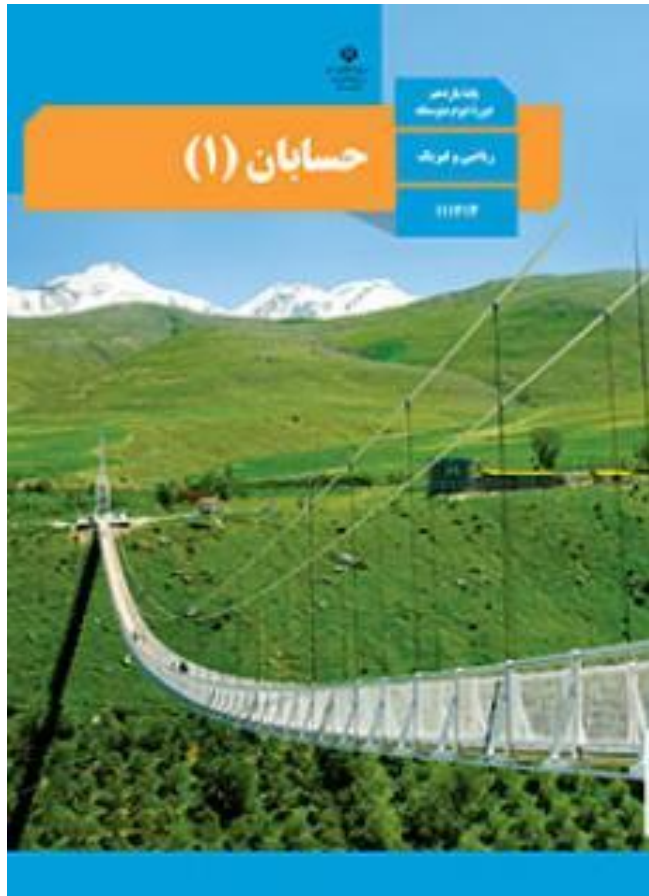


# بسم الله الرحمن الرحيم

## بانک سوالات امتحانی حسابان ۱

سال یازدهم دوره دوم متوسطه

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان همدان



گردآوری:

آقای حمیدرضا روغنی

خانم زهره دادسنج



فهرست:

### فصل ۵: حد و پیوستگی

- درس اول: مفهوم حد و فرایندهای حدی
- درس دوم: حدهای یک طرفه (حد چپ و حد راست)
- درس سوم: قضایای حد
- درس چهارم: محاسبه حد توابع کسری (حالت  $\frac{0}{0}$ )
- درس پنجم: پیوستگی

### فصل ۳: توابع نمایی و لگاریتمی

- درس اول: تابع نمایی
- درس دوم: تابع لگاریتمی و لگاریتم
- درس سوم: ویژگی‌های لگاریتم و حل معادله‌های لگاریتمی

### فصل ۴: مثلثات

- درس اول: رادیان
- درس دوم: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا
- درس سوم: توابع مثلثاتی
- درس چهارم: روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

### فصل ۱: جبر و معادله

- درس اول: مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی
- درس دوم: معادلات درجه دوم
- درس سوم: معادلات گویا و گنگ
- درس چهارم: قدر مطلق و ویژگی‌های آن
- درس پنجم: آشنایی با هندسه تحلیلی

### فصل ۲: تابع

- درس اول: آشنایی بیشتر با تابع
- درس دوم: انواع توابع
- درس سوم: وارون تابع
- درس چهارم: اعمال روی توابع

# بانک سوالات امتحانی حسابان ۱

## فصل اول: جبر و معادله

### درس اول: مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

|    |                                                                                                                                           |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱  | مجموع پنج جمله نخست دنباله هندسی ...، ۴، ۸، $X$ برابر ..... است.                                                                          |
| ۲  | مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی ...، ۹، ۵، ۱ برابر است با .....                                                                          |
| ۳  | قدر نسبت دنباله هندسی ...، ۱، $2\sqrt{2}$ برابر است با:<br>الف) $2\sqrt{2}$ ب) $\sqrt{2}$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ د) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ |
| ۴  | مجموع چند اول از دنباله حسابی ...، ۱۰، ۶، ۲ برابر جمله سیزدهم آن است؟<br>الف) ۱۰      ب) ۶      ج) ۵      د) ۸                            |
| ۵  | مجموع هشت جمله اول دنباله ...، $\frac{1}{12}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{3}$ را بدست آورید.                                              |
| ۶  | مجموع جملات هفتم و بیست و چهارم یک دنباله حسابی برابر ۱۰۰ است. مجموع ۳۰ جمله اول آن را بیابید.                                            |
| ۷  | مجموع همه عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۴ را به دست آورید.                                                                                    |
| ۸  | در دنباله حسابی زیر حداقل چند جمله با شروع از جمله اول را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از ۴۹۳ بیشتر شود.<br>۵، ۸، ۱۱، ...                    |
| ۹  | در ۲۰ جمله اول یک دنباله عددی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله اول را بدست آورید.                       |
| ۱۰ | عددهای $2^a$ ، $4\sqrt{2}$ ، $2^b$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند. واسطه عددی بین $a$ و $b$ را بدست آورید.                       |
| ۱۱ | مجموع ۱۰ جمله اول از دنباله هندسی ...، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$ ، $\frac{1}{16}$ را بدست آورید.                                      |
| ۱۲ | مجموع بیست جمله اول دنباله ...، ۱۱، ۸، ۵، ۲ چقدر می‌باشد؟                                                                                 |
| ۱۳ | در دنباله حسابی ...، ۱۰، ۶، ۲ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از ۲۰۰ بیشتر شود؟                                            |
| ۱۴ | مجموع همه عددهای طبیعی سه رقمی که مضرب ۶ هستند را بیابید.                                                                                 |

