



## نمونه سوالات فصل

### مثلثات

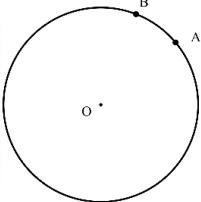
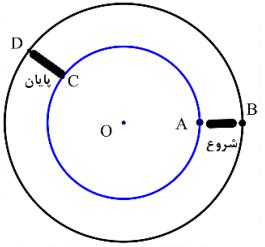
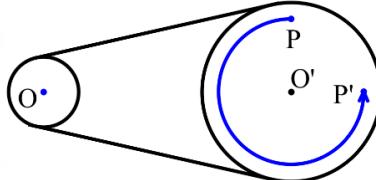
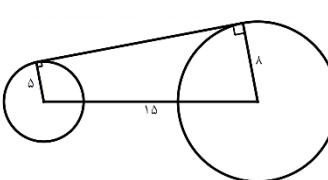
# کتاب ریاضی ۲ و حسابان ۱

به کوشش: مرتضی معینی

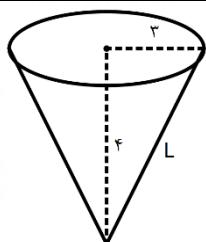


۹۹ بهار

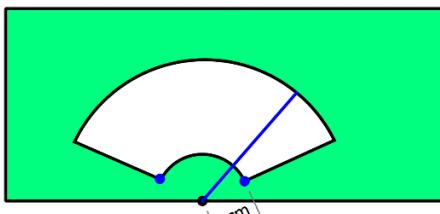
گروه ریاضی آموزش و پرورش ناحیه دو کرج

ردیف	
۱	<p>زوایه های زیر را به رادیان تبدیل کنید و روی دایره مثلثاتی نمایش دهید.</p> <p>۱) <math>\theta_1 = 12^\circ</math>   ۲) <math>\theta_2 = 15^\circ</math>   ۳) <math>\theta_3 = 105^\circ</math>   ۴) <math>\theta_4 = 135^\circ</math>          ۵) <math>\theta_5 = 216^\circ</math>   ۶) <math>\theta_6 = -225^\circ</math>   ۷) <math>\theta_7 = -300^\circ</math>   ۸) <math>\theta_8 = -54^\circ</math>          ۹) <math>\theta_9 = 150^\circ</math>   ۱۰) <math>\theta_{10} = -330^\circ</math></p>
۲	<p>زوایه های زیر را به درجه تبدیل کنید و روی دایره مثلثاتی نمایش دهید.</p> <p>۱) <math>\theta_1 = \frac{7\pi}{6}</math>   ۲) <math>\theta_2 = \frac{\pi}{10}</math>   ۳) <math>\theta_3 = \frac{\pi}{18}</math>   ۴) <math>\theta_4 = \frac{4\pi}{3}</math>          ۵) <math>\theta_5 = \frac{11\pi}{12}</math>   ۶) <math>\theta_6 = -\frac{\pi}{8}</math>   ۷) <math>\theta_7 = -\frac{5\pi}{6}</math>   ۸) <math>\theta_8 = -\frac{7\pi}{4}</math>   ۹) <math>\theta_9 = -\frac{9\pi}{8}</math></p>
۳	<p>مجموع دو زاویه بر حسب درجه برابر <math>60^\circ</math> و تفاضل همان دو زاویه بر حسب رادیان برابر <math>\frac{\pi}{6}</math> رادیان است. اندازه دو زاویه را بر حسب رادیان پیدا کنید.</p>
۴	<p>تفاضل دو زاویه متمم برابر <math>\frac{\pi}{10}</math> رادیان است. اندازه دو زاویه را بر حسب درجه پیدا کنید.</p>
۵	<p>تعیین کنید کدام جفت زاویه های زیر قرینه یکدیگرند؟</p> <p>۱) <math>\theta_1 = -50^\circ</math>   ۲) <math>\theta_2 = 240^\circ</math>   ۳) <math>\theta_3 = -\frac{4\pi}{3}</math>   ۴) <math>\theta_4 = \frac{5\pi}{18}</math></p>
۶	<p>در شکل روی دایره <math>A</math> و <math>B</math> دو نقطه روی دایره مثلثاتی و به ترتیب انتهای کمان <math>\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{3}</math> رادیان هستند. مقدار تقریبی طول کمان <math>AB</math> را تا سه رقم اعشار پیدا کنید.</p> 
۷	<p>اندازه زاویه ای بر حسب رادیان برابر <math>\frac{\pi}{m}</math> و بر حسب درجه برابر <math>3 - m</math> درجه است. زاویه را بیابید.</p>
۸	<p>در دایره ای به شعاع ۱۰ طول کمان رویه رو به زاویه مرکزی <math>40^\circ</math> چه قدر است.</p>
۹	<p>دو دونده روی دایره های مقابل با شعاع <math>10.8m, 100m</math> می دوند. دونده اول از نقطه <math>A</math> تا خط پایان (نقطه <math>C</math>) و دونده دیگر از <math>B</math> تا خط پایان (نقطه <math>D</math>) می دوند.          (الف) طول مسیر دو دونده را محاسبه کنید.          (ب) دونده <math>B</math> از کدام نقطه مانند <math>B'</math> شروع کند تا طول مسیر هر دو دونده یکسان باشد؟</p> 
۱۰	<p>در شکل مقابل یک تسمه، دو قرقره به شعاع های <math>3cm, 12cm</math> را به وصل کرده است.          وقتی قرقره بزرگ <math>\frac{3\pi}{2}</math> رادیان می چرخد، قرقره کوچک چند رادیان و چند دور می چرخد؟</p> 
۱۱	<p>مرکز دو قرقره به شعاع های ۵ و ۸ و ۱۵ واحد از یکدیگر فاصله دارند.          (الف) طول تسمه دور قرقره ها را بیابید.          (ب) مساحت ناحیه درون تسمه را بیابید.</p> 

