



نمونه سوالات فصل ۳

توابع نمایی و لگاریتمی

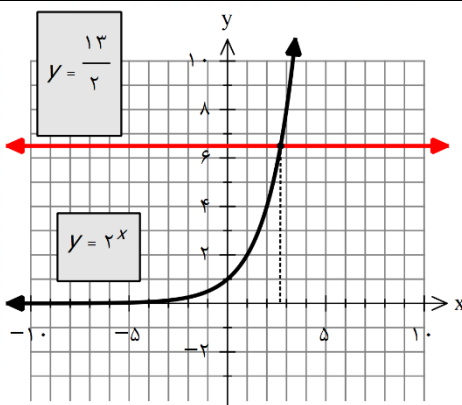
کتاب ریاضی ۲ و حسابان ۱

به کوشش: مرتضی معینی



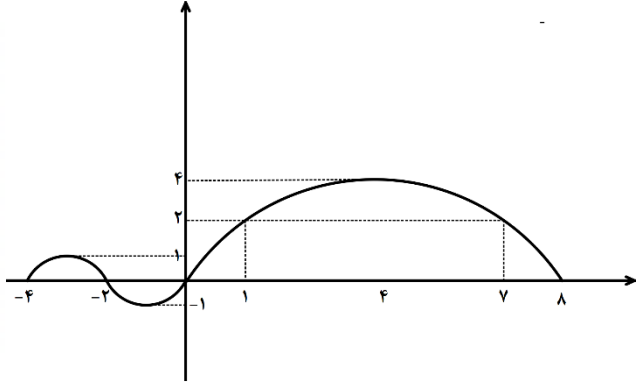
بهار ۹۹

گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه دو کرج

ردیف	
۱	یک توده باکتری را در محیط کشت را در نظر بگیرید. جرم باکتری در ابتدا ۱ گرم است و جرم آن در هر ساعت دو برابر می شود. اگر جرم باکتری را با $m(t)$ نمایش دهیم. الف) جرم باکتری را پس از t ساعت به صورت یک تابع نمایی بنویسید. ب) جرم توده پس از ۱۰ ساعت را برآورد کنید. پ) پس از چند ساعت جرم باکتری ها ۲۵۶ گرم می شود؟
۲	یک توده باکتری را در محیط کشت را در نظر بگیرید. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی گرم باکتری وجود دارد و جرم آن در هر ساعت دو برابر می شود. اگر جرم باکتری را با $m(t)$ نمایش دهیم. الف) جرم باکتری را پس از t ساعت به صورت یک تابع نمایی بنویسید. ب) جرم توده پس از ۱۰ ساعت را برآورد کنید.
۳	داروها در بدن با ادرار دفع می شوند. فرض کنید ۱۰ میلی گرم از یک نوع دارو در بدن شخصی قرار دارد و مقدار آن پس از t ساعت از رابطه $A(t) = 10(0.8)^t$ به دست می آید. الف) مقدار دارو پس از ۸ ساعت چقدر است؟ ب) چه درصدی از دارو در هر ساعت از بین می رود؟
۴	در تصفیه آب، داخل فیلترها، لایه تمیز کننده ای قرار دارد که حدود ۳۰ درصد از ناخالصی ها رو حذف می کند و در نتیجه ۷۰ درصد ناخالصی باقی می ماند. الف) درصد ناخالصی های موجود در آب را به صورت تابع نمایی بنویسید. ب) با قرار دادن چند لایه در فیلتر می توان ۹۶ درصد ناخالصی های آب را از بین برد؟
۵	فرض کنید Q جرم کربن ۱۴ بر حسب گرم با نیمه عمر ۵۷۳۰ سال باشد. جرم کربن در ابتدا ۱۰ گرم است. الف) مقدار کربن $Q(t)$ را پس از t سال به صورت تابع نمایی بنویسید. ب) بعد از ۲۰۰۰ سال چه مقدار کربن باقی می ماند؟ پ) پس از چند سال مقدار کربن ۱۴ به یک چهارم مقدار اولیه خود کاهش پیدا می کند؟
۶	مقدار $k(gr)$ باکتری در هر ساعت، $1/5$ برابر می شود، اگر بعد از دوساعت مقدار باکتری $4/5 (gr)$ باشد. در پایان ساعت سوم مقدار باکتری ها چند گرم خواهد شد؟
۷	نمودار دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = 2^x$ رسم کرده با هم مقایسه کنید.
۸	با توجه به نمودار تابع $y = 2^x$، مقدار تقریبی $2^{\sqrt{2}}$، $2^{\frac{5}{2}}$ را به دست آورید.
۹	الف) در شکل زیر خط $y = \frac{13}{4}$ نمودار تابع $y = 2^x$ را قطع کرده است. طول نقطه برخورد بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟ چرا؟ ب) خط $y = \sqrt{7}$ را رسم کنید. طول نقطه برخورد بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟ 
۱۰	نمودار توابع زیر را رسم کرده، دامنه و برد آنها را بیابید. الف) $y = 3^{-x+2} + 1$ ب) $y = (\frac{1}{2})^x - 2$ پ) $y = 3^{x+1} - 1$

