



نمونه سوالات فصل

کاربرد مشتق

حسابان (۲)

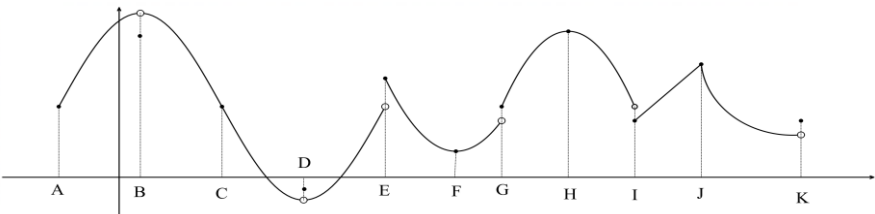
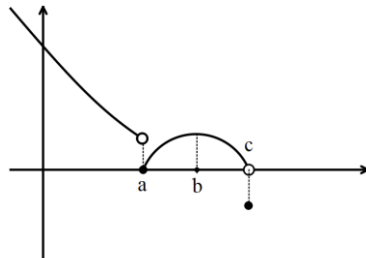
پایه دوازدهم دوره متوسطه دوم

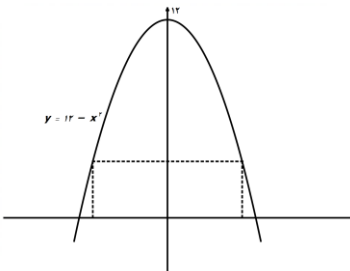
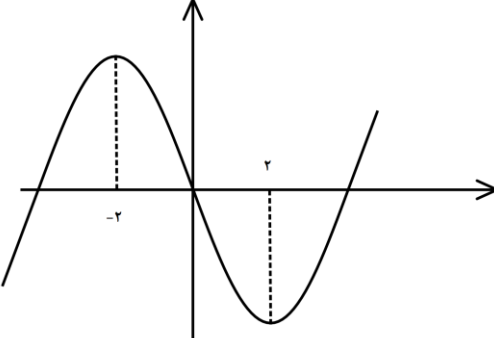
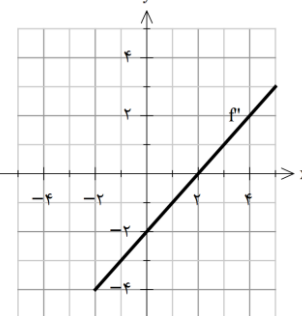
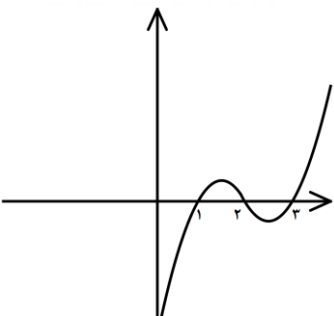
به کوشش: مرتضی معینی

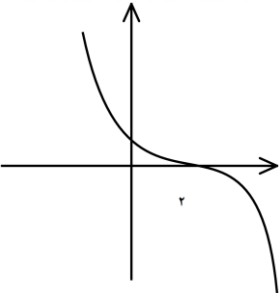
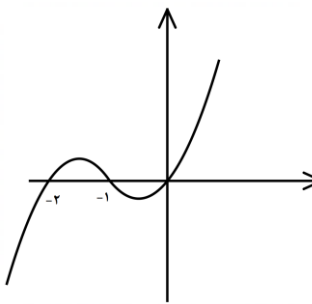
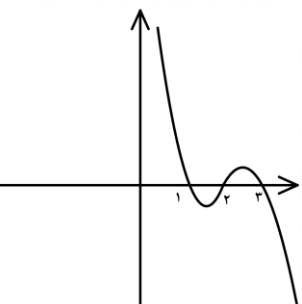