## درس دوم: معادلات درجه‌ی دوم

|    |                                                                                                                                               |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۵ | اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $x^2 - mx - 7 = 0$ باشد، مقدار $m$ برابر با ..... است.                                                            |
| ۱۶ | مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + 5x - 1 = 0$ برابر با ..... است.                                                                                  |
| ۱۷ | یک معادله‌ی درجه دوم که ریشه‌های آن $1 \pm \sqrt{2}$ باشد، ..... است.                                                                         |
| ۱۸ | معادله درجه دومی که ریشه‌هایش ۳ و -۲ باشند، برابر است با .....                                                                                |
| ۱۹ | اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ باشد، مقدار $k$ برابر است با ..... و صفرهای دیگر تابع ..... می‌باشند.             |
| ۲۰ | معادله $\sqrt{x+2} = x - 4$ دارای دو جواب حقیقی است. درست نادرست                                                                              |
| ۲۱ | عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با مجذورش برابر ۶ می‌باشد. درست نادرست                                                                          |
| ۲۲ | اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $x^2 - mx - 7 = 0$ باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟<br>الف) $\frac{7}{4}$ (ب) ۳ (ج) -۳ (د) $-\frac{7}{4}$             |
| ۲۳ | اگر $x = 1$ یکی از صفرهای تابع $p(x) = x^4 - 3x^2 + kx - 1$ باشد، مقدار $k$ برابر است با:<br>الف) $\frac{1}{3}$ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) $\frac{1}{3}$ |
| ۲۴ | اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $2x^2 - (2-m)x - 3 = 0$ و $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3$ باشد، مقدار $m$ را بیابید.          |
| ۲۵ | مقدار $k$ را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر با -۲ باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را بدست آورید.              |
| ۲۶ | تعداد جواب‌های معادله $(x-1)^2 = \frac{1}{4}x + 1$ را به کمک رسم مشخص کنید.                                                                   |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۷                          | با استفاده از روش هندسی، تعداد ریشه‌های معادله‌ی $ x - 1  = x^2 - 4x + 1$ را مشخص کنید.                                                                                                                                                                                                                                                     |
| ۲۸                          | اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های حقیقی معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                       |
| ۲۹                          | معادله‌ی $(x^2 - 4)^2 + 2x^2 - 7 = 0$ را حل کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| ۳۰                          | اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - 6x - 1 = 0$ باشند، آنگاه معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{1}{\alpha-1}$ و $\frac{1}{\beta-1}$ باشند.                                                                                                                                                                            |
| ۳۱                          | اگر $x = 2$ یکی از صفرهای تابع $p(x) = x^3 - x^2 - 4$ باشد، سایر صفرهای تابع را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                 |
| ۳۲                          | اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 + 5x - 2 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ چقدر است؟                                                                                                                                                                                                               |
| ۳۳                          | نمودار $f(x) = ax^2 + bx + c$ بصورت زیر می‌باشد. تعداد صفرهای تابع و همچنین علامت $a$ ، $b$ و $c$ را مشخص کنید.                                                                                                                                                                                                                             |
| درس سوم: معادلات گویا و گنگ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| ۳۴                          | معادله‌های زیر را حل کنید.<br><br>الف) $\frac{x}{x-2} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{x-5}{x+2}$<br><br>ب) $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$<br><br>پ) $\sqrt{7 + \sqrt{x-1}} - 1 = \sqrt{x-1}$<br><br>ت) $\frac{x-1}{x^2+x-2} + \frac{x-3}{x^2-3x} = 1$<br><br>ث) $2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$<br><br>ج) $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$ |

|                                            |                                                                                                                                           |  |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|                                            | $\sqrt{x+2} - x + 4 = 0 \quad \text{ج)}$ $\text{ح)} \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{1 \cdot x}{x^2-4}$                          |  |
| ۳۵                                         | در معادله $\sqrt{11x-2} = 2x+1$ قدر مطلق تفاضل دو ریشه را حساب کنید.                                                                      |  |
| <b>درس چهارم : قدر مطلق و ویژگی‌های آن</b> |                                                                                                                                           |  |
| ۳۶                                         | نمودار $y =  x^2 - 2x $ را رسم کرده و سپس به کمک آن معادله $ x^2 - 2x  = 2$ را حل کنید.                                                   |  |
| ۳۷                                         | ساده شده‌ی عبارت $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ برابر کدام گزینه است؟<br>الف) $\sqrt{3}-2$ ب) $2-\sqrt{3}$                                          |  |
| ۳۸                                         | معادله قدر مطلق $ x  +  1-x  = 3$ را به روش هندسی حل کنید.                                                                                |  |
| ۳۹                                         | نمودار تابع $f(x) =   x  - 3 $ را رسم کنید. سپس به کمک آن تعیین کنید معادله $f(x)=1$ دارای چند جواب حقیقی است؟                            |  |
| ۴۰                                         | معادله قدر مطلق $ x  = x^2 - 2x$ را به روش هندسی حل کنید.                                                                                 |  |
| ۴۱                                         | نمودار تابع $y =  x^2 - 1 $ را رسم کنید.                                                                                                  |  |
| ۴۲                                         | معادله $ x  = x^2 - 2x$ به روش‌های جبری و هندسی حل کنید.                                                                                  |  |
| ۴۳                                         | معادله $ x-3  = 2x+1$ را حل کنید.                                                                                                         |  |
| ۴۴                                         | ضابطه تابع $f(x) =  x-1  +  x+1 $ را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.                                                               |  |
| ۴۵                                         | نمودار تابع $y = x - \frac{x}{ x }$ را رسم کرده و سپس به ازای $y = 3$ معادله حاصل را به روش هندسی و جبری حل کنید.                         |  |
| <b>درس پنجم: آشنایی با هندسه تحلیلی</b>    |                                                                                                                                           |  |
| ۴۶                                         | اگر $A(1,5)$ , $B(0,4)$ , $C(4,2)$ مختصات سه رأس یک مثلث باشند:<br>الف) طول میانه AM را بدست آورید.<br>ب) معادله ارتفاع AH را بدست آورید. |  |

|    |                                                                                                                                          |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۴۷ | فاصله نقطه $A(۱, -۴)$ از خط $۸x + ۶y = k$ برابر با ۴ است. مقدار $k$ را بیابید.                                                           |
| ۴۸ | مثلث $ABC$ با رئوس $A(-۱, ۷)$ ، $B(-۶, -۲)$ و $C(۲, ۴)$ مفروض است.<br>الف) مثلث را رسم کنید.<br>ب) معادله عمود منصف ضلع $BC$ را بنویسید. |
| ۴۹ | خط $۳x - ۴y + ۱ = ۰$ بر دایره‌ای به مرکز $O(۴, ۲)$ مماس است. طول شعاع این دایره را حساب کنید.                                            |
| ۵۰ | مساحت مثلثی را حساب کنید که نقاط $A(۳, ۲)$ ، $B(-۲, ۳)$ و $C(۰, -۳)$ سه رأس آن باشند.                                                    |
| ۵۱ | مختصات نقطه‌ای از خط $y = x$ را چنان بیابید که فاصله آن نقطه‌ها تا خط $۲x - y + ۱ = ۰$ برابر با $\sqrt{۵}$ باشد.                         |
| ۵۲ | اگر فاصله نقطه $A(۱, ۲)$ از خط $ax + ۴y = ۱$ برابر ۲ باشد، مقدار $a$ چقدر است؟                                                           |
| ۵۳ | طول شعاع دایره‌ای به مرکز $O(-۱, ۲)$ را بیابید که خط $۴x + ۳y = ۵$ بر آن مماس است.                                                       |
| ۵۴ | اگر $A(۲, ۳)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $۳x - ۴y = ۹$ باشد، مساحت مربع را بیابید.                                                 |
| ۵۵ | اگر فاصله نقطه $A(۲, -۱)$ از خط $۱۲x + ۵y = m$ برابر ۲ باشد، مقدار $m$ چقدر است؟                                                         |
| ۵۶ | دو خط $۳x + ۲y = ۱$ و $۲x - ۳y = ۲$ معادلات دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه $A(۲, ۵)$ یک رأس مستطیل است. مساحت این مستطیل چقدر است؟          |