۱۱	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $y = 2^x - 1 $ ب) $y = \frac{3^{x-1} - 1}{3^x}$ پ) $y = \sqrt{2^{x+1}} - 1$ ت) $y = 2^{- x }$ ث) $y = \begin{cases} 3^x - 1 & x \leq 0 \\ \sqrt{x} & x > 0 \end{cases}$
۱۲	نمودار تابع نمایی $f(x) = a(b)^x - 1$ از نقاط $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ و $(1, 3)$ می گذرد ضابطه تابع را تعیین کنید.
۱۳	نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = (\frac{1}{9})^x$ در نقطه ای به طول $x = -1$ متقاطع هستند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد، ضابطه تابع $f(x)$ را تعیین کنید.
۱۴	معادلات زیر را حل هندسی کنید. الف) $2^{-x} = -x + 2$ ب) $2^x = x^2$
۱۵	نمودار توابع $y = 5^x, y = 3^x, y = 2^x$ در شکل زیر رسم شده است. ضابطه هر تابع را روی نمودار آن بنویسید.
۱۶	تابع $y = (a+1 - 2)^{x-1}$ یک تابع نمایی است. حدود a را تعیین کنید.
۱۷	اگر نمودار تابع $y = 1 - (\frac{1}{2})^x$ به صورت زیر باشد، دامنه توابع $y = \sqrt{f(x)}$ و $y = \sqrt{xf(x)}$ به دست آورید.
۱۸	در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. در تابع $f(x) = a^x$: اگر $a > 1$ ، با افزایش مقدار x مقادیر f می یابند. اگر $0 < a < 1$ ، با افزایش مقدار x مقادیر f می یابند.
۱۹	نامعادلات زیر را حل کرده و مجموعه جواب را مشخص کنید. الف) $(\frac{1}{3})^{2x-2} > \frac{1}{27}$ ب) $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$

۲۰	اعداد روبرو را مرتب کنید.	$\frac{5}{2^3}, 2^{\sqrt{2}}, 2^{\sqrt{3}}, \frac{1}{2}$
۲۱	معادلات نمایی زیر را حل کنید.	الف) $(\sin \frac{\pi}{4})^{2x} = (\cos \frac{\pi}{3})^{2x+1}$ ب) $2^{3x-1} = (0/25)^{x+2}$ پ) $5^{3x-1} - (0/04)^{x-2} = 0$
۲۳	نمودار توابع $y = \log_8 x, y = \log_3 x, y = \log_7 x$ در دستگاه زیر رسم شده است. ضابطه هر یک را روی نمودار آن بنویسید.	
۲۴	الف) نمودار دو تابع $y = \log_3 x, y = 3^x$ در یک دستگاه رسم کنید. ب) نمودار دو تابع $y = \log_{\frac{1}{3}} x, y = (\frac{1}{3})^x$ در یک دستگاه رسم کنید.	
۲۵	ضابطه تابع لگاریتمی هر کدام از نمودارهای زیر را بنویسید.	
۲۶	وارون توابع زیر را به دست آورید.	الف) $y = 3^x + 2$ ب) $y = 3 \log_8 (x-1) - 1$
۲۷	نمودار توابع زیر را رسم کرده، دامنه و برد آنها را بدست آورید.	الف) $y = \log_7 (x-1)$ ب) $y = \log_7 x + 1$ پ) $y = -\log_7^x$ ت) $y = 3 - \log_8 (x+1)$
۲۸	اگر $f(x) = 3 - 2 \log_7 (\frac{x}{7} - 5)$ مقدار $f(42)$ را به دست آورید.	

