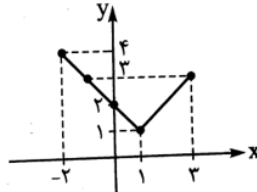
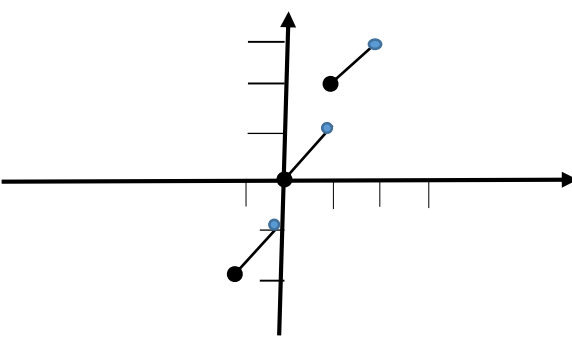
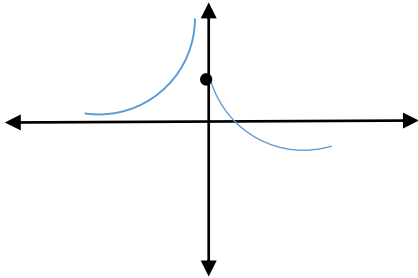


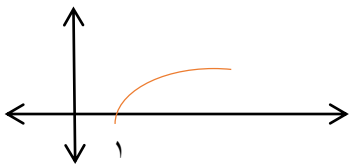
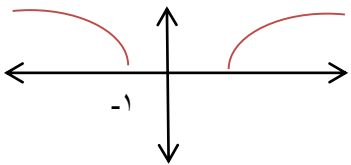
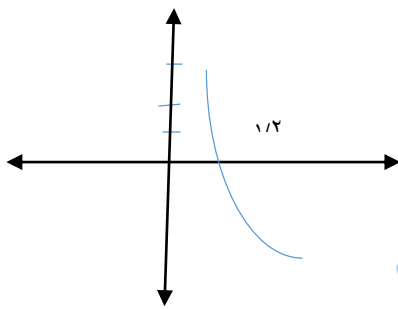
فصل دوم

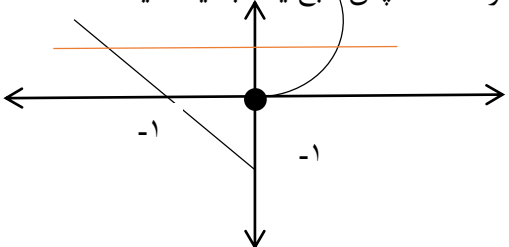
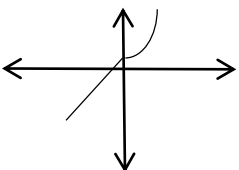
| ردیف | سؤال و پاسخ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | منطقه |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ۱    | <p>کدامیک از گزاره های زیر درست و کدامیک نادرست است.</p> <p>الف) برد یک تابع شامل هم دامنه آن است.</p> <p>ب) هم دامنه می تواند برابر دامنه باشد.</p> <p>ج) تابع <math>f: [-1, 2] \rightarrow R</math> را می توانیم به صورت <math>f(x) = x^2</math> هم نمایش دهیم.</p> <p>د) دو تابع <math>f(x) = \frac{x-1}{x-1}</math> و <math>g(x) = 1</math> برابر هستند.</p> <p><b>پاسخ</b></p> <p>الف) نادرست    ب) درست    ج) درست    د) نادرست</p>                                                                                                                                                              | ۵     |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید.</p> <p>الف) تعداد توابعی که از مجموعه <math>A = \{a, b, c\}</math> به مجموعه <math>B = \{d, e\}</math> تعریف می شود برابر است با.....</p> <p>ب) هم دامنه و برد تابع <math>f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}</math> به ترتیب ..... و ..... عضو دارد.</p> <p><b>پاسخ</b></p> <p>الف) <math>2^3 = 8</math></p> <p>ب) هم دامنه ۵ عضو و برد ۳ عضو</p>                                                                                                                                                                                            | ۵     |
| ۳    | <p>کدامیک از نمایش های زیر برای تابع <math>f: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}</math> قابل قبول است؟</p> <p><math>f(x) = -2x + 3</math></p> <p>الف) <math>f: [-1, 3] \rightarrow [-3, 5]</math>    ب) <math>f: [-1, 3] \rightarrow [0, +\infty)</math>    ج) <math>f: [-1, 3] \rightarrow [-3, 5]</math>    د) <math>f: [-1, 3] \rightarrow [-3, 5]</math></p> <p><math>f(x) = -2x + 3</math>    <math>f(x) = -2x + 3</math>    <math>f(x) = -2x + 3</math>    <math>f(x) = -2x + 3</math></p> <p><b>پاسخ</b></p> <p>الف) <math>f: [-1, 3] \rightarrow [-3, 5]</math>    <math>f(x) = -2x + 3</math></p> | ۵     |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |    |   |   |     |   |   |   |   |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|---|---|-----|---|---|---|---|
| ۴   | <p>نمودار تابع <math>f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}</math> را رسم کنید و برد آن را بنویسید.</p> <p><math>f(x) =  x - 1  + 1</math></p> <p>پاسخ</p>  <table border="1" data-bbox="636 468 956 580"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>4</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </table> <p><math>R_f = [1, 4]</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $x$ | -2 | 1 | 3 | $y$ | 4 | 1 | 3 | ۵ |
| $x$ | -2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 1   | 3  |   |   |     |   |   |   |   |
| $y$ | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 1   | 3  |   |   |     |   |   |   |   |