## فصل دوم: تابع

### درس اول: آشنایی بیشتر با تابع

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |        |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------|
| ۵۷ | دو تابع $f(x) = ۱$ و $g(x) = \frac{x}{x}$ با هم برابرند.                                                                                                                                                                                                                                                                     | درست | نادرست |
| ۵۸ | اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آن‌ها نیز برابر باشند، دو تابع برابرند.                                                                                                                                                                                                                                                  | درست | نادرست |
| ۵۹ | تابع $f(x) = x^2$ با تابع $g(x) = x x $ مساوی هستند.                                                                                                                                                                                                                                                                         | درست | نادرست |
| ۶۰ | دامنه یک تابع زیر مجموعه‌ای از برد آن تابع است.                                                                                                                                                                                                                                                                              | درست | نادرست |
| ۶۱ | تابع $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = x$ با هم برابرند.                                                                                                                                                                                                                                                                         | درست | نادرست |
| ۶۲ | برد و دامنه تابع می‌توانند یکی باشند.                                                                                                                                                                                                                                                                                        | درست | نادرست |
| ۶۳ | تابعی مانند $f$ رسم کنید که در تمام شرایط زیر صدق کند.<br>الف) دامنه $f$ مجموعه $[-۵, ۲]$ باشد و $f(۱) = ۳$ و $f(-۵) = -۲$<br>ب) در بازه $[۰, ۱]$ ثابت باشد.<br>پ) تابع $f$ بر هر عدد بزرگتر از ۱، مربع آن را نسبت دهد.<br>ت) تابع $f$ برای عددهای منفی، خطی است و نمودار آن محور $x$ ها را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع می‌کند. |      |        |
| ۶۴ | آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ و $g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - ۱}$ با هم مساوی‌اند؟ (با ذکر دلیل)                                                                                                                                                                                                                   |      |        |

### درس دوم: انواع تابع

|    |                                                                                                   |      |        |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------|
| ۶۵ | اگر $f(x) = [x + ۱]$ باشد، حاصل $f(\sqrt{۳} - ۱)$ برابر با ..... است.                             |      |        |
| ۶۶ | دامنه تابع $y = \frac{x}{x^2 - ۹}$ برابر با ..... می‌باشد.                                        |      |        |
| ۶۷ | نمودار تابع $y = \left[\frac{x}{۳}\right]$ در بازه $[-۳, ۳]$ شامل ..... پاره خط و ..... نقطه است. |      |        |
| ۶۸ | معادله $x - y^2 = ۴$ تابعی از $x$ است.                                                            | درست | نادرست |
| ۶۹ | حاصل $[\sqrt{۲}]$ برابر است با ۲.                                                                 | درست | نادرست |
| ۷۰ | اگر $k$ یک عدد صحیح باشد، در این صورت: $[x + k] = [x] + k$                                        | درست | نادرست |
| ۷۱ | رابطه $۲x^2 - y^2 = ۴$ مشخص کننده تابع $y$ بر حسب مقدار $x$ است.                                  | درست | نادرست |

|                            |                                                                                                                                                |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۷۲                         | حاصل $[4x] - [7x]$ به ازای $x = -\frac{1}{4}$ کدام است؟<br>الف) ۶-      ب) ۲-      ج) ۶      د) ۲                                              |
| ۷۳                         | نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ را رسم کرده و سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.                                                             |
| ۷۴                         | تابعی گویا بنویسید که دامنه آن $\mathbb{R} - \{1\}$ باشد.                                                                                      |
| ۷۵                         | آیا رابطه $x =  y  + 1$ تابع است؟ (همراه با ذکر دلیل)                                                                                          |
| ۷۶                         | اگر داشته باشیم $f(x) = \sqrt{x-2}$ نمودار آن را رسم کنید و دامنه و برد $f$ را بدست آورید.                                                     |
| ۷۷                         | نمودار تابع زیر را رسم کنید.<br>$f(x) = \begin{cases} 2 & 3 \leq x < -2 \\ -1 & 2 < x \leq 0 \\ 4 & 0 < x \leq 4 \\ 0 & 4 < x < 5 \end{cases}$ |
| ۷۸                         | نمودار تابع $y = [x] + 3$ را در فاصله $1 \leq x < 2$ رسم کنید.                                                                                 |
| ۷۹                         | نمودار تابع $y = [x + 1]$ را در فاصله $1 \leq x < 2$ رسم کنید.                                                                                 |
| ۸۰                         | نمودار $y = [2x]$ را به ازای $1 \leq x \leq 2$ رسم کنید.                                                                                       |
| <b>درس سوم: وارون تابع</b> |                                                                                                                                                |
| ۸۱                         | وارون تابع $y = x^3$ برابر با ..... است.                                                                                                       |
| ۸۲                         | اگر داشته باشیم $f(x) = \sqrt{x-2}$ آنگاه دامنه $f^{-1}$ برابر با ..... و برد $f^{-1}$ برابر با ..... است.                                     |
| ۸۳                         | وارون تابع $f(x) = -\frac{x}{4} + 3$ تابع $g(x) = -2x + 6$ است.      درست      نادرست                                                          |
| ۸۴                         | وارون تابع $f(x) = x^2 - 2x + 1$ به ازای $x \geq 1$ را بدست آورید.                                                                             |
| ۸۵                         | با رسم نمودار $f(x) = (x+5)^2$ به ازای $x \geq -5$ وارون پذیری تابع را بررسی کرده و سپس ضابطه‌ی تابع وارون آن را بیابید.                       |
| ۸۶                         | با رسم نمودار نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ وارون پذیر است، سپس ضابطه تابع وارون آن را بنویسید.                                       |
| ۸۷                         | نشان دهید تابع $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ یک به یک است.                                                                                           |
| ۸۸                         | ضابطه و دامنه تابع وارون $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$ را بدست آورید.                                                                                |