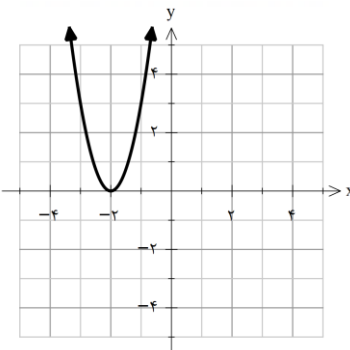
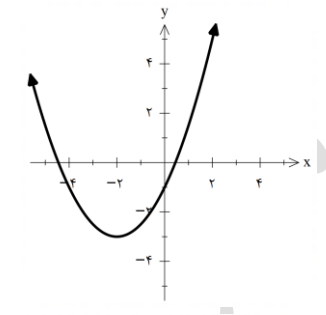
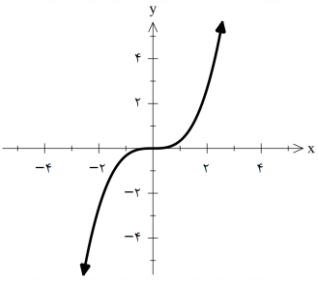
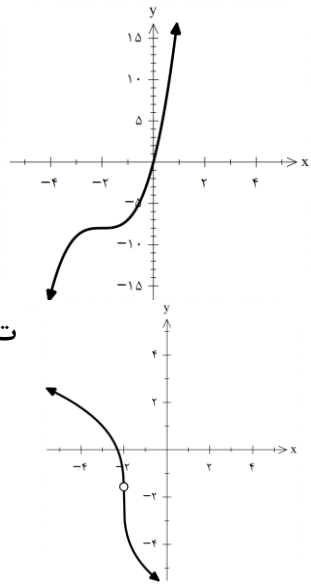
بهار ۹۹

گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه دو کرج

۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) اکسترمم نسبی ب) اکسترمم مطلق پ) نقاط بحرانی ت) نقطه عطف
۲	تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه هایی اکیدا صعودی و در کدام بازه ها اکیدا نزولی است؟
۳	توابع زیر در چه بازه هایی اکیدا صعودی و در کدام بازه ها اکیدا نزولی است؟ الف) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$ ب) $g(x) = \frac{x}{x-2}$
۴	بزرگترین بازه از $\square$ که تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ در آن نزولی اکید باشد، کدام است؟ چرا؟
۵	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ مشخص کنید تابع در چه بازه هایی صعودی اکید و در چه بازه هایی نزولی اکید است؟
۶	نوع اکسترمم های نسبی و نقاط بحرانی زیر را در نقاط مشخص شده بیابید. 
۷	الف) نقطه بحرانی را تعریف کنید. ب) نقاط بحرانی توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ب) $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ پ) $h(x) = \sqrt[3]{x}$
۸	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$
۹	در نمودار تابع مقابل نقاط a, b, c را در نظر بگیرید. الف) نقاط a, b, c کدام نقاط بحرانی هستند؟ ب) نقاط a, b, c کدام نقاط اکسترمم نسبی هستند؟ پ) نقاط a, b, c کدام نقاط اکسترمم مطلق می باشند؟ نوع اکسترمم را تعیین کنید. 
۱۰	تابع $f(x) = x^2 - 1 $ در بازه $[-2, 3]$ رسم کرده و با توجه به نمودار نقاط بحرانی و اکسترمم های مطلق آن را تعیین کنید.
۱۱	مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را در بازه $[-1, \frac{1}{2}]$ بیابید.
۱۲	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ را در بازه $[-2, 2]$ مشخص کنید.
۱۳	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.
۱۴	نقطه $(2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d, b را به دست آورید.
۱۵	نقطه $(2, 1)$ نقطه ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ باشد، مقادیر a, b را به دست آورید.
۱۶	اکسترمم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 6$ را در بازه $[-3, 4]$ بدست آورده و مشخص کنید این تابع در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است؟