| ۵   | <p>تابع <math>f</math> در همه شرایط زیر صدق می کند ضابطه آن را بنویسید.</p> <p>(الف) دامنه <math>f</math> برابر <math>[-3, 5]</math> است.</p> <p>(ب) تابع <math>f</math> در بازه <math>(0, 2]</math> ثابت بوده و <math>f(1) = 4</math></p> <p>(ج) تابع به هر عدد بزرگ تر از ۲، مربع آن را نسبت می دهد.</p> <p>(د) تابع روی اعداد غیر مثبت خطی است که از مبدأ و نقطه <math>(-1, 3)</math> عبور می کند.</p> <p>پاسخ</p> $f = \begin{cases} -3x & -3 \leq x \leq 0 \\ 4 & 0 < x \leq 2 \\ x^2 & 2 < x \leq 5 \end{cases}$ <p><math>(-1, 3), (0, 0) \rightarrow m = -3 \rightarrow y = -3x</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۶   |    |   |   |     |   |   |   |   |
| ۸   | <p>جاهای خالی را عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>(الف) اگر <math>f(x) = [x + 3]</math> باشد، در این صورت مقدار <math>f(2 - \sqrt{2})</math> برابر ..... می باشد .</p> <p>(ب) اگر <math>[\frac{1}{x}] = 2</math> باشد حاصل <math>[-6x]</math> برابر است با .....</p> <p>(ج) نمودار <math>f(x) = x + [x]</math> در بازه <math>[-1, 2]</math> از ..... پله به طول ..... تشکیل میشود .</p> <p>پاسخ</p> <p>۳ (الف)</p> <p>ب) if: <math>[\frac{1}{x}] = 2 \rightarrow 2 \leq \frac{1}{x} &lt; 3</math></p> <p>و با معکوس کردن طرفین داریم: <math>\frac{1}{3} &lt; x \leq \frac{1}{2}</math> حالا حدود <math>-6</math> را پیدا می کنیم طرفین را در <math>-6</math> ضرب می کنیم و حاصل می شود: <math>-3 \leq -6x &lt; -2</math> در نتیجه <math>-2 &gt; -6x \geq -3</math></p> <p>پس <math>[-6x] = -3</math></p> <p>(ج) بازه <math>[-1, 2]</math> به زیر بازه هایی به طول یک واحد تقسیم و نمودار تابع را در هر زیر بازه رسم می کنیم.</p> <p><math>-1 \leq x &lt; 0 \rightarrow y = x - 1</math>      <math>A(-1 و -2)</math>      <math>B(0 و -1)</math></p> <p><math>0 \leq x &lt; 1 \rightarrow y = x</math>      <math>C(0 و 0)</math>      <math>D(1 و 1)</math></p> |     |    |   |   |     |   |   |   |   |

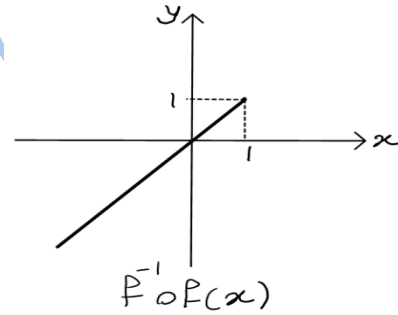
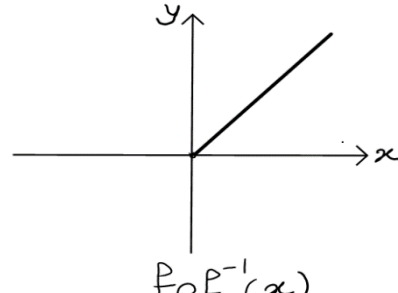
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |   |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
|   | <p>همانطور که در شکل می بینید نمودار تابع از سه پله به طول <math>\sqrt{2}</math> ( طول هر پله برابر و تر یک مثلث قائم الزاویه با اضلاع واحد که همان <math>\sqrt{2}</math> می شود) تشکیل شده است.</p>                                                                                                                                                                                |   |
| ۷ | <p>در تابع <math>y = a + \sqrt{x + b}</math> اگر دامنه <math>[-4, +\infty)</math> و برد <math>[-3, +\infty)</math> باشد. این تابع محور X ها را در چه نقطه ای قطع میکند.</p> <p>پاسخ</p> <p>با توجه به برد تابع، <math>a = -3</math> و</p> $\begin{cases} x + b \geq 0 \rightarrow x \geq -b \rightarrow b = 4 \\ x \geq -4 \end{cases}$ <p>و تابع محور X ها را در نقطه ای به طول ۵ قطع می کند، زیرا:</p> $y = 0 \rightarrow -3 + \sqrt{x + 4} = 0 \rightarrow x = 5$ | ۵ |
| ۸ | <p>الف) حاصل عبارت <math>[\sqrt[3]{1}] + [\sqrt[3]{2}] + [\sqrt[3]{3}] + \dots + [\sqrt[3]{30}]</math> را محاسبه کنید.</p> <p>ب) معادله <math>[x]^2 + 5[x] + 6 = 0</math> را حل کنید.</p> <p>پاسخ</p> <p>الف) ۵۷</p> <p>ب) <math>[x] = -2, [x] = -3 \quad -3 \leq x \leq -1</math></p>                                                                                                                                                                               | ۵ |