|                            |                                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۸۹                         | وارون تابع $f(x) = \frac{1-x}{2x+1}$ را پیدا کنید.                                                                                                                                                              |
| ۹۰                         | وارون تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ را با شرط $x \leq 1$ بیابید.                                                                                                                                                   |
| درس چهارم: اعمال روی توابع |                                                                                                                                                                                                                 |
| ۹۱                         | اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = 2\sqrt{x} + 1$ باشند، حاصل $(\frac{f}{g-f})(1)$ برابر ..... است.                                                                                                                   |
| ۹۲                         | اگر $f(x) = x + 4$ و $g(x) = 3x$ باشند، آنگاه $(\frac{f}{g})(2) = 1$ است. درست نادرست                                                                                                                           |
| ۹۳                         | برای هر دو تابع $f$ و $g$ داریم: $f \times g = g \times f$ . درست نادرست                                                                                                                                        |
| ۹۴                         | توابع $g(x) = \frac{3x}{x+1}$ و $f(x) = \sqrt{x-1}$ داده شده است.<br>الف) مقدار $(f+g)(2)$ ب) ضابطه و دامنه تابع $gof$ را بدست آورید.                                                                           |
| ۹۵                         | الف) اگر $D_f = [2, \infty)$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، دامنه $fog$ را بیابید.<br>ب) اگر $f = \{(2,5), (3,7), (4,0)\}$ و $g = \{(1,2), (6,1), (3,4)\}$ باشند، تابع $fog$ را بصورت مجموعه زوج مرتب نمایش دهید. |
| ۹۶                         | اگر $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $h(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ دو تابع باشند:<br>الف) ضابطه و دامنه تابع $hof(x)$ را بدست آورید.<br>ب) ضابطه و دامنه $(\frac{f}{g})(x)$ را بنویسید.<br>ج) مقدار $(h+f)(7)$ را حساب کنید.   |
| ۹۷                         | اگر $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{N}$ و $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ دو تابع بصورت زیر باشند، آنگاه تابع $fog$ را بیابید.<br>$f = \{(4,7), (3,5), (2,3), (1,2)\}$ و $g(n) = 2n$              |
| ۹۸                         | اگر $g(x) = x^2 + 3$ و $f(x) = \sqrt{x+1}$ باشند:<br>الف) تابع $fog$ و دامنه تابع $gof$ را بدست آورید.<br>ب) دامنه و ضابطه $(\frac{g}{f})(x)$ را بدست آورید.                                                    |
| ۹۹                         | اگر $f = \{(1,2), (3,1), (4,3)\}$ و $g = \{(2,-1), (3,7), (4,0), (1,2)\}$ باشند، تابع $fog$ و $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.                                                                                      |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۰۰ | اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = 3x + k$ باشند، مقدار $k$ را طوری بیابید که $(fog)(x) = (gof)(x)$ .                                                                                                                                                                                                                     |
| ۱۰۱ | <p>دو تابع <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math> و <math>g(x) = -2x + 1</math> داده شده‌اند.</p> <p>الف) ضابطه <math>fog</math> را تعیین کرده و دامنه آن را با استفاده از تعریف بدست آورید.</p> <p>ب) ضابطه و دامنه <math>f \times g</math> را پیدا کنید.</p> <p>ج) مقدار عددی <math>(1)(2f + g)</math> را محاسبه کنید.</p> |
| ۱۰۲ | <p>اگر <math>f = \{(3,5), (-1,2), (5,3), (4,4)\}</math> و <math>g = \{(3,7), (2,5), (4,-1)\}</math> باشند، آنگاه توابع زیر را بصورت زوج مرتب بنویسید.</p> <p>الف) <math>gof^{-1}</math></p> <p>ب) <math>\frac{2f}{f \times g}</math></p>                                                                             |
| ۱۰۳ | اگر $f(x) = 2x + 5$ باشد $f^{-1}$ و $f \circ f^{-1}$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                  |
| ۱۰۴ | <p>اگر <math>f = \{(-1,1), (1,2), (2,3), (4,5)\}</math> و <math>g = \{(-1,0), (1,2), (2,4), (5,3)\}</math> دو تابع باشند:</p> <p>الف) مقدار <math>(-1)(3f - g)</math> را بیابید. ب) تابع <math>fog</math> را به صورت زوج مرتب بنویسید.</p>                                                                           |
| ۱۰۵ | اگر $f(x) = x^2 + 4$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ باشند، آنگاه ضابطه و دامنه $fog$ و $f + g$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                 |
| ۱۰۶ | اگر $(fog)(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $f(x) = \frac{x}{x+1}$ باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                     |
| ۱۰۷ | <p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x^2 + 5}</math> و <math>g(x) = \sqrt{4 - x^2}</math> مطلوبست:</p> <p>الف) ضابطه <math>fog</math> و <math>\frac{f}{g}</math> ب) دامنه <math>fog</math> و <math>\frac{f}{g}</math></p>                                                                                                       |

## فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی

### درس اول: توابع نمایی

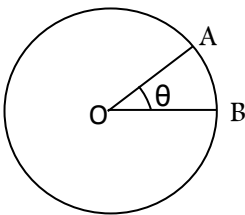
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۰۸ | در تابع $f(x) = a^x$ ، اگر $a > 1$ باشد، با افزایش مقدار $x$ ، مقادیر $f$ ..... می‌یابد.                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| ۱۰۹ | در تابع $f(x) = a^x$ ، اگر $0 < a < 1$ ، با افزایش مقدار $x$ مقدارهای تابع $f$ ..... می‌یابد.                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| ۱۱۰ | معادلات و نامعادلات زیر را حل کنید.<br><br>الف) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-x+3} = \frac{125}{8}$<br>ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{3-5x}$<br>پ) $3^{4x-1} \geq 9^{x-4}$<br>ت) $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$                                                                                                                                    |
| ۱۱۱ | نمودار تابع $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 1$ را رسم کرده و برد آن را مشخص کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| ۱۱۲ | محل برخورد نمودار تابع $f(x) = 3^{2x+1}$ با محور عرض‌ها را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| ۱۱۳ | نمودار تابع $f(x) = 2^{x-1}$ را رسم کرده و سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| ۱۱۴ | الف) تابع $y = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^x$ یک تابع نمایی افزایشی باشد، آنگاه حدود $a$ را بدست آورید.<br>خط $y = 9$ نمودار تابع $y = 3^{x-2}$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟                                                                                                                                                                                                      |
| ۱۱۵ | معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.<br><br>الف) $2\log_7(x+1) - \log_7(x+7) = 1$<br>ب) $\log_{\sqrt{3}} x = \log_3 81$<br>پ) $\log_3(x-1) = \log_3\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 2$<br>ت) $\log_7(x+1) - \log_7(x-1) = 3$<br>ث) $\log(1-x) - \log 2 = \log 5$<br>ج) $\log x + \log(x+3) = 1$<br>چ) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log 3$<br>ح) $\log(x-5) + \log(x+5) = \log 22 - \log 2$ |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| $\text{خ) } \log(x-1) + \log\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \log 18 - \log 2$ $\text{د) } \log_2(x-1) + \log_2\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2$ $\text{و) } \log(x-1) + \log(x+3) = \log 12$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |     |
| <p>حاصل عبارات زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) <math>A = \log_2 \sqrt[3]{\sqrt{81}} + \log_{\sqrt{2}} 32</math></p> <p>ب) <math>B = \log_{2+\sqrt{2}}(7 - 4\sqrt{2}) + 3 \log_{2+\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1)</math></p> <p>پ) <math>\log \sqrt{50}</math> با فرض <math>(\log 2 \approx 0.3, \log 3 \approx 0.5)</math></p> <p>ت) <math>\log \sqrt{0.75}</math> با فرض <math>(\log 2 \approx 0.3, \log 3 \approx 0.5)</math></p> <p>ث) <math>3 \log_2 \sqrt[4]{49}</math></p> <p>ج) <math>3 \log_9(\sqrt[3]{81}) + 2 \log_2 \frac{1}{4} - 5 \log_5 \frac{1}{25}</math></p> <p>چ) <math>\log(18 \times 375)</math> با فرض <math>(\log 2 \approx 0.3, \log 3 \approx 0.5)</math></p> <p>ح) <math>5 \log_3 \sqrt[5]{81} - 2 \log_{\frac{1}{49}} + 3 \log 0.001</math></p> <p>خ) <math>\log_3 9 + \log_{\frac{1}{1000}} - \log_{\frac{1}{8}} \sqrt[3]{8} + 5^{\log 7}</math></p> <p>د) <math>\log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{3} - \log_{\frac{1}{25}} 8</math></p> | ۱۱۶ |
| <p>درس دوم: تابع لگاریتمی و لگاریتم</p> <p>درس سوم: ویژگی‌های تابع لگاریتم و حل معادله های لگاریتمی</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |     |
| زاویه مرکزی روبرو به کمانی به طول $\frac{\pi}{11}$ در دایره‌ای به شعاع ۵، برابر ..... رادیان و ..... درجه است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱۱۷ |
| لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک همواره عددی منفی است. درست نادرست                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱۱۸ |
| تابع $y = \log_a x$ محور $y$ ها را قطع می‌کند. درست نادرست                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱۱۹ |
| نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده ۱۲۸ میلی گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند، چقدر است؟                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱۲۰ |
| <p>اگر <math>a = \log 2</math>، <math>b = \log 3</math> حاصل عبارات زیر را بر حسب <math>a</math>، <math>b</math> بنویسید.</p> <p>الف) <math>3 \log \sqrt[3]{3} - \log 250</math></p> <p>ب) <math>\log \sqrt{5}</math></p> <p>ج) <math>\log_9 7 \times \log_7 8</math></p> <p>د) <math>\log 12</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱۲۱ |

|                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ۵) $\log$                                                                        |     |
| نمودار $y = 1 + \log_3 x$ را رسم کنید.                                           | ۱۲۲ |
| نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$ را رسم کنید.                         | ۱۲۳ |
| اگر $\log x = \log 2 + \log y$ و $2^x \times 8^y = 4$ مقدار $x$ را حساب کنید.    | ۱۲۴ |
| تساوی $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ را بصورت توانی بنویسید.                         | ۱۲۵ |
| از تساوی $\log_x(x^2 + 4) = 1 + \log_x 5$ مقدار $\log_2 x$ را پیدا کنید.         | ۱۲۶ |
| از معادله $\log_3 2x^2 + 1 = 1$ مقدار لگاریتم $18x - 2$ در پایه ۸ را بدست آورید. | ۱۲۷ |
| دامنه تابع $y = \log_2 x - 1$ را بدست آورید.                                     | ۱۲۸ |

## فصل چهارم: مثلثات

### درس اول: رادیان

|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                         |                 |        |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------|
| ۱۲۹                                         | زاویه ۳۰ درجه برابر $\frac{\pi}{6}$ رادیان است.                                                                                                                                                                                                                         | درست            | نادرست |
| ۱۳۰                                         | در دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر، طول کمان مقابل به زاویه مرکزی $20^\circ$ چقدر است؟ $\frac{2\pi}{9}$                                                                                                                                                                    | $\frac{\pi}{9}$ |        |
| ۱۳۱                                         | شعاع چرخ دوچرخه‌ای ۳۶ سانتی‌متر است. اگر چرخ $100^\circ$ بچرخد، چه مسافتی بر حسب سانتی‌متر طی می‌شود؟<br>(الف) ۶۰ (ب) $56\frac{2}{3}$ (ج) ۷۵ (د) $62\frac{8}{3}$                                                                                                        |                 |        |
| ۱۳۲                                         | در شکل زیر، اندازه زاویه $\theta$ را بر حسب رادیان بدست آورید و طول کمان AB را حساب کنید.<br> <p style="text-align: center;"><math>r = 2</math><br/><math>\theta = 20^\circ</math></p> |                 |        |
| ۱۳۳                                         | (الف) اندازه یک زاویه مرکزی در یک دایره $1/5$ رادیان و طول کمان روبرو به آن زاویه، ۹ سانتی‌متر است. اندازه شعاع دایره را بدست آورید.<br>(ب) اندازه زاویه‌ای $\frac{\pi}{4}$ رادیان است. این زاویه را بر حسب درجه به دست آورید.                                          |                 |        |
| ۱۳۴                                         | اگر زاویه مرکزی $240^\circ$ در دایره‌ای به شعاع $2/5$ سانتی‌متر کمانی به طول $l$ جدا کند، مقدار تقریبی $l$ را (با فرض $\pi \simeq 3$ ) بدست آورید.                                                                                                                      |                 |        |
| ۱۳۵                                         | طول برف پاک‌کن عقب اتومبیلی ۲۴ سانتی‌متر است. اگر برف پاک‌کن کمانی به اندازه $120^\circ$ طی کند، $(\pi = 3/14)$<br>(الف) اندازه کمان را بر حسب رادیان بدست آورید.<br>(ب) طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک‌کن چند سانتی‌متر است.                                         |                 |        |
| ۱۳۶                                         | طول برف پاک‌کن اتومبیلی ۵۰ سانتی‌متر است و برف پاک‌کن زاویه $120^\circ$ را طی می‌کند. طول کمانی که انتهای برف پاک‌کن طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟                                                                                                                      |                 |        |
| <b>درس دوم: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                         |                 |        |
| ۱۳۷                                         | حاصل $\sin 210^\circ + \cot 135^\circ$ برابر ..... است.                                                                                                                                                                                                                 |                 |        |
| ۱۳۸                                         | مقدار $\sin \frac{5\pi}{4}$ ، عدد ..... است.                                                                                                                                                                                                                            |                 |        |
| ۱۳۹                                         | مقدار $\tan \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$ ، عدد ..... است.                                                                                                                                                                                                              |                 |        |
| ۱۴۰                                         | $\cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(2\pi - \alpha)$                                                                                                                                                                                                        | درست            | نادرست |