۲۹	الف) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(2, 2)$ عبور کند، مقدار a را به دست آورید. ب) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{4}, -4)$ عبور کند، مقدار a را به دست آورید.
۳۰	دامنه تابع $y = \log_{x-1}(x+1)$ را به دست آورید.
۳۱	الف) خط $y = 27$ نمودار تابع $y = 3^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟ ب) خط $y = 10$ نمودار تابع $y = (0.1)^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟
۳۲	تعداد جواب معادله های زیر را به روش هندسی بیابید. $2 \log_7 x - x = 0$ (ب) $2 + \log x = 2^x$ (الف)
۳۳	اگر $\log_{16} 2\sqrt{2} = x$ باشد، حاصل $\log_7 \frac{8x-1}{8}$ را به دست آورید.
۳۴	اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ باشد، مقدار لگاریتم $(4a+1)$ در پایه ۴ را به دست آورید.
۳۵	اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه توابع $y = \sqrt{1 - \log_7 f(x)}$ به دست آورید.
	
۳۶	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از ۱ همواره عددی منفی است. ب) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی شود. پ) تابع لگاریتم، یک به یک است. ت) اگر نقطه (b, d) روی نمودار $y = a^x$ قرار داشته باشد، نقطه (d, b) روی نمودار $y = \log_a x$ قرار دارد. ث) اگر $a > b > 0$ آنگاه $\log_a a < \log_a b$ ج) حاصل $\log_7 5$ عددی منفی است. ج) حاصل $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ عددی مثبت است.
۳۷	عدد $\log_7 93$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟
۳۸	حاصل عبارت های زیر به دست آورید. الف) $\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}} \frac{1}{27}$ ب) $\log_9 3\sqrt{3}$ پ) $\frac{1}{3} \log_7 49 + \log_7 5 - \log_7 560$
۳۹	اگر $a = \log 2$, $b = \log 3$ و حاصل عبارت های زیر را بر حسب a, b بنویسید. الف) $\log 0.75$ ب) $3 \log \sqrt[3]{4} - \log 250$ پ) $\log 0.005$
۴۰	اگر $a = \log_7 2$ و حاصل عبارت $\log_{18} 24$ را بر حسب a بنویسید.

۴۱	نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(ax + b)$ محور ها را در نقطه ای به طول ۱- و نیم ساز ناحیه چهارم را در نقطه ای به عرض ۱- قطع کرده است. b, a را به دست آورید.
۴۲	نیمه عمر عنصری چهار روز است. فرض کنید جرم اولیه برابر با g باشد. الف) تابع $m(t)$ پس از t روز به صورت تابع نمایی بمویسید. ب) پس از چند روز این جرم به ۱ گرم کاهش می یابد؟ $\log 2 \approx 0.3$
۴۳	به عدد ۳۰۱ چند واحد اضافه کنیم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای ۸ برابر ۳ بشود؟
۴۴	معادله های لگاریتمی زیر را حل کنید. الف) $\log_7(p^2 - 2) = \log_7 p$ ب) $\log_8(x + 1) + \log_8(x - 1) = 1$ پ) $3 \log_4 a - \log_4 5 = \log_4 25$ ت) $\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 21) = -2$ ث) $2 \log_7(2x - 1) - 1 = 0$ ج) $\log_7(\log_7(\log_7 x)) = 1$ چ) $\log_8(x^2 - 2x - 14) = 0$ خ) $\log_x(x^2 + 3x) = \log_x(x + 3)$
۴۵	
۴۶	
۴۷	
۴۸	
۴۹	
۵۰	