| ۹ | <p>الف) دامنه تابع <math>y = \sqrt{3 - [x]}</math> را بنویسید.</p> <p>ب) برد تابع <math>y = 3x - [3x]</math> را بنویسید.</p> <p>پاسخ</p> <p>الف) دامنه تابع برابر <math>(-\infty, 4)</math> است.</p> <p>ب) برد تابع برابر <math>[0, 1]</math> است.</p>                                                                                                                                                                                                               | ۵ |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۵ | <p>الف) نمودار تابع زیر را رسم کنید</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x}, & x < 0 \\ -\sqrt{x} + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ <p>ب) مقدار <math>f\left(-\frac{1}{4}\right)</math> را بیابید.</p> <p>پاسخ</p> <p>الف)</p> <p>ب) ۴</p>                                          | ۱۰ |
| ۵ | <p>اگر دامنه تابع <math>f(x) = \frac{1+x^2}{2x^2+ax+b}</math> برابر <math>R - \{-2\}</math> باشد مقادیر <math>a, b</math> را محاسبه کنید.</p> <p>پاسخ</p> $\begin{cases} 2 \times 2^2 + 2a + b = 0 \\ 2 \times (-2)^2 + (-2)a + b = 0 \end{cases} \rightarrow b = -8, a = 0$                                                                                   | ۱۱ |
| ۸ | <p>برد تابع <math>f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} + 1</math> را بیابید.</p> <p>پاسخ</p> $\begin{aligned} x^2 - 2x + 5 &= x^2 - 2x + 1 + 4 = (x-1)^2 + 4 \\ (x-1)^2 &\geq 0 \Rightarrow (x-1)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 4} \geq 2 \\ \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 4} + 1 &\geq 3 \Rightarrow f(x) \geq 3 \Rightarrow R_f = [3, +\infty) \end{aligned}$ | ۱۲ |
| ۸ | <p>دامنه تابع زیر را بدست آورید.</p> $f(x) = \frac{\sqrt{x(x^2 - 1)}}{\sqrt{x +  x }}$ <p>پاسخ</p> $\begin{aligned} 1) x +  x  > 0 &\Rightarrow  x  > -x \Rightarrow x > 0 \\ 2) x(x^2 - 1) &\geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 0 \cup x \geq 1 \\ 1 \cap 2 &= [1, +\infty) \end{aligned}$                                                                      | ۱۳ |
| ۸ | <p>نمودار تابع زیر را رسم کنید.</p> $f(x) = \sqrt{ x  - 1}$ <p>پاسخ</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱۴ |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|   | <p>برای رسم نمودار <math>y = f( x )</math> ابتدا نمودار <math>f(x)</math> را رسم کرده و سپس سمت چپ محور <math>y</math> را حذف و قرینه سمت راست را در سمت چپ رسم می نماییم.</p> <p><math>f(x) = \sqrt{x-1}</math></p>  <p><math>f(x) = \sqrt{ x -1}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
| ۸ | <p>نمودار تابع <math>f(x) = 3 - \sqrt{2x-1}</math> را رسم کنید و دامنه برد آن را بنویسید</p> <p>پاسخ</p> <p><math>R_f = (-\infty, 3]</math> و <math>D_f = [\frac{1}{2}, +\infty)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱۵ |
| ۸ | <p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = \frac{3}{4}</math> وارون تابع <math>g(x) = \frac{4}{3}</math> است.</p> <p>ب) نموداری وجود دارد که وارون پذیر باشد ولی یک به یک نباشد؟</p> <p>پ) وارون تابع <math>y = (x-1)^2 + 2</math> برای <math>x \leq 1</math> برابر <math>y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1</math> برای <math>x \geq 2</math> است.</p> <p>پاسخ</p> <p>الف) نادرست، چون تابع ثابت یک به یک نیست پس وارون پذیر هم نیست.</p> <p>ب) نادرست، (چون شرط وارون پذیری یک تابع، یک به یک بودن آن است).</p> <p>پ) نادرست</p> <p><math>y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow y-2 = (x-1)^2 \rightarrow \pm\sqrt{y-2} = x-1 \rightarrow \pm\sqrt{y-2} + 1 = x</math></p> <p>برای <math>x \geq 2</math> <math>x \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x-2} + 1</math></p> | ۱۶ |
| ۸ | <p>به کمک رسم نمودار ثابت کنید تابع زیر یک به یک نیست.</p> <p><math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x \geq 0 \\ -x-1 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱۷ |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|   | <p>پاسخ</p> <p>خطوط موازی محور <math>x</math> نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع کرده است پس تابع یک به یک نیست.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |
| ۸ | <p>ضابطه وارون تابع <math>f(x) = \sqrt{2x+3}</math> را بدست آورید.</p> <p>پاسخ</p> $y = \sqrt{2x+3} \rightarrow y^2 = 2x+3 \rightarrow y^2 - 3 = 2x \rightarrow x = \frac{y^2 - 3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 3}{2}$ <p>برای <math>x \geq 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱۸ |
| ۸ | <p>نشان دهید تابع زیر یک به یک است. ضابطه وارون این تابع را حساب کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ -x + 1 & x < 0 \end{cases}$ <p>پاسخ</p> <p>نمودار تابع <math>f(x)</math> را رسم میکنیم چنانچه هر خط موازی محور <math>x</math> ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع میکند تابع یک به یک است پس با توجه به رسم نمودار تابع یک به یک است.</p> $y = x^2 + 1 \rightarrow y - 1 = x^2 \rightarrow x = \pm \sqrt{y-1} \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{y-1}$ $x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 + 1 \geq 1 \rightarrow y \geq 1$ $y = x + 1 \rightarrow y - 1 = x \rightarrow y = x + 1$ $x < 0 \rightarrow x + 1 < 1 \rightarrow y < 1$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$  | ۱۹ |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۸ | <p>تابع <math>f(x) = \frac{mx-m+1}{x+2}</math> یک به یک است. چه مقداری برای <math>m</math> نمیتوان در نظر گرفت.</p> <p>پاسخ</p> $D = \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \text{if } x = -2 \rightarrow -2x - m + 1 \neq 0 \rightarrow -3m + 1 \neq 0 \rightarrow m \neq \frac{1}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۲۰ |
| ۶ | <p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>اگر <math>f = \{(3, -1), (2, 1), (-2, 0)\}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x^2 - 5}</math>، آنگاه <math>f \circ g(3) = \dots</math> و <math>g \circ f^{-1}(-1) = \dots</math>.</p> <p>پاسخ</p> $g(3) = \sqrt{9 - 5} = 2 \Rightarrow f \circ g(3) = f(2) = 1$ $f^{-1}(-1) = 3 \Rightarrow g(f^{-1}(-1)) = g(3) = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۲۱ |
| ۶ | <p>درستی یا نادرستی هریک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>f = \{(-1, 1), (2, 5), (1, 2)\}</math> آن گاه دامنه تابع <math>f \circ f^{-1}</math> برابر است با <math>\{-1, 5, 2\}</math>.</p> <p>ب) اگر <math>D_f</math> و <math>D_g</math> به ترتیب دامنه‌های توابع <math>f</math> و <math>g</math> باشند، آن گاه دامنه توابع <math>f + g</math> و <math>f \cdot g</math> و <math>f \circ g</math> برابرند با <math>D_f \cap D_g</math>.</p> <p>پاسخ</p> <p>الف) نادرست، دامنه تابع <math>f \circ f^{-1}</math> برابر است با <math>\{1, 5, 2\}</math>.</p> <p>ب) نادرست، دامنه تابع <math>f \circ g</math> برابر با <math>D_f \cap D_g</math> نیست.</p> | ۲۲ |