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |        |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------|
| ۱۴۱                    | به ازای هر زاویه دلخواه $\theta$ ، $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \cos^2(\pi + \theta) = 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | درست | نادرست |
| ۱۴۲                    | حاصل $\cos \theta + \cos(\pi - \theta)$ برابر صفر است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | درست | نادرست |
| ۱۴۳                    | مقدار عبارات زیر را بدست آورید:<br><br>الف) $A = 10 - \frac{3}{4} \sin\left(\frac{\Delta\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$<br>ب) $A = \cos\left(\Delta\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7\pi\right)$<br>پ) $A = \sin\left(-\frac{179\pi}{6}\right) + \cos\left(-\frac{179\pi}{6}\right)$<br>ت) $\tan(-840^\circ) = ?$ $\sin \frac{\Delta\pi}{4} = ?$ $\cos \frac{11\pi}{6} = ?$<br>ث) $A = \frac{\sin \frac{34\pi}{6} + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\Delta\pi}{2}\right)}{\tan 115^\circ \times \tan 25^\circ}$<br>ج) $A = \frac{\sin(\theta - 13\pi) + \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos(8\pi + \theta)}$<br>چ) $A = \sin(405^\circ) + \tan(-150^\circ) - \cos\left(\frac{9\pi}{4}\right)$<br>ح) $A = \cos\left(-\frac{23\pi}{4}\right) + \sin 300^\circ + \tan\left(\frac{10\pi}{3}\right)$<br>و) $A = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \cos(120^\circ)$ |      |        |
| ۱۴۴                    | اگر $\tan \alpha = \sqrt{2}$ باشد، مقدار عددی عبارت زیر را بیابید.<br><br>$A = \frac{3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + 2 \sin(\pi - \alpha)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |        |
| ۱۴۵                    | نشان دهید:<br><br>$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \cos(\pi - \theta) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |        |
| ۱۴۶                    | در تساوی مقابل به جای $x$ یک زاویه مناسب قرار دهید.<br><br>$\sin x = \cos(20^\circ + x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |        |
| درس سوم: توابع مثلثاتی |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |        |
| ۱۴۷                    | نمودار $y =  \sin x  - 2$ را رسم کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |        |
| ۱۴۸                    | نمودار $y = \left \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right $ را رسم کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |        |

|                                                     |                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۴۹                                                 | نمودار $y = \left  2 \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \right $ را در یک دوره تناوب رسم کنید.                                                                                                                      |
| ۱۵۰                                                 | نمودار $y = - \sin x $ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.                                                                                                                                                                |
| ۱۵۱                                                 | مقدار حداکثری و حداقلی تابع $f(x) = 3 - 5 \cos x$ را بیابید.                                                                                                                                                           |
| ۱۵۲                                                 | نمودار تابع $y = 1 +  \cos x $ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید.                                                                                                                                                       |
| ۱۵۳                                                 | به کمک انتقال نمودار تابع $y = 2 \sin \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$ را در یک دوره تناوب رسم کنید.                                                                                                                  |
| ۱۵۴                                                 | نمودار تابع $y = 2 \sin x + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. حداکثر مقدار این تابع در چه نقطه‌ای است؟                                                                                                               |
| <b>درس چهارم: روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا</b> |                                                                                                                                                                                                                        |
| ۱۵۵                                                 | اگر $\alpha$ زاویه‌ای حاده و $\beta$ زاویه‌ای منفرجه، $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\sin \beta = \frac{4}{5}$ باشد، عبارات زیر را محاسبه کنید.<br>الف) $\sin(\alpha + \beta)$<br>ب) $\sin 2\alpha$                    |
| ۱۵۶                                                 | ثابت کنید:<br>الف) $\frac{1 - \cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)} = \tan \alpha$<br>ب) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$<br>پ) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}$                        |
| ۱۵۷                                                 | اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و $\alpha$ در ناحیه سوم باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ را بدست آورید.                                                                                                                       |
| ۱۵۸                                                 | سینوس و کسینوس زاویه $15^\circ$ درجه را محاسبه کنید.                                                                                                                                                                   |
| ۱۵۹                                                 | اگر انتهای کمان $\alpha$ در ربع اول و $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان $\beta$ در ربع دوم و $\sin \beta = \frac{5}{13}$ باشند، مقدار عبارت $\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$ را بدست آورید. |
| ۱۶۰                                                 | مقدار عددی عبارت مقابل را به ازای $x = \frac{\pi}{15}$ محاسبه کنید.<br>$A = \sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x$                                                                                                         |
| ۱۶۱                                                 | نسبت‌های مثلثاتی کمان $75^\circ$ درجه را بدست آورید.                                                                                                                                                                   |
| ۱۶۲                                                 | اگر $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ و انتهای کمان $\alpha$ در ناحیه دوم باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ را پیدا کنید.                                                                                                         |
| ۱۶۳                                                 | اگر $\alpha$ و $\beta$ به ترتیب زوایایی در ربع اول و دوم، $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ و $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ باشند، حاصل $\sin(\alpha - \beta)$ را بیابید.                                                    |
| ۱۶۴                                                 | اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{12}{13}$ و انتهای کمان $\alpha$ در ربع اول و انتهای کمان $\beta$ در ربع چهارم باشد، حاصل عبارت-های $\sin(\alpha + \beta)$ و $\cos 2\beta$ را بیابید.             |