۱۲



مخروطی با شعاع قاعده ۳ و ارتفاع ۴ را در نظر بگیرید. قطاع حاصل از شکل گستردگی این مخروط چند رادیان است؟



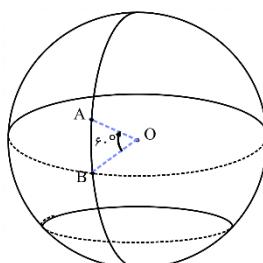
طول برف پاک کن اتومبیلی ۳۰ cm است. فرض کنید برف پاک کن کمان  $150^\circ$  را طی کند:

الف) اندازه زاویه را بر حسب رادیان بدست آورید.

ب) طول کمانی را که انتهای برف پاک کن طی می کند را بیابید.

پ) مساحت پاک شده شیشه را محاسبه کنید.

۱۳



دونقطه روی یک نصف النهار از کره زمین قرار دارند. شعاع کره زمین در حدود  $6320\text{ km}$  است. فاصله  $A$  تا  $B$  را به دست آورید.

۱۴

در هر یک از موارد زیر سایر نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید.  
 (الف)  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$       (ب)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

۱۵

الف) مقدار عددی  $\sin \frac{34\pi}{3}$  را به دست آورید.

ب) مقدار عددی  $\cos 1035^\circ$  را به دست آورید.

پ) مقدار عددی  $\cot \frac{50\pi}{3} + \tan \frac{52\pi}{3}$  را به دست آورید.

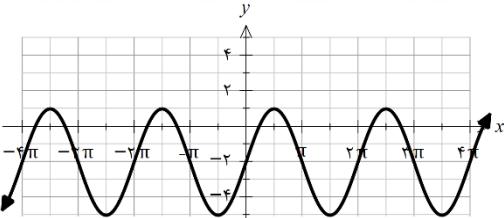
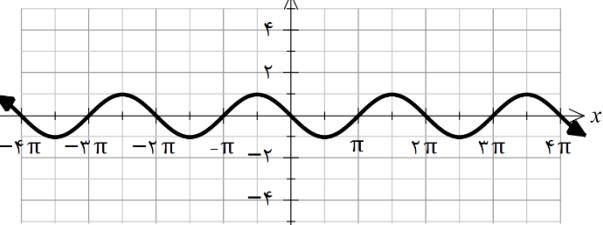
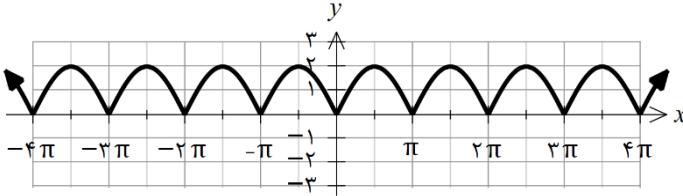
ت) مقدار عددی  $\sin \frac{-179\pi}{6} + \cos \frac{-179\pi}{6}$  را به دست آورید.

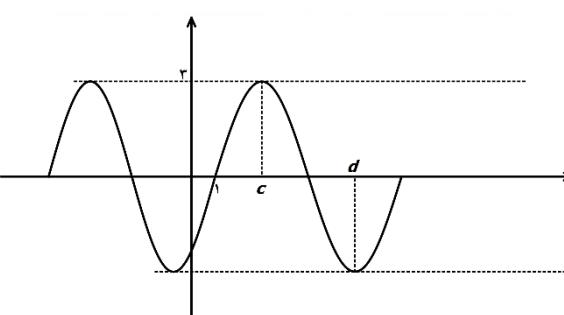
ث) مقدار عددی  $\frac{\sin 240^\circ \tan 570^\circ}{\sin \frac{9\pi}{4} - \cos \frac{11\pi}{4}}$  را به دست آورید.

۱۶

اگر  $\tan \theta = 0 / 2$  باشد، مقدار  $\frac{\cos \left( \frac{3\pi}{2} + \theta \right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)}$  را به دست آورید.