| ۶ | <p>اگر <math>f(x) = \frac{[x] - 8}{x^2 + 2}</math> و <math>g(x) = \sqrt{9x - x^2}</math>، دامنه‌ی تابع <math>\frac{g}{f}</math> را تعیین کنید.</p> <p>پاسخ</p> $9x - x^2 \geq 0 \Rightarrow D_g = [0, 9], \quad x^2 + 2 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ $D_{\frac{g}{f}} = [0, 9] - \{x \mid [x] = 8\} = [0, 9] - [8, 9] = [0, 8) \cup \{9\}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۲۳ |
| ۶ | <p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x - 2}</math> و <math>g(x) = x^2 + 4</math> آن گاه</p> <p>الف) دامنه تابع <math>g \circ f</math> را مشخص کنید.</p> <p>ب) ضابطه تابع <math>g \circ f</math> را بنویسید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۲۴ |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|   | <p>ج) برد تابع <math>gof</math> را تعیین کنید.</p> <p><b>پاسخ</b></p> <p>الف)</p> $D_g = \mathbb{R}, D_f = [2, +\infty) \Rightarrow D_{gof} = \left\{ x \in [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \in \mathbb{R} \right\} = [2, +\infty)$ <p>ب)</p> $gof(x) = (\sqrt{x-2})^2 + 4 = x + 2$ <p>ج) با توجه به ضابطه تابع <math>gof</math> که یک تابع خطی است و با توجه به دامنه‌ی آن داریم</p> $R_{gof} = [4, +\infty) \text{ پس } x \geq 2 \Rightarrow x + 2 \geq 4$                                                                                                                                                                                           |    |
| ۶ | <p>اگر <math>f = \{(3, 4), (-1, 0), (2, 3), (1, 2)\}</math> و <math>g = \{(1, -1), (3, 1), (-2, 5), (-1, 2)\}</math>، آن گاه توابع زیر را بنویسید.</p> <p>الف) <math>f - g</math></p> <p>ب) <math>\frac{g}{f}</math></p> <p><b>پاسخ</b></p> <p>الف)</p> $f - g = \{(1, 3), (-1, -2), (3, 3)\}$ <p>ب)</p> $\frac{g}{f} = \left\{ \left(1, -\frac{1}{2}\right), \left(3, \frac{1}{4}\right) \right\}$                                                                                                                                                                                                                                                 | ۲۵ |
| ۶ | <p>اگر <math>f(x) = \sqrt{1-x}</math> باشد، نمودارهای توابع <math>f^{-1}of</math> و <math>fof^{-1}</math> را رسم کنید.</p> <p><b>پاسخ</b></p> <p>چون <math>R_f = [0, +\infty) = D_{f^{-1}}</math> و <math>D_f = (-\infty, 1]</math></p> <p>از طرفی <math>f^{-1}of(x) = x</math> و <math>x \in R_f</math> که <math>f^{-1}of(x) = x</math> که</p> <p>پس <math>x \in D_f</math></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;">   </div> | ۲۶ |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <p>۱۰</p> | <p>با توجه به نمودار زیر <math>f(2) + f(-3)</math> را بدست آورید.</p> <div data-bbox="188 421 730 878"> </div> <p style="text-align: right;">پاسخ</p> $f(2) + f(-3) = 1 + 0 = 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>۲۷</p> |