۱۷ اکستریم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ 4-x & x \geq 2 \end{cases}$ را بدست آورده و مشخص کنید این تابع در چه نقاطی بحرانی است؟	۱۸ ابعاد مستطیلی با بیش ترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور x ها و دو راس دیگر آن بالای محور x ها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند؟ 
۱۹ مستطیلی در داخل دایره ای محاط شده است. اگر شعاع دایره، ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را چنان بدست آورید که مساحت آن بیش ترین مقدار ممکن گردد.	۲۰ نشان دهید در بین تمام مستطیل هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیش ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشند.
۲۱ اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه $y = 10x - 5$ باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم	۲۲ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.
۲۳ جهت تفکر توابع زیر را تعیین کرده و نقاط عطف آنها را بیابید. الف) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15$ ب) $g(x) = \sqrt[3]{x}$ پ) $h(x) = \frac{x+1}{x-1}$	۲۴ مقادیر a, b, c را در تابع $f(x) = ax^2 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1$ و $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{2}$ طول نقطه عطف آن باشد.
۲۵ اگر $(0,0)$ نقطه عطف تابع درجه سوم $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ با ضابطه باشد که نمودار آن در شکل زیر رسم شده است، a و b و c را بیابید. 	۲۶ اگر شکل زیر نمودار تابع f'' باشد کدام نمودار می تواند نمودار تابع f باشد.  

الف)	ب)	پ)	ت)
			

۲۷	اگر شکل زیر نمودار تابع f' باشد کدام نمودار می تواند نمودار تابع f باشد.		
الف)		ب)	
پ)		ت)	

۲۸	جدول رفتار و نمودار توابع زیر را رسم کنید.		
الف)	$f(x) = (x-1)^2(x+3)$	ب)	$g(x) = \frac{x+2}{x-1}$
ت)	$w(x) = -x(x+2)^2$	پ)	$h(x) = \frac{3x+4}{-2x+1}$
ث)	$z(x) = 2x^2 - 9x^2 + 12x + 1$	ج)	$n(x) = \frac{-x}{x+3}$

۲۹	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ محل تقاطع مجانب های آن نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را بدست آورید.
----	---

«سوالات تکمیلی»	
۳۰	طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ را در دامنه اش بدست آورید.
۳۱	طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{x^2+4x}$ را در دامنه اش بدست آورید.

۳۲	طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ را در دامنه اش بدست آورید.
۳۳	نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ را بدست آورید.
۳۴	الف) نقطه بحرانی را تعریف کنید. ب) نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ را در صورت وجود تعیین کنید.
۳۵	نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه $\left[-\frac{3}{2}, 3\right]$ به دست آورید.
۳۶	نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = 3x^4 - 8x^3$ را در بازه $[1, 3]$ به دست آورید.
۳۷	نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+1}$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.
۳۸	نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را در بازه $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ به دست آورید.
۳۹	نقاط اکسترمم موضعی تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را بیابید.
۴۰	با اعمال آزمون مشتق دوم مقادیر اکسترمم موضعی تابع $f(x) = x^4 - 4x + 1$ را در صورت وجود بیابید.
۴۱	نقطه مینیمم موضعی تابع $f(x) = \sqrt{x}$ برابر است.
۴۲	تابع $f(x) = xe^{-x}$ مفروض است. با اعمال آزمون مشتق دوم، نوع اکسترمم های موضعی تابع را تعیین کنید.
۴۳	تابع $y = x - 2\sqrt{x}$ در کدام بازه صعودی است؟
۴۴	نقطه عطف تابع $y = \sin x$ را در بازه $(0, 2\pi)$ بیابید.
۴۵	مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = \tan x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ برابر است.
۴۶	جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$ را در دامنه اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را بدست آورید.
۴۷	نقطه عطف تابع $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$ برابر است.
۴۸	جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را بدست آورید.
۴۹	جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2$ را در صورت وجود پیدا کنید.
۵۰	جدول تغییرات و نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ ب) $y = \sin x + \cos x$ $[0, 2\pi]$ پ) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$
	ت) $f(x) = x^4 + 3$ ث) $f(x) = \frac{x}{x-4}$ ج) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ چ) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ خ) $f(x) = x^3 - 3x + 1$