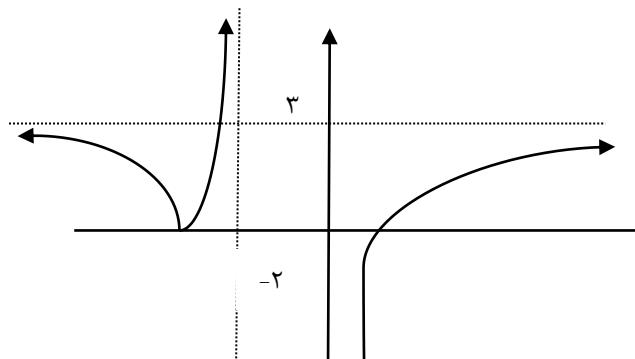


مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته ریاضی	سوالات امتحانی درس : حسابان ۲
تعداد صفحات سوال: ۳ صفحه	تاریخ امتحان : ۹۷/۱۰/۵	سال دوازدهم	نام و نام خانوادگی :
مرکز سنجش آموزش و پرورش استان گیلان		نام طراح : مریم گلبندی حقیقت دبیر ریاضی ناحیه ۲ رشت	

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[1, 0]$ پایین تر از نمودار $y = x^2$ قرار دارد.</p> <p>ب) نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه ای نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x هاست.</p> <p>پ) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیدا صعودی باشند، آنگاه تابع $g + f$ نیز در این فاصله اکیدا صعودی است.</p> <p>ت) $x - 2$ یک عامل چندجمله ای $x^5 + 3x^3$ می باشد.</p>	
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) برد تابع $y = 3\sin x$ برابر است با</p> <p>پ) اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ مجموعه جواب این نامعادله برابر است با</p> <p>ت) دوره تناوب تابع $y = 5\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر است با</p>	۱/۵
۳	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) با توجه به محورهای سینوس و تانژانت اگر $\pi < \alpha < \frac{\pi}{2}$ اگر باشد کدام یک از موارد زیر درست است؟</p> <p>• $\tan \alpha < \sin \alpha$ (۴) $\sin \alpha > \tan \alpha$ (۳) $\sin \alpha = \tan \alpha$ (۲) $\sin \alpha < \tan \alpha$ (۱)</p> <p>ب) مجانب قائم $f(x) = \frac{x^3 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ عبارتست از :</p> <p>(۴) هیچ کدام $x = 3, x = -1$ (۳) $x = 3$ (۲) $x = -1$ (۱)</p>	۰/۵
۴	<p>نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $(1-f)(2x+1) = g(x)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمایید.</p>	۱/۵

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۵	ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید و سپس بازه هایی را که در آن تابع اکیدا صعودی، اکیدا نزولی و یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x < -2 \\ 1 & -2 < x < 1 \\ (x - 1)^3 + 2 & x > 1 \end{cases}$	۲
۶	۱/۵ a و b را طوری تعیین کنید که $f(x) = x^3 + ax + b$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 1$ برابر ۳ باشد.	
۷	با توجه به شکل ضابطه‌ی مربوط به نمودار داده شده را بنویسید.	۱/۵
۸	معادلات زیر را حل کنید. (الف) $4\sin x \cdot \cos x = \sqrt{3}$ (ب) $\cos x - 1 = 2\sin^2 x$	۲/۵
۹	در شکل زیر رابطه‌ی بین زاویه‌ی دید دوربین β با فاصله افقی آن با تابلو نقاشی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۰	وضعیت نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x^2+2x+1}$ در همسایگی $x = -1$ چگونه است و چرا؟	۱
۱۱	حدهای زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{([x]-2)^2}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty^+} \frac{x+\sin^2 x}{x^2}$ (پ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3-4x+3}{(x-1)^2}$ (ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$ (ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4-3}{2x^2+1}$	۳

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۲	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r + x - 1}{ex^n - 2x + 1} = -\frac{1}{2}$ اگر a باشد، مقادیر a و n را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	مجانب های افقی و قائم نمودار تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $y = \frac{rx^r + 1}{9 - x^r}$	۱/۲۵
۱۴	برای تابع f که نمودار آن داده شده است ، موارد زیر را به دست آورید. (الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ (پ) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ 	۰/۷۵
۲۰	موفق و سر بلند باشید. مریم گلبندی حقیقت جمع نمره ها	