| <p>۶</p>  | <p>به کمک روش هندسی، تعداد و علامت جواب‌های معادله <math> x 5^x = 1</math> را مشخص کنید.</p> <p style="text-align: right;">پاسخ</p> <p>می‌دانیم <math>x = 0</math> در معادله صدق نمی‌کند (جواب معادله نیست) پس طرفین را بر <math> x </math> تقسیم می‌کنیم. حال معادله به صورت <math>5^x = \frac{1}{ x }</math> خواهد بود. نمودارهای توابع <math>y = 5^x</math> و <math>y = \frac{1}{ x }</math> را رسم می‌کنیم:</p> <div data-bbox="263 1355 790 1803"> </div> <p>مشاهده می‌شود که معادله دارای یک ریشه مثبت است.</p> | <p>۲۸</p> |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۶  | <p>اگر تابع <math>f</math> به صورت مقابل تعریف شده باشد، حاصل <math>f(f(-1))</math> را بیابید.</p> $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^x & x < 1 \\ \frac{x}{2^x} & x > 1 \end{cases}$ <p>پاسخ</p> $f(f(-1)) = f\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right) = f(4) = 4$                                                                                                            | ۲۹ |
| ۱۰ | <p>جاهای خالی را کامل نمایید.</p> <p>الف) اگر <math>f(x) = 3x + 5</math> ضابطه <math>f^{-1} \circ f</math> برابر است با: -----</p> <p>ب) اگر <math>f(x) = \sqrt{x}</math> و <math>g(x) = \sqrt{-x}</math> در این صورت دامنه <math>f \circ g</math> برابر است با: -----</p> <p>پاسخ</p> <p>الف) <math>f^{-1} \circ f = x</math> ب) <math>D_{f \circ g} = (-\infty, 0]</math></p>              | ۳۰ |
| ۱۰ | <p>جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>g(4) = 7</math> و <math>f(7) = 5</math> آن گاه <math>f \circ g(4) = 35</math></p> <p>ب) <math>D_g \cap R_f = \emptyset</math> شرط تشکیل <math>f \circ g</math> می باشد.</p> <p>پاسخ</p> <p>الف) ✗ ب) ✗</p>                                                                                           | ۳۱ |
| ۱۰ | <p>اگر <math>f = \{(10, 7)(-2, 4)(3, -5)(2, 1)\}</math> و <math>g = \{(2, 11)(4, -2)(6, 3)(3, 2)\}</math> باشد در این صورت <math>f \circ g</math> را بیابید.</p> <p>پاسخ</p> $f \circ g = \{(4, 4)(6, -5)(3, 1)\}$                                                                                                                                                                           | ۳۲ |
| ۱۰ | <p>اگر <math>f(x) = \sqrt{3-x}</math> و <math>g(x) = x^2 + 3</math> باشند:</p> <p>الف) تابع <math>f + g</math> و دامنه آن را بدست آورید.</p> <p>ب) تابع <math>\frac{f}{g}</math> و دامنه آن را بدست آورید.</p> <p>پاسخ</p> $g(x) = x^2 + 3 \text{ و } f(x) = \sqrt{3-x}$ $(f + g)(x) = \sqrt{3-x} + x^2 + 3$ $D_f = (-\infty, 3] \text{ و } D_g = R$ $D_{f+g} = D_f \cap D_g = (-\infty, 3]$ | ۳۳ |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|    | $\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{3-x}}{x^2+3} \quad \text{ب)}$ $\frac{f}{g} = D_f \cap D_g - \{x   g(x) = 0\} = (-\infty, 3]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |
| ۱۰ | <p>اگر <math>f(x) = \sqrt{2-x}</math> و <math>g(x) = x^2 + 1</math> باشد:</p> <p>الف) ضابطه تابع <math>gof(x)</math> را بدست آورید.</p> <p>ب) دامنه تابع <math>fog(x)</math> را با استفاده از تعریف بدست آورید.</p> <p>ج) مقدار عددی <math>gof(2)</math> را بدست آورید.</p> <p style="color: red;">پاسخ</p> <p>الف) <math>gof(x) = (\sqrt{2-x})^2 + 1 = 2 - x + 1 = -x + 3</math></p> <p>ب) <math>D_{fog} = \{x \in D_g   g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid x^2 + 1 \in (-\infty, 2]\} = [-1, 1]</math></p> <p>ج) <math>gof(2) = 1</math></p> | ۳۴ |

پایه ریاضی شهر تهران