است با $x = 2$): $f(x) = \begin{cases} (3x - 6) + 2x + 5 & x \geq 2 \\ -(3x - 6) + 2x + 5 & x < 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 5x - 1 & x \geq 2 \\ 11 - x & x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 11 \end{cases}$ $f\left(\frac{c - a + b - 2}{6}\right) \Rightarrow f\left(\frac{11 - 2 + 5 - 2}{6}\right) \Rightarrow f(2) = 9$	۱۴
برای انجام عمل جبری جمع روی توابع باید از دامنه آنها اشتراک بگیریم: $g(x) = \begin{cases} 3x - 6 & x > 0 \\ 5 & -2 < x \leq 0 \\ x^2 & x \leq -2 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x \leq -2 \\ x^2 - 4 & x > -2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x > 0 \\ x^2 - 4 & -2 < x \leq 0 \\ 2x + 4 & x \leq -2 \end{cases}$ $(f + g)(x) = \begin{cases} x^2 - 4 + 3x - 6 & x > 0 \\ x^2 - 4 + 5 & -2 < x \leq 0 \\ 2x + 4 + x^2 & x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 10 & x > 0 \\ x^2 + 1 & -2 < x \leq 0 \\ x^2 + 2x + 4 & x \leq -2 \end{cases}$	۱۵