۱۷

نسبت های مثلثاتی زاویه $495^\circ$ را به دست آورید.	۱۸
درستی رابطه زیر را نشان دهید.	۱۹
الف $\sin 200^\circ + 2\sin 160^\circ - \cos 70^\circ + 3\sin 340^\circ - 4\cos 110^\circ = \cos 70^\circ$ ب $\frac{\sin 20^\circ - \cos 70^\circ + \cos 20^\circ - \cot 160^\circ}{\cos 200^\circ + \sin 70^\circ + \sin 110^\circ} = 2$	
حاصل عبارت $\cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$ را به ازای $x = \frac{\pi}{n}$ ، به دست آورید.	۲۰
مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را پیدا کنید.	۲۱
الف $\frac{\sin 225^\circ - 2\cos 300^\circ}{2\tan 135^\circ + \cot 210^\circ}$ ب $\cos \frac{5\pi}{4} \cos(-\frac{3\pi}{4}) + \sin \frac{5\pi}{4} \sin(-\frac{3\pi}{4})$ ث $\sqrt{2} \sin 135^\circ - \sqrt{3} \cos 30^\circ + 2\sqrt{3} \tan 30^\circ$ ج $\frac{\sin 240^\circ \cos 120^\circ + \cos(-60^\circ) \sin 310^\circ}{\cos 225^\circ \cos(-135^\circ) + \tan 45^\circ}$	ب $\sin(-30^\circ) \cos 150^\circ - \cos(-210^\circ)$ ت $\frac{\sin \frac{4\pi}{3} \cos \frac{2\pi}{3} - \cos \frac{4\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3}}{\cos \frac{5\pi}{4} \cos(-\frac{3\pi}{4}) + \sin \frac{5\pi}{4} \sin(-\frac{3\pi}{4})}$ چ $\frac{3\tan 45^\circ - \tan 225^\circ}{1 - 3\tan^2 135^\circ}$ خ $\cos 170^\circ + \cos 225^\circ + \cos 10^\circ$
تعیین کنید هر یک از نمودارهای زیر مربوط به ضابطه کدام تابع است؟	۲۲
۱) $f(x) = -\sin x$ ۲) $h(x) =  \sin x $  	۳) $g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ ۴) $k(x) = 3\sin x - 2$ 
حداقل، حداکثر و برد توابع زیر را به دست آورید.	۲۴
الف $g(x) =  1 - \sin x $ ب $f(x) = 3\cos x - 1$ پ $k(x) = 2\sin^2 x + 1$ ت $h(x) = 3\cos x - 5$	
نمودار توابع زیر رارسم کنید، سپس برد تابع را بیابید.	۲۵
الف $f(x) = 2\sin x - 1$ ب $g(x) = -3\cos x$ پ $k(x) =  \sin x  - 1$ ت $h(x) = \sin(x - \pi)$	

۲۶	تعیین کدام جفت تابع‌های زیر بر هم منطبق هستند؟	
الف) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$	ب) $y = \sin x$	
پ) $y = \sin(3\pi + x)$	ت) $y = \cos(2\pi - x)$	
ث) $y = \cos(\pi + x)$	ج) $y = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$	
ج) $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	خ) $y = \cos(\pi - x)$	
۲۷	توابع زیر را رسم کرده تعیین کنید در کدام نواحی مثلثاتی افزایشی است و در کدام کاهشی؟	
الف) $y = 1 - \sin x$	ب) $y = 2 \cos x - 1$	
۲۸	معادله $ \sin x  =  \cos x $ چند جواب در بازه $[-\pi, \pi]$ دارد؟	
۲۹	نمودار تابع $y = a \sin(x + b)$ به صورت مقابل است. 	
۳۰	نمودار تابع $y = \sin x +  \sin x $ را رسم کنید.	
۳۱	مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را محاسبه کنید.	
الف) $\sin 75^\circ$	ب) $\cos 105^\circ$	پ) $\cos 15^\circ$
۳۲	ثابت کنید: $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\cos \theta$	
۳۳	اگر انتهای کمان $\alpha$ در ربع اول و $\beta$ در ربع چهارم باشد، حاصل $\cos(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.	
۳۴	درستی تساوی‌های زیر را اثبات کنید.	
الف) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$	ب) $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$	
پ) $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$	ت) $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$	
ث) $\sin x = \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}}$	ج) $\cos x = \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}}$	
ج) $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	خ) $\cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x}$	
۳۵	عبارت‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید.	
الف) $\frac{\cos 3x + \sin x \sin 2x}{\sin 3x - \sin 2x \cos x} =$	ب) $\frac{\cos 20^\circ + \sqrt{3} \sin 20^\circ}{\cos 40^\circ} =$	
پ) $\cos 50^\circ (\tan 70^\circ + \tan 10^\circ) =$	ت) $\sin 70^\circ \cos 70^\circ \cos 15^\circ =$	
۳۶	مقدار عددی $\cos 67/5^\circ, \sin 22/5^\circ$ را بدست آورید.	

اگر $\tan 2x = 4$ باشد. حاصل $\tan(x + \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4})$ را به دست آورید.	۳۷
نمودار تابع $y = \sin x + \cos x$ را رسم کنید.	۳۸