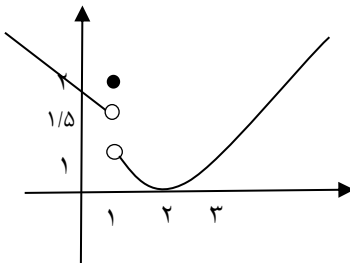
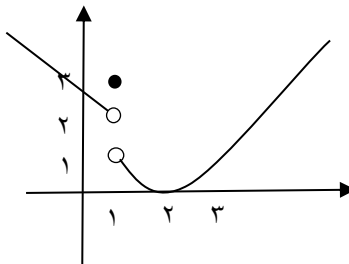


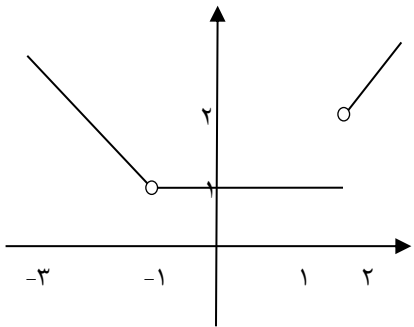
|     |                                                                                                                                                                               |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۶۵ | مطلوبست محاسبه $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .                                                                                        |
| ۱۶۶ | اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان $\alpha$ و $\beta$ به ترتیب در ربع اول و دوم باشد، مقدار دقیق $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید. |

## فصل پنجم: حد و پیوستگی

### درس اول: مفهوم حد و فرآیندهای حدی

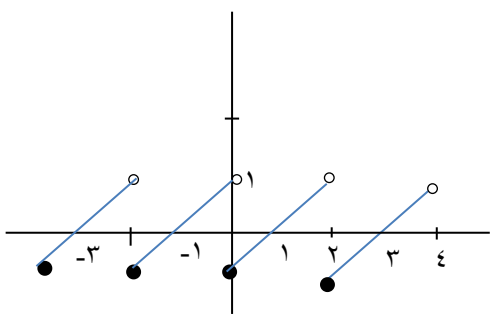
### درس دوم: حدهای یک طرفه (حد چپ و حد راست)

|      |                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------|-------------------|------|-----|------|--|--|--|--|--|--|
| ۱۶۷  | الف) بازه (۲،۳) یک همسایگی ..... برای عدد ۲ است.<br>ب) بازه (-۳،۲) یک همسایگی چپ برای عدد ..... است.                                                                                                                               |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۶۸  | تابع $g(x) = \sqrt{2-x}$ در نقطه $x=2$ حد ندارد.                                                                                                                                                                                   | درست<br>نادرست                                                                     |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۶۹  | بازه (-۱،۳)، همسایگی متقارن عدد ۱ می باشد.                                                                                                                                                                                         | درست<br>نادرست                                                                     |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۰  | تابع $f(x)=\sqrt{x-3}$ در نقطه $x=3$ حد ندارد.                                                                                                                                                                                     | درست<br>نادرست                                                                     |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۱  | با توجه به نمودار داده شده مقدار $\left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x)\right]$ کدام است؟<br>الف) ۱<br>ب) وجود ندارد<br>ج) صفر<br>د) $\frac{3}{2}$                                                                                     |  |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۲  | بازه (-۱،۵) یک همسایگی عدد $2m+1$ است، حدود $m$ کدام است؟<br>الف) $0 < m < 3$<br>ب) $-1 < m < 2$<br>ج) $-3 < m < 0$<br>د) $1 < m < 4$                                                                                              |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۳  | الف) با رسم نمودار $f(x) = \sqrt{x-1}$ مشخص کنید آیا تابع در $x=1$ دارای حد است؟<br>ب) تابعی رسم کنید که در نقطه ۲ تعریف نشده باشد و در این نقطه دارای حد نباشد.                                                                   |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۴  | با تکمیل جدول زیر، مقدار حد تابع $f(x)=\frac{9-x^2}{3-x}$ را در نقطه $x=3$ بدست آورید.                                                                                                                                             |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
|      | <table><tr><td>x</td><td>۲/۹</td><td>۲/۹۹</td><td>۲/۹۹۹ → ۳ ← ۳/۰۰۱</td><td>۳/۰۱</td><td>۳/۱</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>                                                  | x                                                                                  | ۲/۹               | ۲/۹۹ | ۲/۹۹۹ → ۳ ← ۳/۰۰۱ | ۳/۰۱ | ۳/۱ | f(x) |  |  |  |  |  |  |
| x    | ۲/۹                                                                                                                                                                                                                                | ۲/۹۹                                                                               | ۲/۹۹۹ → ۳ ← ۳/۰۰۱ | ۳/۰۱ | ۳/۱               |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| f(x) |                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۵  | با استفاده از نمودار مقابل، مقدار حدهای خواسته شده را در صورت وجود بیابید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$<br>پ) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$<br>ت) $\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x)]$ |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
|      |                                                                                                                                                 |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |
| ۱۷۶  | نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه $x=1$ دارای حد است ولی حد آن با مقدار تابع در آن نقطه برابر نباشد.                                                                                                                             |                                                                                    |                   |      |                   |      |     |      |  |  |  |  |  |  |