تاریخ آزمون : دی ماه ۱۳۹۷ مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه نام طراح : مریم گلبندی حقیقت	وزارت آموزش و پرورش آموزش و پرورش استان گیلان سال تحصیلی ۹۷-۹۸	راهنمای تصحیح سوالات امتحانی نام درس : حسابان ۲ پایه : دوازدهم رشته : ریاضی
مرجع سوال	بارم	پاسخ سوالات
کاردر کلاس ص ۱۴ متن درس ص ۹ تمرین ۵ ص ۲۲ تمرین ۸ ص ۲۲	۱	الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست
کاردر کلاس ص ۷ کاردر کلاس ۴ ص قسمت ب ۱۸ مثال کتاب ص ۲۷	۱/۵	الف) $[-3, 3]$ ب) $4 \leq 2x - 3 \Rightarrow x \geq \frac{7}{2}$ پ) $\frac{\frac{2\pi}{1}}{3} = 6\pi$
طبق تمرین ۶ ص ۳۴ وکار در کلاس ص ۳۱ مثال ص ۵۶ کتاب	۰/۵	الف) گزینه ۳ ب) گزینه ۱
نمودار از شکل کاردر کلاس ص ۱۰ ضابطه از مثال حل شده ص ۱۰	۱/۵	ابتدا نقاط مشخص شده را یک واحد به سمت چپ منتقل کرده و سپس طول آن ها بر ۲ تقسیم می کنیم و نمودار به دست آمده را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. $D = [-\frac{3}{5}, \frac{2}{5}] \quad , \quad R = [-3, 4]$
مشابه کار در کلاس ۲ ص ۱۸ و تمرین ۱ ص ۱۱ قسمت ث	۲	در بازه $(-\infty, -2)$ اکیدا نزولی در بازه $(-2, 1)$ ثابت در بازه $(1, +\infty)$ اکیدا صعودی

ردیف	ادامه پاسخ سوالات	بارم	مرجع سوال
۶	$f(-2) = \cdot \rightarrow (-2)^3 + (-2)a + b = \cdot$ $f(-1) = 3 \rightarrow 1 + a(1) + b = 3$ $\Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -4 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow b = \cdot, a = 2$	۱/۵	ترکیبی از دو تمرین ۲۲ ص ۷ و ۶
۷	$T = \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ هر دو قابل قبول $\max = 3 \rightarrow c = \frac{3+1}{2} = 2$ $\min = 1 \rightarrow a = \frac{3-1}{2} = 1 \rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{\text{طبق شکل}} a = -1$ $y = -\cos \frac{1}{2}x + 2$ ضابطه‌ی نمودار	۱/۵	طبق تمرین ۲ ص ۳۳ و ۴ ص ۴
۸	$\text{(الف)} 2(\sin x \cdot \cos x) = \sqrt{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{12} \end{cases}$	۱/۲۵	طبق مثال ص ۴۰
	$\text{(ب)} \cos x - 1 - 2(1 - \cos^2 x) = \cdot \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = \cdot$ $\stackrel{\cos x = t}{\Rightarrow} 2t^2 + t - 3 = \cdot \Rightarrow \begin{cases} t = \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ t = \cos x = -\frac{3}{2} \end{cases}$ غق ق	۱/۲۵	مشابه تمرین ۱ ص ۴۴
۹	$\tan \alpha = \frac{\cdot/5}{x}, \tan \theta = \frac{3}{x}$ $\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{3}{x} - \frac{\cdot/5}{x}}{1 + \frac{\cdot/5}{x} \times \frac{3}{x}} = \frac{2/5x}{x^2 + 1/5}$	۱/۲۵	مثال ص ۴۳ کتاب
۱۰	$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ چون بنابر این نمودار تابع در مجاورت $x = -1$ به صورت زیر است.	۱	طبق تمرین ۷ ص ۵۸ و مثال ص ۵۷
۱۱	$\text{(الف)} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{([x]-2)^2} = \frac{2-3}{([2^+]-2)^2} = \frac{-1}{(+)^2} = -\infty, [2^+] = 2$ $\text{(ب)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{\sin^2 x}{x^2} \right) = +\infty + 1 = +\infty$	۰/۵ ۰/۷۵	کاردر کلاس الف ص ۵۳ مثال ص ۵۴

ردیف	ادامه پاسخ سوالات	بارم	مرجع سوال
۱۱	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 + x - 3)(x-1)}{(x-1)^2}$ $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 + x - 3}{x-1} = \frac{-1}{-} = +\infty$	۰/۷۵	مشابه تمرین ۲ ۵۸ ص
۱۲	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{-} = -\infty$ <p>یا حل با استفاده از رسم تابع تانژانت و تشخیص حد از روی نمودار</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3}{2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4}{2x^2} = +\infty$	۰/۵	کاردر کلاس ص ۵۰
۱۳	$n = ۳ \quad , \quad \frac{a}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -۳$ <p>جانب های قائم</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 1}{9 - x^2} = -2 \Rightarrow y = -2$ <p>جانب افقی</p>	۰/۷۵	طبق کاردر کلاس ۶۶ قسمت ب ص ۳
۱۴	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ۳$ $\lim_{x \rightarrow .+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	۰/۷۵	مشابه تمرین ۲ ص ۶۹
	ضمن عرض سلام و خسته نباشید خدمت همکاران گرامی، لطفا برای راه حل های درست دیگر نیز بارم به تناسب در نظر گرفته شود.	۲۰	جمع نمرات