|                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۷۷                                                                                                                                                                    | اگر بازه $(X-1, 2X+3)$ یک همسایگی ۲ باشد، مجموعه مقادیر $X$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| ۱۷۸                                                                                                                                                                    | نموداری از یک تابع رسم کنید که در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد نداشته باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| ۱۷۹                                                                                                                                                                    | تابع $f(x)$ با ضابطه‌ی زیر را در نظر بگیرید. آیا این تابع در $x=2$ حد دارد؟ چرا؟<br>$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x > 2 \\ x + 3 & x < 2 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| ۱۸۰                                                                                                                                                                    | در تابع $f$ و $g$ را چنان مثال بزنید که در $X=1$ حد راست داشته باشند اما تابع $\frac{f}{g}$ در $X=1$ حد راست نداشته باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| ۱۸۱                                                                                                                                                                    | با توجه به نمودار تابع $f$ ، حاصل عبارت زیر چقدر است؟<br>$f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = ?$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p style="text-align: center;"><b>درس سوم: قضایای حد</b></p> <p style="text-align: center;"><b>درس چهارم: محاسبه حد توابع کسری (حالت <math>\frac{0}{0}</math>)</b></p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۱۸۲                                                                                                                                                                    | <p>حاصل حدهای زیر را بیابید:</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%;"> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{2x} - 5 - 2}</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - [x^2]}{x^2 + 2x - 8}</math></p> <p>ت) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}</math></p> <p>ث) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sqrt{x}}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + \sin x}{\sin x}</math></p> <p>ح) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}</math></p> <p>خ) <math>\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x - [x]}{1 - x}</math></p> <p>ز) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}</math></p> <p>ر) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x - 2}</math></p> <p>س) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}</math></p> <p>ش) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}</math></p> <p>ص) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - x - 2 }{2x - \sqrt{x^2 + 12}}</math></p> </div> </div> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| $\text{ض) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x} \sin 6x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}$ $\text{ط) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1 + \sqrt{x-2}}{[x] + 2}$ $\text{ظ) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + 2 \tan x}{5x}$ $\text{ع) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{\sqrt{x} - 1}$ $\text{غ) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x}$ $\text{ف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{5x^2}$ $\text{ق) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{2x - 6}$ $\text{ک) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ $\text{گ) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{[x] + [-x]}$ $\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - \sqrt{x+12}}$ $\text{م) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{2x - \pi}$ $\text{ن) } \lim_{x \rightarrow 1} x + \frac{ x-1 }{x-1}$ $\text{و) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - 1}{4x - \pi}$ $\text{ه) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 5x - 2}{x^2 - x - 6}$ $\text{ی) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}$ |     |
| <p>اگر <math>f(\frac{x-5}{x+3}) = \sqrt{x+1}</math> باشد، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow -1} f(x)</math> را بدست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۸۳ |
| <p>حاصل حدهای زیر را بیابید.</p> $\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{4x-8} - \frac{1}{x^2-4} \right)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{x^2}$ $\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{[x] - 2}$ $\text{ت) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}$ $\text{ث) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{6x - 2\pi}$ $\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{2x^2 + 2x}$ $\text{چ) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x  + [x]}{x+1}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱۸۴ |
| <p>تابع <math>f</math> با ضابطه <math>f(x) = \frac{ x }{x}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) تابع را بصورت دو ضابطه‌ای بنویسید.</p> <p>ب) آیا تابع در <math>x = 0</math> دارای حد است؟ چرا؟</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱۸۵ |
| <p>اگر <math>f(x-3) = \frac{x-2}{x}</math> باشد آنگاه <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math> را پیدا کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱۸۶ |
| <p>با توجه به دامنه تابع، حد تابع <math>f(x) = \frac{x}{[x]-3}</math> را در نقطه <math>x=3</math> بررسی کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱۸۷ |
| <p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = L</math> و <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+f(x)-1}{3x+f(x)-1}</math> باشند، مقدار <math>L</math> را بدست آورید. (<math>L \neq -2</math>)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱۸۸ |

|                   |                                                                                                                                                                                        |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۸۹               | اگر $f$ تابع در $5$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 5} (f(x) - 1) = 3$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \dots\dots\dots$                                                      |
| ۱۹۰               | نشان دهید تابع $f(x) = 3 + [x]$ در نقطه $x=2$ حد ندارد.                                                                                                                                |
| ۱۹۱               | مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که تابع مقابل در نقطه $2$ حدی برابر با $5$ داشته باشد.<br>$f(x) = \begin{cases} ax - b & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ a[x] & x < 2 \end{cases}$               |
| درس پنجم: پیوستگی |                                                                                                                                                                                        |
| ۱۹۲               | مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که تابع $f(x)$ در صفر پیوسته باشد.<br>$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ b - 1 & x = 0 \\ x - 2a & x < 0 \end{cases}$             |
| ۱۹۳               | در تابع مقابل، مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد.<br>$f(x) = \begin{cases} \frac{[x] + a}{x - 1} & x > 2 \\ b - 1 & x = 2 \\ 2bx + 4 & x < 2 \end{cases}$ |
| ۱۹۴               | به ازای چه مقدار $m$ ، تابع مقابل در $x = -1$ پیوسته است؟<br>$f(x) = \begin{cases} 2x + m & x \geq -1 \\ [x] + 3 & x < -1 \end{cases}$                                                 |
| ۱۹۵               | مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که تابع مقابل در مجموعه عددهای حقیقی پیوسته باشد.<br>$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & x < 1 \\ ax + b & 1 \leq x < 3 \\ x^2 & x \geq 3 \end{cases}$  |
| ۱۹۶               | به ازای کدام مقدار $a$ تابع با ضابطه زیر در نقطه $x = 0$ پیوسته است؟<br>$f(x) = \begin{cases} \cos x - \sqrt{\cos x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$                              |
| ۱۹۷               | مقادیر $a$ را طوری بیابید که تابع $f(x)$ در $x = 0$ پیوسته باشد.<br>$f(x) = \begin{cases} x - 1 & x > 0 \\ a & x = 0 \\ [x] - 2a & x < 0 \end{cases}$                                  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <p>به ازای چه مقدار <math>a</math> تابع <math>f(x)</math> در <math>x = 1</math> پیوسته است؟</p> $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ a & x = 1 \\ -x + 2 & x > 1 \end{cases}$                                                                                                                                                                 | ۱۹۸ |
| <p>به ازای چه مقادیری از <math>a</math> و <math>b</math> تابع <math>f(x)</math> در <math>x = 2</math> پیوسته است؟</p> $f(x) = \begin{cases} 2x + a & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ bx + 1 & x < 2 \end{cases}$                                                                                                                                           | ۱۹۹ |
| <p>مقدار <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بیابید که تابع <math>f(x)</math> در <math>x = 2</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} [x] + 3ax - b & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ 2bx + 4 & x < 2 \end{cases}$                                                                                                                                | ۲۰۰ |
| <p>با رسم تابع <math>f(x) = x - [x]</math> نقاط ناپیوستگی آن را تعیین کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۲۰۱ |
| <p><math>a</math> را طوری تعیین کنید که تابع <math>f(x)</math> در <math>x = 1</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} & 0 < x < 1 \\ [x] + a & x \geq 1 \end{cases}$                                                                                                                                            | ۲۰۲ |
| <p>در شکل زیر نمودار تابع <math>f</math> رسم شده است.<br/> الف) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - f(-3)</math> چقدر است؟<br/> ب) آیا تابع <math>f</math> در هر نقطه از بازه <math>[-1, 0]</math> پیوسته است؟ چرا؟</p>  | ۲۰۳ |